BIBLIOTECA NAZ.LE VITT. EMANUELE
14
12 R
12 V/
14 23 K 12

IV
VIII
10

		Leucæ	Miliaria	Stadia	Passus	Pedes	Palmi	Digiti
[illegible]thus		7200	21600	172800	21600000	108000000	432000000	1728000000
[illegible]	[illegible]ires	2600	10800	86400	10800000	54000000	216000000	864000000
[illegible]	[illegible]	2191	6872	54984	6873000	34365000	13[illegible]460000	[illegible]49840000
[illegible]	[illegible]chi.	1096	3436.	27492	3436500	17182500	68730000	274920000

171825

1 muyca Anno

Multiplex. ~~[illegible]~~
particularis, ... Sc
superparticularis, superpartiens ... Sc

Multiplex particularis
Multiplex superparticularis

ſſ ſ ſ

Euclidis Megarenſis mathematici clariſsimi Elementorum geometricorum libri xv.

Cum expoſitione Theonis in priores XIII à Bartholomæo Veneto Latinitate donata, Campani in omnes, & Hypſiclis Alexandrini in duos poſtremos.

His adiecta ſunt Phænomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini & Data,

Poſtremùm uerò, Opuſculum de Leui & Ponderoſo, hactenus non uiſum, eiuſdem autoris.



BASILEAE, PER IOHANNEM HERVAGIVM, MENSE AVGVSTO, ANNO M. D. XLVI.
1546.
Cum priuilegio Cæſareo.

Capuccinorum Romæ

IOHANNES HERVAGIUS
Lectori S. D.

QVONIAM inhumanum eſt repugnare haud ita difficilia rogantibus amicis, non licuit amplius editionem Latinam huius autoris in aliud tempus proferre: quod eo alacrius ſumus perſecuti, ne aditum ad omnes diſciplinas (quod Plato teſtatur fieri, neglecta Geometria) Latinè tantũ eruditis præcludere uelle uideamur. Collatum eſt itaque exemplar Iacobi Fabri Stapulenſis ductu Pariſijs ante aliquot annos excuſum, ad fidem Græci exemplaris à doctiſsimo uiro Chriſtanno Herlino Mathematicarũ diſciplinarum publico apud Argentinenſes profeſſore: cui acceptum feras quicquid hîc aut ad Græcum exemplar, aut alioqui doctè reſtitutum uideris. Adiecimus Phænomena, Specularia, Protheoriam Marini, & Data, argumentorum ſimilitudine inducti. Quumq́ eo ipſo tempore, quo opus abſolueretur, Libellum, ſiue potius Fragmentum (nam uidetur eſſe mutilus) mihi afferret quidam de Leui & Ponderoſo, eum etiam addidimus: ut ſi quid hinc poſsit eſſe emolumenti, boni conſulas: ſin minus, ne mea fide in ſtudioſos deſiderata, tuo commodo alicubi uidear non ſtuduiſſe. Vale.

AVDACES FORTVNA IVVAT

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI, MATHEMATICOrum facilè principis, primùm ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

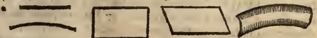
Ex Campano, triplex principiorum genus.

Primum, Diffinitiones.

Punctus eſt, cuius pars non eſt. 2 Linea, eſt longitudo ſine latitudine: 3 Cuius quidem extremitates, ſunt duo puncta. 4 Linea recta, eſt ab uno pūcto ad alium breuiſſima extenſio, in extremitates ſuas eam recipiens.

5 Superficies eſt, quæ longitudinem & latitudinem tantùm habet: 6 Cuius quidem termini, ſunt lineæ. 7 Superficies plana, eſt ab una linea ad aliam breuiſſima extenſio, in extremitates ſuas eam recipiens.

Punctus, aut ſignum. Linea. Su- per fi ci es.



8 Angulus planus, eſt duarum linearum alternus contactus, quarum expanſio eſt ſuper ſuperficiem, applicatioq́ non directa. 9 Quando autē angulum continent duæ lineæ rectæ, rectilineus angulus nominatur. 10 Quando recta linea ſuper rectam ſteterit, duoq́ anguli utrobiq́ fuerint æquales, eorum uterq́ rectus erit, lineaq́ lineæ ſuperſtans, ei cui ſuperſtat, perpendicularis uocatur. 11 Angulus uerò qui recto maior eſt, obtuſus dicitur. 12 Angulus uerò minor recto, acutus appellatur.

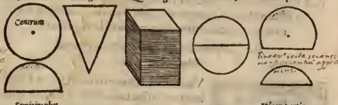
Angulus planus. Rectilineus. Angulus obliquus. a Acutus. b Obtuſus. Linea perpend. c Rectus.



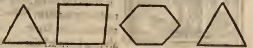
13 Terminus eſt, quod uniuſcuiuſq́ finis eſt. 14 Figura eſt, quæ termino uel terminis continetur. 15 Circulus, eſt figura plana, una quidem linea contenta, quæ circūferentia nominatur: in cuius medio punctus eſt, à quo omnes lineæ rectæ & ad circūferentiā exeūtes, ſibi inuicē

ſunt æquales. 16 Et hic quidem punctus, centrum circuli dicitur.

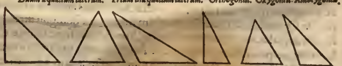
17 Diameter circuli, eſt linea recta, quæ ſuper eius centrum tranſiens, extremitatesq́ ſuas circunferentię applicans, circulum in duo media diuidit. 18 Semicirculus, eſt figura plana diametro circuli, & medietatẽ circunferentiæ contenta. 19 Portio circuli, eſt figura plana, recta linea & parte circunferentiæ contenta, ſemicirculo quidẽ aut maior aut minor.



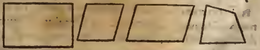
20 Rectilineæ figuræ ſunt, quæ rectis lineis continentur. 21 Quarum quædam trilateræ, quæ tribus rectis lineis: 22 Quædam quadrilaterę, quę quatuor rectis lineis: 23 Quædã multilateræ, quæ pluribus q̃ quatuor rectis lineis continentur.



24 Figurarũ trilaterarum, alia eſt triangulus, habens tria latera æqualia: 25 Alia triangulus, duo habens æqualia latera: 26 Alia triangulus trium inæqualium laterum. 27 Harum iterum alia eſt orthogonium, unum ſcilicet rectum angulum habens. 28 Alia eſt amblygonium, aliquem obtuſum angulum habens. 29 Alia eſt oxygonium, in qua tres anguli ſunt acuti.



30 Figurarum autẽ quadrilaterarũ, alia eſt quadratũ, quod eſt æquilaterum rectangulum: 31 Alia eſt tetragonus longus, quæ eſt figura rectangula, ſed æquilatera non eſt: 32 Alia eſt helmuayn, quæ eſt æquilatera, ſed rectangula non eſt: 33 Alia eſt ſimilis helmuayn, quæ oppoſita latera habet ęq̃lia atq́ oppoſitos ãgulos ęquales, idẽ tñ nec rectis ãgulis nec ęq̃s laterib. cõtinet.

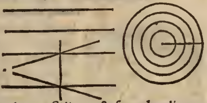



34 Præter has autē omnes, quadrilateræ figuræ, helmuariphæ nominantur.

35 Æquidiſtantes lineæ ſunt, quæ in eadem ſuperficie collocatæ atque in alterutram partem protractæ non conueniunt, etiam ſi in infinitum protrahantur.

Secundum, Petitiones.

1 A quolibet puncto in quemlibet punctū, rectam lineam ducere, atq; lineā definitam, in continuū rectumq;, quātum libet protrahere. 2 Super centrum quodlibet, quantumlibet occupando ſpatium, circulū deſignare. 3 Omnes rectos



angulos ſibiinuicem eſſe æquales. 4 Si linea recta ſuper duas lineas rectas ceciderit, duoq; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint, iſtas duas lineas in eandem partē protractas, proculdubio coniunctum iri. 5 Duas lineas rectas, ſuperficiem nullam concludere.

Tertium, Communes animi conceptiones.

1 Quæ uni & eidem ſunt æqualia, & ſibiinuicem ſunt æqualia. 2 Et ſi æqualibus æqualia addantur, omnia quoq; fient æqualia. 3 Et ſi ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur erunt æqualia. 4 Et ſi ab inæqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur erunt inæqualia.

5 Et ſi inæqualibus æqualia addas, ipſa quoq; fiēt inæqualia. 6 Si fuerint duæ res uni duplices, ipſæ ſibiinuicem erunt æquales. 7 Si fuerint duæ res, quarum utraq; unius eiuſdem fuerit dimidiū, utraq; erit æqualis alteri. 8 Si aliqua res alicui ſuperponatur, appliceturq; ei, nec excedat altera alteram, illæ ſibiinuicem erūt æquales. 9 Omne totum, eſt maius ſua parte.

CAMPANVS. Sciendum eſt autem, quòd præter has cōmunes animi conceptiones, ſiue communes ſententias, multas alias, quæ numero ſunt incomprehenſibiles, prætermiſit Euclides: quarum hæc eſt una. Si duæ quantitates æquales, ad quamlibet tertiā eiuſdem generis comparentur, ſimul erunt ambæ illa tertia, aut æquè maiores, aut æquè minores, aut ſimul æquales. Item alia. Quanta eſt aliqua quātitas ad quamlibet aliam eiuſdem generis, tantam eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam eiuſdem generis. In quantitanbus continuis hoc uniuerſaliter uerum eſt, ſiue antecedentes maiores fuerint conſequentibus, ſiue minores: magnitudo enim decreſcit in infinitum: in numeris autem non ſic. Sed ſi fuerit primus ſubmultiplex ſecundi, erit quilibet tertius æquè ſubmultiplex alicuius quarti: quoniam numerus creſcit in infinitum, ſicut magnitudo in infinitum minuitur.

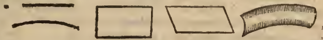
AVDACES FOR TVNA IVVAT

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, BARTOLOMAEO ZAMBERTO VEneto interprete. *Triplex principiorum genus.*

Primum, Diffinitiones.

SIgnum, eſt cuius pars nulla. 2 Linea uerò, longitudo illatabilis. 3 Lineæ autē limites, ſunt ſigna. 4 Recta linea, eſt quę ex æquali, ſua interiacet ſigna. 5 Superficies, eſt quæ longitudinē latitudinemqꝫ tantum habet. 6 Superficiei extrema, ſunt lineæ. 7 Plana ſuperficies, eſt quę ex æquali, ſuas interiacet lineas. 8 Planus angulus, eſt duarū linearū in plano ſeſe tangentium & non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

punctus, aut ſignum. Linea. Su- per fi ci es.



9 Quando autem quæ angulū continent, rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur. 10 Cùm uerò recta linea ſuper rectam conſiſtēs lineam, utrobiqꝫ angulos æquales adinuicē fecerit, rectus eſt uterqꝫ æqualiū angulorū: æquę ſuperſtat recta linea, perpēdicularis uocitatur, ſuper quam ſteterit. 11 Obtuſus angulus maior eſt recto. 12 Acutus uerò, minor eſt recto. 13 Terminus eſt, quod cuiuſqꝫ finis eſt.

Angulus planus. Rectilineus. Angulus obliquus. a Acutus. b Obtuſus. Linea perpend. c Rectus.

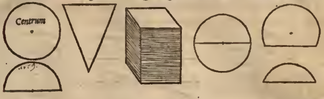


14 Figura eſt, quæ ſub aliquo, uel aliquibus terminis comprehenditur. 15 Circulus, eſt figura plana una linea cōtenta, quę circūferentia appellatur, ad quā ab uno ſigno introrſum medio exiſtēte omnes prodeūtes lineę, in ipſiuſqꝫ circuli circunferentiā incidētes, adinuicē ſunt ęquales. 16 Centrum uerò ipſius circuli id ſignum appellatur. 17 Dimetiens circuli, eſt recta quædam linea per centrum acta, & ex utraque parte in circuli circunferentiā terminata, quæ circulū bifariā diſpeſcit. 18 Semicirculus, eſt figura quę ſub dimetiēte & ea quæ ex ipſa circuli circun-

ferentia

ferẽtia ſublata eſt,cõtinetur. 19 Sectio circuli,eſt figura quæ ſub recta linea & circuli circũferẽtia aut maiore aut minore ſemicirculo cõtinetur.

Circulus. Triangulus. Quadrangulus. Diameter. Maior portio.



Semicirculus. Minor portio.

20 Rectilineæ figuræ ſunt,quæ ſub rectis lineis continẽtur. 21 Trilateræ figuræ ſunt,quæ ſub tribus rectis cõtinentur lineis. 22 Quadrilateræ figuræ ſunt,quæ ſub quatuor comprehenduntur rectis lineis. 23 Multilateræ figuræ ſunt,quæ ſub plurib.q̃ quatuor rectis lineis cõprehendũtur.

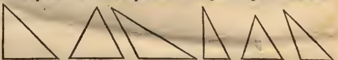
Trilatera. Quadrilatera. Multilatera. Aequilaterus.



24 Trilaterarũ porrò figurarũ, æquilaterũ eſt triangulum,quod ſub tribus æqualibus lateribus continetur.

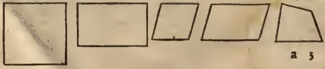
25 Iſoſceles autẽ,eſt quod ſub binis tantum æqualibus lateribus continetur. 26 Scalenum uerò, eſt quod ſub tribus inæqualibus lateribus continetur. 27 Amplius trilaterarũ figurarum, rectangulum triangulum eſt,quod rectum angulum habet. 28 Amblygonium autem, quod obtuſum angulum habet. 29 Oxygonium uerò, quod tres habet acutos angulos.

Duum æqualium laterũ. Trium inæqualiũ laterum. Orthogoniũ. Oxygoniũ. Amblygonium.



30 Quadrilaterarum autem figurarũ,quadratum quidem eſt,quod & æquilaterũ ac rectangulum eſt. 31 Altera parte longius eſt, quod rectangulum quidem, at æquilaterũ non eſt. 32 Rhombus,eſt quæ æquilatera,ſed rectãgula nõ eſt. 33 Rhomboides uerò eſt,quæ ex oppoſito latera & angulos habẽs æquales, neq; æquilatera neq; rectãgula eſt. 34 Præter hæc autẽ,reliqua quadrilatera,trapezia appellantur.

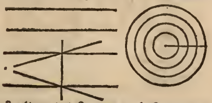
Quadratum. Tetragonus longus. Rhombus. Rhomboides. Trapezium.



35 Parallelę, rectæ lineæ ſunt, quæ in eodem exiſtentes plano, & ex utraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Secundum, Poſtulata.

1 Ab omni ſigno in omne ſignum, rectā lineam ducere. 2 Rectam lineam terminatam, in continuum rectumq́ꝫ producere. 3 Omni centro & interuallo, circulū deſcribere. 4 Omnes angulos rectos, adinuicē æquales eſſe. 5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitum productas concurrere neceſſe eſt ad eas partes, in quibus anguli duobus rectis minores exiſtunt.



Tertium, Communes ſententiæ.

1 Quæ eidem æqualia, & ad inuicem ſunt æqualia. 2 Et ſi æqualibus æqualia adijciātur, omnia erūt æqualia. 3 Et ſi ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquūtur, æqualia erūt. 4 Et ſi inæqualibus æqualia adiūgantur, omnia erūt inæqualia. 5 Et ſi ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erūt. 6 Quæ eiuſdē duplicia ſunt, adinuicem ſunt æqualia. 7 Et quæ eiuſdem ſunt dimidiū, æqualia ſunt adinuicem. 8 Et quæ ſibimetipſis conueniunt, æqualia ſunt adinuicem. 9 Totum, eſt ſua parte maius. 10 Duæ rectæ lineæ, *ſuperficiem non concludunt.

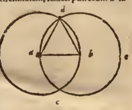
χωρίον.

EVCLIDIS MEGARENSIS
GEOMETRICA ELEMENTA,
EX CAMPANO.

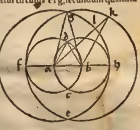
Primi libri propoſitio prima.

TRiangulum æquilaterum, ſupra datam lineam rectam collocare.

Eſto data linea recta a b. uolo ſuper ipſam, triangulũ æquilaterum conſtituere: ſuper alteram eius extremitatem, ſcilicet in puncto a, ponam pedem circini immobilem, & alterum pedem mobilem extendam uſq; ad b: & deſcribam ſecundum quantitatem ipſius lineæ datæ, per ſecundam petitionem circulum c b d f. Rurſus alteram eius extremitatem, ſcilicẽt punctum b faciam centrum: & per eandem petitionem & ſecundum eiuſdem quantitatẽ, lineabo circulum c a d h. qui circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quæ ſint c d. Et alteram duarũ ſectionũ, ſicut ſectionem d, continuabo cum ambabus extremitatibus datæ lineæ: protractis lineis d a, d b per primam petitionem. Quia ergo à puncto a, quod eſt centrũ circuli c b d, protractæ ſunt lineæ a d & a b uſq; ad eius circunferentiam: ipſæ erunt æquales, per diffinitionem circuli. Similiter quoque, quia à puncto b, quod eſt centrum circuli c a d h, protractæ ſunt lineæ b a & a d uſque ad eius circunferentiã, ipſæ erunt etiã æquales. Quia ergo utraque duarum linearum a d, b d, æqualis eſt lineæ a b, ut probatum eſt: ipſæ erunt æquales inter ſe, per primam cõmunem animi conceptionem. Ergo ſuper datam rectam lineam, collocauimus triangulum æquilaterum, quod eſt propoſitum.



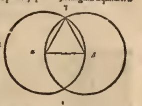
CAMPANI additio. Si autem ſuper eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorum ſpecies, ſcilicet triangulum duum æqualium laterum, & triangulum trium inæqualium laterum: protrahatur linea a b, in utranque partem, uſque quo occurret circunferentijs amborum circulorum ſuper duo puncta f & h. Et poſito centro in puncto a, lineetur circulus e h g, ſecundum quantitatem lineæ a h. Item poſito centro in puncto h, lineetur circulus e f g, ſecundum quantitatem lineæ b f. Hi autẽ circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quæ ſunt e g. Coniũgantur igitur extremitates datæ lineæ cum altera dictarum ſectionum, per duas lineas rectas, quæ ſint a g, b g. Et quia hæ lineæ a b, & a f, exeunt à centro circuli c d f, ad eius circũferentiã, ipſæ erunt æquales. Similiter quoque a b & a h, quia exeunt à centro circuli c a d h, uſque ad ipſius circunferentiam ipſæ, erunt æquales. Quia ergo utraque duarum linearum a f & b h æqualis eſt lineæ a b, ipſæ erunt inter ſe æquales: ergo poſita a b communi, erit b f æqualis a h. ſed b f æqualis ipſi b g: quia ambæ exeunt à centro circuli e f g, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; a h, eſt æqualis ipſi a g. & utraque earum eſt maior a b: eò quòd utraque duarum linearum b f & a h maior eſt a b. Quare ſuper datam lineam collocauimus triangulum duorũ æqualium laterum. Triangulum etiam trium inæqualiũ laterum ſuper eandem lineam collocabimus: ſi aliquod punctum exiſtens in circunferentia alterutrius duorum maiorum circulorũ quod non ſit in altera duarum ſectionum, & cui non obuiet f h cùm in utramlibet partem producta fuerit in continuũ & directum, coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus datæ lineæ. Sit enim punctus K ſignatus in circunferentia circuli e f g: & non ſit in altera ſectionum, nec occurrat ei f h, cùm protraheretur in continuum & directum eius uſque ad circunferentiam: protrahã ergo lineas a K & b K: & ſecabit linea a K circũferentiã circuli e h g: ſecet ergo in puncto l, erit b K per 1 cõmunem animi conceptionem æqualis a l, quia b K per diffinitionem circuli eſt æqualis b g, & a l æqualis a g: quare a K, eſt maior b K. Sed & b K, eſt maior a b: triangulus ergo a b K, eſt trium inæqualium laterum. Sic igitur ſuper datam lineam rectam, omnes triangulorum ſpecies collocauimus.



Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propoſitio 1.

Super data recta linea terminata, triangulum æquilaterum conſtituere.

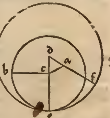
THEON *ex Zāberto. Sit data recta terminata linea, α β. Oportet ſuper α β, triangulū æquilaterū conſtituere. Centro quidē α, ſpatio uerò α β, circulus deſcribatur β γ δ (per 3 poſtulatū) & rurſus (per idem) centro quidē β, ſpatio uerò β α, alter circulus deſcribatur α γ ε. Et (per 1 poſtulatum) à ſigno γ, in quo ſe circuli adinuicem ſecant, ad α, β, ſigna connectantur rectæ lineæ γ α, γ β. Et quoniam α ſignum, centrū eſt circuli γ β δ, æqualis eſt (per 15 diffinitionem) α γ ipſi α β. Rurſus quoniā β ſignum, centrum eſt circuli γ α ε, æqualis eſt β γ ipſi β α (per 15 diffinitionem). At oſtenſa eſt linea α γ, ipſi α β æqualis: utraque igitur & γ α & γ β, ipſi α β eſt æqualis. Quæ autem eidem æqualia, & ad inuicem ſunt æqualia (per 1 communem ſententiam) & γ α igitur, ipſi γ β eſt æqualis. Tres igitur lineæ γ α, α β, β γ, æquales adinuicem ſunt. Aequilaterum igitur eſt triangulum α β γ, & conſtitutum ſuper data recta linea terminata α β, quod feciſſe oportuit.*



Euclides ex Campano. Propoſitio 2.

Dato puncto, cuilibet lineæ rectæ propoſitæ æquā rectam lineam ducere.

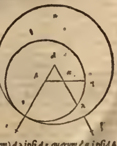
CAMPANVS. Sit a, punctus datus: & b c, linea recta data. uolo à puncto a, ducere unam lineā æqualem lineæ b c: in quācunq; partem contingat. Coniungā ergo punctū a, cum altera extremitate lineæ b c: cum qua uoluero: & coniungā ipſum a, cum extremitate c, per lineam a c: ſuper quam conſtituam triangulum æquilaterum ſecundum doctrinā præcedentis, qui ſit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctum datum, a ſcilicet: in extremitate c, ponam pedē circini immobilem, deſcribamq; ſuper ipſum (per 3 petitionem) circulum ſecundum quantitatem ipſius datæ lineæ: qui ſit circulus e b. & latus trianguli æquilateri quod opponitur puncto dato, ſcilicet latus d c protraham per centrum circuli deſcripti uſque ad eius circunferentiam: & ſit tota linea ſic protracta d c e. ſecundum cuius quantitatē, lineabo circulum, poſito centro in d: qui ſit circulus e f. Poſtea protraham latus d a uſque ad circunferentiam huius ultimi circuli: & occurrat circunferentiæ ipſius in puncto f. Dico igitur quòd a f, eſt æqualis b c. nam b c, & c e ſunt æquales: quia exeunt à centro circuli e b, ad eius circunferentiam. Similiter quoque d f & d e ſunt æquales: quia exeunt à centro circuli e f, ad circunferentiam. ſed d a & d c ſunt æquales: quia ſunt latera trianguli æquilateri. ergo ſi d a & d c demātur de d e & d f quæ ſunt æquales: erūt reſidua, quæ ſunt a f & c e, æqualia. Quia ergo utraque duarum linearum a f & c b eſt æqualis c e: ipſæ per 1 communem animi conceptionem, ad inuicem ſunt æquales. Quare à puncto a, protraximus lineam a f æqualem b c: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 2.

Ad datū ſignum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere.

THEON *ex Zamb. Sit datum ſignū α: data autē recta linea, β γ oportet ad ipſum α: ipſi β γ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere. Ducatur enim ab α ſigno, in β ſignum, recta linea α β (per 1 poſtulatum) & conſtituatur ſuper ea (per 1 propoſitionē) triangulum æquilaterum: ſitq́; illud δ α β, & producātur (per 2 poſtulatum) in rectum ipſis δ α, δ β lineæ α ε, β ζ & (per 3 poſtulatum) centro β, ſpatio uerò β γ, circulus deſcribatur γ η θ. & rurſus (per idē) centro δ, ſpatio uerò δ η, circulus deſcribatur η κ λ. Quoniā igitur β ſignum, centrū eſt circuli γ η θ, æqualis eſt (per 15 diffinitionem) β γ ipſi β η: & quoniā δ ſignum, centrum eſt circuli η κ λ: æqualis eſt (per eandem) δ λ ipſi δ η, quarum δ α, ipſi δ β eſt æqualis (per præcedentem:) reliqua igitur α λ, reliquæ β η (per 3 communem ſententiam) eſt æqualis. Oſten-*

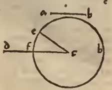


Oſtenſum eſt autem, quòd β γ ipſi β η eſt æqualis, utraq; igitur & α λ & β γ, ipſi β η eſt æqualis. Quæ autē eidem æqualia, (per primam communem ſententiam) & ad inuicem ſunt æqualia, & linea α λ igitur, ipſi β γ eſt æqualis. Ad datum igitur ſignum α, datæ rectæ lineæ β γ, æqua recta linea collocata eſt α λ, quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

3 PRopoſitis duabus lineis inæqualibus, de longiori earum, breuiori æqualem abſcindere.

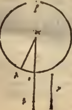
Campanvs. Sint duæ lineæ a b & c d, & ſit a b minor: uolo ex c d abſcindere unam, quæ ſit æqualis a b. Duco primò à pūcto c, unam lineam æqualem a b, ſecundū quod docuit præcedens, quæ ſit c e: poſito ergo centro in puncto c, deſcribam circulum ſecundum quantitatem c, qui ſecabit lineam c d: ſit ergo ut ſecet eam in puncto f, eritq́ linea c f, æqualis lineæ c e, quia ambæ exeunt à centro eiuſdem circuli ad circunferentiā, & quia utraque duarum linearum a b & c f eſt æqualis c e, ipſæ per 1 cōmunem animi conceptionem ſunt inter ſe æquales, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 3.

3 Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori, minori æqualem rectam lineam abſcindere.

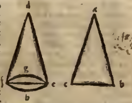
Theon ex Zamberto. *Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales α β, γ, quarum maior ſit α β: oportet ab ipſa α β maiore, ipſi γ minori æqualē rectam lineam abſcindere. Ponatur (per ſecundam propoſitionem) ad ſignum α, lineæ uerò rectæ γ, æqualis α δ, & centro quidem α, interuallo uerò α δ, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur δ ε ζ. Et quoniā α ſignum, centrum eſt circuli δ ε ζ, æqualis eſt α ε ipſi α δ. At linea γ, ipſi α δ eſt æqualis: utraq; igitur et α ε & γ, ipſi α δ eſt æqualis: quare & linea α ε, ipſi γ eſt æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus α β γ, ab ipſa α β maiore, ipſi γ minori æqualis abſciſſa eſt α ε, quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

4 OMnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius æqualia fuerint, duoq́ anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri, latera quoq́ illorum reliqua ſeſe reſpicientia æqualia, reliqui uerò anguli unius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

Campanvs. Sint duo trianguli a b c, d e f, ſitq́ latus a b, æquale lateri d e, & latus a c, æquale lateri d f, & angulus a, æqualis angulo d. Tunc dico, quòd baſis b c, eſt æqualis baſi e f, & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c, æqualis angulo f, & totus triangulus a b c, toti triangulo d e f, quod probatur. Superponā triangulū a b c, triangulo d e f, ita quòd angulus a, cadat ſuper angulū d, et latus a b ſuper latus d e, & latus a c ſuper latus d f. Patet autē per penultimā conceptionē, quòd nec anguli nec latera ſeſe excedent, eò quòd angulus a, eſt æqualis angulo d, & latera ſuperpoſita iis, quibus ſuperponuntur, per hypotheſin: puncta ergo b c, cadēt ſuper pūcta e f. Si ergo linea b c cadit ſuper lineam e f, patet propoſitum, quia cum linea b c ſuperpoſita lineæ e f, non excedat eā, nec excedatur ab ea, eſt ei æqualis per conuerſionem penultimæ conceptionis. Eadem ratione erit angulus b, æqualis angulo e, & angulus c æqualis angulo f. Si autē linea b c non cadit ſuper lineam e f, ſed cadit intra triangulum ſicut linea e g f, aut extrà, ſicut linea e h f, tunc duæ lineæ rectè concludunt ſuperficiem, quod eſt contra ultimam petitionem.

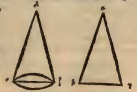


Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema primum. Propoſitio 4.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æqualē ſub æqualibus rectis lineis contentum, & baſin baſi æqualē habebūt, & triangulum triangulo æquū erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. 4

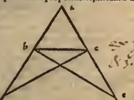
THEON *ex Zamb. Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera, uidelicet α β, α γ, duobus lateribus, hoc eſt, δ ε, δ ζ, æqualia habentia, alterum alteri, ſcilicet α β, ipſi δ ε: & α γ, ipſi δ ζ, & angulum β α γ, angulo ε δ ζ æqualem. Dico quòd & baſis β γ, baſi ε ζ, eſt æqualis: & triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ, æquum erit: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur, hoc eſt, α β γ, ipſi δ ε ζ: & α γ β, ipſi δ ζ ε. Congruente nanque triangulo α β γ ipſi δ ε ζ triangulo, ac poſito ſigno α ſuper δ, & α β, recta linea ſuper δ ε, congruit & ſignum β ſigno ε, ex eo quia linea α β, ipſi δ ε eſt æqualis (per hypotheſin). Et congruēte linea α β ipſi lineæ δ ε, cōgruit & linea recta α γ, ipſi lineæ δ ζ: quoniam angulus β α γ, angulo δ ε ζ eſt æqualis (per hypotheſin). At quoniam linea recta α γ, ipſi δ ζ eſt æqualis (per hypotheſin): ſignum igitur γ, ipſi ſigno ζ congruit. Rurſus quoniam γ ſignum ipſi ζ ſigno congruit, at β ſignū ipſi ε ſigno congruit: baſis igitur β γ, baſi ε ζ congruit. Si enim congruente β ipſi ε, & γ ipſi ζ, baſis β γ, baſi ε ζ non congruit: duæ rectæ lineæ ſuperficiem cōcludunt, quod (per 10 cōmunem ſententiam) eſt impoßibile. Congruit ergo baſis β γ, baſi ε ζ, & ei eſt æqualis. Quare totum triangulum α β γ, toti triangulo δ ε ζ, congruit (per 8 communem ſententiam), & ei eſt æquale. Et reliqui anguli (per eandem) reliquis angulis congruent, & eis erunt æquales, hoc eſt angulus α β γ, angulo δ ε ζ, & angulus α γ β, angulo δ ζ ε. Cū igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æquū ſub æqualibus rectis lineis contentum: baſin quoque baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

OMnis trianguli duum æqualiū laterum angulos, qui ſuper baſin ſunt, æquales eſſe neceſſe eſt. Quòd ſi eius duo latera directè protrahantur, fient quoq; ſub baſi duo anguli inuicem æquales. 5

CAMPANVS. Sit triāgulus a b c, cuius latus a b ſit æquali lateri a c. Dico quòd angulus a b c, eſt æqualis angulo a c b. Quòd ſi protrahantur a b & a c, uſq; ad d & e, fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. quod ſic probatur: Protractis a b & a c, ponam per tertiam propoſitionē, lineam a d æqualem lineæ a e, & protraham lineas e b, & d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d, quos probabo eſſe æquales, & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d, & angulus a, communis utriq; ergo per præmiſſam, baſis b e, eſt æqualis baſi d c, & angulus e, æqualis angulo d: & angulus a b e, æqualis angulo a c d. Item intelligo duos triangulos d b c & e c b, quos ſimiliter probabo eſſe æquilateros & æquiangulos. Nam duo latera b d & d c trianguli b d c, ſunt æqualia duobus lateribus e c & e b trianguli c e b, & angulus d, angulo e: ergo per præmiſſam baſis baſi, & reliqui anguli reliquis angulis: ergo angulus d b c eſt æqualis angulo e c b (Et eſt ſecundū propoſitū, ſcilicet, quòd anguli ſub baſi ſunt æquales) & angulus d c b, eſt æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a b e, eſt æqualis toti a c d, ut probatū fuit ſuprà: ergo angulus a b c reſiduus eſt (per 3 cōmunem animi conceptionē) æqualis angulo a c b reſiduo, quorum uterque eſt ſupra baſin. Et hoc eſt primū propoſitum.

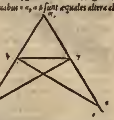


Euclid.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 5.*

Iſoſceliũ triangulorũ qui ad baſin ſunt anguli, adinuicẽ ſunt ęquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui ſub baſi ſunt anguli, adinuicẽ æquales erunt.

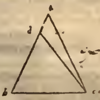
THEON *ex Zamb. Sit triangulum iſoſceles αβγ, æquum habens latus αβ, lateri αγ, & producantur (per 2 postulatũ) in rectũ ipſis αβ, αγ, rectæ lineæ βδ, γε. Dico quòd angulus αβγ, angulo αγβ eſt æqualis: & angulus γβδ, angulo βγε. Capiatur in linea βδ, contingens ſignum, ſitq; illud ζ, & auferatur (per 3 propoſitionem) à linea αε maiore, ipſi αζ minori æqualis, ſitq; illa αη, & connectantur ζγ & ηβ. Quoniam αζ, ipſi αη: & αβ, ipſi αγ, ſunt æquales: duæ igitur ζα, αγ, duabus ηα, αβ ſunt æquales altera alteri, & communem angulũ concludũt, qui ſub ζαη continetur. Baſis igitur ζγ, baſi ηβ (per 4 propoſitionem) eſt æqualis: & triangulum αζγ, triangulo αηβ erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus latera æqualia explicantur: hoc eſt, angulus αγζ, angulo αβη, & angulus αζγ, angulo αηβ. Et quoniã tota αζ, toti αη eſt æqualis, quarum linea αβ, lineæ αγ eſt æqualis: reliqua igitur βζ reliquæ γη (per 3 communẽ ſententiam) eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem, quòd ζγ ipſi βη eſt æqualis. Duæ autẽ βζ, ζγ, duabus γη, ηβ æquales ſunt altera alteri: & angulus βζγ, angulo γηβ (per 4 propoſitionem) eſt æqualis: & βγ baſis eorum communis eſt. Triangulum igitur βζγ, triangulo γηβ erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur (per eandem). Angulus igitur ζβγ, angulo ηγβ, & angulus βγζ angulo γβη ſunt æquales. Quoniã igitur totus angulus αβη, toti angulo αγζ (ut oſtẽſum eſt) æqualis eſt, quorũ γβη, angulo βγζ eſt æqualis: reliquus igitur angulus αβγ, reliquo angulo αγβ (per 3 communẽ ſententiam) eſt æqualis, & ad baſin ſunt trianguli αβγ. Oſtenſum eſt autem, quòd angulus ζβγ, angulo ηγβ, eſt æqualis, & ſub baſi exiſtunt. Iſoſcelium igitur triangulorum, qui ad baſin anguli ſunt, æquales ſunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui ſub baſi exiſtunt, æquales erunt adinuicem, quod demonſtrandum fuerat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

6 Si duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint, duo quoq; latera eius illos angulos reſpicientia, æqualia erunt.

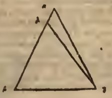
CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ, quantũ ad primam partẽ ipſius. Sit enim triãgulus a b c, cuius duo anguli b & c ſunt æquales. Dico quòd latus a b, eſt æquale lateri a c. Si enim non ſunt æqualia, erit alterũ maius: ſitq; a b maius, quod reſecetur ad æqualitatẽ a c per 3 propoſitionẽ, ut ſuperfluũ ſit a d, ad partem a, & reſecetur in puncto d, ſitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & d b c, quos probabo eſſe æquilateros & æquiãgulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b, & angulus b ęqualis angulo c totali per hypotheſin: ergo baſis d c eſt æqualis baſi a b, per 4 propoſitionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b, eſt æqualis angulo a b c, per hypotheſin: ergo angulus d c b, eſt æqualis angulo a c b, pars uidelicet toti, quod eſt impoſſibile.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 6.*

6 Si triãguli duo anguli æquales adinuicẽ fuerint, ęquales quoq; angulos ſubtendẽtia latera æqualia adinuicẽ erũt.

THEON *ex Zamb. Sit triangulũ αβγ, æquũ habens angulum αβγ, angulo αγβ. Dico quòd & latus αβ, æquũ eſt lateri αγ. Si enim æquale nõ eſt latus αβ ipſi lateri αγ, alterũ eorũ erit maius. Sit maius αβ, et auferatur (per 3 propoſitionẽ) ab ipſo αβ, maiore, ipſi αγ minori linea æqualis: ſitq; illa δβ, protrahatur linea δγ, (per 1 poſtulatum). Igitur quoniam latus δβ eſt æquale lateri αγ, communis uerò linea βγ: duo igitur δβ, βγ, latera duobus lateribus αγ & γβ ſunt æqualia alterum alteri, & angulus δβγ, angulo αγβ (per hypotheſin). Baſis igitur δγ (per 4 propo-*

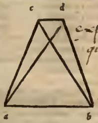


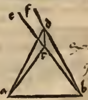
ſitionem) baſis α β, eſt æqualis: & triangulum δ β γ, (per eandem) triangulo α γ β æquum erit, minus ſcilicet maiori, quod eſt impoßibile. Latus igitur α β, lateri α γ non eſt inæquale: æquale igitur. Si trianguli ergo duo anguli æquales adinuicem fuerint, æquales quoque angulos ſubtendentia latera æqualia ad inuicem erunt: quod fuerat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

SI à duobus punctis aliquam lineam terminantibus, duæ lineæ ad punctum unum concurrentes exierint, ab eiſdē punctis alias duas lineas ſingulas ſuis cōterminalibus æquales, quæ ad alium punctum concurrant, in eandem partem adduci eſt impoſſibile. 7

CAMPANVS. Sit linea a b, à cuius extremitatibus a & b protrahātur duæ lineæ in partem unam, quæ concurrant in eodem puncto, ut ſint lineæ a c & b c, quæ concurrant in puncto c. Dico quòd in eandem partem non protrahentur aliæ duæ ab extremitatibus lineæ a b, quæ concurrant ad alium punctū, ita quòd illa quæ egredietur à puncto a, ſit æqualis a c, & quæ egredietur à puncto b ſit ſimul æqualis lineæ b c: quod ſi fuerit poſſibile, protrahantur aliæ duæ lineæ in eandem partem, quæ concurrāt in puncto d, & ſit a d æqualis lineæ a c, & ſimul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo punctus d cadet intra triangulū a b c, aut extrà: nam in alterum laterum nō cadet, quia tunc pars eſſet ęqualis ſuo toti. Si ergo cadat extrà, aut altera linearum a d, & b d ſecabit alterā linearum a c & b c, aut neutra neutram. Et ſecet primò altera alteram, & protrahatur linea c d. Quia ergo trianguli a c d duo latera a c & a d ſunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a d c (per 5 propoſitionem.) Similiter quia in triangulo b c d duo latera b c & b d ſunt æqualia, erunt anguli b c d & b d c per eandē æquales. Et quia angulus b d c eſt maior angulo a d c, ſequitur angulum b c d eſſe maiorem angulo a c d, partem ſcilicet toto, quod eſt impoſſibile. Si autem d cadat extra triangulum a b c, ita quòd lineæ ſe non ſecent, protraham lineam d c, & producam b d & b c ſub baſi uſque ad e & f. Et quia lineæ a c & a d ſunt æquales, erunt anguli a c d & a d c æquales per 5. ſimiliter quia b c & b d ſunt æquales, erunt anguli ſub baſi, qui ſunt e d f & e c d, æquales per 2 partem eiuſdem. Quia ergo angulus e c d minor eſt angulo a c d, ſequitur angulum f d c eſſe minorem angulo a d c, quod eſt impoſſibile. Eodem modo ducetur aduerſarius ad inconueniens, ſi d punctus cadat intra triangulum a b c.

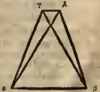




Euclides ex Zamberto. *Theorema 4.* *Propoſitio 7.*

Super eadem recta linea duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non conſtituētur, ad aliud atq; aliud ſignum ad eaſdem partes, eoſdem fines primis rectis lineis poſſidentes. 7

THEON ex Zamb. *Si enim eſt poßibile, ſuper eadem recta linea α β, duabus rectis lineis α γ, γ β, aliæ duæ rectæ lineæ α δ, δ β, æquales altera alteri conſtituantur ad aliud atque aliud ſignum, hoc eſt γ & δ, ad eaſdem partes ſcilicet γ δ eoſdem fines, hoc eſt α β, poßidentes: ut æqualis ſit γ α, ipſi δ α, eundem finem habens, hoc eſt α & γ β, ipſi δ β, eundem finem habens, hoc eſt β, connectatur γ δ (per 1 poſtulatum). Quoniam igitur α γ æqualis eſt ipſi α δ, æqualis erit quoq; angulus α γ δ, angulo α δ γ. Minor igitur eſt angulus α γ δ, angulo β δ γ: multo minor igitur eſt angulus β γ δ angulo β δ γ. Rurſus quoniā β γ, ipſi δ β eſt æqualis, æquus eſt igitur & angulus β γ δ, angulo γ δ β. Oſtenſum eſt autē quòd admodum minor, quod impoßibile. Super igitur eadē recta linea, duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, non conſtituentur ad aliud atque aliud ſignum, ad eaſdem partes, eoſdem fines rectis primis lineis poßidentes, quod demonſtraſſe oportuit.*

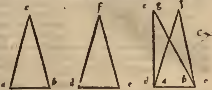


Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

OMnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, baſisq́ unius baſi alterius æqualis, duos angulos æquis lateribus contentos, æquales eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f: ſitq́ a c æqualis d f, & b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo quòd angulus c eſt æqualis angulo f, & angulus a, angulo d, & angulus b, angulo e. Superponã baſin a b, baſi d e, quæ cùm ſint æquales, neutra excedit alteram per conuerſionem penultimæ conceptionis. Aut ergo punctus c cadet ſuper punctũ f: aut non. Si ſic, tunc quia angulus c ſuperpoſitus eſt angulo f, & neuter excedit alterum, eo

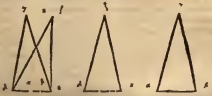


quòd a c ſuper d f & b c ſuper e f cadũt, ipſi ſunt æquales per eandem conceptionem. Similiter argue reliquos angulos eſſe æquales. Si autem punctus c non cadat ſuper f: cadat ſuper quemlibet alium qui ſit punctus g, quia e g eſt æqualis b c, imò eadem: itemq́ quia d g eſt æqualis a c: erit d g æqualis d f, & e g æqualis e f, quod eſt impoſſibile per præcedentem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 8.*

Si bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & baſin quoq́ baſi æqualem: angulum quoque angulo ſub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina triãgula αβγ, δεζ, duo latera αβ, αγ duobus lateribus δε, δζ, æqualia habentia alterum alteri, hoc eſt αβ ipſi δε & αγ ipſi δζ: habeantq́; baſin βγ baſi εζ æqualẽ. Dico quòd angulus βαγ: angulo εδζ eſt æqualis. Congruẽte enim triangulo αβγ ipſi triãgulo δεζ. & poſito quidem β ſigno, ſuper ε ſignum, et recta linea βγ ſuper εζ: congruit quoque ſignũ γ ipſi ζ ſigno, quoniam βγ æqualis eſt ipſi εζ: Congruẽte uerò b c ipſi εζ: congruunt quoque & βα, αγ ipſis εδ, δζ. Si enim baſis βγ baſi εζ congruit, at βα, αγ latera,*

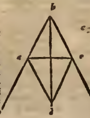


lateribus εδ, δζ, non congruent, ſed differunt, ſicut εη, ηζ: conſtituentur ſuper eadem recta linea duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, ad aliud & aliud ſignum, ad eaſdem partes eoſdemq́; fines poßidentes. Non conſtituuntur autem (per 7 propoſitionem.) Non igitur congruẽte baſi βγ baſi εζ, non congruunt quoque & βα, αγ, latera ipſis εδ, δζ lateribus, congruunt igitur. Quare & angulus βαγ, angulo εδζ congruet: & eidem æqualis erit. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, baſinq́; baſi æqualem: angulum quoque angulo ſub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt, quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

DAtum angulum, per æqualia ſecare.

CAMPANVS. Sit datus angulus, quem oportet diuidere: angulus a b c. Lineas ipſum continentes, quæ ſunt a b & b c, ponam æquales, per 3 propoſitionem, & producam lineã a c: ſuper quam conſtituam triangulum æquilaterum a d c per 1 propoſitionem, & protraham lineam b d. Dico quòd ipſa diuidit datum angulum per æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d, duo latera a b & b d trianguli a b d ſunt æqualia duobus lateribus c b & b d trianguli c b d: & baſis a d baſi c d. ergo per præcedentem angulus a b d eſt æqualis angulo

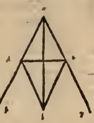


b

b c d, quod oportebat efficere.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propoſitio 9.*

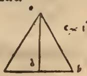
Datum angulum rectilineum, biſariam ſecare. 9



THEON *ex Zamberto. Sit datus rectilineus angulus βαγ. Oportet ipſum biſariàm ſecare. Suſcipiatur ſuper linea αβ contingens ſignum, ſitq́; illud δ. & à linea αγ (per 3 propoſitionem) auferatur αε ipſi αδ æqualis. & per 1 poſtulatum connectatur linea δε: conſtituaturq́; (per 1 propoſitionē) ſuper δε, triangulum æquilaterū, ſitq́; illud δζε, & connectatur (per primum poſtulatum) linea αζ. Dico quòd angulus βαγ: à linea αζ biſariā ſecatur. Quoniā αδ eſt æqualis ipſi αε, cōmunis uerò αζ: binæ igitur δα, αζ duabus εα, αζ, ſunt altera alteri æquales. At baſis δζ, baſi εζ (p 1 propoſitionē) eſt æqualis: angulus igitur δαζ, angulo ζαε (per 8 propoſitionē) eſt æqualis. Datus igitur angulus rectilineus qui ſub βαγ, biſariam ſectus eſt à recta linea αζ, quod feciſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

PRopoſita recta linea, eam per æqualia diuidere. 10



CAMPANVS. Sit propoſita linea quam oportet diuidere per æqualia: linea a b, ſuper ipſam conſtituam triangulum æquilaterū a b c. & angulum c diuido per æqualia ſecundum doctrinam præcedentis, per lineam c d. Dico quòd linea c d, diuidit datam lineam a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos, a c d & b c d, & argumentor ſic: duo latera a c & c d trianguli a c d, ſunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c unius angulo c alterius: ergo (per 4) baſis a d, baſi b d: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 10.*

Datam rectam lineam terminatam, biſariàm ſecare. 10

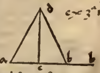


THEON *ex Zamb. Sit data recta linea terminata αβ, oportet lineā αβ biſariàm ſecare. Cōſtituitur (per 1 propoſitionē) ſuper ea, triangulū æquilaterū αβγ. Et (per 9 propoſitionem) ſecetur angulus αγβ biſariā: à recta linea γδ. Dico quòd linea recta αβ, biſariàm ſecatur in ſigno δ. Quoniā enim (per 1 propoſitionē) αγ ipſi γβ eſt æqualis, communis uerò γδ: duæ igitur αγ, γδ duabus βγ, γδ ſunt æquales altera alteri. & angulus αγδ angulo βγδ æquus eſt. baſis igitur αδ, (per 4 propoſitionē) δβ eſt æqualis. Data igitur recta linea terminata αβ, biſariàm ſecta eſt in ſigno δ. quod faciendū fuerat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

DAta linea recta, à puncto in ea ſignato perpendicularem extrahere, duobus quidem angulis æqualibus ac rectis utrinque ſubnixam. 11

CAMPANVS. Sit data linea a b, in qua ſit datus punctus c, à quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propoſitionem, lineam b c æqualem lineę a c. & ſuper totam a b conſtituo triangulum æquilaterū a b d. & protraho lineam c d. de qua dico quòd ipſa eſt perpendicularis ſuper lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. & quia duo latera a c & c d, trianguli a c d ſunt æqualia duobus lateribus c b & c d, trianguli c b d, & baſis a d baſi b d: erit per 8 propoſitionem angulus a c d æqualis angulo b c d. quare uterque eorum erit rectus, per diffinitionem anguli recti: & linea c b perpendicularis ſuper lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 6.* *Propoſitio 11.*

Data recta linea, à ſigno in ea dato rectā lineā ad āgulos rectos excitare. 11

THEON *ex Zamb. Sit data recta linea αβ: datum uerò in ea ſignum ſit γ. Oportet ab ipſo ſigno γ, ipſius rectæ lineæ αβ: ad angulos rectos rectam lineā excitare. Suſcipiatur in ipſa αγ contingens ſignum, ſitq́; illud δ: & ponatur ipſi δγ (per 3 propoſitionē) æqualis linea γε, & ſuper δε, (per 1 propoſitionē) conſtru-*

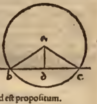
cōſtruatur triangulū æquilaterū ζ δ ε, & connectatur linea ζ γ. Dico ꝙ datæ rectæ lineæ α β, à dato in ipſa ſigno quod eſt γ, ad rectos angulos, ζ γ recta linea excitatur. Quoniã enim δ γ æqualis eſt ipſi γ ε, cōmunis uerò linea γ ζ: duæ igitur δ γ, γ ζ, duabus ε γ & γ ζ altera alteri ſunt æquales: et baſis δ ζ (p 1 propoſitionē) baſi ε ζ eſt æqualis. Angulus igitur δ γ ζ, angulo ε γ ζ (p 8 propoſitionē) eſt æqualis, & ſunt ✱ utrobiq;. Cùm autē recta linea ſuper recta linea conſiſtens, ✱ utrobiq; angulos ad inuicem æquales fecerit, uterq; æqualiũ angulorum rectus eſt (per 10 diffinitionē.) Igitur angulus δ γ ζ, & angulus ζ γ ε ſunt recti. Datæ igitur rectæ lineæ α β, à dato in ea ſigno γ, ad rectos angulos recta linea γ ζ excitata eſt, quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

12 Puncto extra ſignato, ad dátam lineam indefinitæ quantitatis, perpendicularem deducere.

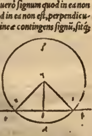
CAMPANVS. Sit a, punctus ſignatus extra lineam b c, à quo ad ipſam oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b c in utranq; partem, quantum libuerit: & ſuper pũctum a, deſcribam circulum b c, ſic ut ſecet lineam datam in punctis b c, & protraham lineas a b & a c, & diuidam angulum b a c per æqualia, per lineam a d (per 9 propoſitionem) Dico quòd a d eſt perpendicularis ſuper lineam b c. Intelligo duos triangulos, a b d & a c d, & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, ſunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d, erit per 4 propoſitionem baſis b d æqualis baſi d c, & angulus a d b æqualis angulo a d c: quare uterq; eorum rectus, & linea a d perpendicularis ſuper lineam b c, per diffinitionem anguli recti & lineæ perpendicularis, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 7.* *Propoſitio 12.*

12 Super datam rectam lineam infinitã, à dato ſigno quod in ea non eſt, perpendicularem rectam lineam deducere.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea infinita, ſitq; illa α β, datum uerò ſignum quod in ea non eſt, ſit γ. Oportet ſuper datam rectam lineam infinitam α β, à dato ſigno γ quod in ea non eſt, perpendicularem rectam lineam ducere. Suſcipiatur enim in altera parte ipſius α β rectæ lineæ contingens ſignũ, ſitq; illud δ, centro quidem γ, interuallo uerò γ δ, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur ε ζ η. Seceturq; (per 10 propoſitionem) ε η biſariàm, in ſigno θ, & connectatur (per 1 poſtulatum) rectæ lineæ γ η, γ θ, γ ε. Dico quòd ſuper datam rectam lineam infinitam α β, à dato ſigno quod in ea non eſt, uidelicet γ, perpendicularis, ducta eſt recta linea γ θ. Quoniã η θ ipſi θ ε eſt æqualis, communis uerò θ γ: duæ igitur η θ, θ γ, duabus ε θ, θ γ ſunt altera alteri æquales, & baſis γ η, baſi γ ε (per 10 diffinitionem) eſt æqualis. Angulus igitur γ θ η, angulo ε θ γ (per 8 propoſitionem) eſt æqualis, ſuntq; ✱ utrobiq;. Cùm recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, angulos ✱ utrobiq; adinuicem æquales fecerit, uterq; æqualium angulorum rectus erit (per 10 diffinitionem) & ſuperſtans recta linea perpendicularis uocitatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam α β, à dato ſigno γ quod in ea non eſt, perpendicularis ducta eſt γ θ, quod feciſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

13 Omnis rectæ lineę ſuper rectam lineam ſtantis, duo utrobiq; anguli, aut ſunt recti, aut duobus rectis æquales.

CAMPANVS. Sit ut linea a b, ſuperſtet lineæ c d, quæ ſi fuerit ſuper eam perpendicularis, faciet duos angulos rectos per cōuerſionē diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem non fuerit ſuper eam perpendicularis, à puncto b ducatur b e perpendicularis ſuper c d per 11, eruntq; duo anguli e b c & e b d recti per conuerſionem dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e ad æquãtur angulo d b e, ipſi cum angulo c b e, erũt æquales duobus rectis: quare tres anguli, qui ſunt d b a, a b e, & c b e, ſunt æquales duobus rectis, ſed angulus c b a, eſt æqualis duobus angulis c b e & e b a, ergo duo an-



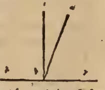
b a

guli c b a & a b d ſunt æquales duobus rectis, quod eſt propoſitũ. Ex quo patet totũ ſpatiũ quod in qualibet ſuperficie plana punctum quodlibet circunſtat, quatuor rectis angulis eſſe æquale.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 13.*

Cùm recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. 13

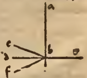
THEON *ex Zamb. Recta enim linea quædam* αβ, *ſuper rectam lineam* γδ *conſiſtens, angulos efficiat* γβα & αβδ. *Dico quòd* γβα & αβδ *anguli, aut duo recti ſunt, aut duobus rectis æquales. Quòd ſi angulus* γβα, *eſt æqualis angulo* αβδ, *iam duo recti ſunt. At ſi non excitetur (per 11 propoſitionem) à dato ſigno* β *lineæ* γδ, *ad angulos rectos linea* βε, *anguli igitur* γβε, εβδ, *(per 10 diffinitionem) ſunt recti. At quoniã angulus* γβε, *duobus* γβα, αβε, *angulis eſt æqualis, communis ponatur angulus* εβδ: *igitur anguli* γβε, εβδ, *tribus angulis, hoc eſt* γβα, αβε, εβδ, *ſunt æquales. Rurſus quoniam angulus* δβα *duobus angulis* δβε, εβα *eſt æqualis, communis ponatur angulus* αβγ. *Igitur anguli* δβα, αβγ, *tribus angulis* δβε, εβα, αβγ *ſunt æquales. Oſtenſum eſt autem quòd anguli* γβε, εβδ, *eiſdem tribus ſunt æquales: quæ autem eidem ſunt æqualia, (per 1 communem ſententiam) & ſibi inuicē ſunt æqualia: anguli igitur* γβε, εβδ, *angulis* δβα, αβγ *ſunt æquales. At anguli* γβε, εβδ *ſunt duo recti, & anguli igitur* δβα, αβγ, *duobus rectis ſunt æquales. Cùm igitur recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

Si duæ lineæ à puncto unius lineæ in diuerſas partes exierint, duosq́ circa ſe angulos rectos, aut duobus rectis æquales fecerint, illæ duę lineæ ſibi directè coniũctæ ſunt, & linea una. 14

CAMPANVS. Sit ut à puncto b lineæ a b, exeant duæ lineæ in oppoſitas partes, quæ ſint b c & b d, & faciant duos angulos qui ſint c b a & d b a, æquales duobus rectis: tunc dico quòd duæ lineæ c b & d b ſunt ſibi inuicem directè coniunctæ & linea una. Hæc eſt quaſi conuerſa prioris. Quòd ſi non fuerint linea una, tunc protrahatur c b in continuũ & directum, quæ quia non eſt linea una cum d b, tranſibit ſuper eam ut b e, aut ſub ea ut b f. Quia ergo ſuper lineam rectam quæ eſt c b e, cadit linea a b, erunt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per præcedentē: & quia omnes recti ſunt adinuicem æquales per 3 petitionē, anguli quoq́ c b a & d b a ſunt æquales duobus angulis rectis per hypotheſin, erunt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a: ergo dempto communi angulo c b a, erit angulus e b a æqualis angulo d b a, pars toti, quod eſt impoſsibile. Similiter linea c b protracta, probabis angulũ d b a eſſe æqualem angulo f b a, ſi fortè diceret aduerſarius lineam c b protractam cadere infra b d.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 14.*

Si ad aliquã rectam lineam atq; ad eius ſignum duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ, *utrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint, ipſæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt. 14

* ἐφεξῆς

THEON *ex Zamb. Ad aliquam enim rectam lineã* αβ, *ſignumq́; in ea* β, *duæ rectæ lineæ* βγ, βδ *non ad eaſdem partes ductæ, * utrobiq; angulos* αβγ, αβδ *duobus rectis æquos efficiant. Dico quòd ipſi* γβ, *recta linea* βδ *in directum eſt conſtituta. Si enim ipſi* γβ *recta linea* βδ *non eſt in directum, ſit ipſi* γβ *recta linea* βε *in directũ conſtituta. Quoniam igitur recta linea* αβ *ſuper rectam lineam* γβε *ſtetit, anguli igitur* αβγ, αβε *duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionē.) At anguli* αβγ *et* αβδ, *duobus rectis ſunt æquales: anguli ergo* γβα, αβε, *angulis* γβα, αβδ *ſunt æquales. Communis auferatur angulus* αβγ, *reliquus igitur angulus* αβε, *reliquo angulo* αβδ *eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoßibile. Linea igitur* βε *ipſi* βγ *in directum minimè eſt. Similiter quoq; oſtēdemus, quòd nec aliqua præter lineã* βδ. *In directum igitur eſt ipſi* γβ, *linea* βδ. *Si ad aliquam igitur rectam lineam, ad ſignumq́; eius duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ, utrobiq; angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum ipſæ rectæ lineæ ſubijnuicem erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*

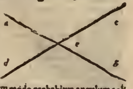
* ἐφεξῆς



Euclides

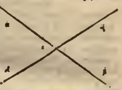
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 Omniū duarū linearū ſe inuicē ſecantiū, omnes anguli contra ſe poſiti ſunt æquales. Vnde manifeſtū eſt, cū duæ lineæ rectæ ſe inuicē ſecant, quatuor qui fiunt angulos, quatuor rectis eſſe æquales. CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, ſe inuicem ſecantes in puncto e. Dico quòd angulus d e b eſt æqualis angulo a e c, & angulus b e c eſt æqualis angulo a e d. Erunt enim (per 13) duo anguli a e c & c e b æquales duobus rectis itemq; duo anguli c e b & d e b æquales duobus rectis, per eandem, quare duo primi ſunt æquales duobus poſtremis, eo quòd omnes recti ſunt adinuicem æquales (per 4 petitionem) dempto ergo cōmuni angulo qui eſt c e b, erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodem modo probabitur, angulum c e b eſſe æqualem angulo a e d, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 15.*

15 Si duę rectę lineę ſe adinuicē ſecuerint, āgulos qui circa uerticē ſunt ęquos adinuicē efficiēt.

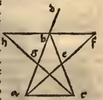


THEON ex Zamb. *Duæ rectæ lineæ α β & γ δ, ſe adinuicē ſecent in ſigno ε. Dico quòd angulus α ε γ, æqualis eſt angulo δ ε β. Quoniam enim recta linea α ε ſuper rectam lineam γ δ ſtetit, angulos efficiens γ ε α & α ε δ, igitur anguli γ α ε, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionē.) Rurſus quoniam recta linea δ ε ſuper rectam lineā α β ſtetit, angulos efficiens α ε δ, δ ε β. igitur anguli α ε δ, δ ε β, duobus rectis ſunt æquales (per eandem 13 propoſitionē.) Oſtenſum autem eſt, quòd anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur γ ε α, α ε δ, angulis α ε δ, δ ε β, ſunt æquales. Cōmunis auferatur α ε δ, reliquus igitur angulus γ ε α, reliquo angulo δ ε β, eſt æqualis. Similiterq; oſtendetur quòd & anguli γ ε β, δ ε α, ſunt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint, angulos qui circa uerticē ſunt, adinuicē æquales efficient, quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

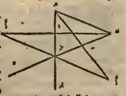
16 Si quodlibet laterū triāguli directè protrahaē, faciet angulū extrinſecū utroq; āgulo triāguli ſibi intrīſecus oppoſito maiorē.

CAMPANVS. Sit ut trianguli a b c, latus a b protrahatur uſq; ad d, dico quòd angulus d b c, maior eſt utroq; duorum angulorū intrinſecorū ſibi oppoſitorum, qui ſunt b a c & b c a. Diuidam enim (per 10 propoſitionē) lineā c b per æqualia in puncto e, & protrahā a e uſq; ad f, ita ut e f fiat æqualis a e, & protrahā lineam f b. Intelligo duos triangulos, c e a & b e f, & quia duo latera a e & e c triāguli a e c ſunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e unius eſt æqualis angulo e alterius per præmiſſam, quia ſunt anguli contra ſe poſiti, erit (per 4 propoſitionē) angulus e c a, æqualis angulo e b f, et ideo angulus e b d, maior erit angulo b c a. Similiter quoq; probabitur quòd eſt maior angulo c a b. Nam diuidā a b per æqualia in puncto g, (per 10 propoſitionē) & protrahā lineam g h, æqualē lineæ c g (per 3 propoſitionē) poſtea protrahā h b K, eritq; duorū triangulorū qui ſunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h ſecundi, & angulus g unius, angulo g alterius (per 15) ergo (per 4) angulus g c a, eſt æqualis angulo g b h, quare (per 15) & angulo K b d. Et quia angulus c b d eſt maior angulo K b d, erit etiā maior angulo b a c quod eſt propoſitū.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 16.*

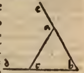
16 Omnis triāguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore et ex oppoſito maior eſt.



THEON ex Zamb. *Sit triangulū α β γ, & producatur ipſius latus unum (ſitq; illud β γ) uſque in δ. Dico quòd exterior angulus α γ δ, maior eſt utroq; interiore & ex oppoſito conſtituto, hoc eſt angulo γ β α & β α γ. Secetur linea α γ bifariā (p 10 propoſitionē) in ſigno ε, & protracta linea β ε (p 2 poſtulatū) extēdatur in ſignū ζ: colloceturq; ipſi β ε (p 2 propoſitionē) æqualis linea ε ζ, & cōnectatur (p 1 poſtulatū) ζ γ, & extendatur (per 2 poſtulatū) linea α γ uſq; in η. Quoniā igitur α ε æqualis eſt ipſi ε γ, & β ε ipſi ε ζ, duæ igitur α ε & ε β, duabus γ ε & ε ζ ſunt æquales altera alteri, & angulus α ε β (per 15 propoſitionē) angulo ζ ε γ eſt æqua*

lis, circa uerticē enim. Baſis igitur α β, baſi ζ γ (p 4 propoſitionē) eſt æqualis, & triangulū α β ι, triangulo ζ ι γ eſt æquale, et reliqui anguli reliquis angulis alter alteri ſunt æquales, ſub quibus æqualia latera ſubtendūtur. Angulus igitur β α ι angulo ι γ ζ eſt æqualis. At angulus ι γ δ, angulo ι γ ζ maior eſt: maior igitur eſt angulus α γ δ, angulo β α γ. Similiter quoq; ſi ſecetur bifariā linea β γ oſtēdetur et angulus β γ κ, hoc eſt α γ δ, maior angulo α β γ. Omnis igitur triāguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex oppoſito maior eſt: quod fuerat oſtendendum. Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

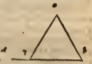
OMnis triāguli duo qlibet anguli, duobus rectis ſunt minores. CAMP. Sit triangulus a b c, dico quòd duo quilibet eius anguli, duobus rectis ſunt minores, protrahatur enim unū latus eius, ut b c, uſq; ad d, eritq; p præcedentē, angulus c extrinſecus, maior a & maior b, ſed c extrinſecus cū c intrinſeco, eſt æqualis duobus rectis p 13, ergo anguli b & c intrinſeci, ſiue anguli a & c intrinſeci, ſunt minores duobus rectis. Similiter ſi protrahatur latus b a, probabitur quòd duo anguli a & b ſunt minores duobus rectis, quod eſt propoſitum. 17



Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 17.*

Omnis triāguli duo āguli duob. rectis ſunt minores, omnifariā ſumpti. 17

THEON *ex Zāb. Sit triāgulū α β γ, dico q ipſius α β γ triāguli duo anguli, duob. rectis omnifariā ſumpti, ſunt minores. Producatur enim (p 2 poſtulatū) β γ, uſq; in δ. Et quoniā triāguli α β γ (p præcedentē) exterior angulus q eſt α γ δ, maior eſt angulo α β γ, interiore & ex aduerſo cōmunis admittatur angulus α γ β. Anguli igitur α γ δ, α γ β, angulis α β γ, β γ α ſunt maiores, ſed anguli α γ δ, α γ β (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur α β γ, β γ α, duobus rectis ſunt minores. Similiter quoq; oſtendemus quòd anguli β α γ, α γ β, duobus rectis ſunt minores, & etiam anguli α γ β, α β γ. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis ſunt minores, quomodocumq; aſſumpti: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid ex Camp. *Propoſitio 18.*

OMnis trianguli lōgius latus, maiori angulo oppoſitum eſt. 18

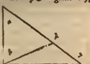
CAMPANVS. Sit ut in triāgulo a b c, angulus a ſit maior angulo c, dico quòd latus c b, maius erit latere a b. Si enim ſit æquale, erit (per 5) angulus a æqualis angulo c, quod eſt contra hypotheſin. Si autem a b ſit maius, reſecetur ad æqualitatem a b, (per 3) ſitq; d b æquale c b, erit ergo (per 5) angulus d c b, æqualis angulo b d c, ſed b d c eſt maior angulo b a c (per 16) ergo b c d, eſt maior b a c, quare multo fortius maior angulo a c b, pars toto, quod eſt impoſsibile.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 18.*

Omnis triāguli maius latus, maiori angulo ſubtēditur. 18

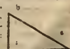
THEON *ex Zāb. Sit enim triangulū α β γ, habēs latus α γ, maius latere α β. Dico q & angulus α β γ, angulo β γ α maior eſt. Quoniā α γ maius eſt α β, ponatur ipſi α β (p 3 propoſitionē) æqualis linea α δ, & cōnectatur (p 1 poſtulatū) linea β δ. Et quoniā triāguli β δ γ angulus exterior α δ β (p 16 propoſitionē) maior eſt interiore & oppoſito āngulo δ γ β, æqualis autē eſt (p 5 propoſit.) angulus α δ β angulo α β δ, quoniā latus α β ipſi α δ eſt æquale, maior eſt igitur angulus α β δ angulo α γ β, multo maior eſt igitur angulus α β γ angulo α γ β. Omnis igitur trianguli maius latus, maiori ſubtenditur angulo: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

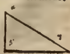
OMnis triāguli maior angulus, lōgiori lateri oppoſitus eſt. 19

CAMPANVS. Sit ut in triangulo a b c, latus b c ſit maius latere a b, dico quòd angulus a, erit maior angulo c. Hęc eſt cōuerſa pręcedentis. Si enim ſit æqualis, tunc (per 6) latus a b eſt æquale lateri b c, quod eſt cōtra hypotheſin. Si autē c ſit maior, tūc per præcedētē latus a b eſt maius latere b c, quod eſt cōtra hypotheſin: quare aſtruitur propoſitū. Euclid. ex Zamb. *Theorema 12. Propoſitio 19.*



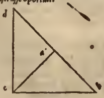
Omnis trianguli ſub maiorem angulum, maius latus ſubtenditur. 19

THEON *ex Zāb. Sit triangulū α β γ, maiorē habēs angulū α β γ angulo β γ α. Dico q latus α γ maius eſt latere α β. Si autē nō, aut eſt æquale latus α γ lateri α β, aut eo minus, æquale quidē minimè eſt latus α γ, ipſi α β: æqualis nāq; eſſet (p 5 propoſitionē) angulus α β γ, angulo α γ β, nō eſt autē: latus igitur α γ, lateri α β minimè eſt æquale. At latus α γ, latere α β minus non eſt, nā angulus α β γ, angulo α γ β mi-*



nor eſſet, at non eſt: latus igitur αγ latere αβ minus minime eſt. Maius igitur eſt latus αγ, latere αβ. Omnis igitur trianguli maior angulus à maiore latere ſubtenditur: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 20.



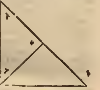
20 OMnis triāguli duo quælibet latera ſimul iuncta, reliquo ſunt longiora.

CAMPANVS. Sit triāgulus a b c, dico quòd duo latera a b & a c, ſunt longiora latere b c. Protrahatur linea b a uſq; ad d, ita ut a d ſit æqualis a c, & protrahatur c d, (per 5 propoſitionē) erit angulus a c d, æqualis angulo d, quare angulus b c d eſt maior angulo d, ergo (per 18) latus b d, eſt maius latere b c, ſed b d, eſt æquale a b & a c, quare b a & a c ſimul iuncta, ſunt maiora b c.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 13. *Propoſitio* 20.

20 Omnis triāguli duo latera, reliquo ſunt maiora quomodocūq; aſſūpta.

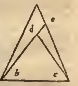
THEON *ex Zamb. Sit triangulū αβγ. Aio ipſius αβγ triāguli bina latera, reliquo eſſe maiora quomodocunq; ſuſcepta, hoc eſt βα, αγ, ipſo βγ & αβ: βγ, ipſo αγ & βγ: γα ipſo αβ. Producatur nanq; (per 2 poſtulatū) βα ad δ ſignū: et ponatur (per 2 propoſitionē) ipſi αγ æqualis αδ, connectaturq; δγ. Quoniā igitur δα ipſi αγ eſt æquale, angulus igitur αδγ (per 5 propoſitionē) angulo αγδ eſt æqualis. Sed angulus βγδ, angulo αγδ maior eſt: igitur angulus βγδ, angulo αδγ maior eſt. Et quoniā triangulū eſt δγβ, maiorē habens angulū βγδ angulo αδγ, atq; maiorē angulū maius latus ſubtendit (per 18 propoſitionē) ergo δβ ipſo βγ maius eſt. Aequale autē eſt δβ ipſis αβ, αγ: maiora igitur ſunt latera βα & αγ, latere βγ, æquale autē eſt δα ipſi αγ: maiora igitur ſunt latera βα, αγ, ipſo βγ. Similiter uerò demōſtrabimus quòd etiā latera αβ & βγ, ipſo γα ſunt maiora. Sed βγ, γα, ipſo αβ. Omnis igitur trianguli bina latera, reliquo maiora ſunt, quoquo modo aſſumpta, quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 21.

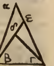
21 SI de duobus punctis terminalibus unius lateris triāguli duæ lineæ exeuntes, intra triangulū ipſum ad punctum unum cōueniant, eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt, & maiorem angulum continebunt.

CAMPANVS. Sit ut in triāgulo a b c, ab extremitatibus lateris b c concurrāt duæ lineæ b d & c d, ad punctū d, intra triangulū a b c. Dico quòd ipſæ lineæ b d & c d ſimul iūctæ, ſunt breuiores duabus lineis a b & a c ſimul iunctis, & quòd angulus d eſt maior angulo a. Protrahā enim b d, uſquequo ſecet latus a c in pūcto e, erūtq; (per 20 propoſitionē) b a & a e ſimul iūctæ, maiores b e, ergo b a & a c, ſunt maiores b e & e c. At uero d e & e c ſimul iūctæ, per eandē ſunt maiores d c, quare b e & e c ſunt maiores b d & d c, & quia b a & a c ſunt maiores b e & e c, ut probatū eſt prius, erūt multo fortius b a & a c maiores b d & d c, quod eſt 1 propoſitū. At quoniā angulus b d c eſt maior angulo d e c (per 16 propoſitionē) & angulus d e c eſt maior angulo c a b (per eādem) erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c, quod eſt 2 propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 14. *Propoſitio* 21.

21 Si trianguli à limitibus unius lateris binę rectæ lineæ introrſum cōſtituantur, quæ conſtituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorem uerò angulum continebunt.



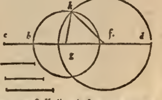
THEON *ex Zamb. Trianguli enim αβγ ſuper latere βγ, à terminis ipſius βγ, duæ rectæ lineæ interius conſtituātur βδ & γδ. Dico quòd βδ & γδ, reliquis triāguli lateribus βα & αγ ſunt minores, angulū uerò βδγ maiorē, ipſo αβγ comprehendunt. Producatur enim (per 2 poſtulatū) linea βδ ad ε. Et (per 20 propoſitionē) quoniā omnis trianguli bina latera reliquo ſunt maiora: trianguli, αβε (per 20 propoſitionē) duo latera αβ & αε ipſo βε ſunt maiora. Cōmunis ponatur linea εγ, lineæ igitur βα & αγ, lineis βε & εγ ſunt maiores. Rurſus quoniā (per eandē) trianguli γεδ bina latera γε & εδ ipſo δγ ſunt maiora, cōmunis ponatur δβ, lineæ igitur γε & εβ, lineis γδ & δβ ſunt maiores. Sed oſtenſum eſt quòd βα & αγ, ſunt maiores ipſis βε & εγ: lōge igitur maiores ſunt βα et αγ lineæ, ipſis βδ & δγ. Rurſus quoniā (p 16 propoſit.) omnis triāguli exterior angulus interiore et oppoſito maior eſt, triāguli ergo γδε, āgulus βδγ exterior, maior eſt.*

angulo γεδ, quare & trianguli αβε, angulus γεβ exterior, maior eſt angulo βαγ. Sed oſtenſum eſt quòd angulus βδγ, eo qui ſub γεβ, eſt maior: longe igitur maior eſt angulus βδγ, angulo βαγ. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrſum conſtituantur, quæ conſtituentur, reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem uerò angulum continebunt, quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. *Propoſitio 22.*

PRopoſitis tribus lineis rectis, quarũ duę quælibet ſimul iunctæ reliqua ſint lõgiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulũ cõſtituere. 22

CAMPANVS. Sint tres lineæ rectæ propoſitæ, a, b, c, & ſint quælibet duæ ſimul iunctæ longiores reliqua: aliter enim ex illis, tribus datis æqualibus, triangulus non poſſet cõſtitui (per 20 propoſitionem) Cùm ergo ex illis tribus prędictis uolo conſtituere triangulum, ſumo lineã rectam quæ ſit d e, cui non pono à parte e determinatum finem, de qua ſumo (per 3 propoſitionẽ) d f æqualem a, & f g æqualem b, & g h æqualem c, factoq́ puncto f centro, deſcribo ſecundum quantitatem lineæ f d, circulũ d K, itemq́ facto g centro, deſcribo ſecundum quantitatem lineæ g h, circulũ K h,

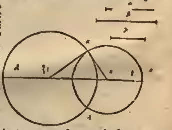


qui circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quorum unum ſit K: alioquin ſequeretur, unam dictarum linearum eſſe ęqualem alijs duabus iunctis, aut maiorem eis, quod eſt contrarium poſitioni. Duco ergo lineam K f & K g, eritq́ triangulus K f g, conſtitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a, b, c, ſunt enim f d & f K æquales, quoniam ſunt à centro ad circunferentiã, quare f K, eſt æqualis a. Similiterq́ g h & g K ſunt æquales, quia exeunt à centro ad circumferentiam, quare g K, eſt æqualis c, & quia g f ſumpta fuit æqualis b, patet propoſitum manifeſté.

Euclid. ex Zamb. Problema 8. Propoſitio 22.

Ex tribus rectis lineis, quæ ſunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulũ cõſtruere. Oportet autẽ duas lineas reliqua eſſe maiores quomodocũq; aſſumptas, quoniã omnis triãguli bina latera quomodocũq; aſſumpta, reliquo ſunt maiora. 22

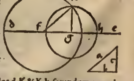
THEON ex Zam. *Sint datæ tres rectæ lineæ α, β, γ, quarum duæ reliqua ſint maiores quomodocunq; aſſumptæ, hoc eſt α, β, ipſa γ, & α, γ, ipſam β, & β, γ, ipſa α: oportet iã ex tribus lineis rectis, ipſis α, β, γ æqualibus, triangulũ cõſtruere. Proponatur recta linea finita quidẽ ex parte δ infinita uerò ex parte ε, ponaturq; (per 3 propoſitionẽ) ipſi α æqualis linea δζ, ipſi uerò β, linea ζη, ipſi uerò γ, linea ηθ. Et centro quidẽ ζ, ſpacio uerò ζδ (p 3 poſtulatũ) circulus deſcribatur δκλ: rurſus cẽtro quidẽ η, ſpacio uero ηθ (per idẽ) circulus deſcribatur θκλ, & cõnectantur (p 1 poſtulatum) κζ & κη. Dico q, ex tribus rectis lineis æqualibus ipſis α, β, γ, triangulũ κζη conſtitutũ eſt. Quoniã enim ζ ſignũ, centrũ eſt circuli δκλ, æqualis eſt (p 15 diffinitionẽ) ζδ ipſi ζκ. Sed α, ipſi ζδ eſt æqualis, & κζ igitur (per communẽ ſententiã) eſt ipſi α æqualis. Rurſus quoniã η ſignum, centrũ eſt circuli λκθ, æqualis eſt (per eandem diffinitionẽ) ηκ ipſi ηθ, ſed γ ipſi ηθ eſt æqualis, & κη igitur (per 1 communẽ ſententiã) ipſi γ eſt æqualis. At ζη ipſi β eſt æqualis (p hypotheſin) tres igitur rectæ lineæ κζ, ζη, ηκ, ipſis tribus α, β, γ, ſunt æquales. Ex tribus igitur rectis lineis, hoc eſt κζ, ζη, ηκ, quæ tribus datis rectis lineis, hoc eſt, α, β, γ, ſunt æquales, triangulũ κζη conſtructũ eſt, quod feciſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

DAta recta linea, ſuper terminũ eius cuilibet angulo propoſito æquum angulum deſignare. 23

CAMP. Sit data linea f e, quæ eſt in ſuperiori figura, & ſint lineę b, a, cõtinentes angulũ datum, cui ſubtendã baſim c. Sup punctũ f lineę c f, iuberẽ facere ęqualẽ angulũ angulo dato. Ad lineã e f adiũgo f d ęqualem lineę a, & ex f e ſumo f g ęqualẽ b, & ex g e ſumo g h æqualẽ c, & ſuper puncta f & g deſcribo duos circulos d K & K h, ſecundum quantitatem

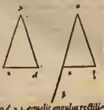


ratem duarum linearum f d & g h, interſecantes ſe in puncto k ſicut docuit præcedens, ductiſq; lineis K f & K g, erunt æqualia duo latera K f & f g trianguli K g duobus lateribus a & b trianguli a b c, & baſis g K æqualis baſi c: ergo (per 8) angulus K f g, æqualis erit angulo contento ſub a & b: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propoſitio 23.*

23 Ad datam rectam lineam, ad datumq; in ea ſignum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.

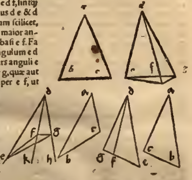
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, datumq; in ea ſignum ſit α: datus autem angulus rectilineus, ſit δ ς ε. Oportet ad datam rectam lineam α β, ad datumq; in ea ſignum α, dato angulo rectilineo δ ς ε, æqualem angulũ rectilineum collocare. Sint in utriſq; lineis & ς δ & ς ε, contingentia ſigna, ſintq; illa δ ε, & connectatur (per 1 poſtulatum) δ ε. Et ex tribus rectis lineis α ζ, ζ η, α η, quæ tribus datis rectis lineis, hoc eſt γ δ, δ ε, ε γ, ſunt æquales, (per præcedentem) triangulum cõſtruatur, ſitq; illud α ζ η. Ita ut linea ς δ æqualis ſit α ζ, & ς ε ipſi α η, & inſuper δ ε ipſi ζ η. Et quoniam duæ lineæ δ γ & γ ε duabus lineis, hoc eſt ζ α & α η ſunt æquales altera alteri, & baſis δ ε (per hypotheſin) baſi ζ η, angulus igitur δ γ ε, angulo ζ α η (per 8 propoſitionem) eſt æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, ad datumq; in ea ſignum α dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualis angulus rectilineus ζ α η collocatus eſt: quod feciſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

24 OMnium duorum triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, ſi fuerit angulorũ ſub illis æquis lateribus contentorũ alter altero maior, baſis quoque eiuſdem, baſi alterius maior erit.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, & e d f, ſintq; duo latera a b & a c, æqualia duobus lateribus d e & d f: & unumquodque ſuo correlatiuo, dextrum ſcilicet, dextro, ſiniſtrumq; ſiniſtro, ſitq; angulus a, maior angulo d dato. Dico quòd baſis b c, maior erit baſi e f. Faciam enim iuxta doctrinam præcedentis angulum e d g æqualem angulo a, eritq; angulus e d f, pars anguli e d g, & ponam d g æqualem a c, protraham e g, quæ aut tranſibit ſupra e f, ut ſecet lineam d f, aut ſuper e f, ut ſit ſecum linea una, aut infra. Tranſeat ergo primò ſupra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c ſunt æqualia e d, & d g lateribus trianguli e d g, & angulus a angulo d totali, erit (per 4 propoſitionẽ) baſis b c æqualis baſi e g. At uerò quia d g & d f ſunt æquales (nã u-traque eſt æqualis a c) erit (per 5 propoſitionem) angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g, maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior eſt eodem f g e: ergo (per 18 propoſitionem latus e g maius eſt latere e f, quare & b c maior eſt e f: quod eſt propoſitũ. Si uerò e g tranſeat ſuper e f & ſit ſecum linea una, tunc e f erit pars e g: per ultimam ergo conceptionem patet propoſitum. Si uerò e g tranſeat infra e f, protrahantur duæ lineæ d f & d g, quæ ſunt æquales, ut probatum eſt, uſque ad K & ad h: fientq; per ſecundã partem 5 propoſitionis ſub baſi f g, anguli K f g & f g h æquales: quare angulus e f g maior erit angulo f g e: ergo (per 18 propoſitionem) latus e g maius eſt latere e f, quare b c maior eſt e f: quod eſt propoſitum. Iſtud ultimum membrum poſſet etiam probari (per 21 propoſitionem) per ipſam enim erunt in diſpoſitione tertia duæ lineæ d g & e g, maiores duabus lineis d f & f e, & quia d g eſt æqualis d f, propter hoc quod ambæ ſunt æquales a c, erit e g maior e f, quare & b c maior e f, quod eſt propoſitum. Melius tamen eſt demonſtrare priori modo, ut in omni diſpoſitione arguatur per quintam.



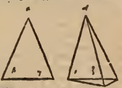
Euclid. ex Zamb. *Problema 15.* *Propoſitio 24.*

24 Si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint

alterum

alterum alteri, angulum uerò angulo maiorem ſub æquis rectis lineis contentum, baſin quoq; baſi maiorem habebunt.

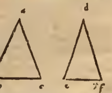
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera, hoc eſt α β, α γ, duobus lateribus, hoc eſt δ ε, δ ζ, æqualia habentia, alterũ alteri, hoc eſt latus α β lateri δ ε, & latus α γ lateri δ ζ: angulus uerò qui ſub β α γ, angulo ε δ ζ eſto maior. Dico quòd & baſis β γ, baſi ε ζ maior eſt. Quoniã enim angulus β α γ maior eſt angulo ε δ ζ, collocetur (per 23 propoſitionẽ) ad rectã lineã δ ε, ad datũq; in ea ſignũ δ, dato angulo β α γ æquus angulus ε δ η. Et ponatur alterutri, hoc eſt lineæ α γ uel δ ζ, æqualis ipſa δ η: & cõnectatur (per 1 poſtulatũ) η ε & ζ η. Quoniã igitur α β æqualis eſt ipſi δ ε, & α γ ipſi δ η, binæ lineæ β α et α γ duabus lineis ε δ & δ η ſunt æquales altera alteri, & angulus β α γ (p 23 propoſitionẽ) angulo ε δ η eſt æqualis: baſis igitur β γ (per 4 propoſitionẽ) baſi ε η eſt æqualis. Rurſus quoniã æqualis eſt δ η ipſi δ ζ: angulus igitur δ η ζ, angulo δ ζ η eſt æqualis. Angulus igitur δ ζ η, angulo ε η ζ maior eſt: longè maior igitur eſt angulus ε ζ η, angulo ε η ζ. At quoniã triangulum eſt ε ζ η habens angulum ε ζ η maiorem angulo ε η ζ, maiorem autem angulum (per 18 propoſitionem) latus maius ſubtendit: maius igitur eſt latus ε η latere ε ζ. Aequale autem eſt latus ε η, lateri β γ: latus igitur β γ, maius eſt latere ε ζ. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, & quæ ſequũtur reliqua ut in propoſitione, quod oſtẽdere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 25.*

Omnium duorum triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, baſis uerò unius baſi alterius fuerit maior, erit quoq; angulus trianguli maioris baſis illis ęquis lateribus cõtentus, angulo alterius ſe reſpicientemaior. 25

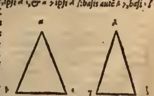
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f: ſintq; duo latera a b & a c primi, æqualia duobus lateribus d e & d f ſecundi, unumquodq; ſuo correlatiuo: ſitq; baſis b c, maior baſi e f: dico quòd angulus a, maior erit angulo d. Hæc eſt conuerſa præcedentis. Aequalis quidẽ non erit. Sic enim eſſet (per 4) baſis, b c æqualis baſi e f: quod eſt contra hypotheſin. Sed nec minor, quia ſic eſſet d maior: & ita per præcedentem baſis e f, erit maior baſi b c, quod eſt contrarium poſitioni, quare maior erit. Sicq; propoſitum aſtruitur.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 16. Propoſitio 25.*

Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterũ alteri æqualia habuerint, baſin uerò baſi maiorẽ, angulum quoq; ſub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt. 25

THEON ex Zamb. *Sint duo triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera, hoc eſt α β, & α γ, duobus lateribus, hoc eſt δ ε & δ ζ æqualia habentia alterũ alteri, α β ſcilicet, ipſi δ ε, & α γ ipſi δ ζ: baſis autẽ β γ, baſi ε ζ maior eſto: dico quòd angulus β α γ, maior eſt angulo ε δ ζ. Si autẽ non, aut ei eſt æqualis, aut eo minor. Aequalis autem non eſt angulus β α γ, angulo ε δ ζ: ſi enim æqualis eſſet, baſis quoq; β γ (per 4 propoſitionẽ) baſi ε ζ eſſet æqualis: at nõ eſt: angulus igitur β α γ, angulo ε δ ζ æqualis minimè eſt. Neq; etiã minor eſt angulus β α γ eo qui ſub ε δ ζ: nã β baſis γ, baſi ε ζ minor eſſet: at nõ eſt: minor igitur non eſt angulus β α γ, eo qui ſub ε δ ζ: oſtenſum autẽ eſt quòd neq; æqualis: maior igitur eſt angulus β α γ, angulo ε δ ζ. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, & quæ ſequuntur reliqua, ut theoremate: quod oſtendere oportuit.*



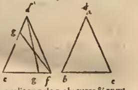
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 26.*

Omnium duorum triangulorum, quorum duo anguli unius duobus angulis alterius & uterque ſe reſpicienti æquales fuerint, latus quoque unius lateri alterius æquale, fueritq; latus 26

illud

illud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppoſitum, erunt quoq; duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodq; ſe reſpicienti æqualia, angulusq; reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

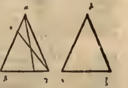
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c. d e f, ſitq; angulus b, æqualis angulo e, & angulus c, æqualis angulo f, ſitq; latus b c æquale lateri e f, aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorum laterum d e & d f, ita quòd a b ſit æquale d e, aut a c, d f. Dico quòd reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus uidelicet a, angulo d. Ponam ergo primò ut latus b c, ſuper quod iacent anguli b c, ſit æquale lateri e f, ſuper quòd iacent anguli e, f, qui poſiti ſunt æquales angulis b c. Tunc dico, quòd latus a b eſt æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b non ſit æquale lateri d e, alterum erit maius: ſit ergo maius d e, quod reſecabo ad æqualitatem a b, ſitq; g e æquale a b. Producam lineam g f, eritq; per 4 propoſitionem angulus g f e æqualis angulo a c b, quare & angulo d f e, pars toti, quod eſt impoſsibile. Erit ergo d e, æquale a b, ergo (per 4) d f æquale a c, & angulus d æqualis angulo a: quod eſt primum membrum diuiſionis propoſitæ. Sint rurſus ut prius, duo anguli b & c, æquales duobus angulis e & f: ſitq; latus a b quod opponitur angulo c, æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui poſitus eſt æqualis angulus c. Dico, quòd latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c, erit alterum maius: ſit ergo e f, maius: ponatur itaq; e g æquale b c, producam lineam d g: eritq; per 4 propoſitionem angulus d g e, æqualis angulo a c b: quare & angulo d f e, extrinſecus uidelicet, intrinſeco, quod eſt impoſſibile per 16 propoſitionem. Erit ergo e f æquale b c: ergo per 4 propoſitionem, latus d f æquale lateri a c, & angulus d totalis angulo a: quod eſt ſecundum membrum diuiſionis propoſitæ. Quare totum manifeſtè patet.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 26.*

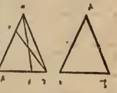
26 Si bina triãgula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, unumq; latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod ab uno æqualium angulorum ſubtenditur, reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ: duos angulos, hoc eſt, α β γ & β γ α æquales habentia duobus angulis, hoc eſt δ ε ζ & ε ζ δ, alterum alteri, hoc eſt angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum β γ α angulo ε ζ δ, unumq; latus uni lateri æquũ: & primũ id quod æquis adiacet angulis, hoc eſt latus β γ lateri ε ζ. Aio quòd & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri, hoc eſt latus α β, lateri δ ε: & latus α γ, lateri δ ζ: & reliquũ angulum reliquo angulo æqualem, hoc eſt β α γ ipſi ε δ ζ. Si enim α β ipſi δ ε eſt non æqualis, earum altera maior eſt: eſto maior α β, & κείσθω collocetur (per 3 propoſitionem) ipſi δ ε æqualis linea η β, & connectatur η γ. Quoniam igitur η β æqualis eſt ipſi δ ε, & β γ ipſi ε ζ: duæ igitur lineæ η β & β γ, duabus δ ε & ε ζ, altera alteri ſunt æquales: & angulus η β γ, angulo δ ε ζ æquus eſt: baſis igitur η γ (per 4 propoſitionem) baſi δ ζ eſt æqualis, & triangulum η ε β triangulo δ ε ζ æquum eſt: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur: æqualis igitur eſt angulus η γ β, angulo δ ζ ε. Sed angulus δ ζ ε ipſi β γ α ſupponitur æqualis: angulus igitur β γ η (per primam communẽ ſententiam) angulo β γ α eſt æqualis minor maiori: quod eſt impoſsibile. Inæqualis igitur non eſt α β, ipſi δ ε. æqualis igitur. Eſt autẽ & β γ, ipſi ε ζ æqualis: duæ iam α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ ſunt altera alteri æquales: & angulus qui ſub α β γ, angulo qui ſub δ ε ζ eſt æqualis. Baſis igitur α γ (p 4 propoſitionẽ) baſi δ ζ eſt æqualis: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ eſt æqualis.* [illegible] ponatur, ſit.



Rurſus

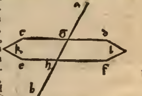
Rurſus ſint ad angulos æquos latera ſubtenſa, æqualia, ſintq́ue α β & δ ε. Dico rurſus quòd reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt, hoc eſt latus α γ lateri δ ζ, & latus β γ lateri ε ζ: & inſuper reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ æqualis erit: Si enim β γ ipſi ε ζ æquale non eſt, alterũ eorum maius erit: ſit igitur (ſi poßibile eſt) maius latus β γ: & ponatur (per 3 propoſitionẽ) ipſi ε ζ æqualis linea β θ: & connectatur (per 1 poſtulatũ) α θ. Et quoniam æqualis eſt β θ ipſi ε ζ, & α β ipſi δ ε: duæ igitur α β & β θ, duabus δ ε, ε ζ ſunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Baſis igitur α θ, (per 4 propoſitionem) baſi δ ζ eſt æqualis: et triangulũ α β θ, triangulo δ ε ζ eſt æquale: & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales, ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera: angulus igitur β θ α, angulo ε ζ δ eſt æqualis. Sed angulus ε ζ δ, angulo β γ α eſt æqualis. Angulus igitur β θ α, angulo β γ α eſt æqualis: trianguli igitur α θ γ angulus exterior β θ α, interiori angulo β γ α eſt æqualis & oppoſito: quod (per 16 propoſitionem) eſt impoßibile. Latus igitur ε ζ, ipſi β γ inæquale non eſt, æquale igitur. Eſt autẽ α β, ipſi δ ε æqualis: duæ igitur α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ ſunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Baſis igitur α γ (per 4 propoſitionem) baſi δ ζ eſt æqualis: & triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ eſt æquale: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ eſt æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis, & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

SI recta linea ſuper duas lineas rectas ceciderit, duosq́ue angulos coalternos ſibi inuicem æquales fecerit, illæ duæ lineæ erunt æquidiſtantes. 27

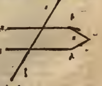
CAMPANVS. Sit ut linea a b cadat ſuper duas lineas c d, e f, & ſecet lineam c d in puncto g, & lineam e f in pũcto h: ſitq́ue angulus d g h æqualis angulo e h g: dico quòd lineæ c d & e f, ſunt æquidiſtantes. Si enim non, cõcurrant aut ad partem c, e, ſuper pũctum k, aut ad partem d, f, ſuper pũctum l: & qualitercunq́ue fuerit, accidet impoſsibile per 16. uidelicet angulum extrinſecum, eſſe æqualem intrinſeco & oppoſito: nam unus dictorum angulorum coalternorũ, qui poſiti ſunt æquales, erit extrinſecus, & reliquus intrinſecus & oppoſitus. Quia igitur impoſſibile eſt eas cõcurrere, in alterutram partem protractas, ipſæ per ultimam diffinitionem erunt æquidiſtantes, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 27.

Si in binas rectas lineas recta incidẽs linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipſæ rectæ lineæ erunt. 27

THEON ex Zamberto. *In binas enim rectas lineas α β, γ δ recta incidens linea ε ζ, alternatim angulos α ε ζ & ε ζ δ æquales adinuicem efficiat, dico quòd parallelus eſt α β, ipſi γ δ. Si autem non, productæ concurrunt aut ad partes β, δ aut ad α γ: producantur igitur & concurrant ad partes β, δ, in ſigno η, ſi eſt poßibile. Trianguli ergo η ε ζ, angulus α ε ζ exterior, æqualis eſt angulo ε ζ η interiori & oppoſito: quod (per 16 propoſitionem) eſt impoßibile. Igitur α β & γ δ productæ, ad partes β, δ, minimè cõcurrunt: ſimiliter quoque oſtendetur, quòd neque ad partes α γ. Quæ autem in nulla parte concurrunt, parallelæ ſunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur eſt α β, ipſi γ δ. Si in binas igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate, quod erat oſtendendum.*

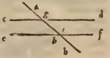


Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.

SI linea recta duabus lineis rectis ſuperuenerit, fueritq́ue angulus eius intrinſecus angulo extrinſeco ſibi oppoſito æqualis, aut duo anguli intrinſeci ex una parte duobus angulis rectis æquales, illæ duæ lineæ æquidiſtantes erunt. 28

CAMPANVS. Sit ut linea a b, ſecet duas lineas c d & e f, in punctis g & h: ſitq́ue angulus

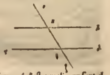
lus g extrinſecus, æqualis angulo h intrinſeco ex eadem parte ſumpto, aut duo anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti, ſint æquales duobus angulis rectis. Dico quòd duæ lineæ c d & e f ſunt æquidiſtãtes. Sit ergo primò angulus d g a, æqualis angulo f h g: erit quoq; per 15 propoſitionem angulus c g h, æqualis eidẽ angulo f g h: quare per præmiſſam, c d & e f, ſunt æquidiſtãtes. Sint rurſus duo anguli d g h & f h g, æquales duobus rectis: & quia per 13 propoſitionẽ duo anguli d g h & c g h ſunt ſimiliter æquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmiſſam c d & e f, erunt æquidiſtantes, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 28.*

28 Si in binas rectas lineas, recta incidẽs linea exteriorẽ angulũ interiori & oppoſito ad eaſdẽ partes æqualẽ fecerit, aut interiores & ad eaſdem partes duob. rectis æquales, parallelæ erũt adinuicẽ ipſæ rectæ lineæ.

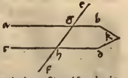
THEON *ex Zamb. In binas enim rectas lineas α β & γ δ, recta linea incidens ε ζ, angulum exteriorem ε η β, angulo interiori η θ δ & oppoſito, æqualem efficiat, aut interiores & ad eaſdem partes, hoc eſt β η θ, η θ δ, duobus rectis æquales. Dico quòd parallelus eſt α β, ipſi γ δ. Quoniam angulus ε η β (per hypotheſin) æqualis eſt angulo η θ δ, & angulus ε η β (per 15) æqualis eſt angulo α η θ: angulus igitur α η θ æqualis eſt angulo η θ δ, et ſunt alterni, (per 27 propoſitionem) parallelus eſt igitur α β ipſi γ δ. Rurſus quoniã anguli β η θ & η θ δ (per hypotheſin) duobus rectis ſunt æquales, & anguli α η θ & β η θ (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: anguli ergo α η θ & β η θ, angulis β η θ & η θ δ ſunt æquales. Communis auferatur angulus β η θ: reliquus igitur α η θ, reliquo η θ δ eſt æqualis, & ſunt alterni. Parallelus igitur eſt α β, ipſi γ δ. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendendum fuerat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*

29 SI duabus lineis ęquidiſtantibus linea ſuperuenerit, duo anguli coalterni ęquales erunt, anguluſq; extrinſecus angulo intrinſeco ſibi oppoſito ęqualis, itemq; duo anguli intrinſeci ex alterutra parte conſtituti duobus rectis angulis æquales.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidiſtantes: ſuper quas cadat linea e f, ſecans eas in punctis g & h, dico quòd anguli g & h coalterni ſunt æquales, & quòd angulus g extrinſecus eſt æqualis angulo intrinſeco ſibi oppoſito ex eadem parte ſumpto, & quòd anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti ſunt æquales duobus rectis. Et hæc eſt conuerſa duarum pręcedentium. Primum ſic patet. Si ęnim angulus b g h non eſt æqualis angulo c h g, alter eorum erit maior, ſit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d ſunt æquales duobus rectis, ergo per 15 propoſitionem erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionẽ, duæ lineæ a b & c d ſi protrahantur, cõcurrent in parte b & d, ad punctum aliquẽ, ut ad k: nõ ergo ſunt æquidiſtantes per ultimã diffinitionem, quod eſt cõtra hypotheſin, & q̃a hoc eſt impoſsibile, erũt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales, quod eſt primũ propoſitum. Ex hoc patet ſecundum. Eſt enim per 15 propoſitionem angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e, erit æqualis angulo c h g, extrinſecus, uidelicet intrinſeco, quod eſt ſecundum propoſitum. Ex hoc rurſus patet tertiũ. Sunt enim per 13 propoſitionem duo anguli a g e & a g h, æquales duobus rectis, ergo duo anguli a g h & c h g, erunt etiam æquales duobus rectis, qui ſunt duo intrinſeci ex eadem parte ſumpti, quod eſt 3 propoſitum.

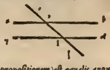


Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 29.*

29 In parallelos rectas lineas recta incidens linea, et alternatim angulos ad inuicem æquales, & exteriorẽ interiori & oppoſito & ad eaſdẽ partes ęqualẽ, & interiores & ad eaſdẽ partes duobus rectis ęquales efficit.

THEON *ex Zamb. In parallelos enim rectas lineas α β & γ δ, recta incidat linea ε ζ. Dico quòd & alternos angulos α η θ & η θ δ æquos efficit, & exteriorem angulũ ε η β interiori & oppoſito & ad*

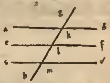
eaſdē partes, hoc eſt ipſi η θ δ æqualē, & interiores et ad eaſdē partes, hoc eſt β η θ & η θ δ duobus rectis æquales. Si enim æqualis non eſt α η θ ipſi η θ δ, alter eorum maior eſt. Sit maior α η θ. Quoniā igitur α η θ maior eſt ipſo η θ δ, cōmunis ponatur angulus β η θ: anguli ergo α η θ & β η θ, maiores ſunt ipſis β η θ & η θ δ. Sed anguli α η θ & θ η β (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales, anguli igitur β η θ & η θ δ duobus rectis ſunt minores: quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur in infinitum concurrunt (per 5 poſtulatum.) Rectæ igitur lineæ α β & γ δ, in infinitum productæ, concurrunt: non concurrūt autem, quoniam paralleli, per hypotheſin. Angulus igitur α η θ, angulo η θ δ inæqualis non eſt: æqualis igitur. Sed angulus α η θ, angulo ε η β (per 15 propoſitionem) eſt æqualis, angulus igitur ε η β (per 1 communem ſententiam) angulo η θ δ eſt æqualis, communis ponatur β η θ, anguli ε η β & β η θ igitur, angulis β η θ & η θ δ ſunt æquales. Sed anguli ε η β & β η θ, duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionem) & anguli β η θ & η θ δ, duobus rectis ſunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendere oportebat.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 30.

SI fuerint duæ lineę uni æquidiſtantes, eædem ſibi inuicem diſtantes erunt. 30

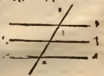
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, quarum utraq; æquidiſtet lineæ e f. Dico illas duas, uidelicet a b & c d, eſſe æquidiſtantes. Hoc autem eſt uniuerſaliter uerum, ſiue duæ lineæ a b & c d ſint in una ſuperficie cum linea e f, ſiue non: hic tamen non intelligitur, niſi ſecundum quòd omnes ſunt in ſuperficie una, ſecundum enim quòd ſunt in diuerſis ſuperficiebus, probatur in 9 undecimi libri, quòd ſunt æquidiſtātes. Sint igitur omnes in ſuperficie una: protraham autem lineam g h, ſecantem lineas a b, e f, & c d, in punctis K, l, m. Et quia a b æquidiſtat e f, erit angulus b K l ęqualis angulo e l K per primam partem præcedētis, cum illi ſint coalterni: at quia a b æquidiſtat e f, erit angulus K l e extrinſecus æqualis angulo l m c intrinſeco, per ſecūdam partē præcedentis, ergo angulus b K l, eſt æqualis angulo c m l, qui cū ſint coalterni, erūt (per 27) lineæ a b & c d æquidiſtantes: quod eſt propoſitū.



Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 31.

Quę eidem rectæ lineæ paralleli, & ad inuicem ſunt paralleli. 30

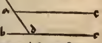
THEON ex Zamb. *Sint α β & γ δ, ipſi ε ζ paralleli, dico quòd α β, ipſi γ δ eſt parallelus. Incidat enim in eas recta lineas η θ κ, & quoniam in parallelos rectas lineas α β & ε ζ, recta linea η θ κ incidit: æqualis eſt igitur angulus α η θ ipſi η θ ζ (per 29 propoſitionem.) Rurſus quoniam in parallelos rectas lineas ε ζ & γ δ recta linea η κ incidit (per eandem) æqualis eſt η θ ζ, ipſi η κ δ. patuit autem quòd α η θ ipſi η θ ζ eſt æqualis, & quòd η κ δ eſt æqualis η θ ζ, α η κ igitur, ipſi η κ δ eſt æqualis, et ſunt alterni, parallelus igitur eſt α β ipſi γ δ. quod oſtendendum erat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 31.

A Pūcto extra lineā dato, lineę propoſitę ęquidiſtantē ducere. 31

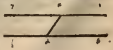
CAMPANVS. Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea utrinq; protracta, per ipſum non tranſit. Sit ergo punctus a, datus extra lineā b c, ab eodē puncto a, à quo oportet protrahere lineam æquidiſtantē ipſi b c, protraho lineam a d lineę b c ſuperſtantem qualitercunq; contingat, & ſuper punctum a, qui eſt extremitas lineæ a d, cōſtituo angulum e a d, per doctrinam 23 propoſitionis, æqualem angulo b d a ſibi coalterno, eritq; a e æquidiſtans b c per 27 propoſitionem: quod eſt propoſitum.



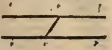
Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propoſitio 31.

Per datum ſignum, datæ rectæ lineæ parallelū rectam lineā ducere. 31

THEON ex Zamb. *Sit quidem datum ſignum α, data uerò recta linea ſit β γ. Oportet iam per datum ſignum α ipſi β γ rectæ lineæ, parallelum rectam lineam ducere. Suſcipiatur in ipſa β γ, contingens*



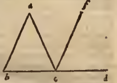
contingens ſignum, ſitq; illud δ, & connectatur (per 1 poſtulatum) α δ, & conſtituatur (per 23 propoſitionem) ad datam rectam lineam α δ, ad datumq; in ea ſignum α, dato angulo α δ γ, æqualis angulus δ α ε, & producatur (per 14 propoſitionẽ) in rectum ipſius α ε, linea α ζ. Et quoniam in rectas lineas β γ & ε ζ, recta linea incidens α δ, alternos angulos ε α δ & α δ γ æquales ad inuicem fecit, parallelus eſt igitur ε ζ ipſi β γ (per 27 propoſitionẽ.) Per datũ ergo ſignũ α, datæ rectæ lineæ β γ parallelus recta linea ε α ζ ducta eſt, quod feciſſe oportuit.



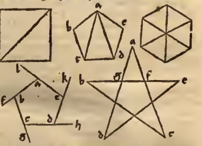
Euclid. ex Camp. Propoſitio 32.

32 OMnis trianguli angulus extrinſecus, duobus intrinſecis ſibi oppoſitis eſt æqualis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius latus b c protrahatur uſq; ad d, dico quòd angulus c extrinſecus, eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis ſimul iunctis: & quòd tres anguli trianguli a b c ſimul iuncti, ſunt æquales duobus rectis. A puncto c protraham c f æquidiſtantem a b, ſecundum doctrinam præcedentis, eritq; angulus f c a æqualis angulo a, quia ſunt coalterni per primam partem 29 propoſitionis, & angulus f c d extrinſecus, æqualis angulo b intrinſeco per ſecundam partem eiuſdem, quare totus a c d extrinſecus, eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis, quod eſt primum. Et quia duo anguli a c b & a c d ſunt æquales duobus rectis per 13 propoſitionem, erunt tres anguli a, b, & c intrinſeci æquales duobus rectis, quod eſt ſecundum propoſitum.



CAMPANI additio. Ex hac autem patet, quòd omnis figuræ polygoniæ omnes anguli ſimul ſumpti tot rectis angulis ſunt æquales, quotus eſt numerus quo à prima deſtiterit, duplicatus. Verbi gratia, polygoniarum figurarum, eſt triangula prima, quia ſi eſſet duarum linearum, cùm figura ſit clauſio linearum, tunc duæ lineæ rectæ includerent ſuperficiẽ, quod eſt impoſſibile per ultimam petitionem. Quadrilatera, ſecunda: pentagona, tertia. Similiter autem quælibet tota erit in ordine, quotus erit numerus laterum aut angulorum eius, dempto binario. Dico ergo quòd triangulæ (quæ eſt prima) omnes anguli ſunt æquales duobus rectis: quadrilateræ (quæ eſt ſecũda) erunt æquales quatuor rectis: & pentagonæ (quæ eſt tertia) erunt æquales ſex rectis. Hoc autẽ manifeſtum eſt, quoniã cùm quælibet talis figura ſit in tot triangulos reſolubilis, quota ipſa fuerit à prima, ductis rectis lineis, à quouis angulorum eius ad omnes angulos oppoſitos, ſintq; omnes anguli omnis trianguli duobus rectis æquale, erunt omnis lateratæ figuræ omnes anguli bis tot rectis æquales, quota ipſa fuerit à prima, quod eſt propoſitum. Sit enim exempli gratia, pentagonus a b c d e, à cuius angulo a, ducã lineas ad angulos c d, ipſi oppoſitos, erit totus pentagonus reſolutus in tres triãgulos a b c, a c d, & a d e, quorũ cùm cuiuslibet ſint anguli æquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli æquales ſex rectis, quod eſt duplum eius numeri quo à prima diſtat, ſiue duplum numeri angulorũ aut laterum eius, inde dempto binario. Poſſumus quoq; & ſic idem proponere, dicentes quòd omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti ſunt tot rectis angulis æquales, quantus eſt numerus quem eius anguli duplicãt, inde dem pris quatuor: puncto enim quouis intra figurã ſignato, & ab eo ad ſingulos angulos lineis protractis, erit ipſa figura in tot triangulos reſoluta quot fuerint eius anguli: ideoq; omnes anguli omnium illorum triangulorum pariter accepti, tot rectis angulis erunt æquales, quantus eſt numerus quem duplicant anguli propoſitæ figuræ. Cùm itaq; ſint omnes anguli triangulorum, in quos ipſa reſoluta eſt, punctum medium circunſtantes, quatuor rectis æquales per 15 propoſitionem, manifeſtum conſtat propoſitum. Similiter quoq; patet, quòd omnis figuræ polygoniæ



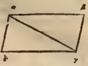
gu'o d a c ſecundi. At quia ipſi anguli a d b & d a c ſunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidiſtantes, per uiceſimam ſeptimam. Et quia prius probatum eſt ipſas eſſe ęquales, patet propoſitum utrunq;.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 33.*

33 Æquas & parallelos ad eaſdem partes, rectæ lineæ coniungentes, & ipſæ æquales & parallelæ ſunt.

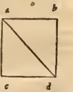
THEON ex Zamb. *Sint æquales rectæ lineæ & paralleli, α β & γ δ, & ipſas cõiungant ad eaſdẽ partes, rectæ lineæ α γ & β δ, dico quòd α γ & β δ, equales & paralleli ſunt. Connectatur enim (per primum poſtulatum) β γ. Quoniam parallelus eſt α β ipſi γ δ, & in eas incidit β γ, alterni anguli α β γ & β γ δ adinuicem ſunt æquales, (per uiceſimam nonam propoſitionem. Et quoniam æqualis eſt α β ipſi γ δ, communis autem β γ, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ ſunt æquales, & angulus α β γ, angulo β γ δ eſt æqualis. Baſis igitur β δ (per quartam propoſitionem) baſi α γ eſt æqualis, & triangulum α β γ, triangulo (ei quod ſub) β γ δ, æquum eſt, & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur α γ β, æqualis eſt ei qui ſub γ β δ, & angulus β α γ, ei qui ſub β δ γ. Et quoniam in duas rectas lineas α γ & β δ, recta linea incidit β γ, alternos angulos, hoc eſt α γ β & γ β δ æquales ad inuicem efficiens: parallelus igitur eſt α γ ipſi β δ, (per uiceſimam ſeptimam propoſitionem.) Oſtenſum autem eſt, quòd & ei æqualis eſt. Aequales igitur & parallelos ad eaſdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipſæ æquales & paralleli ſunt, quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 34.*

34 OMnis ſuperficies æquidiſtantibus contenta lateribus, lineas atque angulos ex aduerſo collocatos habet ęquales, diametro diuidente eam per medium.

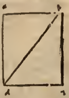
CAMPANVS. Sit ſuperficies a b c d æquidiſtantiũ laterum, ita quòd linea a b æquidiſtet c d, & a c ipſi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d eſſe æquales: ſimiliter dico angulum a eſſe æqualem angulo d, & angulum b angulo c. Protraham diametrum a d, quæ etiam diuidet ſuperficiem illam per medium. Cùm a b & c d ſint æquidiſtantes, erunt anguli b a d & c d a, qui ſunt coalterni, æquales per uiceſimam nonam. At quia etiã a c & b d ſunt æquidiſtãtes, erunt anguli c a d & d b a, qui ſunt coalterni æquales, per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c, & quia duo anguli a & d trianguli a d b, ſunt æquales duobus angulis d & a trianguli d a c, & latus a d ſuper quod iacent illi anguli in utroque triangulo eſt commune, erit per uiceſimam ſextam propoſitionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet eſſe æqualem angulo d totali, per ſecundam communem animi conceptionem, totum propoſitum cum correlario liquet.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 34.*

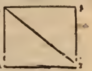
34 Parallelogrammorum * locorum latera quæ ex oppoſito, & anguli, æqualia ſunt adinuicem, & dimetiens ea bifariàm ſecat. * χωρίων

THEON ex Zamberto. *Sit parallelogrammus locus α γ δ ζ, dimetiensq; illi ut β γ eſto. Dico quòd parallelogrãmi α γ δ ζ latera & anguli ex oppoſito, ad inuicem ſunt æqualia, & illud β γ dimetiens bifariàm ſecat. Quoniam enim parallelus eſt α β ipſi γ δ, & in eas incidit recta linea ζ γ (per 29 propoſitionem) alterni anguli α ζ γ & ζ γ δ, ſunt adinuicem æquales. Rurſus quoniam parallelus eſt α γ ipſi ζ δ, & in eas incidit recta linea ζ γ, anguli alterni, hoc eſt α γ ζ & γ ζ δ æquales ſunt ad inuicem. Bina igitur triangula ſunt α β γ & ζ γ δ, duos angulos qui ſub α ζ γ & α γ β, duobus angulis ζ β δ et γ ζ δ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum β γ, & reliqua latera: igitur (per 27 propoſitionem) reliquis lateribus æqualia erunt alte-*



trum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis: latus igitur αβ eſt æquale lateri γδ, & αγ ipſi βδ, & angulus βαγ angulo βδγ eſt æqualis. Et quoniam angulus αβγ æqualis eſt angulo βγδ, & angulus γβδ ei qui ſub αγβ: totus igitur angulus αβδ, toti angulo αγδ (per 2 cõmunem ſententiam) eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem, quòd angulus βαγ angulo γδβ eſt æqualis. Parallelogrammorũ igitur χωρίων anguli & latera ex oppoſito, adinuicem ſunt æqualia. Dico etiam, quòd dimetiens ea bifariam ſecat. Quoniam enim αβ æquum eſt ipſi γδ, & βγ communis eſt, duæ igitur αβ & βγ, duabus βγ & γδ ſunt altera alteri æquales: & angulus αβγ angulo βγδ eſt æqualis: baſis igitur αγ (per 4 propoſitionẽ) baſi βδ eſt æqualis, & triangulũ αβγ triangulo βγδ eſt æquale. Dimetiens igitur βγ, biſariam ſecat parallelogrammum αβγδ: quod erat oſtendendum.

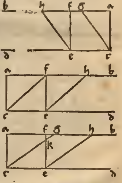
χωρίων



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

OMnes ſuperficies ęquidiſtãtium laterũ ſuper unã baſin atq; in eiſdem alternis lineis conſtitutæ, ęquales eſſe probãtur. 35

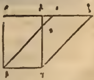
CAMPANVS. Sint duę lineæ a b & c d æquidiſtantes, inter quas fiat a c f e ſuperficies ęquidiſtantium laterũ ſuper baſin c e, & ſuper eãdem baſin, & inter eaſdem lineas fiat alia ſuperficies g c h e, ſimiliter ęquidiſtãnum laterum: dico duas prędictas ſuperficies, eſſe æquales. Quod ſic probatur. Aut enim linea c g ſecabit lineã a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraq; duarũ linearum a f & g h eſt æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit ęqualis alteri: dempta ergo linea f g communi, remanebit a g ęqualis f h. Et quia per præcedentem iterum eſt a c ęqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per ſecundam partem 29, uidelicet extrinſecus intrinſeco, erit per 4, triangulus a c g ęqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera, quæ eſt g c f e, addita utriq;, erit ſuperficies a c f e æqualis ſuperficiei g c h e, quod eſt propoſitũ. Secet ſecundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in ſecunda figuratione apparet, erũtq; ſimili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f c h, ęquales, quare utrobique addito triangulo f c e, patet propoſitum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo pũcta f, b, ut in tertia figuratione apparet, ſecabitq; lineam f e, ſit ut in puncto K, & quia ſimili argumentatione priori, linea a f eſt æqualis lineę g h, facta communi linea g f, erit h g ęqualis f h, & triangulus a g c, ęqualis triangulo f e h, Addito ergo utriq; triangulo c k e, & detracto ab utroq; triangulo f k g, erit ſuperficies a c f e æqualis ſuperficiei g c h e, quod eſt oppoſitũ.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 35.*

Parallelogramma in eadem baſi & in eiſdẽ parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia. 35

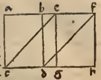
THEON *ex Zamb.* *Sint parallelogramma αβγδ & εβγζ, in eadem baſi exiſtentia, hoc eſt βγ, & in eiſdem parallelis hoc eſt, αζ & βγ. Dico quòd parallelogrammum αβγδ, æquale eſt parallelogrammo εβγζ. Quoniã enim parallelogrammũ eſt αβγδ, æqualis eſt αδ ipſi βγ (per 34 propoſitionem,) & id propterea etiam εζ ipſi βγ eſt æqualis: quare & αδ ipſi εζ eſt æqualis, & communis δε: tota igitur αε, toti δζ eſt æqualis. At αβ ipſi δγ eſt æqualis, duæ igitur εα & αβ, duabus ζδ & δγ ſunt altera alteri æquales, & angulus ζδγ, angulo εαβ eſt æqualis, exterior interiori. Baſis igitur εβ, (per quartam propoſitionem) baſi ζγ eſt æqualis, & triangulum εαβ, triangulo ζδγ eſt æquale. Commune auferatur triangulum δηε, reliquum igitur trapezium αβηδ, trapezio εηγζ eſt æquale. Cõmune autem ponatur triangulum ηβγ: totum igitur parallelogrammũ αβγδ, toti parallelogrammo εβγζ eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

OMnia parallelogrãma in baſibus æqualibus atq; in eiſdem lineis conſtituta, æqualia eſſe neceſſe eſt. 36

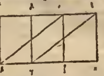
CAMPANVS. Parallelogrammũ, dicitur ſuperficies ęquidiſtantiũ laterũ. Sint duę ſuperficies a b c d & e f g h, ęquidiſtantiũ laterũ conſtitutę inter duas lineas æquidiſtãtes quę ſunt a f & c h, & ſuper ęquales baſes quę ſunt c d & g h, dico eas eſſe ęquales: nam protrahã duas lineas c e & d f, eritq; per 33, ſuperficies c d e f, ęquidiſtãtium laterum, propter hoc quod e f eſt æqualis & æquidiſtãs c d, nam utraq; earum eſt æqualis g h. Quia ergo per præmiſſam utraq; duarum ſuperficierum a b c d & e f g h eſt æqualis ſuperficiei c d e f, ipſæ erunt ſibi inuicem æquales, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propoſitio 36.*

36 Parallelogramma in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia.

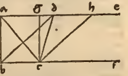
THEON *ex Zamb. Sint parallelogramma αβγδ & εζηθ in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt βγ & ζη, & in eiſdem parallelis, hoc eſt αθ & βη. Dico quòd parallelogrammum αβγδ eſt æquale parallelogrãmo εζηθ. Cõnectantur enim βε & γθ. Quoniam æqualis eſt βγ ipſi ζη, ſed ζη æqualis eſt ipſi εθ, & βγ igitur ipſi εθ eſt æqualis: ſunt autem paralleli, & coniungunt eas βε & γθ: æquales autem & parallelos, coniungentes lineæ, æquales & paralleli ſunt* (per 33 propoſitionẽ.) *Igitur εβ & γθ æquales & paralleli ſunt. Parallelogrammum igitur eſt εβγθ, & eſt æquale parallelogrãmo αβγδ: baſin enim eandem habet, hoc eſt βγ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt βη & αθ. ac per hoc etiam εζηθ, ipſi εβγθ eſt æquale. Quare parallelogrammum αβγδ parallelogrammo εζηθ eſt æquale. Parallelogrãma igitur & quæ ſequuntur reliqua ut theoremate: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 37.*

37 AEquales ſunt ſibi cuncti trianguli, qui ſuper eandem baſin, atq; inter duas lineas æquidiſtantes ſunt conſtituti.

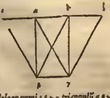
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c, inter duas lineas a e & b f, quæ ſint æquidiſtantes, dico eos eſſe æquales. Protrahã enim c g æquidiſtantẽ a b, & c h æquidiſtãtẽ d b per 31, eruntq; duę ſuperficies a b c g & d b c h ęquales per 35. Et quia dicti trianguli ſunt earũ dimidia per correlariũ 34 propoſitionis, ipſi erũt ęquales per cõmunẽ ſcientiã quę eſt, quorum tota ſunt æqualia & dimidia, ſicq; patet propoſitũ.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propoſitio 37.*

37 Triangula in eadem baſi & in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicẽ ſunt æqualia.

THEON *ex Zamb. Sint triangula αβγ & δβγ, in eadem baſi βγ, & in eiſdem parallelis αδ & βγ cõſtituta. Dico quòd triangulum αβγ, eſt æquale triangulo δβγ. Producatur* (per 2 poſtulatũ) *αδ ex utraq; parte, in ε & ζ, & per β, ipſi γα* (per 31 propoſitionẽ) *excitetur parallelus βε, & per γ, ipſi βδ* (per eandem) *parallelus excitetur γζ. Parallelogrãma igitur ſunt εβγα & δβγζ, & parallelogrammũ εβγα,* (per 35 propoſitionẽ) *æquale eſt ipſi δβγζ parallelogrammo: in eadem enim ſunt baſi βγ, & in eiſdem parallelis βγ & εζ. At parallelogrammi εβγα, triangulũ αβγ dimidium eſt* (per 34 propoſitionẽ) *nam αβ dimetiens, illud bifariàm ſecat, parallelogrãmi uerò δβγζ* (per eandem) *triangulum δβγ dimidium eſt, nam βγ dimetiens illud bifariàm ſecat: at quæ æqualium ſunt dimidium, adinuicem ſunt æqualia* (per ſeptimam communem ſententiam) *triangulum igitur αβγ, triangulo δβγ eſt æquale. Triangula igitur & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

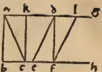


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 38.*

38 SI duo trianguli ſuper baſes æquales atq; inter duas lineas æquidiſtantes ceciderint, æquales eos eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c & d e f, cõſtituti ſup baſes b c & e f æquales, et inter lineas

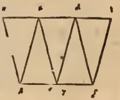
a g & b h ęquidiſtãtes, dico eos eſſe æquales. Protraham enim c K æquidiſtantem a b, & f l ęquidiſtantē e d, eruntq; duę ſuperficies a b c K & d e f æquales (per 36) & quia dicti trianguli ſunt earum dimidia per correlarium 34 propoſitionis, ipſi erunt æquales per antedictam communem ſententiam.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 28* *Propoſitio 38.*

Triangula in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis conſtituta, ad inuicem ſunt æqualia. 38

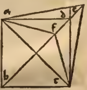
THEON ex Zamb. *Sint trianguli αβγ & δεζ, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt βγ & εζ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt βζ & αδ. Dico quòd triangulum αβγ, æquum eſt triangulo δεζ. Producatur enim (per ſecundum poſtulatum) αδ, ex utraq; parte in η, θ, & per β, ipſi γα (per 31 propoſitionem) parallelus excitetur βη, & per ζ, ipſi δε parallelus excitetur ζθ (per eandem) Parallelogrammum igitur eſt, & ηβγα & δεζθ. At Parallelogrammum ηβγα (per 36) æquum eſt ipſi δεζθ parallelogrammo, in æqualibus enim ſunt baſibus, hoc eſt βγ & εζ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt βζ & ηθ. At parallelogrammi ηβγα (per 34 propoſitionem) triangulum αβγ, medietas eſt, αβ enim dimetiens, illud bifariàm ſecat: & triangulum δεζ, parallelogrammi δεζθ medietas eſt (per eandem), nam; dimetiens ζδ, illud ſecat bifariàm. Aequalium uerò ea quæ ſunt dimidium, ſibi inuicem ſunt æqualia, (per 7 communem ſententiam.) Triangulum igitur αβγ, triangulo δεζ eſt æquale. Triangula igitur in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia. quod oportuit demonſtraſſe.*



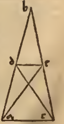
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 39.*

OMnes duo trianguli æquales, ſi in eandē baſin & ex eadem parte ceciderint, inter duas lineas æquidiſtantes erunt. 39

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c ex una eademq; parte, ſintq; æquales: dico eos eſſe inter lineas ęquidiſtantes. Et hęc eſt cõuerſa 37. A puncto a, protraham lineam æquidiſtantem lineæ b c, quę ſi pertranſierit per punctum d, liquet propoſitum. Sin autem, pertranſibit ſupra aut infra. Tranſeat primò ſuprà, & ſit a e, producam b d, uſquequo ſecet lineam a e in puncto e, & protraham lineam e c. Et quia triangulus e b c eſt æqualis triangulo a b c per 37, & triangulus d b c poſitus eſt æqualis triangulo a b c, erit triãgulus d b c æqualis triãgulo e b c, pars toti, quod eſt impoſsibile. Non igitur pertranſibit linea quę à pũcto a ducitur ęquidiſtanter b c, ſupra d. Tranſeat ergo infra, & ſit a f, ſecans lineã d b in puncto f. Protraham ergo lineã f c, & quia (per 37) triangulus f b c eſt æqualis triangulo a b c, ipſe etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti, quod eſt impoſsibile. Quia ergo à puncto a, ęquidiſtans b c non tranſit niſi per punctum d, patet propoſitum.



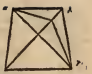
CAMPANI additio. Ex hac autem & præmiſſa, nota quòd ſi aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per æqua ſecet uel ſecuerit, ipſa erit tertiò æquidiſtans, quod ſic probatur. Sit triangulus a b c, cuius duo latera quę ſunt a b & b c, ſecet linea d e per æqualia, a b quidem in puncto d, & b c in pũcto e, dico quòd linea d e eſt æquidiſtans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq; per 31 à puncto e ipſi a b æquidiſtante, erit per 38 triangulus a e d æqualis triangulo d e b, propter id quòd linea a d baſis trianguli a e d poſita eſt æqualis lineæ d b baſi trianguli d e b. Rurſus quia ducta à puncto d per 31 ipſi b c æquidiſtãte, per eandē triangulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id quod linea c e poſita eſt ęqualis lineę e b, triangulus a e d eſt æqualis triãgulo c e d. Quia ergo ipſi ſunt cõſtituti ſuper eãdē baſin, uidelicet lineã e d, & ex eadē parte, ipſi erũt per hãc 39 inter lineas ęquidiſtãtes, ergo linea d e, eſt ęquidiſtans lineę a c. Quod quidem propoſitũ ad quintam quarti tibi ualebit.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propoſitio 39.*

Triangula æqualia in eadem baſi & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis. 39

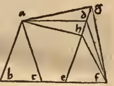
THEON



THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ & δγβ, cõſtituta in eadẽ baſi βγ, & ad eaſdem partes, dico quòd & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur αδ. Dico quòd αδ ipſi βγ eſt parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propoſitionem) per α ſignum, ipſi βγ rectæ lineæ parallelus αε, & connectatur εγ. Triangulum igitur εβγ (per 37 propoſitionem) æquale eſt triangulo αβγ: in eadem enim ſunt baſi βγ in eiſdemq; parallelis αε & βγ. At triangulum igitur δβγ, ipſi triãgulo αβγ eſt æquale per hypotheſin. Triangulum igitur δβγ, triangulo εβγ eſt æquale, maius, uidelicet minori quod eſt impoßibile: parallelus igitur minimè eſt αε ipſi βγ. Similiterq; oſtendemus, quòd nulla alia præter αδ: parallelus igitur eſt αδ ipſi βγ. Triangula igitur æqualia, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 40.*

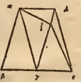
40 SI duo trianguli æquales ſuper æquales baſes unius eiuſdemq; lineę ex eadem parte fuerint conſtituti, eos inter duas lineas æquidiſtantes neceſſe eſt contineri.



CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquales conſtituti ſuper duas baſes, quæ ſunt b c & e f, ex eadẽ parte: dico eos eſſe inter duas lineas ęquidiſtãtes, & hęc eſt conuerſa 38. Et probatur per ipſam, ſicut pręcedens per 37. A puncto a, ducatur linea æquidiſtans lineæ b f, quæ ſi tranſierit per punctum d, patet propoſitum: ſin autem, pertrãſeat ſupra ut a g, & producatur e d uſq; ad ipſum g, ut ſit e g, & ducatur linea g f. Erit per 38 triangulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod eſt impoſſibile: non ergo tranſibit ſupra. Tranſeat ergo infra, ſecetq; lineam d e in puncto h, & ducatur linea f h, erit per 38 triangulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triangulo d e f, pars toti, quod eſt impoſſibile. Quia ergo non tranſibit, niſi per punctum d, patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propoſitio 40.*

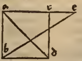
40 Triangula æqualia in ęqualibus baſibus exiſtentia, & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis.

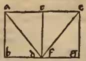


THBON ex Zamb. *Sint triangula æqualia αβγ & γδε, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt βγ & γε, & ad eaſdem partes α. Dico quòd & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur (per primum poſtulatum) αδ. Dico quòd αδ ipſi βε eſt parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propoſitionem) per α ipſi βε parallelus αζ, & connectatur ζε. Triangulum igitur αβγ, triangulo γζε eſt æquale: (per 38) in æqualibus enim ſunt baſibus conſtituta βγ et γε, & in eiſdem parallelis βε & αζ, ſed triangulum αβγ, triangulo δγε eſt æquale. Triangulum igitur δγε, æquum eſt triangulo ζγε, maius minori, quod eſt impoßibile: parallelus igitur minimè eſt αζ ipſi βε. Similiterq; oſtendemus quòd nulla præter αδ. Parallelus igitur eſt αδ ipſi βε, quod oſtendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 41.*

41 SI parallelogrammũ triangulusq; in eadem baſi atq; in eiſdem alternis lineis fuerint conſtituta, parallelogrammum triangulo duplum eſſe conueniet.



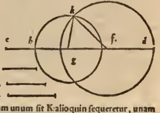


CAMPANVS. Sit parallelogrammũ a b c d, & triãgulus e b d ſuper baſin b d, & inter lineas a e et b d, quę ſint ęquidiſtãtes. Dico parallelogrãmũ, duplũ eſſe triãgulo. Protrahã in parallelogrãmo diametrũ a d, erit triãgulus a b d, dimidiũ parallelogrãmi per correlariũ 34, & qa triãgulus e b d eſt ęqualis triãgulo a b d per 37, patet triangulũ e b d, eſſe dimidiũ parallelogrãmi a b c d, quod eſt propoſitũ. Similiter quoq; poteſt probari, quòd ſi parallelogrammũ triangulusq; in ęqualibus baſibus atq; inter lineas ęquidiſtãtes fuerint conſtituta, parallelogrãmũ duplũ erit triãgulo. Quod ideo nõ poſuit Euclides

angulo γ ε δ, quare & trianguli α β ε, angulus γ ε β exterior, maior eſt angulo β α γ. Sed oſtenſum eſt quòd angulus β δ γ, eo qui ſub γ ε β, eſt maior: longe igitur maior eſt angulus β δ γ, angulo β α γ. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrſum conſtituantur, quæ conſtituentur, reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem uerò angulum continebunt, quod oſtendere oportuit.

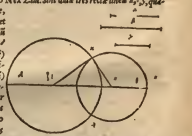
Euclid. ex Zamb. *Propoſitio 22.*

PRopoſitis tribus lineis rectis, quarũ duę quælibet ſimul iunctæ reliqua ſint lõgiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulũ cõſtituere. CAMPANVS. Sint tres lineæ rectæ propoſitæ, a, b, c, & ſint quælibet duæ ſimul iunctæ longiores reliqua: aliter enim ex illis, tribus datis æqualibus, triangulus non poſſet cõſtitui (per 20 propoſitionem) Cùm ergo ex illis tribus prędictis uolo conſtituere triangulum, ſumo lineã rectam quæ ſit d e, cui non pono à parte e determinatum finem, de qua ſumo (per 3 propoſitionẽ) d f æqualem a, & f g æqualem b, & g h æqualem c, factoq́ puncto f centro, deſcribo ſecundum quantitatem lineæ f d, circulũ d K, itemq́ facto g centro, deſcribo ſecundum quantitatem lineæ g h, circulũ K h, qui circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quorum unum ſit K: alioquin ſequeretur, unam dictarum linearum eſſe ęqualem alijs duabus iunctis, aut maiorem eis, quod eſt contrarium poſitioni. Duco ergo lineam K f & K g, eritq́ triangulus K f g, conſtitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a, b, c, ſunt enim f d & f K æquales, quoniam ſunt à centro ad circunferentiã, quare f K, eſt æqualis a. Similiterq́ g h & g K ſunt æquales, quia exeunt à centro ad circumferentiam, quare g K, eſt æqualis c, & quia g f ſumpta fuit æqualis b, patet propoſitum manifeſtè. 22



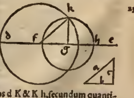
Euclid. ex Zamb. *Problema 8.* *Propoſitio 22.*

Ex tribus rectis lineis, quæ ſunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulũ cõſtruere. Oportet autẽ duas lineas reliqua eſſe maiores quomodocunq́ aſſumptas, quoniã omnis triãguli bina latera quomodocunq́ aſſumpta, reliquo ſunt maiora. THEON ex Zam. *Sint datæ tres rectæ lineæ α, β, γ, quarum duæ reliqua ſint maiores quomodocunq; aſſumptæ, hoc eſt α, β, ipſa γ, & α, γ, ipſam β, & β, γ, ipſa α: oportet iã ex tribus lineis rectis, ipſis α, β, γ æqualibus, triangulũ cõſtruere. Proponatur recta linea finita quidẽ ex parte δ infinita uerò ex parte ε, ponaturq; (per 3 propoſitionẽ) ipſi α æqualis linea δ ζ, ipſi uerò β, linea ζ η, ipſi uerò γ, linea η θ. Et centro quidẽ ζ, ſpacio uerò ζ δ (p 3 poſtulatũ) circulus deſcribatur δ κ λ: rurſus cẽtro quidẽ η, ſpacio uero η θ (per idẽ) circulus deſcribatur θ κ λ, & cõnectantur (p 1 poſtulatum) κ ζ & κ η. Dico q́ ex tribus rectis lineis æqualibus ipſis α, β, γ, triangulũ κ ζ η conſtitutũ eſt. Quoniã enim ζ ſignũ, centrũ eſt circuli δ κ λ, æqualis eſt (p 15 diffinitionẽ) ζ δ ipſi ζ κ. Sed α, ipſi ζ δ eſt æqualis, & κ ζ igitur (per communẽ ſententiã) eſt ipſi α æqualis. Rurſus quoniã η ſignum, centrũ eſt circuli λ κ θ, æqualis eſt (per eandem diffinitionẽ) η κ ipſi η θ, ſed γ ipſi η θ eſt æqualis, & κ η igitur (per 1 communẽ ſententiã) ipſi γ eſt æqualis. At ζ η ipſi β eſt æqualis (p hypotheſin) tres igitur rectæ lineæ κ ζ, ζ η, η κ, ipſis tribus α, β, γ, ſunt æquales. Ex tribus igitur rectis lineis, hoc eſt κ ζ, ζ η, η κ, quæ tribus datis rectis lineis, hoc eſt, α, β, γ, ſunt æquales, triangulũ κ ζ η conſtructũ eſt, quod feciſſe oportuit.* 22



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

DAta recta linea, ſuper terminũ eius cuilibet angulo propoſito æquum angulum deſignare. CAMP. Sit data linea f e, quæ eſt in ſuperiori figura, & ſint lineę b, a, cõtinentes angulũ datum, cui ſubtendã baſin c. Sup punctũ f lineę e f, iuberẽ facere ęqualẽ angulũ angulo dato. Ad lineã e f adiũgo f d ęqualem lineę a, & ex f e ſumo f g ęqualẽ b, & ex g e ſumo g h æqualẽ c, & ſuper puncta f & g deſcribo duos circulos d K & K h, ſecundum quantitatem 23

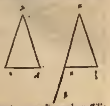


tatem duarum linearum f d & g h, interſecantes ſe in puncto k ſicut docuit præcedens, ductiſq; lineis K f & K g, erunt æqualia duo latera K f & f g trianguli K g duobus lateribus a & b trianguli a b c, & baſis g K æqualis baſi c: ergo (per 8) angulus K f g, æqualis erit angulo contento ſub a & b: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Problema 9. Propoſitio 23.

23 Ad datam rectam lineam, ad datumq; in ea ſignum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.

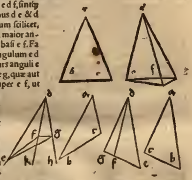
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea αβ, datumq; in ea ſignum ſit α: datus autem angulus rectilineus, ſit δγε. Oportet ad datam rectam lineam αβ, ad datumq; in ea ſignum α, dato angulo rectilineo δγε, æqualem angulũ rectilineum collocare. Sint in utriſq; lineis γδ & γε, contingentia ſigna, ſintq; illa δ, ε, & connectatur (per 1 poſtulatum) δε. Et ex tribus rectis lineis αζ, ζη, ηα, quæ tribus datis rectis lineis, hoc eſt γδ, δε, εγ, ſunt æquales, (per præcedentem) triangulum cōſtruatur, ſitq; illud αζη. Ita ut linea γδ æqualis ſit αζ, & γε ipſi αη, & inſuper δε ipſi ζη. Et quoniam duæ lineæ δγ, γε duabus lineis, hoc eſt ζα & αη ſunt æquales altera alteri, & baſis δε (per hypotheſin) baſi ζη, angulus igitur δγε, angulo ζαη (per 8 propoſitionem) eſt æqualis. Ad datam igitur rectam lineam αβ, ad datumq; in ea ſignum α dato angulo rectilineo δγε, æqualis angulus rectilineus ζαη collocatus eſt: quod feciſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 24.

24 OMnium duorum triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, ſi fuerit angulorũ ſub illis æquis lateribus contentorũ alter altero maior, baſis quoque eiuſdem, baſi alterius maior erit.

CAMPANVS. Sunt duo trianguli a b c, & e d f, ſintq; duo latera a b & a c, æqualia duobus lateribus d e & d f: & unumquodque ſuo correlatiuo, dextrum ſcilicet, dextro, ſiniſtrumq; ſiniſtro, ſitq; angulus a, maior angulo d dato. Dico quòd baſis b c, maior erit baſi e f. Faciam enim iuxta doctrinam præcedentis angulum e d g æqualem angulo a, eritq; angulus e d f, pars anguli e d g, & ponam d g æqualem a c, protraham e g, quæ aut tranſibit ſupra e f, ut ſecet lineam d f, aut ſuper e f, ut ſit ſecum linea una, aut infra. Tranſeat ergo primò ſupra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c ſunt æqualia e d, & d g lateribus trianguli e d g, & angulus a angulo d totali, erit (per 4 propoſitionē) baſis b c æqualis baſi e g. At uerò quia d g & d f ſunt æquales (nã utraque eſt æqualis a c) erit (per 5 propoſitionem) angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g, maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior eſt eodem f g e: ergo (per 18 propoſitionem latus e g maius eſt latere e f, quare & b c maior eſt e f: quod eſt propoſitũ. Si uerò e g tranſeat ſuper e f & ſit ſecum linea una, tunc e f erit pars e g: per ultimam ergo conceptionem patet propoſitum. Si uerò e g tranſeat infra e f, protrahantur duæ lineæ d f & d g, quæ ſunt æquales, ut probatum eſt, uſque ad K & ad h: fientq; per ſecundã partem 5 propoſitionis ſub baſi f g, anguli K f g & f g h æquales: quare angulus e f g maior erit angulo f g e: ergo (per 18 propoſitionem) latus e g maius eſt latere e f, quare b c maior eſt e f: quod eſt propoſitum. Iſtud ultimum membrum poſſet etiam probari (per 21 propoſitionem) per ipſam enim erunt in diſpoſitione tertia duæ lineæ d g & e g, maiores duabus lineis d f & f e, & quia d g eſt æqualis d f, propter hoc quod ambæ ſunt æquales a c, erit e g maior e f, quare & b c maior e f, quod eſt propoſitum. Melius tamen eſt demonſtrare priori modo, ut in omni diſpoſitione arguatur per quintam.

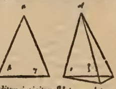


Euclid. ex Zamb. Problema 15. Propoſitio 24.

24 Si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum

alterum alteri, angulum uerò angulo maiorem ſub æquis rectis lineis contentum, baſin quoq; baſi maiorem habebunt.

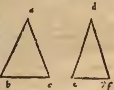
THEON ex Zamb. Sint bina triangula αβγ, δεζ, duo latera, hoc eſt αβ, αγ, duobus lateribus, hoc eſt δε, δζ, æqualia habentia, alterũ alteri, hoc eſt latus αβ lateri δε, & latus αγ lateri δζ: angulus uerò qui ſub βαγ, angulo εδζ eſto maior. Dico quòd & baſis βγ, baſi εζ maior eſt. Quoniã enim angulus βαγ maior eſt angulo εδζ, collocetur (per 23 propoſitionẽ) ad rectã lineã δε, ad datũq; in ea ſignũ δ, dato angulo βαγ æquus angulus εδη. Et ponatur alterutri, hoc eſt lineæ αγ uel δζ, æqualis ipſa δη: & cõnectatur (per 1 postulatũ) ηε & ζη. Quoniã igitur αβ æqualis eſt ipſi δε, & αγ ipſi δη, binæ lineæ βα et αγ duabus lineis εδ & δη ſunt æquales altera alteri, & angulus βαγ (p 23 propoſitionẽ) angulo εδη eſt æqualis: baſis igitur βγ (per 4 propoſitionẽ) baſi εη eſt æqualis. Rurſus quoniã æqualis eſt δη ipſi δζ: angulus igitur δηζ, angulo δζη eſt æqualis. Angulus igitur δζη, angulo εηζ maior eſt: longè maior igitur eſt angulus εζη, angulo εηζ. At quoniã triangulum eſt εζη habens angulum εζη maiorem angulo εηζ, maiorem autem angulum (per 18 propoſitionem) latus maius ſubtendit: maius igitur eſt latus εη latere εζ. Aequale autem eſt latus εη, lateri βγ: latus igitur βγ, maius eſt latere εζ. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, & quæ ſequũtur reliqua ut in propoſitione, quod oſtẽdere oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

OMnium duorum triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, baſis uerò unius baſi alterius fuerit maior, erit quoq; angulus trianguli maioris baſis illis æquis lateribus cõtentus, angulo alterius ſe reſpiciente maior. 25

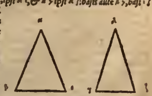
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f: ſintq; duo latera a b & a c primi, æqualia duobus lateribus d e & d f ſecundi, unumquodq; ſuo correlatiuo: ſitq; baſis b c, maior baſi e f: dico quòd angulus a, maior erit angulo d. Hæc eſt conuerſa præcedentis. Aequalis quidẽ non erit. Sic enim eſſet (per 4) baſis, b c æqualis baſi e f: quod eſt contra hypotheſin. Sed nec minor, quia ſic eſſet d maior: & ita per præcedentem baſis e f, erit maior baſi b c, quod eſt contrarium poſitioni, quare maior erit. Sicq; propoſitum aſtruitur.



Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 25.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterũ alteri æqualia habuerint, baſin uerò baſi maiorẽ, angulum quoq; ſub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt. 25

THEON ex Zamb. Sint duo triangula βγα, δεζ, duo latera, hoc eſt αβ, & αγ, duobus lateribus, hoc eſt δε & δζ æqualia habentia alterũ alteri, αβ ſcilicet, ipſi δε, & αγ ipſi δζ: baſis autẽ βγ, baſi εζ maior eſto: dico quòd angulus βαγ, maior eſt angulo εδζ. Si autẽ non, aut ei eſt æqualis, aut eo minor. Aequalis autem non eſt angulus βαγ, angulo εδζ: ſi enim æqualis eſſet, baſis quoq; βγ (per 4 propoſitionẽ) baſi εζ eſſet æqualis: at nõ eſt: angulus igitur βαγ, angulo εδζ æqualis minimè eſt. Neq; etiã minor eſt angulus βαγ eo qui ſub εδζ: nã β baſis γ, baſi εζ minor eſſet: at nõ eſt: minor igitur non eſt angulus βαγ, eo qui ſub εδζ: oſtenſum autẽ eſt quòd neq; æqualis: maior igitur eſt angulus βαγ, angulo εδζ. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, & quæ ſequuntur reliqua, ut theoremate: quod oſtendere oportuit.



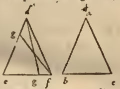
Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

OMnium duorum triangulorum, quorum duo anguli unius duobus angulis alterius & uterque ſe reſpicienti æquales fuerint, latus quoque unius lateri alterius æquale, fueritq; latus 26

illud

illud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppoſitum, erunt quoq; duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodq; ſe reſpicienti æqualia, angulusq; reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

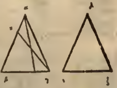
Campanvs. Sint duo trianguli a b c, d e f, ſitq; angulus b, æqualis angulo e, & angulus c, æqualis angulo f, ſitq; latus b c æquale lateri e f, aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorum laterum d e & d f, ita quòd a b ſit æquale d e, aut a c, d f. Dico quòd reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus uidelicet a, angulo d. Ponam ergo primò ut latus b c, ſuper quod iacent anguli b c, ſit æquale lateri e f, ſuper quòd iacent anguli e, f, qui poſiti ſunt æquales angulis b c. Tunc dico, quòd latus a b eſt æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b non ſit æquale lateri d e, alterum erit maius: ſit ergo maius d e, quod reſecabo ad æqualitatem a b, ſitq; g e æquale a b. Producam lineam g f, eritq; per 4 propoſitionem angulus g f e æqualis angulo a c b, quare & angulo d f e, pars toti, quod eſt impoſsibile. Erit ergo d e, æquale a b, ergo (per 4) d f æquale a c, & angulus d ęqualis angulo a: quod eſt primum membrum diuiſionis propoſitæ. Sint rurſus ut prius, duo anguli b & c, æquales duobus angulis e & f: ſitq; latus a b quod opponitur angulo c, æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui poſitus eſt æqualis angulus c. Dico, quòd latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c, erit alterum maius: ſit ergo e f, maius: ponatur itaq; e g ęquale b c, producam lineam d g: eritq; per 4 propoſitionem angulus d g e, æqualis angulo a c b: quare & angulo d f e, extrinſecus uidelicet, intrinſeco, quod eſt impoſſibile per 16 propoſitionem. Erit ergo e f æquale b c: ergo per 4 propoſitionem, latus d f æquale lateri a c, & angulus d totalis angulo a: quod eſt ſecundum membrum diuiſionis propoſitæ. Quare totum manifeſtè patet.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 26.*

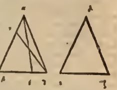
26 Si bina triãgula duos angulos duobus angulis alterum alteri ęquales habuerint, unumq; latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod ab uno æqualium angulorum ſubtenditur, reliqua quoq; latera reliquis lateribus ęqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

Theon *ex Zamb.* *Sint bina triangula* αβγ, δεζ: *duos angulos, hoc eſt,* αβγ *&* βγα *æquales habentia duobus angulis, hoc eſt* δεζ *&* εζδ, *alterum alteri, hoc eſt angulum* αβγ, *angulo* δεζ, *& angulum* βγα *angulo* εζδ, *unumq; latus uni lateri æquũ: & primũ id quod æquis adiacet angulis, hoc eſt latus* βγ *lateri* εζ. *Aio quòd & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri, hoc eſt latus* αβ, *lateri* δε: *& latus* αγ, *lateri* δζ: *& reliquũ angulum reliquo angulo æqualem, hoc eſt* βαγ *ipſi* εδζ. *Si enim* αβ *ipſi* δε *eſt non æqualis, earum altera maior eſt: eſto maior* αβ, *&* η *collocetur (per 3 propoſitionem) ipſi* δε *æqualis linea* ηβ, *& connectatur* ηγ. *Quoniam igitur* ηβ *æqualis eſt ipſi* δε, *&* βγ *ipſi* εζ: *duæ igitur lineæ* ηβ *&* βγ, *duabus* δε *&* εζ, *altera alteri ſunt æquales: & angulus* ηβγ, *angulo* δεζ *æquus eſt: baſis igitur* ηγ *(per 4 propoſitionem) baſi* δζ *eſt æqualis, & triangulum* ηβγ *triangulo* δεζ *æquum eſt: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur: æqualis igitur eſt angulus* ηγβ, *angulo* δζε. *Sed angulus* δζε *ipſi* βγα *ſupponitur æqualis: angulus igitur* βγη *(per primam communẽ ſententiam) angulo* βγα *eſt æqualis minor maiori: quod eſt impoſsibile. Inæqualis igitur non eſt* αβ, *ipſi* δε. *æqualis igitur. Eſt autẽ &* βγ, *ipſi* εζ *æqualis: duæ iam* αβ *&* βγ, *duabus* δε *&* εζ *ſunt altera alteri æquales: & angulus qui ſub* αβγ, *angulo qui ſub* δεζ *eſt æqualis. Baſis igitur* αγ *(p 4 propoſitionẽ) baſi* δζ *eſt æqualis: & reliquus angulus* βαγ, *reliquo angulo* εδζ *eſt æqualis.* | κείσθω *ponatur, ſit.*



Rurſus

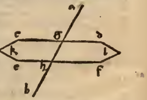
Rurſus ſint ad angulos æquos latera ſubtenſa, æqualia, ſintq́; α β & δ ε. Dico rurſus quòd reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt, hoc eſt latus α γ lateri δ ζ, & latus β γ lateri ε ζ: & inſuper reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ æqualis erit: Si enim β γ ipſi ε ζ æquale non eſt, alterũ eorum maius erit: ſit igitur (ſi poßibile eſt) maius latus β γ: & ponatur (per 3 propoſitionẽ) ipſi ε ζ æqualis linea β θ: & connectatur (per 1 poſtulatũ) α θ. Et quoniam æqualis eſt β θ ipſi ε ζ, & α β ipſi δ ε: duæ igitur α β & β θ, duabus δ ε & ε ζ ſunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Baſis igitur α θ, (per 4 propoſitionem) baſi δ ζ eſt æqualis: et triangulũ α β θ, triangulo δ ε ζ eſt æquale: & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales, ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera: angulus igitur β θ α, angulo ε ζ δ eſt æqualis. Sed angulus ε ζ δ, angulo β γ α eſt æqualis. Angulus igitur β θ α, angulo β γ α eſt æqualis: trianguli igitur α θ γ angulus exterior β θ α, interiori angulo β γ α eſt æqualis & oppoſito: quod (per 16 propoſitionem) eſt impoßibile. Latus igitur ε ζ, ipſi β γ inæquale non eſt, æquale igitur. Eſt autẽ α β, ipſi δ ε æqualis: duæ igitur α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ ſunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Baſis igitur α γ (per 4 propoſitionem) baſi δ ζ eſt æqualis: & triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ eſt æquale: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ eſt æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis, & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

SI recta linea ſuper duas lineas rectas ceciderit, duosq́; angulos coalternos ſibi inuicem æquales fecerit, illæ duæ lineæ erunt æquidiſtantes. 27

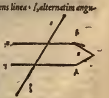
CAMPANVS. Sit ut linea a b cadat ſuper duas lineas c d, e f, & ſecet lineam c d in puncto g, & lineam e f in pũcto h: ſitq́; angulus d g h æqualis angulo e h g: dico quòd lineæ c d & e f, ſunt æquidiſtantes. Si enim non, cõcurrant aut ad partem c, e, ſuper pũctum k, aut ad partem d, f, ſuper pũctum l: & qualitercunq; fuerit, accidet impoſsibile per 16. uidelicet angulum extrinſecum, eſſe æqualem intrinſeco & oppoſito: nam unus dictorum angulorum coalternorũ, qui poſiti ſunt æquales, erit extrinſecus, & reliquus intrinſecus & oppoſitus. Quia igitur impoſsibile eſt eas cõcurrere, in alterutram partem protractas, ipſæ per ultimam diffinitionem erunt æquidiſtantes, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 27.

Si in binas rectas lineas recta incidẽs linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipſæ rectæ lineæ erunt. 27

THEON ex Zamberto. *In binas enim rectas lineas α β, γ δ recta incidens linea ε ζ, alternatim angulos α ε ζ & ε ζ δ æquales adinuicem efficiat, dico quòd parallelus eſt α β, ipſi γ δ. Si autem non, productæ concurrunt aut ad partes β, δ aut ad α γ: producantur igitur & concurrant ad partes β, δ, in ſigno η, ſi eſt poßibile. Trianguli ergo η ε ζ, angulus α ε ζ exterior, æqualis eſt angulo ε ζ η interiori & oppoſito: quod (per 16 propoſitionem) eſt impoßibile. Igitur α β & γ δ productæ, ad partes β, δ, minimè cõcurrunt: ſimiliter quoque oſtendetur, quòd neque ad partes α γ. Quæ autem in nulla parte concurrunt, parallelæ ſunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur eſt α β, ipſi γ δ. Si in binas igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate, quod erat oſtendendum.*

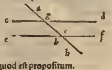


Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.

SI linea recta duabus lineis rectis ſuperuenerit, fueritq́; angulus eius intrinſecus angulo extrinſeco ſibi oppoſito æqualis, aut duo anguli intrinſeci ex una parte duobus angulis rectis æquales, illæ duæ lineæ æquidiſtantes erunt. 28

CAMPANVS. Sit ut linea a b, ſecet duas lineas c d & e f, in punctis g & h: ſitq́; angulus

lus g extrinſecus, æqualis angulo h intrinſeco ex eadem parte ſumpto, aut duo anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti, ſint æquales duobus angulis rectis. Dico quòd duæ lineæ c d & e f ſunt æquidiſtãtes. Sit ergo primò angulus d g a, æqualis angulo f h g: erit quoq; per 15 propoſitionem angulus c g h, æqualis eidẽ angulo f g h: quare per præmiſſam, c d & e f, ſunt æquidiſtãtes. Sint rurſus duo anguli d g h & f h g, æquales duobus rectis: & quia per 13 propoſitionẽ duo anguli d g h & c g h ſunt ſimiliter æquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmiſſam c d & e f, erunt æquidiſtantes, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 28.*

28 Si in binas rectas lineas, recta incidẽs linea exteriorẽ angulũ interiori & oppoſito ad eaſdẽ partes æqualẽ fecerit, aut interiores & ad eaſdem partes duob. rectis æquales, parallelæ erũt adinuicẽ ipſæ rectæ lineæ.

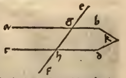
THEON *ex Zamb. In binas enim rectas lineas αβ & γδ, recta linea incidens εζ, angulum exteriorem εηβ, angulo interiori ηθδ & oppoſito, æqualem efficiat, aut interiores & ad eaſdem partes, hoc eſt βηθ, ηθδ, duobus rectis æquales. Dico quòd parallelus eſt αβ, ipſi γδ. Quoniam angulus εηβ (per hypotheſin) æqualis eſt angulo ηθδ, & angulus εηβ (per 15) æqualis eſt angulo αηθ: angulus igitur αηθ æqualis eſt angulo ηθδ, et ſunt alterni, (per 27 propoſitionem) parallelus eſt igitur αβ ipſi γδ. Rurſus quoniã anguli βηθ & ηθδ (per hypotheſin) duobus rectis ſunt æquales, & anguli αηθ & βηθ (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: anguli ergo αηθ & βηθ, angulis βηθ & ηθδ ſunt æquales. Communis auferatur angulus βηθ: reliquus igitur αηθ, reliquo ηθδ eſt æqualis, & ſunt alterni. Parallelus igitur eſt αβ, ipſi γδ. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendendum fuerat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*

29 SI duabus lineis ęquidiſtantibus linea ſuperuenerit, duo anguli coalterni ęquales erunt, anguluſq; extrinſecus angulo intrinſeco ſibi oppoſito ęqualis, itemq; duo anguli intrinſeci ex alterutra parte conſtituti duobus rectis angulis æquales.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidiſtantes: ſuper quas cadat linea e f, ſecans eas in punctis g & h, dico quòd anguli g & h coalterni ſunt æquales, & quòd angulus g extrinſecus eſt æqualis angulo intrinſeco ſibi oppoſito ex eadem parte ſumpto, & quòd anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti ſunt æquales duobus rectis. Et hæc eſt conuerſa duarum pręcedentium. Primum ſic patet. Si enim angulus b g h non eſt æqualis angulo c h g, alter eorum erit maior, ſit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d ſunt æquales duobus rectis, ergo per 13 propoſitionem erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionẽ, duæ lineæ a b & c d ſi protrahantur, cõcurrent in parte b & d, ad punctum aliquẽ, ut ad k: nõ ergo ſunt æquidiſtantes per ultimã diffinitionem, quod eſt cõtra hypotheſin, & quia hoc eſt impoſſibile, erũt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales, quod eſt primũ propoſitum. Ex hoc patet ſecundum. Eſt enim per 15 propoſitionem angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e, erit æqualis angulo c h g, extrinſecus, uidelicet intrinſeco, quod eſt ſecundum propoſitum. Ex hoc rurſus patet tertiũ. Sunt enim per 13 propoſitionem duo anguli a g e & a g h, æquales duobus rectis, ergo duo anguli a g h & c h g, erunt etiam æquales duobus rectis, qui ſunt duo intrinſeci ex eadem parte ſumpti, quod eſt 3 propoſitum.

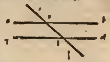


Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 29.*

29 In parallelos rectas lineas recta incidens linea, et alternatim angulos ad inuicem æquales, & exteriorẽ interiori & oppoſito & ad eaſdẽ partes ęqualẽ, & interiores & ad eaſdẽ partes duobus rectis ęquales efficit.

THEON *ex Zamb. In parallelos enim rectas lineas αβ & γδ, recta incidat linea εζ. Dico quòd & alternos angulos αηθ & ηθδ æquos efficit, & exteriorem angulũ εηβ interiori & oppoſito & ad*

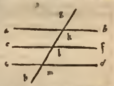
eaſdē partes, hoc eſt ipſi η θ δ æqualē, & interiores et ad eaſdē partes, hoc eſt β η θ & η θ δ duobus rectis æquales. Si enim æqualis non eſt α η θ ipſi η θ δ, alter eorum maior eſt. Sit maior α η θ. Quoniā igitur α η θ maior eſt ipſo η θ δ, cōmunis ponatur angulus β η θ: anguli ergo α η θ & β η θ, maiores ſunt ipſis β η θ & η θ δ. Sed anguli α η θ & θ η β (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales, anguli igitur β η θ & η θ δ duobus rectis ſunt minores: quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur in infinitum, concurrunt (per 5 poſtulatum.) Rectæ igitur lineæ α β & γ δ, in infinitum productæ, concurrunt: non concurrūt autem, quoniam paralleli, per hypotheſin. Angulus igitur α η θ, angulo η θ δ inæqualis non eſt: æqualis igitur. Sed angulus α η θ, angulo ε η β (per 15 propoſitionem) eſt æqualis, angulus igitur ε η β (per 1 communem ſententiam) angulo η θ δ eſt æqualis, communis ponatur β η θ, anguli ε η β & β η θ igitur, angulis β η θ & η θ δ ſunt æquales. Sed anguli ε η β & β η θ, duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionem) & anguli β η θ & η θ δ, duobus rectis ſunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendere oportebat.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*

SI fuerint duæ lineę uni æquidiſtantes, eædem ſibi inuicem diſtantes erunt. 30

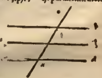
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, quarum utraq; æquidiſtet lineæ e f. Dico illas duas, uidelicet a b & c d, eſſe æquidiſtantes. Hoc autem eſt uniuerſaliter uerum, ſiue duæ lineæ a b & c d ſint in una ſuperficie cum linea e f, ſiue non: hic tamen non intelligitur, niſi ſecundum quòd omnes ſunt in ſuperficie una, ſecundum enim quòd ſunt in diuerſis ſuperficiebus, probatur in 9 undecimi libri, quòd ſunt æquidiſtātes. Sint igitur omnes in ſuperficie una: protraham autem lineam g h, ſecantem lineas a b, e f, & c d, in punctis K, l, m. Et quia a b æquidiſtat e f, erit angulus b K l ęqualis angulo e l K per primam partem præcedētis, cum illi ſint coalterni: at quia a b æquidiſtat e f, erit angulus K l e extrinſecus æqualis angulo l m c intrinſeco, per ſecūdam partē præcedentis, ergo angulus b K l, eſt æqualis angulo c m l, qui cū ſint coalterni, erūt (per 27) lineæ a b & c d æquidiſtantes: quod eſt propoſitū.



Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 31.

Quę eidem rectæ lineæ paralleli, & ad inuicem ſunt paralleli. 30

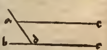
THEON ex Zamb. *Sint α β & γ δ, ipſi ε ζ paralleli, dico quòd α β, ipſi γ δ eſt parallelus. Incidat enim in eas recta lineas η θ κ, & quoniam in parallelos rectas lineas α β & ε ζ, recta linea η θ κ incidit: æqualis eſt igitur angulus α η θ ipſi η θ ζ (per 29 propoſitionem.) Rurſus quoniam in parallelos rectas lineas ε ζ & γ δ recta linea η κ incidit (per eandem) æqualis eſt η θ ζ, ipſi η κ δ. patuit autem quòd α η θ ipſi η θ ζ eſt æqualis, & quòd η κ δ eſt æqualis η θ ζ, α η κ igitur, ipſi η κ δ eſt æqualis, et ſunt alterni, parallelus igitur eſt α β ipſi γ δ. quod oſtendendum erat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

APūcto extra lineā dato, lineę propoſitę ęquidiſtantē ducere. 31

CAMPANVS. Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea utrinq; protracta, per ipſum non tranſit. Sit ergo punctus a, datus extra lineā b c, ab eodē puncto a, à quo oportet protrahere lineam æquidiſtantē ipſi b c, protraho lineam a d lineę b c ſuperſtantem qualitercunq; contingat, & ſuper punctum a, qui eſt extremitas lineæ a d, cōſtituo angulum e a d, per doctrinam 23 propoſitionis, æqualem angulo b d a ſibi coalterno, eritq; a e æquidiſtans b c per 27 propoſitionem: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propoſitio 31.

Per datum ſignum, datæ rectæ lineæ parallelū rectam lineā ducere. 31

THEON ex Zamb. *Sit quidem datum ſignum α, data uerò recta linea ſit β γ. Oportet iam per datum ſignum α ipſi β γ rectæ lineæ, parallelum rectam lineam ducere. Suſcipiatur in ipſa β γ,*



contingens

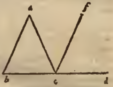
contingens ſignum, ſitque illud δ, & connectatur (per 1 poſtulatum) α δ, & conſtituatur (per 23 propoſitionem) ad datam rectam lineam α δ, ad datumque in ea ſignum α, dato angulo α δ γ, æqualis angulus δ α ε, & producatur (per 14 propoſitionē) in rectum ipſius α ε, linea α ζ. Et quoniam in rectas lineas β γ & ε ζ, recta linea incidens α δ, alternos angulos ε α δ & α δ γ æquales ad inuicem fecit, parallelus eſt igitur ε ζ ipſi β γ (per 27 propoſitionē.) Per datū ergo ſignū α, datæ rectæ lineæ β γ parallelus recta linea ε α ζ ducta eſt, quod feciſſe oportuit.



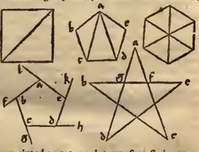
Euclid. ex Camp. Propoſitio 32.

32 OMnis trianguli angulus extrinſecus, duobus intrinſecis ſibi oppoſitis eſt æqualis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt.

Campanvs. Sit triangulus a b c, cuius latus b c protrahatur uſque ad d, dico quòd angulus c extrinſecus, eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis ſimul iunctis: & quòd tres anguli trianguli a b c ſimul iuncti, ſunt æquales duobus rectis. A puncto c protraham c f æquidiſtantem a b, ſecundum doctrinam præcedentis, eritque angulus f c a æqualis angulo a, quia ſunt coalterni per primam partem 29 propoſitionis, & angulus f c d extrinſecus, æqualis angulo b intrinſeco per ſecundam partem eiuſdem, quare totus a c d extrinſecus, eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis, quod eſt primum. Et quia duo anguli a c b & a c d ſunt æquales duobus rectis per 13 propoſitionem, erunt tres anguli a, b, & c intrinſeci æquales duobus rectis, quod eſt ſecundum propoſitum.



Campani additio. Ex hac autem patet, quòd omnis figuræ polygoniæ omnes anguli ſimul ſumpti tot rectis angulis ſunt æquales, quotus eſt numerus quo à prima deſtiterit, duplicatus. Verbi gratia, polygoniarum figurarum, eſt triangula prima, quia ſi eſſet duarum linearum, cùm figura ſit clauſio linearum, tunc duæ lineæ rectæ includerent ſuperficiē, quod eſt impoſſibile per ultimam petitionem. Quadrilatera, ſecunda: pentagona, tertia. Similiter autem quælibet tota erit in ordine, quotus erit numerus laterum aut angulorum eius, dempto binario. Dico ergo quòd triangulæ (quæ eſt prima) omnes anguli ſunt æquales duobus rectis: quadrilateræ (quæ eſt ſecūda) erunt æquales quatuor rectis: & pentagonæ (quæ eſt tertia) erunt æquales ſex rectis. Hoc autē manifeſtum eſt, quoniā cùm quælibet talis figura ſit in tot triangulos reſolubilis, quota ipſa fuerit à prima, ductis rectis lineis, à quouis angulorum eius ad omnes angulos oppoſitos, ſintque omnes anguli omnis trianguli duobus rectis æquale, erunt omnis lateratæ figuræ omnes anguli bis tot rectis æquales, quota ipſa fuerit à prima, quod eſt propoſitum. Sit enim exempli gratia, pentagonus a b c d e, à cuius angulo a, ducā lineas ad angulos c d, ipſi oppoſitos, erit totus pentagonus reſolutus in tres triāgulos a b c, a c d, & a d e, quorū cùm cuiuslibet ſint anguli æquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli æquales ſex rectis, quod eſt duplum eius numeri quo à prima diſtat, ſiue duplum numeri angulorū aut laterum eius, inde dempto binario. Poſſumus quoque & ſic idem proponere, dicentes quòd omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti ſunt tot rectis angulis æquales, quantus eſt numerus quem eius anguli duplicāt, inde dempris quatuor: puncto enim quouis intra figurā ſignato, & ab eo ad ſingulos angulos lineis protractis, erit ipſa figura in tot triangulos reſoluta quoti fuerint eius anguli: ideoque omnes anguli omnium illorum triangulorum pariter accepti, tot rectis angulis erunt æquales, quantus eſt numerus quem duplicant anguli propoſitæ figuræ. Cùm itaque ſint omnes anguli triangulorum, in quos ipſa reſoluta eſt, punctum medium circunſtantes, quatuor rectis æquales per 13 propoſitionem, manifeſtum conſtat propoſitum. Similiter quoque patet, quòd omnis figuræ polygoniæ

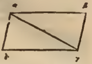


gulo d a c ſecundi. At quia ipſi anguli a d b & d a c ſunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidiſtantes, per uiceſimam ſeptimam. Et quia prius probatum eſt ipſas eſſe ęquales, patet propoſitum utrunque.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 33.* *Propoſitio 33.*

33 Æquas & parallelos ad eaſdem partes, rectæ lineæ coniungentes, & ipſæ æquales & parallelæ ſunt.

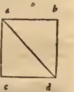


THEON *ex Zamb. Sint æquales rectæ lineæ & paralleli, α β & γ δ, & ipſas cõiungant ad eaſdẽ partes, rectæ lineæ α γ & β δ, dico quòd α γ & β δ, æquales & paralleli ſunt. Connectatur enim (per primum poſtulatum) β γ. Quoniam parallelus eſt α β ipſi γ δ, & in eas incidit β γ, alterni anguli α β γ & β γ δ adinuicem ſunt æquales, (per uiceſimam nonam propoſitionem. Et quoniam æqualis eſt α β ipſi γ δ, communis autem β γ, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ ſunt æquales, & angulus α β γ, angulo β γ δ eſt æqualis. Baſis igitur β δ (per quartam propoſitionem) baſi α γ eſt æqualis, & triangulum α β γ, triangulo (ei quod ſub) β γ δ, æquum eſt, & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur α γ β, æqualis eſt ei qui ſub γ β δ, & angulus β α γ, ei qui ſub β δ γ. Et quoniam in duas rectas lineas α γ & β δ, recta linea incidit β γ, alternos angulos, hoc eſt α γ β & γ β δ æquales ad inuicem efficiens: parallelus igitur eſt α γ ipſi β δ, (per uiceſimam ſeptimam propoſitionem.) Oſtenſum autem eſt, quòd & ei æqualis eſt. Aequales igitur & parallelos ad eaſdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipſæ æquales & paralleli ſunt, quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 34.*

34 OMnis ſuperficies æquidiſtantibus contenta lateribus, lineas atque angulos ex aduerſo collocatos habet ęquales, diametro diuidente eam per medium.

CAMPANVS. Sit ſuperficies a b c d æquidiſtantiũ laterum, ita quòd linea a b æquidiſtet c d, & a c ipſi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d eſſe æquales: ſimiliter dico angulum a eſſe æqualem angulo d, & angulum b angulo c. Protraham diametrum a d, quæ etiam diuidet ſuperficiem illam per medium. Cùm a b & c d ſint æquidiſtantes, erunt anguli b a d & c d a, qui ſunt coalterni, æquales per uiceſimam nonam. At quia etiã a c & b d ſunt æquidiſtãtes, erunt anguli c a d & d b a, qui ſunt coalterni æquales, per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c, & quia duo anguli a & d trianguli a d b, ſunt æquales duobus angulis d & a trianguli d a c, & latus a d ſuper quod iacent illi anguli in utroque triangulo eſt commune, erit per uiceſimam ſextam propoſitionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet eſſe æqualem angulo d totali, per ſecundam communem animi conceptionem, totum propoſitum cum correlario liquet.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propoſitio 34.*

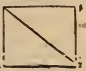
34 Parallelogrammorum * locorum latera quæ ex oppoſito, & anguli, æqualia ſunt adinuicem, & dimetiens ea bifariàm ſecat. *χωρίων

THEON *ex Zamberto. Sit parallelogrammus locus α γ δ β, dimetiensq́ue illius β γ eſto. Dico quòd parallelogrãmi α γ δ β latera & anguli ex oppoſito, ad inuicem ſunt æqualia, & illud β γ dimetiens bifariàm ſecat. Quoniam enim parallelus eſt α β ipſi γ δ, & in eas incidit recta linea β γ (per 29 propoſitionem) alterni anguli α β γ & β γ δ, ſunt adinuicem æquales. Rurſus quoniam parallelus eſt α γ ipſi β δ, & in eas incidit recta linea β γ, anguli alterni, hoc eſt α γ β & γ β δ æquales ſunt ad inuicem. Bina igitur triangula ſunt α β γ & β γ δ, duos angulos qui ſub α β γ & α γ β, duobus angulis β γ δ et γ β δ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum β γ, & reliqua latera: igitur (per 27 propoſitionem) reliquis lateribus æqualia erunt alte-*



rum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis: latus igitur αβ eſt æquale lateri γδ, & αγ ipſi βδ, & angulus βαγ angulo βδγ eſt æqualis. Et quoniam angulus αβγ æqualis eſt angulo βγδ, & angulus γβδ ei qui ſub αγβ: totus igitur angulus αβδ, toti angulo αγδ (per 2 cõmunem ſententiam) eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem, quòd angulus βαγ angulo γδβ eſt æqualis. Parallelogrammorũ igitur locorũ anguli & latera ex oppoſito, adinuicem ſunt æqualia. Dico etiam, quòd dimetiens ea bifariàm ſecat. Quoniam enim αβ æquum eſt ipſi γδ, & βγ communis eſt, duæ igitur αβ & βγ, duabus βγ & γδ ſunt altera alteri æquales: & angulus αβγ angulo βγδ eſt æqualis: baſis igitur αγ (per 4 propoſitionẽ) baſi βδ eſt æqualis, & triangulũ αβγ triangulo βγδ eſt æquale. Dimetiens igitur βγ, biſariàm ſecat parallelogrammum αβγδ: quod erat oſtendendum.

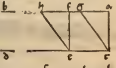
χωρίων

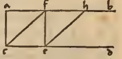


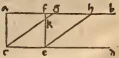
Euclid. ex Camp. Propoſitio 35.

Omnes ſuperficies æquidiſtãtium laterũ ſuper unã baſin atque in eiſdem alternis lineis conſtitutæ, æquales eſſe probãtur. 35

Campanvs. Sint duæ lineæ a b & c d æquidiſtantes, inter quas fiat a c f e ſuperficies æquidiſtantium laterũ ſuper baſin c e, & ſuper eãdem baſin, & inter eaſdem lineas fiat alia ſuperficies g c h e, ſimiliter æquidiſtãtium laterum: dico duas prædictas ſuperficies, eſſe æquales. Quod ſic probatur. Aut enim linea c g ſecabit lineã a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraque duarũ linearum a f & g h eſt æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit æqualis alteri: dempta ergo linea f g communi, remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum eſt a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per ſecundam partem 29. uidelicet extrinſecus intrinſeco, erit per 4. triangulus a c g æqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera, quæ eſt g c f e, addita utrique, erit ſuperficies a c f e æqualis ſuperficiei g c h e, quod eſt propoſitũ. Secet ſecundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in ſecunda figuratione apparet, eruntque ſimili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f e h, æquales, quare utrobique addito triangulo f c e, patet propoſitum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo pũcta f, b, ut in tertia figuratione apparet, ſecabitque lineam f e, ſit ut in puncto K, & quia ſimili argumentatione priori, linea a f eſt æqualis lineæ g h, facta communi linea g f, erit h g æqualis f h, & triangulus a g c, æqualis triangulo f e h, Addito ergo utrique triangulo c k e, & detracto ab utroque triangulo f k g, erit ſuperficies a c f e æqualis ſuperficiei g c h e, quod eſt oppoſitũ.

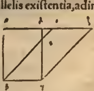






Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 35.

Parallelogramma in eadem baſi & in eiſdẽ parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia. 35

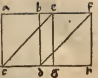


THEON ex Zamb. *Sint parallelogramma αβγδ & εβγζ, in eadem baſi exiſtentia, hoc eſt βγ, & in eiſdem parallelis hoc eſt, αζ & βγ. Dico quòd parallelogrammum αβγδ, æquale eſt parallelogrammo εβγζ. Quoniã enim parallelogrammũ eſt αβγδ, æqualis eſt αδ ipſi βγ (per 34 propoſitionem,) & id propterea etiam εζ ipſi βγ eſt æqualis: quare & αδ ipſi εζ eſt æqualis, & communis δε: tota igitur αε, toti δζ eſt æqualis. At αβ ipſi δγ eſt æqualis, duæ igitur εα & αβ, duabus ζδ & δγ ſunt altera alteri æquales, & angulus ζδγ, angulo εαβ eſt æqualis, exterior interiori. Baſis igitur εβ, (per quartam propoſitionem) baſi ζγ eſt æqualis, & triangulum εαβ, triangulo ζδγ eſt æquale. Commune auferatur triangulum δηε, reliquum igitur trapezium αβηδ, trapezio εηγζ eſt æquale. Cõmune autem ponatur triangulum ηβγ: totum igitur parallelogrammũ αβγδ, toti parallelogrammo εβγζ eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 36.

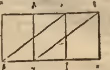
Omnia parallelogrãma in baſibus æqualibus atque in eiſdem lineis conſtituta, æqualia eſſe neceſſe eſt. 36

Campanvs. Parallelogrammū, dicitur ſuperficies ęquidiſtantiū laterū. Sint duę ſuperficies a b c d & e f g h, ęquidiſtanniū laterū conſtitutę inter duas lineas æquidiſtātes quę ſunt a f & c h, & ſuper ęquales baſes quę ſunt c d & g h, dico eas eſſe ęquales: nam protrahā duas lineas c e & d f, eritq́ per 33, ſuperficies c d e f, ęquidiſtātium laterum, propter hoc quod e f eſt æqualis & æquidiſtās c d, nam utraq; earum eſt æqualis g h. Quia ergo per præmiſſam utraq; duarum ſuperficierum a b c d & e f g h eſt æqualis ſuperficiei c d e f, ipſæ erunt ſibi inuicem æquales, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propoſitio 36.*

36 Parallelogramma in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia.

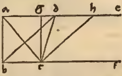


THEON *ex Zamb. Sint parallelogramma αβγδ & εζηθ in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt βγ & ζη, & in eiſdem parallelis, hoc eſt αθ & βη. Dico quòd parallelogrammum αβγδ eſt æquale parallelogrāmo εζηθ. Cōnectantur enim βε & γθ. Quoniam æqualis eſt βγ ipſi ζη, ſed ζη æqualis eſt ipſi εθ, & βγ igitur ipſi εθ eſt æqualis: ſunt autem paralleli, & coniungunt eas βε & γθ: æquales autem & parallelos, coniungentes lineæ, æquales & paralleli ſunt (per 33 propoſitionē.) Igitur εβ & γθ æquales & paralleli ſunt. Parallelogrammum igitur eſt εβγθ, & eſt æquale parallelogrāmo αβγδ: baſin enim eandem habet, hoc eſt βγ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt βη & αθ. ac per hoc etiam εζηθ, ipſi εβγθ eſt æquale. Quare parallelogrammum αβγδ parallelogrammo εζηθ eſt æquale. Parallelogrāma igitur & quæ ſequuntur reliqua ut theoremate: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 37.*

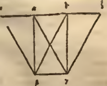
37 AEquales ſunt ſibi cuncti trianguli, qui ſuper eandem baſin, atq; inter duas lineas æquidiſtantes ſunt conſtituti.

Campanvs. Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c, inter duas lineas a e & b f, quæ ſint æquidiſtantes, dico eos eſſe æquales. Protrahā enim c g æquidiſtantē a b, & c h æquidiſtātē d b per 31, eruntq́ duę ſuperficies a b c g & d b c h ęquales per 35. Et quia dicti trianguli ſunt earū dimidia per correlariū 34 propoſitionis, ipſi erūt ęquales per cōmunē ſcientiā quę eſt, quorum tota ſunt æqualia & dimidia, ſicq́ patet propoſitū.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propoſitio 37.*

37 Triangula in eadem baſi & in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicē ſunt æqualia.

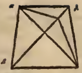


THEON *ex Zamb. Sint triangula αβγ & δβγ, in eadem baſi βγ, & in eiſdem parallelis αδ & βγ cōſtituta. Dico quòd triangulum αβγ, eſt æquale triangulo δβγ. Producatur (per 2 poſtulatū) αδ ex utraq; parte, in ε & ζ, & per β, ipſi γα (per 31 propoſitionē) excitetur parallelus βε, & per γ, ipſi βδ (per eandem) parallelus excitetur γζ. Parallelogrāma igitur ſunt εβγα & δβγζ, & parallelogrammū εβγα, (per 35 propoſitionē) æquale eſt ipſi δβγζ parallelogrammo: in eadem enim ſunt baſi βγ, & in eiſdem parallelis βγ & εζ. At parallelogrammi εβγα, triangulū αβγ dimidium eſt (per 34 propoſitionē) nam αβ dimetiens, illud bifariàm ſecat, parallelogrāmi uerò δβγζ (per eandem) triangulum δβγ dimidium eſt, nam βγ dimetiens illud bifariàm ſecat: at quæ æqualium ſunt dimidium, adinuicem ſunt æqualia (per ſeptimam communem ſententiam) triangulum igitur αβγ, triangulo δβγ eſt æquale. Triangula igitur & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 38.*

38 SI duo trianguli ſuper baſes æquales atq; inter duas lineas æquidiſtantes ceciderint, æquales eos eſſe neceſſe eſt.

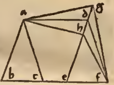
Campanvs. Sint duo triāguli a b c & d e f, cōſtituti ſup baſes b c & e f æquales, et inter lineas



THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ & δ γ β, cõſtituta in eadẽ baſi ϐ γ, & ad eaſdem partes, dico quòd & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur α δ. Dico quòd α δ ipſi ϐ γ eſt parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propoſitionem) per α ſignum, ipſi β γ rectæ lineæ parallelus α ε, & connectatur ε γ. Triangulum igitur ε ϐ γ (per 37 propoſitionem) æquale eſt triangulo α ϐ γ: in eadem enim ſunt baſi ϐ γ in eiſdemq́; parallelis α ε & β γ. At triangulum igitur δ ϐ γ, ipſi triãgulo α ϐ γ eſt æquale per hypotheſin. Triangulum igitur δ ϐ γ, triangulo ε β γ eſt æquale, maius, uidelicet minori quod eſt impoßibile: parallelus igitur minimè eſt α ε ipſi ϐ γ. Similiterq́; oſtendemus, quòd nulla alia præter α δ: parallelus igitur eſt α δ ipſi β γ. Triangula igitur æqualia, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 40.

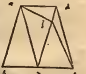
40 SI duo trianguli æquales ſuper æquales baſes unius eiuſdemq́ lineę ex eadem parte fuerint conſtituti, eos inter duas lineas æquidiſtantes neceſſe eſt contineri.



CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquales conſtituti ſuper duas baſes, quæ ſunt b c & e f, ex eadẽ parte: dico eos eſſe inter duas lineas ęquidiſtãtes, & hęc eſt conuerſa 38. Et probatur per ipſam, ſicut pręcedens per 37. A puncto a, ducatur linea æquidiſtans lineæ b f, quæ ſi tranſierit per punctum d, patet propoſitum: ſin autem, pertrãſeat ſupra ut a g, & producatur e d uſq; ad ipſum g, ut ſit e g, & ducatur linea g f. Erit per 38 triangulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod eſt impoſſibile: non ergo tranſibit ſupra. Tranſeat ergo infra, ſecetq́ lineam d e in puncto h, & ducatur linea f h, erit per 38 triangulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triangulo d e f, pars toti, quod eſt impoſſibile. Quia ergo non tranſibit, niſi per punctum d, patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 40.

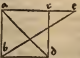
40 Triangula æqualia in ęqualibus baſibus exiſtentia, & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis.

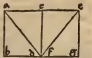


THEON ex Zamb. Sint triangula æqualia α β γ & γ δ ε, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt β γ & γ ε, & ad eaſdem partes α. Dico quòd & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur (per primum poſtulatum) α δ. Dico quòd α δ ipſi ϐ ε eſt parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propoſitionem) per α ipſi β ε parallelus α ζ, & connectatur ζ ε. Triangulum igitur α β γ, triangulo γ ζ ε eſt æquale: (per 38) in æqualibus enim ſunt baſibus conſtituta β γ et γ ε, & in eiſdem parallelis β ε & α ζ, ſed triangulum α β γ, triangulo δ γ ε eſt æquale. Triangulum igitur δ γ ε, æquum eſt triangulo ζ γ ε, maius minori, quod eſt impoßibile: parallelus igitur minimè eſt α ζ ipſi β ε. Similiterq́; oſtendemus quòd nulla præter α δ. Parallelus igitur eſt α δ ipſi β ε, quod oſtendere oportebat.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 41.

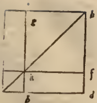
41 SI parallelogrammũ triangulusq́ in eadem baſi atq; in eiſdem alternis lineis fuerint conſtituta, parallelogrammum triangulo duplum eſſe conueniet.





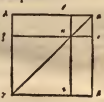
CAMPANVS. Sit parallelogrammũ a b c d, & triãgulus e b d ſuper baſin b d, & inter lineas a e et b d, quę ſint ęquidiſtãtes Dico parallelogrãmũ, duplũ eſſe triãgulo. Protrahã in parallelogrãmo diametrũ a d, erit triãgulus a b d, dimidiũ parallelogrãmi per correlariũ 34. & q̃a triãgulus e b d eſt ęqualis triãgulo a b d per 37, patet triangulũ e b d, eſſe dimidiũ parallelogrãmi a b c d, quod eſt propoſitũ. Similiter quoq; poteſt probari, quòd ſi parallelogrammũ triangulusq́ in ęqualibus baſibus atq; inter lineas ęquidiſtãtes fuerint conſtituta, parallelogrãmũ duplũ erit triãgulo. Quod ideo nõ poſuit Euclides

a b & c d, ſitq́ tota g K h. Erit totũ parallelogrammũ a b c d diuiſum in quatuor parallelogramma, quorum duo, ſcilicet e c k h & g K b f dicuntur cõſiſtere circa c b, eo quòd diameter tranſit per medium eorum, & ideo ſunt circa diametrum: reliqua duo, ſcilicet, a e g K & K h f d, dicuntur ſupplementa. Hæc duo ſupplementa dicũtur eſſe ęqualia: ſunt enim duo trianguli a b c & d c b, ęquales per correl. 34 propoſitionis: ſimiliter quoq́ duo triãguli g K b & f K b, ſunt ęquales per idem correlariũ: at duo trianguli e c K & K h c, ſimiliter ſunt æquales per idem correlariũ. Dempris igitur duobus triãgulis b f K & K c e de totali triangulo a b c, ac duobus triangulis reliquis b K & K c h de totali triangulo reliquo c d b, ęrunt per 3 communem animi cooceptionem reſidua, quę ſunt duo dicta ſupplementa, æqualia: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propoſitio 43.*

43 Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorum ſupplementa, ſibi inuicem ſunt æqualia.

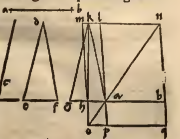


THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammum αβγδ, dimetiens uerò illius ſit αγ, circa uerò αγ parallelogramma εθ & ηζ, ſupplementa uerò ſint βκ & κδ. Dico quòd ſupplementum βκ, æquale eſt ſupplemento κδ. Quoniam enim parallelogrammum eſt αβγδ dimetiens uerò illius eſt αγ, triangulum αβγ (per 34 propoſitionem) æquum eſt triangulo αδγ. Rurſus quoniam parallelogrammum eſt αεκθ, dimetiens uerò illius eſt ακ, triangulum igitur αεκ (per eandem) æquum eſt triangulo αθκ, ac per hoc etiam triangulum κζγ, æquum eſt triangulo κηγ. At quoniam triangulum αεκ triangulo αθκ eſt æquale, & triangulũ κζγ triangulo κηγ eſt æquale, triangula igitur αεκ & κηγ, triangulis αθκ & κζγ ſunt æqualia: eſt autem totum triangulum αβγ, toti triangulo αδγ æquale: reliquum igitur ſupplementũ βκ (per 3 cõmunem ſentẽtiam) reliquo ſupplemento κδ eſt æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod ſequitur reliquum, quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 44.*

44 PRopoſita linea recta, ſuper eam ſuperficiem æquidiſtantiũ laterum, cuius angulus ſit angulo adſignato æqualis, ipſa uerò ſuperficies triangulo aſſignato æqualis deſignare.

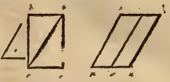
CAMPANVS. Deſignare ſuperficiem æquidiſtannum laterum ſuper lineam aliquam, eſt lineam ipſam facere latus unum ipſius ſuperficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triangulus d e f. Super lineã a b uolo deſignare ſuperficiem unam æquidiſtantium laterum, ita quòd linea a b ſit unũ ex lateribus eius, cuius uterq́ duorũ angulorum ex aduerſo poſitorũ ſit æqualis angulo c, & ipſa totalis ſuperficies ſit ęqualis triãgulo d e f. Differt autẽ hæc à 42. quia hic datur latus unius ſuperficiei deſcribẽdę, ſcilicet linea a b, ibi autẽ nullũ. Cùm ergo hoc uoluero facere, adiungo lineã a g lineæ a b ſecundũ rectitudinẽ, quam pono æqualẽ lineæ e f baſi triãguli dati, ſuper quam conſtituo triangulum unum, dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Conſtituo angulũ a K g æqualẽ angulo e, & angulũ g a K æqualẽ angulo f, per 23, & quia g a poſita fuerat æqualis e f, erit per 26 triangulus g a K æqualis & æquilaterus triangulo e f d. Diuidam ergo g a per æqualia in pũcto h, & protraham K h, & producam à puncto K lineã m K n æquidiſtantẽ lineæ g b, eritq́ per 38 triangulus a h K, ęqualis triangulo g h k. Tunc ſuper punctũ lineæ g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo c dato, & complebo ſuper baſin a h, & inter lineas g b & m n æquidiſtãtes, ſuperficiẽ æquidiſtantiũ laterũ m l h a, quæ per 41 dupla erit ad triangulum h K a: æqualis igitur totali triangulo K g a, quare & triangulo d e f propoſito.



Protraham

angulus γ δ α eſt æqualis, angulus igitur δ α ζ, angulo κ δ μ æqualis. Communis ponatur angulus α δ κ, anguli ergo ζ κ δ & α δ κ, angulis α δ γ & γ δ μ ſunt æquales. Sed anguli ζ κ δ & κ δ α (per 29 propoſitionẽ) duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur α δ κ & κ δ μ, duobus rectis ſunt æquales. Ad aliquã igitur rectã lineã κ δ (per 14 propoſitionẽ) ad aliquodq; in ea ſignũ δ, binæ rectæ lineæ κ δ & δ μ nõ in eiſdẽ partibus exiſtentes, * utrobiq; angulos binis rectis æquales efficiẽtes. In rectũ igitur eſt κ δ ipſi μ δ. At quoniã in parallelos κ μ & ζ κ recta linea incidit δ κ, alterni anguli μ δ κ & δ κ ζ (per 29 propoſitionẽ) ſibi inuicẽ ſunt æquales. Cõmunis ponatur ãgulus δ κ λ. Anguli ergo μ δ κ & δ κ λ, ãgulis δ κ ζ & δ κ λ ſunt æquales. ἐφ' ἑξ

Sed ãguli μ δ κ et δ κ λ (per eandẽ) duob. rectis ſunt æquales. In rectũ eſt igitur lineã ζ κ, lineæ κ λ. At quoniã κ ζ ipſi δ κ (per 34) æqualis eſt & parallelus, & ipſi δ κ ipſa μ λ, igitur (per 1 cõmunẽ ſententiã) ζ κ ipſi μ λ æqualis eſt & parallelus (per 30 propoſitionẽ.) Sed eas cõiungũt rectæ lineæ κ μ & ζ λ, lineæ igitur κ μ & ζ λ (quæ per 33 propoſitionẽ) æquales & paralleli ſunt: parallelogrãmũ igitur eſt κ ζ λ μ. Et quoniam (per 42) triangulum α β δ parallelogrammo ζ δ eſt æquale, & triangulũ δ β γ parallelogrammo κ μ, totum igitur α β γ δ rectilineum, toti κ ζ λ μ parallelogrammo eſt æquale. Dato igitur rectilineo α β γ δ, æquum parallelogrãmum conſtitutum eſt κ ζ λ μ, in angulo ζ κ μ ipſi ε dato æquali, quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 45.

45 EX data linea, quadratum deſcribere.

CAMPANVS. Sit data linea a b, ex qua uolo quadratum deſcribere. A punctis a & b lineæ a b educo, per 11, lineas a c & b d perpendiculares ad lineã a b, quę erunt æquidiſtantes, per ultimã partẽ 28, & pono utramq; earũ, eidem a b per 3 æqualem, & protraho lineã c d, eritq; ipſa æqualis & æquidiſtans lineæ a b, per 33. Et quia uterque duorum angulorũ a & b eſt rectus, erit uterque duorum c & d rectus per ultimam partem 29. ergo per diffinitionem quadrati, a b c d eſt quadratum, quod eſt propoſitum.



Idem aliter oſtendere. Sit a c perpendicularis ſuper lineam a b per 11, & ſit ei æqualis ut prius, & à puncto c per 31 ducatur c d ęquidiſtans a b, & ponatur ęqualis ei, & ducatur linea d b, quæ per 33 erit æqualis & æquidiſtans a c, & omnes anguli, recti, per ultimã partem 29, quare per diffinitionem quadrati habemus propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Problema 14. Propoſitio 46.

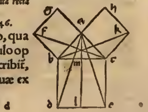
46 Ex data recta linea quadratum deſcribere.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea α β, oportet ex α β recta linea quadratum deſcribere. Excitetur (per 11 propoſitionem) ipſi, rectæ lineæ α β, à dato ſigno α, ad angulos rectos α γ, & ponatur (per 3 propoſitionẽ) ipſi α β æqualis α δ. Et (per 31 propoſitionẽ) per ſignum δ, ipſi α β parallelus excitetur δ ε, & (per eandem) per ſignum β, ipſi α δ excitetur parallelus β ε: parallelogrãmum igitur eſt ipſum α δ ε β, æqualis igitur eſt α γ ipſi δ ε, & α δ ipſi β ε. Sed α β ipſi α δ eſt æqualis: quatuor igitur β α, α δ, δ ε, & ε β, ſibi inuicem ſunt æquales: æquilaterũ igitur eſt α δ ε β parallelogrammum. Dico etiam quòd & rectangulũ eſt. Quoniã enim in parallelos α β & δ ε, recta linea incidit α δ, anguli igitur β α δ & α δ ε, (per 29 propoſitionẽ) duobus rectis ſunt æquales: angulus autẽ β α δ eſt rectus, angulus igitur α δ ε eſt etiam rectus, parallelogrammorum * locorum autem latera & anguli ex oppoſito, ſibi inuicẽ ſunt æqualia (per 34 propoſitionem) χωρίων.
Ex oppoſito igitur ãmbo & α β ε & β ε δ anguli: ſunt recti. Rectangulũ igitur eſt α β ε δ, oſtenſum autem eſt, quòd & æquilaterum. Quadratum igitur eſt, atque ex data recta linea α β deſcriptum, quod facere oportebat.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 46.

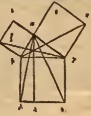
46 IN omni triangulo rectangulo, quadratũ quod à latere recto angulo oppoſito in ſemetipſo ducto deſcribitur, æquũ eſt duobus quadratis, quæ ex duobus reliquis lateribus conſcribuntur.



Campanvs. Sit triangulus a b c, cuius angulus a ſit rectus. Dico quòd quadratum lateris b c, æquum eſt quadrato lateris a b & quadrato lateris a c ſimul ſumptis. Quadrabo ergo hęc tria latera, ſecundū doctrinā præcedentis, ſitq; quadratū b c, ſuperficies b c d e, & quadratū b a, ſuperficies b f g a, & quadratum a c, ſuperficies a c h K. Ab angulo a recto, ducā ad baſin d e baſim maximi quadrati, tres lineas, ſcilicet a l æquidiſtantem utriq; lateri b d & c e, quæ ſecet b c in puncto m, & hypothenuſas a d & a e. Itemq́; à duobus reliquis angulis trianguli, qui ſunt b & c, ducam ad duos angulos duorum quadratorum minorū, duas lineas ſe interſecantes intra ipſum triangulum, quæ ſunt b K & c f. Et quia uterq; duorum angulorum b a c & b a g, eſt rectus, per 14 erit g c linea una: eadem ratione erit b h, linea una, quia uterque duorum angulorum c a b & c a h eſt rectus. Quia ergo ſuper baſin b f, & inter duas lineas æquidiſtantes, quę ſunt c g & b f, conſtituta ſunt, parallelogrammū b f g a & triangulo b f c, erit per 41 parallelogrammum b f g a, duplum triangulo b f c, ſed triangulus b f c eſt æqualis triangulo b a d per 4, quia f b & b c latera primi ſunt æqualia a b & b d lateribus poſtremi, & angulus b primi eſt æqualis angulo b poſtremi, eo quòd uterq; conſtat ex angulo recto & angulo a b c communi: ergo parallelogrammum b f g a, eſt duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrammum b d l m eſt duplum ad eundem triangulum per 41, quia conſtitun ſunt ſuper eandem baſin, ſcilicet b d, & inter lineas æquidiſtantes quæ ſunt b d & a l: ergo per communem ſcientiam quadratum a b f g, & parallelogrammū b d l m ſunt æqualia, quia eorum dimidia, uidelicet prædicti trianguli ſunt æqualia. Eodem modo & per eaſdem propoſitiones mediantibus triangulis K b c & a e c, probabimus quadratū a c h K eſſe æquale parallelogrammo c e l m: quare patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 33* *Propoſitio 47.*

In rectãgulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulum ſubtendente fit, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus rectū angulum continentibus. 47



Theon ex Zamb. *Sit triangulum rectãgulum αβγ, rectum habens qui ſub βαγ angulum. Dico quòd quadratum quod fit ex βγ, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex βα & αγ. Deſcribatur enim (per 46) ex βγ, quadratum βδεγ, & (per eandem) ex βα & αγ, quadrata αβζη & αγκθ. Et per α, ipſis βδ & γε, (per 31 propoſitionē) parallelus excitetur αλ, & connectantur (per 1 poſtulatū) αδ & γζ. Et quoniam anguli βαγ & βαη ſunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam βα, ad datumq́; in ea ſignum α, duæ rectæ lineæ αγ & αη non in eaſdem partes proiectæ, angulos * utrobique duobus rectis æquos efficiunt (per 14 propoſitionem) in rectum igitur eſt αγ ipſi αη. Ac per hoc & βα ipſi αθ eſt in rectum. Et quoniam angulus δβγ æqualis eſt angulo ζβα, rectus enim uterque eſt, communis ponatur angulus αβγ: totus igitur δβα, toti ζβγ eſt æqualis. Et quoniam duæ αβ & βδ duabus βζ & βγ ſunt altera alteri æquales, & angulus δβα angulo ζβγ eſt æqualis, baſis igitur αδ baſi ζγ (per 4 propoſitionem) eſt æqualis, & triangulum αβδ triangulo ζβγ eſt æquale. Trianguli uerò αβδ (per 41) parallelogrammum βλ duplum eſt: baſim enim habet eandē, hoc eſt βδ, in eiſdemq́; eſt parallelis, hoc eſt βδ & αλ. Et trianguli quoq; ζβγ (per eandem) quadratum ηβ duplum eſt, baſin namq; eandem habet, hoc eſt βζ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt ζβ & ηγ: quæ autem æqualium dupla ſunt (per 6 communem ſententiam) adinuicem ſunt æqualia: parallelogrammum igitur βλ æquum eſt quadrato ηβ. Similiterq́; ſi connectantur (per 1 poſtulatum) αε & βκ, oſtendetur parallelogrammum γλ, æquale eſſe quadrato θγ. Totum igitur quadratū βδεγ, duobus ηβ & θγ quadratis æquum eſt. Et quadratum βδεγ, eſt deſcriptū ex βγ: at quadrata ηβ & θγ, ſunt deſcripta ex βα & αγ. Quadratum igitur quod ex βγ latere, æquum eſt quadratis quæ fiūt ex lateribus βα & αγ. In rectangulis igitur triangulis, quadratum quod ex rectum angulum ſubtendente latere fit, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

ἐφεξῆς

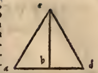
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 47.*

SI quod ab uno trianguli latere in ſeipſum ducto producitur, æquum fuerit duobus quadratis quæ à duobus reliquis lateribus deſcribuntur, rectus eſt angulus, cui latus illud opponitur. 47

Campanvs. Lineam in ſeipſam ducere, eſt eius quadratū deſcribere. Sit triangulus a b c, ſitq; quadratum lateris a c, æquale quadratis duorum laterum a b & b c ſimul iunctis, dico angulum b cui latus a c opponitur, eſſe rectum. Et hæc eſt conuerſa prioris. A puncto extraho lineam

b d per 11

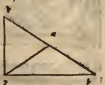
b d per 11 perpendicularem ſuper lineam b c, quam pono æqualẽ a b, & produco lineam d c, erit per præcedentem, quadratũ d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c: & quia b d poſita eſt æqualis b a, erũt per communẽ ſcientiam, quę eſt linearum æqualium ęqualia eſſe quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c: ergo per aliam communem ſcientiam quę eſt cõuerſa prioris, ſcilicet lineas, quarum quadrata ſunt æqualia eſſe æquales, erit d c æqualis a c: quare per 8. angulus b, trianguli a b c, eſt rectus: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propoſitio 48.*

48 Si trianguli quod ab uno laterum quadratũ, ęquale fuerit eis quę ex reliquis triãguli lateribus, quadratis: angulus cõprehẽſus ſub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.

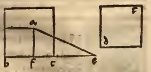
THEON *ex Zamb. Trianguli namq; αβγ, quod ex uno latere βγ quadratum, æquum ſit eis quæ ex βα, αγ lateribus, quadratis. Dico quòd angulus βαγ, rectus eſt. Excitetur enim (per 11 propoſitionem) ab α ſigno, ipſi αγ rectæ lineæ ad angulos rectos αδ. Et (per 3 propoſitionẽ) ponatur ipſi αβ æqualis αδ, & (per 1 poſtulatũ) cõnectatur δγ. Et quoniã æqualis eſt δα ipſi αβ, quadratũ quod ex δα, æquum eſt quadrato quod ex αβ. Commune apponatur quadratum quod ex αγ, quadrata igitur quæ ex δα & αγ, æqualia ſunt eis quæ ex βα & αγ quadratis. At (per præcedẽtem) quadratis quæ ex δα & αγ, æquum eſt quadratum quod ex δγ. Rectus enim eſt angulus δαγ. Quadratis autem ex αβ & αγ (per hypotheſin) æquum eſt quadratum quod ex βγ, nam id receptum eſt. Quadratũ igitur quod ex δγ, æquum eſt quadrato quod ex βγ. Quare latus δγ, lateri βγ eſt æquale: & quoniam αδ, ipſi αβ eſt æquale, communis autem αγ, duæ igitur δα & αγ, duabus βα & αγ ſunt æquales, & baſis δγ, baſi βγ æqualis. Angulus igitur δαγ angulo βαγ (per 8 propoſitionem) eſt æqualis. At angulus δαγ, rectus eſt: rectus igitur eſt & angulus βαγ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus quadratis, angulus comprehenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit: quod erat oſtendendum.*



CAMPANI additio.

Propoſitis quibuſcunq; quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem deſcribere.

Proponantur ergo duo quadrata, ſcilicet a b & c d, & ſit propoſitum producere gnomonem circa quadratum a b, æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unũ latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & ſit f e, ita quòd f e ſit æquale uni laterum quadrati c d, & ex e ducam lineam rectam ad a: fit ergo triangulus orthogonius, quia f eſt angulus rectus. Nectatur ergo ſic argumentum, ſecundum penultimam primi: quadratũ e a eſt tantũ, quantum quadratum e f & quadratum f a, ſed quadratum e f eſt æquale quadrato c d, & quadratum f a eſt æquale quadrato a b: ergo quadratum a e, eſt æquale quadratis a b & c d. Item e f a, eſt triangulus, ergo e f & f a latera, ſunt longiora a e latere, ſecundum 20 primi, ſed f a eſt æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b ſunt longiora a e: ergo illa totalis linea, ſcilicet e b, eſt maior a e: reſecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quòd b c ſit æquale a e, ergo quadratum b c eſt æquale quadrato a e: ſed quadratum a e (ut prius probatum fuit) eſt æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c eſt æquale eiſdem. Sed quadratũ b c addit ſupra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, eſt quadrato c d æqualis: quod erat probandum.



LIBRI PRIMI FINIS.

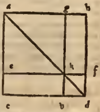
EVCLIDIS MEGARENSIS
GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM
elementorum, Liber ſecundus.

Euclides ex Campano.

Omne parallelogrammum rectāgulum, ſub duabus lineis angulum rectum ambiētibus dicitur contineri.

Campanvs. Parallelogrammum, eſt ſuperficies æqui diſtantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, eſt ſuperficies ęquidiſtantium laterum habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex ſuis angulis, ducto in reliquum, & ideo ſub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrāmi ſpatij, ea quidem quæ diameter ſecat per medium parallelogramma, circa eandem diametrum conſiſtere dicuntur. Eorū uerò parallelogrammorum quæ circa eandem diametrum conſiſtunt, quodlibet unà cum ſupplementis duobus, gnomo nominatur.



Campanvs. Quæ parallelogramma dicuntur conſiſtere circa diametrum, & quæ ſunt ſupplemēta, expoſitum eſt ſuprà in demonſtratione 43 primi. Sit enim parallelogrammū a b c d, cuius diametrum a d diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidiſtanter lateribus oppoſitis dicti parallelogrammi, ſecātes ſe ſuper diametrū a d, in puncto K, erit ipſum parallelogrammū diuiſum in 4 parallelogrāma. Et unumquodq; duorū parallelogrammorū quæ ſunt a g e K & K f h d, quæ diameter ſecat per mediū, dicitur cōſiſtere circa diametrū. Reliqua duo quæ diameter non ſecat, dicūtur ſupplementa: quæ duo ſupplemēta, cum utroq; dictorū parallelogrāmorum conſiſtentiū circa diametrū, componūt figuram quandā, qui gnomo appellatur, cui deeſt ad complemētum parallelogrammi, parallelogrammum unum reliquum circa diametrum conſiſtens, quod ſi addatur, ſupra diametrum totalis compoſiti conſiſtet, eritq; ſimile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis creſcat, minimè tamen alteratur, quemadmodum dixit Ariſtoteles in Prædicamentis.

Euclid. ex Zamb. *Parallelogrammum rectangulum.*

Omne parallelogrammum rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus, rectis lineis dicitur contineri.

Quid gnomon.

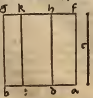
χωρίων Omnis parallelogrammi * loci eorum, quæ circa dimetiētem illius ſunt parallelogrammorum, unumquodq; cum binis ſupplemētis, gnomon uocetur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

Si fuerint duę linęę, quarū una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquū erit ijs quę ex ductu lineæ indiuiſæ in unamquanq; partem lineæ particulatim diuiſæ rectangula producentur.

Campanvs. Lineam in aliam lineam ducere, eſt ſupra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & ſuperficiem æquidiſtantium laterum rectangulam complere, quæ ſub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. Sint duæ lineæ a b & c, quarum una

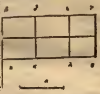
rum una ſcilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ ſint a d & d e & e b: dico quòd illud quod fit ex ductu c in totum a b, æquum eſt illis parallelogrammis rectangulis ſimul iunctis, quæ fiũt ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a, b, erigam lineas a f & b g perpendiculares ſuper lineam a b, quarum utraq; ſit æqualis lineæ c, & complebo rectãgulam ſuperficiem a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & ſub illis dicitur contineri. Pro traham quoq; per 31 primi à punctis d & e, lineas d h & e k ęquidiſtãtes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum ęqualis c per 34 primi, quoniam utraq; earum eſt æqualis a f: per diffinitionem igitur rectangulũ a d f h producitur ex c in a d, & ſub illis dicitur contineri, & rectangulum d h e K, ex c in d e, & rectangnlum e K b g, ex c in e b. Et quia hæc rectangula ſimul iuncta ſunt æqualia totali rectãgulo a f b g, patet uerum eſſe propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

1 Si fuerint binæ rectę lineę, ſeceturq; ipſarũ altera in quotcũq; ſegmẽta, rectangulũ cõprehenſum ſub duabus rectis lineis, æquũ eſt eis quæ ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis comprehenduntur.

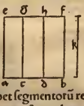
THEON *ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ α & βγ, ſeceturq; earũ altera βγ utcunq; in δ ſcilicet, & ε ſignis. Dico quòd rectangulum cõprehenſum ſub α & βγ æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub α et βδ, & ei quòd ſub α & δε, & etiam ei quòd ſub α & εγ. Excitetur nãq; (per 11 propoſitionem primi) ex β, ipſi βγ ad angulos rectos βζ: ponatur quoque (per 3 primi) ipſi α æqualis βη, & per η ipſi βγ (per 31 primi) parallelus excitetur ηθ, et (per eandẽ) per δ, ε, γ, ipſi βη excitentur paralleli δκ, ελ, γθ. Aequũ eſt iã βθ ipſis βκ, δλ, & εθ, & βθ ei quòd ſub α & βγ: cõprehẽditur enim ſub ηβ et βγ, æqualis autẽ eſt βη ipſi α. At βκ ei quod ex α et βδ: cõprehẽditur nãq; ſub ηβ & βδ, æqualis autẽ eſt βη ipſi α. At δλ, ei quod ex α & δε cõprehẽditur nanq; ſub κδ & δε, æqualis autem eſt δκ ipſi α. At δλ ei quod ſub α & δε: æqualis nanq; δκ, hoc eſt βη ipſi α. Et inſuper ſimiliter εθ ei quòd ſub α & εγ, quod igitur ſub α et βγ cõprehẽditur, æquũ eſt ei quod ſub α & βδ, & ei quod ſub α & δε, & ei inſuper quod ſub α & εγ. Si fuerint ergo bie rectæ lineæ, ſeceturq; earũ altera, & quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtẽdẽdũ.*



Eucl. ex Camp. *Propoſ. 2.*

2 SI fuerit linea in partes diuiſa, illud quod ex ductu totius lineę in ſeipſam fit, ęquũ erit ijs quę ex ductu eiuſdẽ in oẽs ſuas partes.

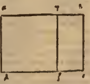
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & c d & d b dico quod illud quod fit ex ductu totius a b in ſe quod ſit a e b f, ęquũ eſt ijs quæ fiũt ex ipſa tota in unãquãq; dictarũ partiũ, quod palàm patebit, ductis e g et d h ęquidiſtãter a c et b f. Aliter. Sumatur k ęqualis a b, eritq; per pręmiſſam quod fit ex ductu k in totã a b, ęquũ ei quod fit ex ductu K in omnes partes a b. Et quia ex K in a b tantũ fit quãtũ ex a b in ſe, & ex K in omnes partes a b quantũ ex a b in omnes partes eiuſdẽ, propter id quod K & a b ſunt æquales: patet uerum eſſe propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

3 Si recta linea ſecetur utcũq;, quę ſub tota & quolibet ſegmentorũ rectangula cõprehenduntur, æqualia ſunt ei quod ex toto eſt quadrato.

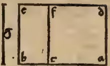
THEON *ex Zamb. Recta enim linea αβ, ſecetur utcũq; in ſigno γ. Dico quòd rectangulũ cõprehenſum ſub αβ et βγ, cum rectãgulo comprehẽſo ſub βα & αγ, æquum eſt quadrato quod ex αβ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratum αδεβ, exciteturq; (per 31 primi) per γ, utriq; & αδ & βε parallelus γζ, æquum eſt igitur αε ipſis αζ & γε, eſt autem αε ex αβ quadratum. Et αζ ſub βα & αγ rectangulum contentum, comprehenditur enim ſub δα & αγ, æqualis autem eſt αδ ipſi αβ. Et γε ei quod ſub αβ, βγ: æqualis enim eſt βε ipſi αβ. Quod igitur ſub βα & αγ cum eo quòd ſub αβ & βγ, æquũ eſt quadrato quod ex αβ. Si recta igitur linea, et quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate: quod oſtẽdere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

3 SI fuerit linea in duas partes diuiſa, illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem, æquum erit ijs quæ ex ductu eiuſdem partis in

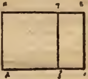
ſeipſam & alterius in alteram.



Campanvs. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd illud quod fit ex tota a b in eius partẽ a c, æquum eſt quadrato eiuſdem a c partis, et ei quod fit ex eadẽ parte a c in b c. Fiat quadratũ lineæ a c quod ſit a c d f, & perficiatur ſuperficies a b d e, patebitq; propoſitũ. Aliter. Sumatur g ęqualis a c. Et quia b a in a c tantũ eſt quãtũ a c in a b, et ecõuerſo, & a c in a b, itẽ et in c b & in ſeipſam quantũ g in eaſdẽ, at g in totã a b quantũ in a c & in c b per primã huius, patet propoſitũ, ſcilicet quòd tantũ erit a c in a b, quantum in ſe & in c b. Quare econuerſo a b in a c quantum a c in ſe & in c b. Quod uolumus demonſtrare.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

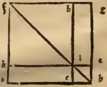
Si recta linea ſecetur utcunq;, rectangulũ ſub tota & uno ſegmentorum cõprehenſum, æquum eſt ei quod ſub ſegmentis comprehẽditur rectangulo, & ei quod ex prædicto ſegmento fit quadrato.



THEON *ex Zamb. Recta enim linea α β, ſecetur utcunq; in ſigno γ. Dico quòd rectangulũ comprehẽſum ſub α β & β γ, æquũ eſt rectãgulo comprehenſo ſub α γ & γ β, cum quadrato quod ex β γ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex β γ, quadratum γ δ ε ζ, et extẽdatur ε δ in ζ, (per 2 poſtulatũ.) Et per α, utriq; γ δ & ζ ε (per 31 primi) parallelus excitetur α ζ. Aequum id eſt α ε, ipſis α δ & γ ε, eſtq; α ε rectangulũ comprehenſum ſub α β & β γ, cõprehẽditur etenim ſub α ζ & ζ ε, et æqualis eſt β ε ipſi β γ. Et α δ eſt quod ſub α γ & γ ζ, equalis enim eſt δ γ ipſi γ ζ, at δ β quadratũ eſt quod fit ex γ β, Rectangulũ igitur contentũ ſub α β & β γ, æquum eſt rectangulo cõprehenſo ſub α γ & γ β cum quadrato quod ex β γ. Si recta igitur linea ſecetur & quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate, quod demõſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

Si fuerit linea in duas partes diuiſa, illud quod ex ductu totius in ſeipſam fit, ęquũ eſt ĳs quę ex ductu utriuſq; partis in ſeipſam & alterius in alterã bis: ex hoc manifeſtũ eſt, quòd in om̃i quadrato duę ſuperficies quas diameter ſecat per mediũ, ſunt ãbę quadratę. 4



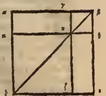
Campanvs. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd quadratũ totius a b, æquũ eſt duob. quadratis duarũ linearũ a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu unius earũ in alterã. Deſcribã quadratũ alterius partiũ, ſitq; c d b e, quadratũ lineæ c b, cui adiungam gnomẽ ſecundũ ductũ directiuũ lineæ alterius, ſcilicet a c, quẽ faciã hoc modo. In quadrato deſcripto protraham diametrum b d, & à puncto a e ducam perpẽdicularẽ ſuper lineam a b, quæ ſit a K, quã a K & diametrũ b d, producã uſquequo per penultimã petitionẽ concurrãt in puncto f, & à pũcto f producã f h æquidiſtantẽ lineæ a b, quam f h & b e, producã uſq; quo concurrant in pũcto g, & producã c d uſq; ad h, & e d uſq; ad K. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b ſunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli e d b & e b d æquales, & quia angulus e eſt rectus, erit per 32 primi uterq; eorũ medietas recti, eadẽ ratione uterq; duorũ angulorũ c d b & c b d, erit medietas recti. Quare per ſecundã partẽ 29 primi, et 15 eiuſdẽ, erit unuſquiſq; quatuor angulorũ qui ſunt h f d & h d f & K f d & K d f, medietas recti: ergo per 6 primi, f g & g b ſunt ęquales, ſimiliter quoq; f a & a b, pari ratione f h & h d, itemq; f K & K d, quare utraq; duarũ ſuperficierũ a b g f & K d h f, eſt quadrata. Et quia totale quadratũ a b f g quod eſt quadratũ lineę a b, conſtat ex duobus quadratis quę cõſiſtunt circa diametrũ quę ſunt quadrata duarũ linearũ a c & c b, & ex duobus ſupplemẽtis quorũ unũquodq; producitur ex a c in b c, patet propoſitũ noſtrũ. Aliter. Sit linea a b, ut prius diuiſa in a c & c b, eritq; p 2 huius, quod fit ex tota a b in ſe, æquũ ei quod fit ex ipſa in a c & c b, ſed ex ipſa in a c tantũ fit quantũ ex a c in ſe & ex a c in b c, per 3 huius. Itẽq; ex ipſa a b tota in b c tantũ fit quantũ ex c b in ſe & ex c b in a c per eandẽ, ergo quod fit ex tota a b in ſe, æquũ eſt ei quod fit ex a c in ſe & in c b, & ex c b in ſe & in a c, quod eſt propoſitũ. Sed hac uia non patet correlarium, ſicut uia præcedenti patet, unde prima eſt autori magis conſona.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

Si recta linea ſecetũ utcũq;, q̃dratũ quod fit ex tota, æquũ eſt quadratis quę fiũt ex ſegmẽtis, & ei quod bis ſub ſegmẽtis cõprehẽdit̃ rectãgulo. 4

THEON

THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β, ſecetur utcũq; in ſigno γ. Dico quòd quadratũ α β, æquũ eſt quadratis quæ fiunt eſt α γ & γ β, & bis ſub α γ & γ β contento rectãgulo. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α ζ, quadratũ α δ ε β, & connectatur ζ δ, & (per 31 primi) per γ, utriſq; α δ & β ε parallelus excitetur γ ζ, diſpeſcens diametrũ β δ in η ſigno, (per eandem) per η, utriſq; α ζ et δ ε parallelus excitetur θ κ. Et quoniã parallelus eſt γ ζ ipſi α δ, & in eas incidit ζ δ (per 28 & 29 primi) ãgulus exterior γ η β æqualis eſt interiori & oppoſito α δ β. Sed angulus α δ β, ei qui ſub α β δ (per 5 primi) eſt æqualis, quoniã latus β α, lateri α δ eſt æquale. Igitur angulus γ η ζ, angulo η β γ eſt æqualis: quare (per 6 primi) latus β γ, lateri γ η eſt æquale. Sed ε β ipſi η κ eſt æquale, & γ η ipſi κ β: igitur η κ ipſi κ β eſt æquale: æquilaterũ igitur eſt γ κ κ ζ. Dico etiã q; rectãgulũ, quoniã parallelus eſt γ η ipſi β γ, & in eas incidit linea κ β, anguli igitur κ β γ & η γ β (per 29 primi) duob. rectis ſunt æquales, angulus aũt κ ζ γ rectus eſt: rectus igitur eſt et angulus β κ η. Quare (per 34 primi) et ex oppoſito anguli γ η κ & η κ β ſunt recti. Rectãgulũ igitur eſt γ κ ζ. Oſtẽſũ aũt eſt q; et æquilaterũ, quadratũ igitur eſt, eſtq; ex ζ ε, ac p hoc etiã θ ζ quadratũ eſt, et eſt ex α η, hoc eſt α γ. Quadrata enim θ ζ et γ κ, ſũt ex lineis α γ et γ β. Et quoniã α η æquũ eſt ipſi η ε, eſtq; α η id quod ſub α γ & γ β, æqualis nãq; eſt η γ ipſi γ β, igitur η ε (per 43 primi) æquũ eſt ei quod ſub α γ & γ β. Igitur & α η & η ε, æqualia ſunt ei quod bis eſt ſub α γ & γ β. Quadrata aũt θ ζ & γ κ, ſunt ex α γ & γ β. Quatuor enim α ζ, β κ, γ η et η ε, ſunt eis æqualia quæ fiũt ex α γ et γ β quadratis, et ei quod fit bis ſub α γ et β γ rectãgulo. Sed θ ζ, γ κ, α γ, & η ε, ſunt totũ α δ ε β, quod eſt quadratũ quod ex α β. Quadratũ igitur quod fit ex α β, æquũ eſt eis quæ fiunt ex α γ, & γ β quadratis, & ei quod bis ſub α γ & γ β cõprehenditur rectangulo. Si recta igitur linea ſecetur utcunq; quadratũ quod fit ex tota, æquũ eſt eis quæ ex ſectionibus fiunt quadratis, & ei quod bis cõprehenditur ſub ſectionibus rectangulo: quod demonſtraſſe oportuit.*



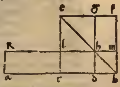
ALITER *idẽ oſtẽdere. Dico q; quadratũ α β, æquũ eſt eis quæ fiũt ex α γ et γ β quadratis ei quod bis ſub α γ et γ β cõprehẽditur rectãgulo. In eadẽ enim deſcriptione, quoniã æquale eſt α β ipſi α δ, æqualis eſt angulus α β δ ei qui ſub α δ β, (per 5 primi.) Et quoniã omnis triãguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi) trianguli α β δ tres anguli α δ β, δ β α, & β α δ, duobus rectis ſunt æquales (per eandẽ) Rectus aũt eſt angulus β α δ, reliqui ergo anguli α β δ, & α δ β, uni recto ſunt æquales, & ſunt æquales alter alteri, uterq; igitur α β δ & α δ β, dimidiũ eſt recti. Angulus aũt β γ η, rectus eſt, æquus enim eſt ei qui ex oppoſito ad α (per 29 primi) Reliquus igitur angulus γ η β, dimidiũ eſt recti. Angulus igitur γ η β, angulo γ β η eſt æqualis, quare & latus β γ, æquale eſt ipſi γ η, ſed β γ ipſi η κ eſt æquale, & γ η ipſi β κ eſt æquale. Aequilaterũ igitur eſt γ κ, habet autem & angulũ γ β κ, rectũ: quadratũ eſt igitur γ κ, & eſt ex β γ, & ob id etiã θ ζ quadratũ eſt, & æquũ eſt ei quod ex α γ: igitur γ κ & θ ζ, ſunt quadrata, & æqualia ſunt eis quæ ex α γ & γ β fiunt quadratis. Et quoniã æquũ eſt α η ipſi η ε, eſtq; α η id quod ſub α γ & γ β: æqualis enim eſt η γ ipſi γ β, & η ε igitur æquũ eſt ei quod fit ſub α γ & γ β: igitur α η et η ε, ſunt æqualia ei quod bis fit ſub α γ & γ β. Sũt autẽ γ κ & θ ζ, æqualia eis quæ fiũt ex α γ & γ β quadratis. Igitur γ κ, θ ζ, α η, & η ε, ſunt æqualia eis quæ ex α γ & γ β, & ei quod bis fit ſub α γ & γ β: ſed γ κ, θ ζ, α η, & η ε, totũ ſunt α ε quadratũ quod fit ex α β. Quadratũ igitur quod fit ex α β, æquũ eſt quadratis quæ fiũt ex α γ et γ β, & ei rectangulo quod bis comprehenditur ſub α γ & β γ: quod oſtendere oportuit.*

CORRELARIVM. *Ex hoc manifeſtũ eſt, quod in quadratis * areis parallelogrãma quæ circa dimetientẽ, quadrata ſunt.* χωρίοις.

Euclid. ex Camp *Propoſitio 5.*

5 I linea recta per duo æqualia duoq; inæqualia ſecetur, quod ſub inæqualibus totius ſectionis rectangulũ cõtinetur cũ eo quadrato quod ab ea quæ inter utraſq; eſt ſectiones deſcribitur, æquum eſt ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in ſe ducto deſcribitur.

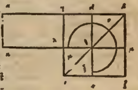
CAMP. Sit linea a b diuiſa per æqualia in pũcto c, & per inæqualia in puncto d, dico quadratũ c b, eſſe æquale ei quod fit ex a d in d, & quadrato c d. Deſcribam quadratum c b, quod ſit c b f e, in quo protraham diametrũ e b, & ducam d g æquidiſtantẽ b f, quę ſecet diametrũ e b in pũcto h, & à pũcto h educã æquidiſtantẽ lineę a b, quę ſit h k ſecans lineã b f in pũcto m, & lineã c e in pũcto l, & protrahã a k, ęquidiſtantẽ c e. Eritq; per correlariũ pręmiſſæ, utraq; duarũ ſuperficierũ l g & d m, quadrata, & per 43 primi, duo ſupplementa c h & h f, ęqualia. Ergo addito quadrato d m, utriq; erit parallelogrãmũ c m ęquale parallelogrãmo d f, et quia a l eſt ęquale c m per 36 primi, erit a h ęquale gnomoni qui circunſtat quadrato l g, ergo addito utriq; quadrato l g erit a h cum quadrato l g ęquale quadrato e f, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

Si recta linea ſecetur in æqualia & non æqualia, rectangulū comprehenſum ſub inæqualibus ſegmentis totius, unà cū quadrato eius quæ media eſt ſectionum, æquum eſt ei quod à dimidia fit quadrato.

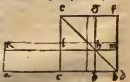
THEON *ex Zamb. Recta enim linea quedā αβ ſecetur quidem in æqualia in γ, & in non æqualia in δ. Dico quòd rectangulū comprehenſum ſub αδ & δβ unà cum quadrato quod ex γδ, æquū eſt ei quod fit ex γβ quadrato. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex γβ, quadratū γεζβ, & (per primū poſtulatū) connectatur βε, & (per 31 primi) per δ, utriſq; & γε & βζ parallelus excitetur δη, ſecans βε in puncto θ, & rurſus (per eandē) per θ, utriſq; αβ & εζ parallelus excitetur κμ æqualis ipſi αβ: & rurſus (per eandem) per α, utriſq; γλ & βμ parallelus excitetur ακ. Et quoniā (per 43 primi) ſupplementū γθ æquum eſt ſupplemēto θζ, cōmune ponatur δμ: totū igitur γμ, toti δζ eſt æquale. Sed γμ ipſi αλ eſt æquale, quoniā αγ ipſi γβ eſt æqualis, & αλ igitur ipſi δζ eſt æquale. Commune ponatur γθ, totū igitur αθ ipſis δλ & δζ eſt æquale. Sed αθ æquū eſt ei quod ſub αδ & δβ, æqualis enim eſt δθ ipſi δβ, & ζδλ eſt μνξ gnomon. Gnomō igitur μνξ, æqualis eſt ei quod ſub αδ & δβ. Commune ponatur λη, quod æquū eſt ei quod fit ſub γδ: gnomō igitur μνξ & λη, ſunt æqualia rectāgulo comprehēſo ſub αδ & δβ, & ei quod fit ex γδ quadrato (per 36 primi.) Sed gnomon μνξ & λη, totū ſunt quadratū γεζβ quod eſt ex βγ. Rectangulū igitur comprehenſum ſub αδ & δβ unà cum quadrato quod ex γδ fit, æquū eſt ei quadrato quod fit ex γβ. Si recta igitur linea & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

SI recta linea in duo æqualia diuidatˀ, alia uerò ei linea in lon 6
gū addatˀ, quod ex ductu totius iā cōpoſitæ, in eā quæ iam adiecta eſt, cū eo quod ex ductu dimidiæ in ſeipſam, æquū eſt ei quadrato quod ab ea quæ cōſtat ex adiecta & dimidia in ſeipſam ducta deſcribitur.

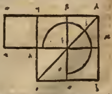
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per æqualia in pūcto c, eiq; addatur linea b d: dico quòd quadratū c d, quod ſit c d e f, æquale eſt ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prędicto e d, diametrū d e, & ducā lineam b g æquidiſtantem d f, quæ ſecet diametrū d e in puncto h, à quo h, producā æquidiſtātem lineæ a b, quæ ſit h K, ſecans d f in puncto m, & c e in pūcto l, & producā a K, æquidiſtantem el, eritq; per 36 primi, a l, æquale c h. At c h erit æquale h f, per 42 primi, quare a l, eſt æquale h f. Ergo addito c m utrobiq;, erit a m æquale toti gnomoni circunſtanti l g, quare l g addito utrobiq;, erit a m cū l g, æquale toti quadrato d c. Et quia utraq; duarū ſuperficierū l g & b m eſt quadrata per correl. 4 huius: patet propoſitū.



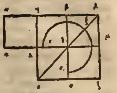
Eucl. ex Zamb. Theor. 6. Prop. 6.

Si recta linea bifariā ſecetur, adijciaturq; ei aliqua recta linea in rectum, 6
rectangulū cōprehenſum ſub tota cum appoſita & appoſita, unà cum quadrato quod fit à dimidia, æquū eſt ei quod fit ex cōiuncta ex dimidia & appoſita, tanquam ex una deſcripto quadrato.

THEON *ex Zam. Recta enim linea αβ ſecetur bifariàm in ſigno γ, apponaturq; ei aliqua recta linea in rectū βδ. Dico quòd rectāgulū comprehenſum ſub αδ & δβ, unà cū quadrato quod fit ex βγ, æquū eſt ei quod fit ex δγ, quadrato. Deſcribatur (per 46 primi) ex γδ quadratū γεζδ, & (per 1 poſtulatū) cōnectatur δε, & (per 31 primi) per β ſignū, utriq; earū εγ & δζ, parallelus excitetur βη, ſecans δε in pūcto θ, & per eandē per θ ſignū, utriq; ipſarū αδ & εζ, parallelus excitetur κμ & inſuper (per eādē) per α, utriq; earū γλ & δμ, parallelus excitetur ακ. Quoniā igitur (per 36 primi) æqualis eſt αγ ipſi γβ, æquū eſt αλ ipſi γθ. Sed (per 43 primi) γθ æquum eſt ipſi θζ, igitur & αλ ipſi θζ (per eandem) eſt æquale, commune apponatur γμ: totum igitur αμ, gnomoni νξο eſt æquale.*



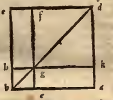
Sed αμ eſt id quod fit ſub αδ & δβ, æqualis enim eſt δμ ipſi δβ: & gnomon igitur νξο, æqualis eſt rectangulo cōprehenſo ſub αδ & δβ. Commune apponatur λη, quod æquū eſt quadrato quod fit ex γβ. Rectangulū igitur cōprehenſum ſub αδ & δβ, unà cū eo quod ex βγ quadrato, æquum eſt ipſi νξο gnomoni, & ipſi λη, ſed gnomō νξο & λη, totū ſunt γεζδ quadratū, quod fit ex γδ. Rectā gulum igitur cōprehenſum ſub αδ & δβ, unà cum quadrato, quod ex βγ, æquū eſt quadrato quod ex γδ. Si recta igitur linea, & quæ ſequūtur reliqua: quod oſtēdere oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

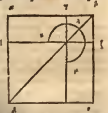
7 SI linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in ſeipſam, cum eo quod eſt ex ductu alterius partis in ſe ipſam, æquum eſt eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis, & ex ductu alterius partis in ſeipſam.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in duas partes in pūcto c, dico quòd quadratum totius a b cum quadrato b c, æquū eſt ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Deſcribatur quadratum totius, quod ſit a b d e, & ducatur diameter b d, & c f æquidiſtans, b e ſecans diametrum in puncto g, & ducatur K g h æquidiſtans a b. Et quia quadratū a e cum quadrato c h tantum ſunt, quātum quadratum K f cum duabus ſuperficiebus a h & c e: patet propoſitū.



Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

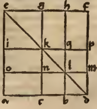
7 Si recta linea ſecetur utcunq;, & quod ex tota & quod ex uno ſegmentorū utraq; fiūt quadrata, æqualia ſunt, rectangulo comprehenſo bis ſub tota & dicto ſegmēto, & ei quod à reliquo ſegmento fit quadrato.



THEON *ex Zāb. Recta enim linea αβ, ſecetur utcūq; in ſigno γ, dico q; quadrata ex αβ & βγ, æqua ſunt rectāgulo cōtento bis ſub αβ et βγ, et ei quod fit ex αγ quadrato. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex αβ quadratū αδεβ, deſcribaturq; figura. quoniā (per 43 primi) æquū eſt αη ipſi ηε, cōmune apponatur γζ: totū enim αζ, toti γε eſt æquale. Igitur αζ et γε, duplū eſt ipſius αζ: ſed αζ et γε ſunt κλμ gnomō, et γζ quadratū, et κλμ igitur gnomon et γζ duplū eſt ipſius αζ. Eſt autē ipſius αζ duplū, etiā id quod bis ſub αβ et βγ fit, æqualis enim eſt βζ ipſi βγ, ergo κλμ gnomō, et quadratū γζ, æquū eſt rectāgulo cōtēto bis ſub αβ et βγ, cōmune apponatur δη, quod eſt quadratū ex αγ: gnomon igitur κλμ, & βη & ηδ quadrata, æqualia ſunt & ei quod bis ſub αβ & βγ rectangulo continetur, & ei quod ex αγ fit quadrato. Sed κλμ gnomō, & quadrata βη & δη, totū ſunt βαδε & γζ, quæ ſunt ex αβ & βγ quadrata: quadrata igitur ex αβ, βγ, æqualia ſunt rectangulo bis ſub αβ & βγ cōprehenſo, cū eo quod fit ex αγ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 8.

8 SI linea in duas partes diuidatur, eiq; in longū æqualis uni diuidentiū adiūgatur, quod ex ductu totius iam cōpoſitæ in ſeipſam fiet, æquū erit ijs quę ex ductu prioris lineę in eā adiectam quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in ſeipſam.

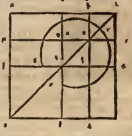


CAMPANVS. Sit a b diuiſa in pūcto c, qualitercūq; cōtingat, cui addatur b d æqualis c b, dico quòd quadratū totius a d quod ſit a d e f, eſt æquale ei quod fit ex a b in b d quater cū quadrato a c. Hoc autē patebit, ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidiſtantibus lineæ d f, & ſecantibus diametrū in punctis K l, per quæ puncta ducātur p q K r, & m l n o, æquidiſtātes a d. Erit enim per correl. 4 huius, unaquæq; ſuperficierū r g, n q & b m, quadrata. Et quia c b poſita eſt

ta eſt æqualis b d, erit utraq; ſuperficierū c l & l p, quadrata. Eruntq; quatuor quadrata diuidentia quadratū e p, æqualia, & quia totus gnomo circunſtans quadrato r g, eſt per 36 & 43 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad ſuperficiem a l: patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

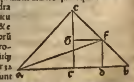
Si recta linea ſecet utcūq;, rectangulū cōprehēſum quater ſub tota & uno ſegmētorū cū eo quod ex reliquo ſegmēto eſt quadrato, æquū eſt ei quod fit ex tota et prędicto ſegmēto tanq; ab una deſcripto quadrato. 8



THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædā α β ſecetur utcunq; in ſigno γ, dico quòd quater ſub α β & β γ cōprehenſum rectangulū, unà cū eo quod ex α γ quadrato, æquū eſt eſt ei quod fit ex α β et β γ, tanquā ab una deſcripto quadrato. Producātur enim (per 6 ſecūdi) in rectā lineā ipſi α β recta linea β δ, et pōatur ipſi γ β æqualis β δ (per 3 primi) Et (per 46 primi) ex α δ deſcribatur quadratū α ε ζ δ, et deſcribatur dupla figura. Quoniā igitur æqualis eſt γ β ipſi β δ, ſed γ β ipſi η κ, eſt æqualis, & β δ (per 34 primi) ipſi κ ν eſt æqualis, et η κ igitur ipſi κ ν eſt æqualis. et perinde π ρ ipſi ρ ο eſt æqualis. Et quoniā æqualis eſt β γ ipſi β δ, & η κ ipſi κ ν, æquū eſt igitur γ κ ipſi κ δ, & η ρ ipſi ρ ν, (per 36 primi.) Sed (per 43 primi) γ κ ipſi ρ ν eſt æquale: ſupplementa enim ſunt parallelogrāmi γ ο, & κ δ, igitur ipſi η ρ eſt æquale. Igitur δ κ, γ κ, η ρ, & ρ ν, ſibi inuicē ſunt æqualia: ipſa quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius γ κ. Rurſus quoniā æqualis eſt γ β ipſi β δ, ſed β δ quidē ipſi β κ, hoc eſt ipſi γ η eſt æqualis: & γ β igitur, hoc eſt η κ ipſi η π eſt æqualis: et γ η igitur ipſi η π eſt æqualis. Et quoniā æqualis eſt γ η ipſi η π & π ρ ipſi ρ ο, æquum eſt α η ipſi μ π, & π λ ipſi ρ ζ, ſed μ π ipſi π λ (per 43 primi) eſt æquale: ſupplementa enim ſunt parallelogrāmi μ λ: & α η igitur ipſi ρ ζ (per 43 eiuſdē) eſt æquale. Quatuor igitur α η, μ π, π λ, & ρ ζ, ſibi inuicē ſunt æqualia: quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius α η. Oſtenſum autē eſt quòd quatuor γ κ, κ δ, η ρ, & ρ ν ipſius γ κ quadruplicata: octo igitur quæ gnomonē σ τ υ cōplectūtur, quadruplicata ſunt ipſius α κ. Et quoniā α κ eſt quod ſub α β & β δ, æqualis enim eſt β κ ipſi β δ quod igitur quater eſt ſub α β & β δ, quadruplicatū eſt ipſius α κ: oſtenſum eſt autē quòd ipſius α κ quadruplicatū, eſt gnomon σ τ υ. Igitur id quod quater eſt ſub α β & β δ, gnomoni σ τ υ æquū eſt. Cōmune apponatur ξ θ, quod æquū eſt quadrato quod ex α γ. Rectangulū igitur quater ſub α β & β δ comprehenſum, cū quadrato quod ex α γ, æquū eſt gnomoni σ τ υ & (ei quod eſt) ξ θ. Sed σ τ υ gnomon & ξ θ, totum ſunt α ε ζ δ quadratū, quod eſt ex α δ: quod igitur quater ſub α β & β δ, unà cū eo quod fit ex α γ, æquū eſt ei quod fit ex α δ quadrato: æqualis autē eſt β δ ipſi β γ. Rectāgulū igitur comprehenſum quater ſub α β & β γ, unà cum eo quod fit ex α γ quadrato, æquum eſt ei quod fit ex α δ, hoc eſt ei quod ex α β & β γ tanquam ab una deſcriptum eſt quadrato. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

SI linea in duo æqualia duoq; inæqualia diuiditur, quæ fiunt ex ductu utriuſq; inæqualium ſectionū in ſeipſam pariter accepta, duplū ſunt utriſq; pariter acceptis, quę quidē ex dimidia, eaq; quæ utriq; ſectioni interiacet quadratis, deſcribūtur.



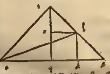
CAMP. Sit linea a b diuiſa per æqualia in e, & per inæqualia in d. Dico quòd quadratū a d & quadratū d b ſimul iuncta, dupla ſunt quadrato a e & quadrato e d ſimul iunctis. Super lineā a b, erigo lineā e c, perpendicularē & æqualē utriq; earū linearū a e & e b, & produco c a & c b, eritq; per 32 primi, uterq; angulorū a & b, & uterq; angulorū partialiū qui ſunt ad c, medietas recti, totusq; c, rectus. Et produco d f, æquidiſtātē c e, & perpēdicularē ſuper lineā a b, eritq; uterq; angulorū d, rectus, & āgulus d f b, medietas recti per 32 primi, ſiue a partē 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b ſunt æqualia. A puncto f duco f g, æquidiſtantē a b, eritq; per 2 partē 29 primi, & per 32 eiuſdē, uterq; angulorū g, rectus, & angulus c f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiuſdē, latera c g & g f, ſunt æqualia. Et quia per penultimam eiuſdem, quadratum c f eſt æquale quadrato c g, & quadrato g f, ipſum erit duplum ad quadratum g f, quare ad quadratum e d. Item quia per eandem quadratum c a eſt æquale quadrato a e & quadrato e c, ipſum erit duplum ad quadratum a e: & quia quadratum a f eſt æquale quadrato c f & a c per eandem, ipſum erit duplum ad quadra-

tum a c & ad quadratum c d. Sed quadratũ a f, eſt iterũ æquale per eandem quadrato a d & quadrato d f, ergo quadratum d & quadratum d f, dupla ſunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadratum d f eſt æquale quadrato d b, erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarũ linearũ quæ ſunt a c & c d. quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 9.*

9 Si recta linea ſecetur in æqualia & non æqualia, quæ ab inæqualibus totius ſegmẽtis fiunt quadrata, dupla ſunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media eſt ſectionũ fit, quadratorũ.

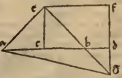
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam αβ, ſecetur in æqualia in ſigno γ, & in non æqualis in δ. Dico quòd quadrata ex αδ & δβ, dupla ſunt eorum quæ ex αγ & γδ ſunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ ſigno ipſius αβ, ad ãgulos rectos γε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarum αγ & γβ, & (per 1 poſtulatum) cõnectantur αε & εβ. Et (per 31 primi) per δ ipſi εγ, parallelus excitetur δζ, & (per eandem) per ζ ipſi αβ, parallelus excitetur ζη, & (per 1 poſtulatũ) connectatur αζ. Et quoniam æqualis eſt αγ ipſi γε, æqualis eſt (per 5 primi) angulus εαγ angulo γεα. Et quoniã rectus eſt angulus qui ad γ, reliqui igitur anguli εαγ & αεγ, uni recto ſunt æquales: uterq; igitur eorum qui ſub αεγ & εαγ, recti dimidius eſt. Ob id quoq; & uterq; ipſorum εβγ & γεβ, recti dimidius eſt. Totus igitur αεβ, rectus eſt. Et quoniam qui ſub ηεζ recti dimidius eſt, rectus autẽ qui ſub εηζ, æqualis enim interiori eſt oppoſito (per 29 primi) hoc eſt ipſi εγβ, reliquus igitur qui ſub εζη, recti dimidius eſt.*



Aequus igitur eſt (per 6 cõmunẽ ſentẽtiã) qui ſub ηεζ, ei qui ſub εζη: quare (per 6 primi) et latus εη, lateri ζη eſt æquale. Rurſus quoniã ãgulus qui ad β, recti dimidius eſt, rectus autẽ eſt qui ſub ζδβ, æqualis enim rurſus eſt interiori & oppoſito ipſi εγβ (per 29 primi) reliquus igitur qui ſub βζδ, recti dimidius eſt. Aequalis igitur eſt angulus qui ad β ipſi δζβ. Quare (per 6 primi) & latus δζ, lateri δβ eſt æquale. Et quoniã αγ æqualis eſt ipſi γε, & æquum eſt quod ex αγ ei quod ex γε: quadrata igitur quæ ſunt ex γα & γε, eius ſunt dupla quod eſt ex αγ. At (per 47 primi) eis quæ ſunt ex αγ & γε, æquum eſt quod ex εα fit quadratum: angulus enim qui ſub αγε, rectus eſt. Igitur quod ex αε fit, eius quod eſt ex αγ, duplum eſt. Rurſus quoniam æqualis eſt εη ipſi ηζ, æquum eſt id quod ex εη, ei quod ex ηζ. quadrata igitur quæ ſunt ex ηε & ηζ, dupla ſunt quadrati quod ex ηζ. Quadratis autem quæ fiunt ex εη, & ηζ, æquum eſt id quod ex εζ (per 47 primi) quadratum igitur quod ex εζ, duplum eſt eius quod ex ηζ. Aequalis autem eſt ηζ ipſi γδ: igitur quod ex εζ duplum eſt eius quod ex γδ. Eſt autem & id quod ex αε, duplum eius quod fit [illegible] γ. Quadrata igitur, quæ ex αε & εζ, quadratorum quæ fiunt ex αγ & γδ, dupla ſunt. [illegible]utem quæ fiunt ex αε & εζ, æquum eſt id quod ex αζ fit quadratum (per 47 primi.) Rectus enim eſt angulus qui ſub αεζ. Quadratum igitur ex αζ, eorum quæ ex αγ & γδ fiunt, duplum eſt. Ei autem quod fit ex αζ, æqualia ſunt ea quæ fiunt ex αδ & δζ (per 47 primi) rectus enim eſt angulus qui ad δ. Ea igitur quæ ex αδ & δζ, dupla ſunt eorũ quæ ex αγ & γδ fiunt quadratorũ. Aequalis autẽ eſt δζ ipſi δβ, quadrata igitur quæ ex αδ & δβ fiunt, dupla ſunt eorum quæ ex αγ & γδ fiunt, quadratorũ. Si recta igitur linea ſecetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiũt quadrata, dupla ſunt ei[illegible] quod ex dimidia, & ex medio ſegmentorum fit, quadratorum: quod oportuit demonſtrare.

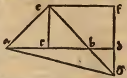
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 SI linea in duo ęqualia diuidatur, eiq; in longum alia addatur, quadratum quod deſcribitur à tota cum addita, & quadratũ quod ab ea quæ addita eſt utraq; quadrata pariter accepta, ei quadrato quòd à dimidia, eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiectaq; cõſiſtit, utriſq; quadratis pariter acceptis dupla eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per æqualia in c, & addita ſibi linea b d, dico quòd duo quadrata duarũ linearum a c & b d, pariter accepta, dupla ſunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularẽ ſuper lineã a b, & æqualẽ utriq; linearũ a c & c b, & perficio triangulum a e b, ductis lineis a e & e b, eritq; ut in præmiſſa uterque angulorum a & b, & uterque eorum, qui ſunt ad e, medietas recti per 32 primi, totusq;

rotuſq; c eſt rectus. A puncto e, produco e f, æqualem & æquidiſtantem c d, & produco f d & e b, quouſque concurrãt in puncto g, & produco lineã a g. Eritq; per ultimã partẽ 29 primi, angulus c e f, rectus, ſed angulus c e b, eſt medietas recti, ergo angulus b e f, eſt ſimiliter medietas recti, & quia per 33 primi, f d eſt æquidiſtãs c e, erit per 34 eiuſdẽ, angulus f rectus, ergo per 32 eiuſdẽ, erit angulus e g f medietas recti: item per eandẽ, angulus d b g ſimiliter medietas recti, propter id quòd angulus b d g eſt rectus, ergo per 6 eiuſdem, duo latera e f & f g ſunt æqualia, item duo latera d b & d g ſunt æqualia. Ergo per penultimã eiuſdem, quadratum e g, duplum eſt ad quadratum e f: quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem, quadratum a e, duplum eſt ad quadratum a c. Et quia quadratum a g eſt per eandem æquale quadratis a e & e g, ſimiliter quoque & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g eſt æquale quadrato b d, erunt duo quadrata duarũ linearum a d & b d pariter accepta, dupla duobus quadratis duarum linearũ a c & c d pariter acceptis, quod eſt propoſitũ. Hæc autẽ & omnes præmiſſæ, ueritatẽ habent in numeris ſicut & in lineis.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 10.*

Si recta linea ſecetur bifariàm, apponatur autem ei quæpiam recta linea in rectum, quod ex tota cum appoſita & quod ex appoſita utraque quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia & eius quod ex adiacente dimidia & adiuncta, tanquam ex una deſcriptorum quadratorum. 10

THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea αβ, ſecetur bifariàm in γ, apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectum, βδ. Dico quòd quadrata quæ ex αδ & δβ, dupla ſunt quadratorũ quæ fiunt ex αγ & γδ. Excitetur (per 11 primi) æqualis ab ipſo γ ſigno, ipſi αβδ ad angulos rectos γε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarũ αγ & γβ, et (per 1 poſtulatum) connectantur εα & εβ. Et (per 31 primi) per ε, ipſi αδ parallelus excitetur εζ, (& per eandem) per δ, ipſi γε parallelus excitetur δζ. Et quoniam in parallelos rectas lineas γε & δζ, recta quædam linea incidit εζ, anguli igitur γεζ & εζδ, (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur ζεβ & εζδ, duobus rectis ſunt minores, (per eandem.) Quæ autẽ à minoribus duobus rectis producuntur (per 5 poſtulatũ) coincidunt: igitur εβ & ζδ productæ ad partes β δ coincidunt, producantur, & coincidant in η, & (per 1 poſtulatum) cõnectatur αη. Et quoniam æqualis eſt αγ ipſi γε, angulus quoque αεγ angulo εαγ eſt æqualis (per 5 primi) & rectus eſt qui ad γ, dimidius ergo recti, eſt uterq; qui ſub εαγ & αεγ. Et propterea uterq; etiã qui ſub γεβ & εβγ, recti dimidius eſt: rectus igitur eſt qui ſub αεβ. Et quoniam angulus εβγ recti dimidius eſt, & (per 15 primi) angulus igitur δβη recti dimidius eſt. Angulus autem βδη, rectus eſt, æqualis enim eſt ei qui ſub δγε, alterni enim: reliquus igitur angulus δηβ, recti dimidius eſt. Igitur (per 6 communem ſententiam primi) angulus δηβ, recti dimidius eſt. Igitur (per 6 communem ſententiam primi) angulus δηβ, ei qui ſub δβη eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus βδ, lateri ηδ æquum eſt. Rurſus quoniam angulus εηζ, recti dimidius eſt, rectus autẽ qui ad ζ, æqualis enim (per 34 primi) ex oppoſito ei qui ad γ: reliquus igitur ãgulus ζεη, recti dimidius eſt. Angulus igitur εηζ, angulo ζεη eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus ζε, lateri ζη eſt æquale. Et quoniã æqualis eſt εγ ipſi γα, quadratũ quoq; quod ex εγ, ei quod eſt ex γα quadrato, æquum eſt: quadrata igitur ſunt ex γε & γα, dupla ſunt eius quod fit ex αγ, quadrati. Eis autẽ quæ fiũt ex εγ & γα (per 47 quæ primi) æquũ eſt id quod ex εα. Quadratũ igitur quod ex εα, duplũ eſt eius quod fit ex αγ. Rurſus quoniam æqualis eſt ηζ ipſi εζ, quadratũ quod fit ex ηζ, æquũ eſt ei quod fit ex εζ quadrato: quadrata igitur quæ ex ηζ & εζ fiunt, eius quod fit ex εζ, dupla ſunt. Eis autẽ quæ fiunt ex ηζ & εζ (per 47 primi) æquũ eſt id quadratum quod fit ex εη: id igitur quod fit ex εη, duplum eſt eius quod fit ex εζ. Aequalis autem eſt εζ ipſi γδ: id igitur quod fit ex εη, duplum eſt eius quod fit ex γδ. Patuit autem quòd & id quod fit ex εα, duplum eſt eius quod fit ex αγ. Quadrata igitur quæ fiunt ex αε & εη, eorum quæ fiunt ex αγ & γδ quadratorum, dupla ſunt. Quadratis autem quæ fiunt ex αε & εη, æquum eſt id quod fit ex αη quadratũ (per 47 primi) Quadratum igitur quod fit ex αη, eorum quæ fiunt ex αγ & γδ, duplum eſt. Ei autem quod fit ex αη, æqualia ſunt quadrata quæ fiunt ex αδ & δη. Quadrata igitur quæ fiũt ex αδ & δη, dupla ſunt eorum quæ ex αγ & γδ fiunt, quadratorum: æqualis autem eſt δη ipſi δβ. Quadrata igitur quæ fiunt ex αδ & δβ, dupla ſunt eorum quæ fiunt ex αγ & γδ quadratorũ. Si recta igitur linea ſecetur bifariàm, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.*

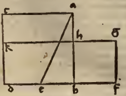


Euclides

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

11 DAtam lineam ſic ſecare, ut quod ſub tota & una portione rectangulum cōtinetur, æquum ſit ei quod fit ex reliqua ſectione quadratum.

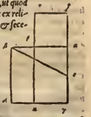
CAMPANVS. Sit linea data a b, quam uolumus ſic diuidere: ut quod ex tota & una eius portione producitur, æquum ſit quadrato alterius. Deſcribo quadratum ipſius a b, quod ſit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & e b produco uſq; ad f, ita quòd e f ſit æqualis a e. Et ex b f portiōe extrinſeca, deſcribo quadratum quod ex latere a b reſecat portionem æqualem b f, quæ ſit b h: & quadratum deſcriptum ſit b f h g. Dico quòd a b ſic eſt diuiſa in puncto h, quòd illud quod fit ex tota a b in eius portionem h a, eſt æquale quadrato h b. Produco g h uſque ad k, quę erit ęquidiſtans a c. Quia ergo linea d b diuiſa eſt per æqualia in e, & eſt ſibi addita linea b f, erit per 6 huius, quod fit ex d f in b f cū quadrato e b, æquale quadrato e f: quare & quadrato e a: quare per penultimā primi, quadratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab utriſq; quadrato lineæ e b, erit quod fit ex d f in b f, & ipſum eſt ſuperficies d g, ęquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utriſq; parallelogrāmo h d, erit quadratum h f æquale parallelogrammo h c. Et quia quadratum h f eſt quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a, quæ eſt æqualis a b, in a h, patet factum eſſe propoſitum. ¶ Ad hoc autem faciendū in numeris, non labores: quia impoſſibile eſt numerum ſic diuidi, ut hic undecima proponit, ſicut ſcies, ſexti 26 te docente.



Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 11.*

11 Datam rectam lineam ſecare, ut quod ſub tota & altero ſegmento comprehenſum rectangulū, æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento quadrato.

THEON *ex Zamb. Sit data recta linea αβ: oportet autem ipſam αβ ſecare, ut quod ſub tota & altero ſegmento comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento, quadrato. Deſcribatur (per 46 primi) ex αβ, quadratum αβγδ, & ſecetur (per 10 primi) αγ bifariàm, in ε ſigno, & connectatur βε. Et extendatur (per 2 poſtulatum) γα, in ζ, & ponatur (p 3 primi) ipſi βε, æqualis εζ. Et (per 46 primi) ex αζ deſcribatur quadratū ζηαθ, & extendatur (per 2 poſtulatū) ηθ, in κ. Dico quòd αβ, ſecatur in θ, ut quod ex αβ, & βθ, comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex αθ, quadrato. Quoniam enim recta linea αγ ſecta eſt bifariàm in ε, adiacet autem ei αζ, igitur (per 6 ſecundi) rectangulū comprehenſum ſub γζ, & ζα, unà cum eo quod fit ex αε, quadrato, æquū eſt ei quod fit ex εζ quadrato, æqualis autē eſt εζ, ipſi εβ: rectangulum igitur comprehenſum ſub γζ, & ζα, unà cum eo quod fit ex εα quadrato, æquum eſt ei quod fit ex εβ quadrato. Sed ei quod fit ex εβ, æqualia ſunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex βα, & αε, quadrata: rectus enim eſt angulus qui ad α. Quod igitur eſt ſub γζ, & ζα, cum eo quod fit ex αε, æquum eſt eis quæ fiunt ex βα, & αε. Commune auferatur id quod ex αε, reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub γζ, & ζα: æquum eſt ei quod fit ex αβ, quadrato. Et id quidē quod fit ſub γζ, & ζα, eſt ipſum ζκ: æqualis enim eſt ζα, ipſi ζη. Id autem quod fit ex αβ, eſt ipſum αδ. Igitur ζκ æquum eſt ipſi αδ. Commune auferatur ακ, reliquum igitur ζθ, ipſi θδ, eſt æquale. Eſt autem θδ, id quod ſub αβ, & βθ, æqualis enim eſt αβ, ipſi βδ. At ζθ, id eſt quod ex αθ. Rectangulum igitur comprehenſum ſub αβ & βθ, æquum eſt ei quod fit ex θα, quadrato. Data igitur recta linea αβ, in θ, diſſecta eſt, ut rectangulum ſub αβ, & βθ comprehenſum, æquum ſit ei quod ex αθ fit quadrato: quod feciſſe oportuit.*



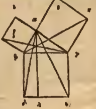
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

11 IN his triangulis qui obtuſum habent angulū, tanto ea quę obtuſum ſubtendit angulum, ambobus reliquis lateribus quæ obtuſum cōtinent angulum amplius poteſt, quantum eſt quod continetur bis ſub uno eorum, atq; ea quæ ei directè iuncta ad obtuſum angulū, à perpendiculari extrà deprehenditur.

Campanvs. Sit triangulus a b c, cuius angulus a ſit rectus. Dico quòd quadratum lateris b c, æquum eſt quadrato lateris a b & quadrato lateris a c ſimul ſumptis. Quadrabo ergo hęc tria latera, ſecundū doctrinā præcedentis, ſitq; quadratū b c, ſuperficies b c d e, & quadratū b a, ſuperficies b f g a, & quadratum a c, ſuperficies a c h K. Ab angulo a recto, ducā ad baſin d e baſin maximi quadrati, tres lineas, ſcilicet a l æquidiſtantem utriq; lateri b d & c e, quæ ſecet b c in puncto m, & hypothenuſas a d & a e. Itemq; à duobus reliquis angulis trianguli, qui ſunt b & c, ducam ad duos angulos duorum quadratorum minorū, duas lineas ſe interſecantes intra ipſum triangulum, quæ ſunt b K & c f. Et quia uterq; duorum angulorum b a c & b a g, eſt rectus, per 14 erit g c linea una: eadem ratione erit b h, linea una, quia uterque duorum angulorum c a b & c a h eſt rectus. Quia ergo ſuper baſin b f, & inter duas lineas æquidiſtantes, quę ſunt c g & b f, conſtituta ſunt, parallelogrammū b f g a & triangulo b f c, erit per 41 parallelogrammum b f g a, duplum triangulo b f c, ſed triangulus b f c eſt æqualis triangulo b a d per 4, quia f b & b c latera primi ſunt æqualia a b & b d lateribus poſtremi, & angulus b primi eſt æqualis angulo b poſtremi, eo quòd uterq; conſtat ex angulo recto & angulo a b c communi: ergo parallelogrammum b f g a, eſt duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrammum b d l m eſt duplum ad eundem triangulum per 41, quia conſtituti ſunt ſuper eandem baſin, ſcilicet b d, & inter lineas æquidiſtantes quæ ſunt b d & a l: ergo per communem ſcientiam quadratum a b f g, & parallelogrammū b d l m ſunt æqualia, quia eorum dimidia, uidelicet prædicti trianguli ſunt æqualia. Eodem modo & per eaſdem propoſitiones mediantibus triangulis K b c & a e c, probabimus quadratū a c h K eſſe æquale parallelogrammo c e l m: quare patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 33* *Propoſitio 47.*

In rectāgulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulum ſubtendente fit, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus rectū angulum continentibus. 47



Theon ex Zamb. *Sit triangulum rectāgulum αβγ, rectum habens qui ſub βαγ angulum. Dico quòd quadratum quod fit ex βγ, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex βα & αγ. Deſcribatur enim (per 46) ex βγ, quadratum βδγε, & (per eandem) ex βα & αγ, quadrata αβζη & αγκθ. Et per α, ipſis βδ & γε, (per 31 propoſitionē) parallelus excitetur αλ, & connectantur (per 1 poſtulatū) αδ & γζ. Et quoniam anguli βαγ & βαη ſunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam βα, ad datumq; in ea ſignum α, duæ rectæ lineæ αγ & αη non in eaſdem partes proiectæ, angulos * utrobique duobus rectis æquos efficiunt (per 14 propoſitionem) in rectum igitur eſt αγ ipſi αη. Ac per hoc & βα ipſi αθ eſt in rectum. Et quoniam angulus δβγ æqualis eſt angulo ζβα, rectus enim uterque eſt, communis ponatur angulus αβγ: totus igitur δβα, toti ζβγ eſt æqualis. Et quoniam duæ αβ & βδ duabus βζ & βγ ſunt altera alteri æquales, & angulus δβα angulo ζβγ eſt æqualis, baſis igitur αδ baſi ζγ (per 4 propoſitionem) eſt æqualis, & triangulum αβδ triangulo ζβγ eſt æquale. Trianguli uerò αβδ (per 41) parallelogrammum βλ duplum eſt: baſim enim habet candē, hoc eſt βδ, in eiſdemq; eſt parallelis, hoc eſt βδ & αλ. Et trianguli quoq; ζβγ (per eandem) quadratum ηβ duplum eſt, baſin namq; eandem habet, hoc eſt βζ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt ζβ & ηγ: quæ autem æqualium dupla ſunt (per 6 communem ſententiam) adinuicem ſunt æqualia: parallelogrammum igitur βλ æquum eſt quadrato ηβ. Similiterq; ſi connectantur (per 1 poſtulatum) αε & βκ, oſtendetur parallelogrammum γλ, æquale eſſe quadrato θγ. Totum igitur quadratū βδεγ, duobus ηβ & θγ quadratis æquum eſt. Et quadratum βδεγ, eſt deſcriptū ex βγ: at quadrata ηβ & θγ, ſunt deſcripta ex βα & αγ. Quadratum igitur quod ex βγ latere, æquum eſt quadratis quæ fiūt ex lateribus βα & αγ. In rectangulis igitur triangulis, quadratum quod ex rectum angulum ſubtendente latere fit, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

* ἴσους

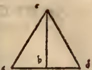
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 47.*

Si quod ab uno trianguli latere in ſeipſum ducto producitur, æquum fuerit duobus quadratis quæ à duobus reliquis lateribus deſcribuntur, rectus eſt angulus, cui latus illud opponitur. 47

Campanvs. Lineam in ſeipſam ducere, eſt eius quadratū deſcribere. Sit triangulus a b c, ſitq; quadratum lateris a c, æquale quadratis duorum laterum a b & b c ſimul iunctis, dico angulum b cui latus a c opponitur, eſſe rectum. Et hæc eſt conuerſa prioris. A puncto extraho lineam

b d per 11

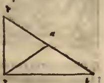
b d per 11 perpendicularem ſuper lineam b c, quam pono æqualē a b, & produco lineam d c, erit per præcedentem, quadratū d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c: & quia b d poſita eſt æqualis b a, erūt per communē ſcientiam, quę eſt linearum æqualium ęqualia eſſe quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c: ergo per aliam communem ſcientiam quę eſt cōuerſa prioris, ſcilicet lineas, quarum quadrata ſunt æqualia eſſe æquales, erit d c æqualis a c: quare per 8. angulus b, trianguli a b c, eſt rectus: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propoſitio 48.*

48 Si trianguli quod ab uno laterum quadratū, ęquale fuerit eis quę ex reliquis triāguli lateribus, quadratis: angulus cōprehēſus ſub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.

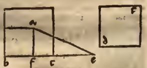
THEON *ex Zamb. Trianguli nanq; αβγ, quod ex uno latere βγ quadratum, æquum ſit eis quæ ex βα, αγ lateribus, quadratis. Dico quòd angulus βαγ, rectus eſt. Excitetur enim (per 11 propoſitionem) ab α ſigno, ipſi αγ rectæ lineæ ad angulos rectos αδ. Et (per 3 propoſitionē) ponatur ipſi αβ æqualis αδ, & (per 1 poſtulatū) cōnectatur δγ. Et quoniā æqualis eſt δα ipſi αβ, quadratū quod ex δα, æquum eſt quadrato quod ex αβ. Commune apponatur quadratum quod ex αγ, quadrata igitur quæ ex δα & αγ, æqualia ſunt eis quæ ex βα & αγ quadratis. At (per præcedētem) quadratis quæ ex δα & αγ, æquum eſt quadratum quod ex δγ. Rectus enim eſt angulus δαγ. Quadratis autem ex αβ & αγ (per hypotheſin) æquum eſt quadratum quod ex βγ, nam id receptum eſt. Quadratū igitur quod ex δγ, æquum eſt quadrato quod ex βγ. Quare latus δγ, lateri βγ eſt æquale: & quoniam αδ, ipſi αβ eſt æquale, communis autem αγ, duæ igitur δα & αγ, duabus βα & αγ ſunt æquales, & baſis δγ, baſi βγ æqualis. Angulus igitur δαγ angulo βαγ (per 8 propoſitionem) eſt æqualis. At angulus δαγ, rectus eſt: rectus igitur eſt & angulus βαγ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus quadratis, angulus comprehenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit: quod erat oſtendendum.*



CAMPANI additio.

Propoſitis quibuſcunq; quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem deſcribere.

Proponantur ergo duo quadrata, ſcilicet a b & c d, & ſit propoſitum producere gnomonem circa quadratum a b, æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unū latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & ſit f e, ita quòd f e ſit æquale uni laterum quadrati c d, & ex e ducam lineam rectam ad a: ſit ergo triangulus orthogonius, quia f eſt angulus rectus. Nectatur ergo ſic argumentum, ſecundum penultimam primi: quadratū e a eſt tantū, quantum quadratum e f & quadratum f a, ſed quadratum e f eſt æquale quadrato c d, & quadratum f a eſt æquale quadrato a b: ergo quadratum a e, eſt æquale quadratis a b & c d. Item e f a, eſt triangulus, ergo e f & f a latera, ſunt longiora a e latere, ſecundum 20 primi, ſed f a eſt æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b ſunt longiora a e: ergo illa totalis linea, ſcilicet e b, eſt maior a e: reſecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quòd b c ſit æqualea e, ergo quadratum b c eſt æquale quadrato a e: ſed quadratum a e (ut prius probatum fuit) eſt æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c eſt æquale eiſdem. Sed quadratū b c addit ſupra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, eſt quadrato c d æqualis: quod erat probandum.



LIBRI PRIMI FINIS.

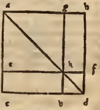
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber ſecundus.*

Euclides ex Campano.

OMne parallelogrammum rectãgulum, ſub duabus lineis angulum rectum ambiẽtibus dicitur contineri.

Campanvs. Parallelogrammum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, eſt ſuperficies ęquidiſtantium laterum habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex ſuis angulis, ducto in reliquum, & ideo ſub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrãmi ſpatij, ea quidem quæ diameter ſecat per medium parallelogramma, circa eandem diametrum conſiſtere dicuntur. Eorũ uerò parallelogrammorum quæ circa eandem diametrum conſiſtunt, quodlibet unà cum ſupplementis duobus, gnomo nominatur.



Campanvs. Quæ parallelogramma dicuntur conſiſtere circa diametrum, & quæ ſunt ſupplemẽta, expoſitum eſt ſuprà in demonſtratione 43 primi. Sit enim parallelogrammũ a b c d, cuius diametrum a d diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidiſtanter lateribus oppoſitis dicti parallelogrammi, ſecãtes ſe ſuper diametrũ a d, in puncto K, erit ipſum parallelogrammũ diuiſum in 4 parallelogrãma. Et unumquodq; duorũ parallelogrammorũ quæ ſunt a g e K & K f h d, quæ diameter ſecat per mediũ, dicitur cõſiſtere circa diametrũ. Reliqua duo quæ diameter non ſecat, dicũtur ſupplementa: quæ duo ſupplemẽta, cum utroq; dictorũ parallelogrãmorum conſiſtentiũ circa diametrũ, componũt figuram quandã, qui gnomo appellatur, cui deeſt ad complemẽtum parallelogrammi, parallelogrammum unum reliquum circa diametrum conſiſtens, quod ſi addatur, ſupra diametrum totalis compoſiti conſiſtet, eritq; ſimile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis creſcat, minimè tamen alteratur, quemadmodum dixit Ariſtoteles in Prædicamentis.

Euclid. ex Zamb. *Parallelogrammum rectangulum.*

OMne parallelogrammum rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus, rectis lineis dicitur contineri.

Quid gnomon.

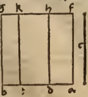
χωρίων Omnis parallelogrammi * loci eorum, quæ circa dimetiẽtem illius ſunt parallelogrammorum, unumquodq; cum binis ſupplemẽtis, gnomon uocetur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI fuerint duę lineę, quarũ una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquũ erit ijs quę ex ductu lineæ indiuiſæ in unamquanq; partem lineæ particulatim diuiſæ rectangula producentur.

Campanvs. Lineam in aliam lineam ducere, eſt ſupra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & ſuperficiem æquidiſtantium laterum rectangulam complere, quæ ſub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. Sint duæ lineæ a b & c, quarum una

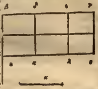
rum una ſcilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ ſint a d & d e & e b: dico quòd illud quod ſit ex ductu c in totum a b, æquum eſt illis parallelogrammis rectangulis ſimul iunctis, quæ ſiũt ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a, b, erigam lineas a f & b g perpendiculares ſuper lineam a b, quarum utraq; ſit æqualis lineæ c, & complebo rectãgulam ſuperficiem a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & ſub illis dicitur contineri. Protraham quoq; per 31 primi à punctis d & e, lineas d h & e k ęquidiſtãtes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum ęqualis c per 34 primi, quoniam utraq; earum eſt æqualis a f: per diffinitionem igitur rectangulũ a d f h producitur ex c in a d, & ſub illis dicitur contineri, & rectangulum d h e K, ex c in d e, & rectangulum e K b g, ex c in e b. Et quia hæc rectangula ſimul iuncta ſunt æqualia totali rectãgulo a f b g, patet uerum eſſe propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 1. *Propoſitio* 1.

1 Si fuerint binæ rectę lineę, ſeceturq; ipſarũ altera in quotcũq; ſegmẽta, rectangulũ cõprehenſum ſub duabus rectis lineis, æquũ eſt eis quæ ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis comprehenduntur. Scheubelius fo. 17 et 18

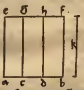
THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ α & βγ, ſeceturq; earũ altera βγ utcunq;, in δ ſcilicet, & ε ſignis. Dico quòd rectangulum cõprehenſum ſub α & βγ æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub α et βδ, & ei quòd ſub α & δε, & etiam ei quòd ſub α & εγ. Excitetur nãq; (per 11 propoſitionem primi) ex β, ipſi βγ ad angulos rectos βζ: ponatur quoque (per 3 primi) ipſi α æqualis βη, & per η ipſi βγ (per 31 primi) parallelus excitetur ηθ, et (per candẽ) per δ ε γ, ipſi βη excitentur paralleli δκ, ελ, γθ. Aequũ eſt iã βθ ipſis βκ, δλ, & εθ, & βθ ei quòd ſub α & βγ: cõprehẽditur enim ſub ηβ et βγ, æqualis autẽ eſt βη ipſi α. At βκ ei quod ex α et βδ: cõprehẽditur nãq; ſub ηβ & βδ, æqualis autẽ eſt βη ipſi α. At δλ ei quod ſub α & δε: æqualis nanq; δκ, hoc eſt βη ipſi α. Et inſuper ſimiliter εθ ei quòd ſub α & εγ, quod igitur ſub α et βγ cõprehẽditur, æquũ eſt ei quod ſub α & βδ, & ei quod ſub α & δε, & ei inſuper quod ſub α & εγ. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ, ſeceturq; earũ altera, & quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtẽdẽdũ.*



Eucl. ex Camp. *Propoſ.* 2.

2 SI fuerit linea in partes diuiſa, illud quod ex ductu totius lineę in ſe ipſam ſit, ęquũ erit ijs quę ex ductu eiuſdẽ in oẽs ſuas partes.

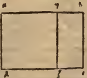
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & c d & d b dico quod illud quod fit ex ductu totius a b in ſe quod ſit a e b f, ęquũ eſt ijs quæ fiũt ex ipſa tota in unãquãq; dictarũ partiũ, quod palàm patebit, ductis e g et d h ęquidiſtãter a c et b f. Aliter. Sumatur k ęqualis a b, eritq; per pręmiſſam quod fit ex ductu k in totã a b, ęquũ ei quod fit ex ductu K in omnes partes a b. Et quia ex K in a b tantũ fit quãtũ ex a b in ſe, & ex K in omnes partes a b quantũ ex a b in omnes partes eiuſdẽ, propter id quod K & a b ſunt æquales: patet uerum eſſe propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 2. *Propoſitio* 2.

2 Si recta linea ſecetur utcũq;, quę ſub tota & quolibet ſegmentorũ rectangula cõprehenduntur, æqualia ſunt ei quod ex toto eſt quadrato.

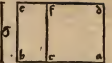
THEON ex Zamb. *Recta enim linea αβ, ſecetur utcũq; in ſigno γ. Dico quòd rectangulũ cõprehenſum ſub αβ et βγ, cum rectãgulo comprehẽſo ſub βα & αγ, æquum eſt quadrato quod ex αβ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratum αδεβ, exciteturq; (per 31 primi) per γ, utriq; & αδ & βε parallelus γζ, æquum eſt igitur αε ipſis αζ & γε, eſt autem αε ex αβ quadratum. Et αζ ſub βα & αγ rectangulum contentum, comprehenditur enim ſub δα & αγ, æqualis autem eſt αδ ipſi αβ. Et γε ei quod ſub αβ, βγ: æqualis enim eſt βε ipſi αβ. Quod igitur ſub βα & αγ cum eo quòd ſub αβ & βγ, æquũ eſt quadrato quod ex αβ. Si recta igitur linea, et quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate: quod oſtẽdere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 3.

3 SI fuerit linea in duas partes diuiſa, illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem, æquum erit ijs quæ ex ductu eiuſdem partis in

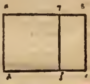
ſeipſam & alterius in alteram.



CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd illud quod fit ex tota a b in eius partẽ a c, æquum eſt quadrato eiuſdem a c partis, et ei quod fit ex eadẽ parte a c in b c. Fiat quadratũ lineæ a c quod ſit a c d f, & perficiatur ſuperficies a b d e, patebitq; propoſitũ. Aliter. Sumatur g ęqualis a c. Et quia b a in a c tantũ eſt quãtũ a c in a b, et ecõuerſo, & a c in a b, ſicut et in c b & in ſeipſam quantũ g in eaſdẽ, at g in totã a b quantũ in a c & in c b per primã huius, patet propoſitũ, ſcilicet quòd tantũ erit a c in a b, quantum in ſe & in c b. Quare econuerſo a b in a c quantum a c in ſe & in c b. Quod uolumus demonſtrare.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

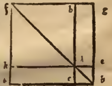
Si recta linea ſecetur utcunq;, rectangulũ ſub tota & uno ſegmentorum cõprehenſum, æquum eſt ei quod ſub ſegmentis comprehẽditur rectangulo, & ei quod ex prædicto ſegmento fit quadrato.



THEON *ex Zamb. Recta enim linea αβ, ſecetur utcunq; in ſigno γ. Dico quòd rectangulũ comprehẽſum ſub αβ & βγ, æquũ eſt rectãgulo comprehenſo ſub αγ & γβ, cum quadrato quod ex βγ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex βγ, quadratum γδεβ, et extẽdatur εδ in ζ, (per 2 poſtulatũ.) Et per α, utriq; γδ & βε, (per 31 primi) parallelus excitetur αζ. Aequum id eſt αε, ipſis αδ & γε, eſtq; αε rectangulũ comprehenſum ſub αβ & βγ, cõprehẽditur etenim ſub αζ & ζε, et æqualis eſt βε ipſi βγ. Et αδ eſt quod ſub αγ & γδ, æqualis enim eſt δγ ipſi γβ, at δβ quadratũ eſt quod fit ex γβ. Rectangulũ igitur contentũ ſub αβ & βγ, æquum eſt rectangulo cõprehenſo ſub αγ & γβ cum quadrato quod ex βγ. Si recta igitur linea ſecetur & quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate, quod demõſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

SI fuerit linea in duas partes diuiſa, illud quod ex ductu totius in ſeipſam fit, ęquũ eſt ijs quę ex ductu utriuſq; partis in ſeipſam & alterius in alterã bis: ex hoc manifeſtũ eſt, quòd in omni quadrato duę ſuperficies quas diameter ſecat per mediũ, ſunt ãbę quadratę. 4



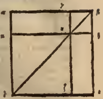
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd quadratũ totius a b, æquũ eſt duob. quadratis duarũ linearũ a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu unius earũ in alterã. Deſcribã quadratũ alterius partiũ, ſitq; c d b e, quadratũ lineæ c b, cui adiungam gnomẽ ſecundũ ductũ directiuũ lineæ alterius, ſcilicet a c, quẽ faciã hoc modo. In quadrato deſcripto protraham diametrum b d, & à puncto a e ducam perpẽdicularẽ ſuper lineam a b, quæ ſit a K, quã a K & diametrũ b d, producã uſquequo per penultimã petitionẽ concurrãt in puncto f, & à pũcto f producã f h æquidiſtantẽ lineæ a b, quam f h & b e, producã uſq; quo concurrant in pũcto g, & producã c d uſq; ad h, & e d uſq; ad K. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b ſunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli e d b & e b d æquales, & quia angulus e eſt rectus, erit per 32 primi uterq; eorũ medietas recti, eadẽ ratione uterq; duorũ angulorũ c d b & c b d, erit medietas recti. Quare per ſecundã partẽ 29 primi, et 15 eiuſdẽ, erit unuſquiſq; quatuor angulorũ qui ſunt h f d & h d f & K f d & K d f, medietas recti: ergo per 6 primi, f g & g b ſunt ęquales, ſimiliter quoq; f a & a b, pari ratione f h & h d, itemq; f K & K d, quare utraq; duarũ ſuperficierũ a b g f & K d h f, eſt quadrata. Et quia totale quadratũ a b f g quod eſt quadratũ lineę a b, conſtat ex duobus quadratis quę cõſiſtunt circa diametrũ quę ſunt quadrata duarũ linearũ a c & c b, & ex duobus ſupplemẽtis quorũ unũquodq; producitur ex a c in b c, patet propoſitũ noſtrũ. Aliter. Sit linea a b, ut prius diuiſa in a c & c b, eritq; p 2 huius, quod fit ex tota a b in ſe, æquũ ei quod fit ex ipſa in a c & c b, ſed ex ipſa in a c tantũ fit quantũ ex a c in ſe & ex a c in b c, per 3 huius. Itẽq; ex ipſa a b tota in b c tantũ fit quantũ ex c b in ſe & ex c b in a c per eandẽ, ergo quod fit ex tota a b in ſe, æquũ eſt ei quod fit ex a c in ſe & in c b, & ex c b in ſe & in a c, quod eſt propoſitũ. Sed hac uia non patet correlarium, ſicut uia præcedenti patet, unde prima eſt autori magis conſona.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

Si recta linea ſecetũ utcũq;, q̃dratũ quod fit ex tota, æquũ eſt quadratis 4
quę fiũt ex ſegmẽtis, & ei quod bis ſub ſegmẽtis cõprehẽdit̃ rectãgulo.

THEON

THEON ex Zamb. Recta enim linea αβ, ſecetur utcūq; in ſigno γ. Dico quòd quadratū αβ, æquū eſt quadratis quæ fiunt ex αγ & γβ, & bis ſub αγ & γβ contento rectāgulo. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratū αδεβ, & connectatur βδ, & (per 31 primi) per γ, utriſq; αδ & βε parallelus excitetur γζ, diſpeſcens diametrū βδ in η ſigno, (per eandem) per η, utriſq; αβ et δε parallelus excitetur θκ. Et quoniā parallelus eſt γζ ipſi αδ, & in eas incidit βδ (per 28 & 29 primi) āgulus exterior γηβ æqualis eſt interiori & oppoſito αδβ. Sed angulus αδβ, ei qui ſub αβδ (per 5 primi) eſt æqualis, quoniā latus βα, lateri αδ eſt æquale. Igitur angulus γηβ, angulo ηβγ eſt æqualis: quare (per 6 primi) latus βγ, lateri γη eſt æquale. Sed γβ ipſi ηκ eſt æquale, & γη ipſi κβ: igitur ηκ ipſi κβ eſt æquale: æquilaterū igitur eſt γηκβ. Dico etiā q rectāgulū, quoniā parallelus eſt γη ipſi βκ, & in eas incidit linea γβ, anguli igitur κβγ & ηγβ (per 29 primi) duob. rectis ſunt æquales, angulus aūt κβγ rectus eſt: rectus igitur eſt et angulus βγη. Quare (per 34 primi) et ex oppoſito anguli γηκ & ηκβ ſunt recti. Rectāgulū igitur eſt γηκβ. Oſtēſū aūt eſt q et æquilaterū, quadratū igitur eſt, eſtq; ex βγ, ac p hoc etiā θζ quadratū eſt, et eſt ex θη, hoc eſt αγ. Quadrata enim θζ et γκ, ſūt ex lineis αγ et γβ. Et quoniā αη æquū eſt ipſi ηε, eſtq; αη id quod ſub αγ & γβ, æqualis nāq; eſt ηγ ipſi γβ, igitur ηε (per 43 primi) æquū eſt ei quod ſub αγ & γβ. Igitur & αη & ηε, æqualia ſunt ei quod bis eſt ſub αγ & γβ. Quadrata aūt θζ & γκ, ſunt ex αγ & γβ. Quatuor enim θζ, γκ, αη et ηε, ſunt eis æqualia quæ fiūt ex αγ et γβ quadratis, et ei quod fit bis ſub αγ et βγ rectāgulo. Sed θζ, γκ, αη, & ηε, ſunt totū αδεβ, quod eſt quadratū quod ex αβ. Quadratū igitur quod fit ex αβ, æquū eſt eis quæ fiunt ex αγ, & γβ quadratis, & ei quod bis ſub αγ & γβ cōprehenditur rectangulo. Si recta igitur linea ſecetur utcunq; quadratū quod fit ex tota, æquū eſt eis quæ ex ſectionibus fiunt quadratis, & ei quod bis cōprehenditur ſub ſectionibus rectangulo: quod demonſtraſſe oportuit.



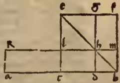
ALITER idē oſtēdere. Dico q quadratū αβ, æquū eſt eis quæ fiūt ex αγ et γβ quadratis ei quod bis ſub αγ et γβ cōprehēditur rectāgulo. In eadē enim deſcriptione, quoniā æquale eſt αβ ipſi αδ, æqualis eſt angulus αβδ ei qui ſub αδβ, (per 5 primi.) Et quoniā omnis triāguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi) trianguli αβδ tres anguli αδβ, δβα, & βαδ, duobus rectis ſunt æquales (per eandē) Rectus aūt eſt angulus βαδ, reliqui ergo anguli αβδ, & αδβ, uni recto ſunt æquales, & ſunt æquales alter alteri, uterq; igitur αβδ & αδβ, dimidiū eſt recti. Angulus aūt βγη, rectus eſt, æquus enim eſt ei qui ex oppoſito ad α (per 29 primi) Reliquus igitur angulus γηβ, dimidiū eſt recti. Angulus igitur γηβ, angulo γβη eſt æqualis, quare & latus βγ, æquale eſt ipſi γη, ſed βγ ipſi ηκ eſt æquale, & γη ipſi βκ eſt æquale. Aequilaterū igitur eſt γκ, habet autem & angulū γβκ, rectū: quadratū eſt igitur γκ, & eſt ex βγ, & ob id etiā θζ quadratū eſt, & æquū eſt ei quod ex αγ: igitur γκ & θζ, ſunt quadrata, & æqualia ſunt eis quæ ex αγ & γβ fiunt quadratis. Et quoniā æquū eſt αη ipſi ηε, eſtq; αη id quod ſub αγ & γβ: æqualis enim eſt ηγ ipſi γβ, & ηε igitur æquū eſt ei quod fit ſub αγ & γβ: igitur αη et ηε, ſunt æqualia ei quod bis fit ſub αγ & γβ. Sūt autē γκ & θζ, æqualia eis quæ fiūt ex αγ & γβ quadratis. Igitur γκ, θζ, αη, & ηε, ſunt æqualia eis quæ ex αγ & γβ, & ei quod bis fit ſub αγ & γβ: ſed γκ, θζ, αη, & ηε, totū ſunt αε quadratū quod fit ex αβ. Quadratū igitur quod fit ex αβ, æquū eſt quadratis quæ fiūt ex αγ et γβ, & ei rectangulo quod bis comprehenditur ſub αγ & βγ: quod oſtendere oportuit.

CORRELARIVM. Ex hoc manifeſtū eſt, quod in quadratis * areis parallelogrāma quæ circa dimetientē, quadrata ſunt. χωρίοις.

Euclid. ex Camp Propoſitio 5.

5 SI linea recta per duo æqualia duoq; inæqualia ſecetur, quod ſub inæqualibus totius ſectionis rectangulū cōtinetur cū eo quadrato quod ab ea quæ inter utraſq; eſt ſectiones deſcribítur, æquum eſt ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in ſe ducto deſcribitur.

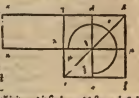
CAMP. Sit linea a b diuiſa per æqualia in pūcto c, & per inæqualia in puncto d, dico quadratū c b, eſſe æquale ei quod fit ex a d in d, & quadrato c d. Deſcribam quadratum c b, quod ſit c b f e, in quo protraham diametrū e b, & ducam d g æquidiſtantē b f, quę ſecet diametrū e b in pūcto h, & à pūcto h educā æquidiſtantē lineę a b, quę ſit h k ſecans lineā b f in pūcto m, & lineā c e in pūcto l, & protrahā a k, ęquidiſtantē c e. Eritq; per correlariū pręmiſſæ, utraq; duarū ſuperficierū l g & d m, quadrata, & per 43 primi, duo ſupplementa c h & h f, ęqualia. Ergo addito quadrato d m, utriq; erit parallelogrāmū c m ęquale parallelogrāmo d f, et quia a l eſt ęquale c m per 36 primi, erit a h ęquale gnomoni qui circunſtat quadrato l g, ergo addito utriq; quadrato l g: erit a h cum quadrato l g ęquale quadrato e f, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

Si recta linea ſecetur in æqualia & non æqualia, rectangulū comprehenſum ſub inæqualibus ſegmentis totius, unà cū quadrato eius quæ media eſt ſectionum, æquum eſt ei quod à dimidia fit quadrato.

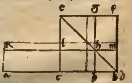
THEON *ex Zamb. Recta enim linea quedā αβ ſecetur quidem in æqualia in γ, & in non æqualia in δ. Dico quòd rectangulū comprehenſum ſub αδ & δβ unà cum quadrato quod ex γδ, æquū eſt ei quod fit ex γβ quadrato. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex γβ, quadratū γεζβ, & (per primū poſtulatū) connectatur βε, & (per 31 primi) per δ, utriſq; γε & βζ parallelus excitetur δη, ſecans βε in puncto θ, & rurſus (per candē) per θ, utriſq; αβ & εζ parallelus excitetur κμ æqualis ipſi αβ: & rurſus (per eandem) per α, utriſq; γλ & βμ parallelus excitetur ακ. Et quoniā (per 43 primi) ſupplementū γθ æquum eſt ſupplemēto θζ, cōmune ponatur δμ: totū igitur γμ, toti δζ eſt æquale. Sed γμ ipſi αλ eſt æquale, quoniā αγ ipſi γβ eſt æqualis, & αλ igitur ipſi δζ eſt æquale. Commune ponatur γθ, totū igitur αθ ipſis δλ & δζ eſt æquale. Sed αθ æquū eſt ei quod ſub αδ & δβ, æqualis enim eſt δθ ipſi δβ, & ζδλ eſt μνξ gnomon. Gnomō igitur μνξ æqualis eſt ei quod ſub αδ & δβ. Commune ponatur λη, quod æquū eſt ei quod fit ſub γδ: gnomō igitur μνξ & λη, ſunt æqualia rectāgulo comprehēſo ſub αδ & δβ, & ei quod fit ex γδ quadrato (per 36 primi.) Sed gnomon μνξ & λη, totū ſunt quadratū γεζβ quod eſt ex βγ. Rectangulū igitur comprehenſum ſub αδ & δβ unà cum quadrato quod ex γδ fit, æquū eſt ei quadrato quod fit ex γβ. Si recta igitur linea & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

SI recta linea in duo æqualia diuidat̄, alia uerò ei linea in longū addat̄, quod ex ductu totius iā cōpoſitæ, in eā quæ iam adiecta eſt, cū eo quod ex ductu dimidiæ in ſeipſam, æquū eſt ei quadrato quod ab ea quæ cōſtat ex adiecta & dimidia in ſeipſam ducta deſcribitur. 6

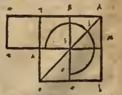
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per æqualia in pūcto c, eiq; addatur linea b d: dico quòd quadratū c d, quod ſit c d e f, æquale eſt ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prędicto e d, diametrū d e, & ducā lineam b g æquidiſtantem d f, quæ ſecet diametrū d e in puncto h, à quo h, producā æquidiſtātem lineæ a b, quæ ſit h K, ſecans d f in puncto m, & c e in pūcto l, & producā a K, æquidiſtantem c l, eritq; per 36 primi, a l, æquale c h. At c h erit æquale h f, per 43 primi, quare a l, eſt æquale h f. Ergo addito c m utrobiq;, erit a m æquale toti gnomoni circunſtanti l g, quare l g addito utrobiq;, erit a m cū l g, æquale toti quadrato d c. Et quia utraq; duarū ſuperficierū l g & b m eſt quadrata per correl. 4 huius: patet propoſitū.



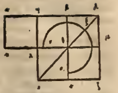
Eucl. ex Zamb. *Theor. 6.* *Prop. 6.*

Si recta linea bifariā ſecetur, adijciaturq; ei aliqua recta linea in rectum, rectangulū cōprehenſum ſub tota cum appoſita & appoſita, unà cum quadrato quod fit à dimidia, æquū eſt ei quod fit ex cōiuncta ex dimidia & appoſita, tanquam ex una deſcripto quadrato. 6

THEON *ex Zam. Recta enim linea αβ ſecetur bifariàm in ſigno γ, apponaturq; ei aliqua recta linea in rectū βδ. Dico quòd rectāgulū comprehenſum ſub αδ & δβ, unà cū quadrato quod fit ex βγ, æquū eſt ei quod fit ex δγ, quadrato. Deſcribatur (per 46 primi) ex γδ quadratū γεζδ, & (per 1 poſtulatū) cōnectatur δε, & (per 31 primi) per β ſignū, utriq; earū εγ & δζ, parallelus excitetur βη, ſecans δε in pūcto θ, & per eandē per θ ſignū, utriq; ipſarū αδ & εζ, parallelus excitetur κμ & inſuper (per eādē) per α, utriq; earū γλ & δμ, parallelus excitetur ακ. Quoniā igitur (per 36 primi) æqualis eſt αγ ipſi γβ, æquū eſt αλ ipſi γθ. Sed (per 34 primi) γθ æquum eſt ipſi θζ, igitur & αλ ipſi θζ (per eandem) eſt æquale, commune apponatur γμ: totum igitur αμ, gnomoni νξο eſt æquale.*



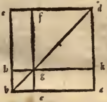
Sed α μ eſt id quod fit ſub α δ & δ β, æqualis enim eſt δ μ ipſi δ β: & gnomon igitur ν ξ ο, æqualis eſt rectangulo cõprehenſo ſub α δ & δ β. Commune apponatur λ η, quod æquũ eſt quadrato quod fit ex γ β. Rectangulũ igitur cõprehenſum ſub α δ & δ β, unà cũ eo quod ex β ε quadrato, æquum eſt ipſi ν ξ ο gnomoni, & ipſi λ η, ſed gnomõ ν ξ ο & λ η, totũ ſunt γ ε ζ δ quadratũ, quod fit ex γ δ. Rectangulum igitur cõprehenſum ſub α δ & δ β, unà cum quadrato, quod ex β γ, æquũ eſt quadrato quod ex γ δ. Si recta igitur linea, & quæ ſequũtur reliqua: quod oſtẽdere oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

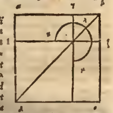
7 SI linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in ſeipſam, cum eo quod eſt ex ductu alterius partis in ſe ipſam, æquum eſt eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis, & ex ductu alterius partis in ſeipſam.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in duas partes in pũcto c, dico quòd quadratum totius a b cum quadrato b c, æquũ eſt ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Deſcribatur quadratum totius, quod ſit a b d e, & ducatur diameter b d, & c f æquidiſtans, b e ſecans diametrum in puncto g, & ducatur K g h æquidiſtans a b. Et quia quadratũ a e cum quadrato c h tantum ſunt, quãtum quadratum K f cum duabus ſuperficiebus a h & c e: patet propoſitũ.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

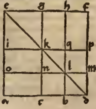
7 Si recta linea ſecetur utcunq;, & quod ex tota & quod ex uno ſegmentorũ utraq; fiũt quadrata, æqualia ſunt, rectangulo comprehenſo bis ſub tota & dicto ſegmẽto, & ei quod à reliquo ſegmento fit quadrato.



THEON ex Zãb. Recta enim linea α β, ſecetur utcũq; in ſigno γ, dico q. quadrata ex α β & β γ, æqua ſunt rectãgulo cõtento bis ſub α β et β γ, et ei quod fit ex α γ quadrato. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β quadratũ α δ ε β, deſcribaturq; figura. quoniã (per 43 primi) æquũ eſt α η ipſi η ε, cõmune apponatur γ ζ: totũ enim α ζ, toti γ ε eſt æquale. Igitur α ζ et γ ε, duplũ eſt ipſius α ζ: ſed α ζ et γ ε ſunt α λ μ gnomõ, et γ ζ quadratũ, et α λ μ igitur gnomon et γ ζ duplũ eſt ipſius α ζ. Eſt autẽ ipſius α ζ duplũ, etiã id quod bis ſub α β et β γ fit, æqualis enim eſt β ζ ipſi β γ, ergo α λ μ gnomõ, et quadratũ γ ζ, æquũ eſt rectãgulo cõtẽto bis ſub α β et β γ, cõmune apponatur δ η, quod eſt quadratũ ex α γ: gnomon igitur α λ μ, & β η & η δ quadrata, æqualia ſunt & ei quod bis ſub α β & β γ rectangulo continetur, & ei quod ex α γ fit quadrato. Sed α λ μ gnomõ, & quadrata β η & δ η, totũ ſunt β α δ ε & γ ζ, quæ ſunt ex α β & β γ quadrata: quadrata igitur ex α β, β γ, æqualia ſunt rectangulo bis ſub α β & β γ cõprehenſo, cũ eo quod fit ex α γ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 SI linea in duas partes diuidatur, eiq; in longũ æqualis uni diuidentiũ adiũgatur, quod ex ductu totius iam cõpoſitæ in ſeipſam fiet, æquũ erit ijs quę ex ductu prioris lineę in eã adiectam quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in ſeipſam.

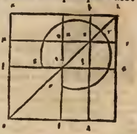


CAMPANVS. Sit a b diuiſa in pũcto c, qualitercũq; cõtingat, cui addatur b d æqualis c b, dico quòd quadratũ totius a d quod ſit a d e f, eſt æquale ei quod fit ex a b in b d quater cũ quadrato a c. Hoc autẽ patebit, ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidiſtantibus lineæ d f, & ſecantibus diametrũ in punctis K l, per quæ puncta ducãtur p q K r, & m l n o, æquidiſtãtes a d. Erit enim per correl. 4 huius, unaquæq; ſuperficierũ g, n q & b m, quadrata. Et quia c b poſita eſt

ta eſt æqualis b d, erit utraq; ſuperficierũ c l & l p, quadrata. Eruntq́; quatuor quadrata diuidentia quadratũ c p, æqualia, & quia totus gnomo circunſtans quadrato r g, eſt per 36 & 43 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad ſuperficiem a l: patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

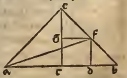
8 Si recta linea ſecẽt utcũq;, rectangulũ cõprehẽſum quater ſub tota & uno ſegmẽtorũ cũ eo quod ex reliquo ſegmẽto eſt quadrato, æquũ eſt ei quod fit ex tota et prędicto ſegmẽto tanq; ab una deſcripto quadrato.



THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædã α β ſecetur utcunq; in ſigno γ, dico quòd quater ſub α β & β γ cõprehenſum rectangulũ, unà cũ eo quod ex α γ quadrato, æquũ eſt ei quod fit ex α β et β γ, tanquã ab una deſcripto quadrato. Producãtur enim (per 6 ſecũdi) in rectã lineã ipſi α β recta linea β δ, et põatur ipſi γ β æqualis β δ (per 3 primi) Et (per 46 primi) ex α δ deſcribatur quadratũ α ε ζ δ, et deſcribatur dupla figura. Quoniã igitur æqualis eſt γ β ipſi β δ, ſed γ β ipſi η κ, eſt æqualis, & β δ (per 34 primi) ipſi κ ν eſt æqualis, et η κ igitur ipſi κ ν eſt æqualis. et perinde π ρ ipſi ρ ο eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt β γ ipſi β δ, & η κ ipſi κ ν, æquũ eſt igitur γ κ ipſi κ δ, & π ρ ipſi ρ ν, (per 36 primi.) Sed (per 43 primi) γ κ ipſi ρ ν eſt æquale: ſupplementa enim ſunt parallelogrãmi γ ο, & κ δ, igitur ipſi ν ρ eſt æquale. Igitur δ κ, γ κ, η π, & π ν, ſibi inuicẽ ſunt æqualia: ipſa quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius γ κ. Rurſus quoniã æqualis eſt γ β ipſi β δ, ſed β δ quidẽ ipſi β κ, hoc eſt ipſi γ η eſt æqualis: & γ β igitur, hoc eſt η κ ipſi κ π eſt æqualis: et γ η igitur ipſi η π eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt γ η ipſi η π & π ρ ipſi ρ ο, æquum eſt η κ ipſi μ π, & π λ ipſi ρ ζ, ſed μ π ipſi π λ (per 43 primi) eſt æquale: ſupplementa enim ſunt parallelogrãmi μ λ: & η κ igitur ipſi ρ ζ (per 43 eiuſdẽ) eſt æquale. Quatuor igitur α η, μ π, π λ, & ρ ζ, ſibi inuicẽ ſunt æqualia: quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius α η. Oſtenſum autẽ eſt quòd quatuor γ κ, κ δ, η π, & π ν ipſius γ κ quadruplicata: octo igitur quæ gnomonẽ σ τ υ cõplectũtur, quadruplicata ſunt ipſius α κ. Et quoniã α κ eſt quod ſub α β & β δ, æqualis enim eſt β κ ipſi β δ quod igitur quater eſt ſub α β & β δ, quadruplicatũ eſt ipſius α κ: oſtenſum eſt autẽ quòd ipſius α κ quadruplicatũ, eſt gnomon σ τ υ. Igitur id quod quater eſt ſub α β & β δ, gnomoni σ τ υ æquũ eſt. Cõmune apponatur ξ θ, quod æquũ eſt quadrato quod ex α γ. Rectangulũ igitur quater ſub α β & β δ comprehenſum, cũ quadrato quod ex α γ, æquũ eſt gnomoni σ τ υ & (ei quod eſt) ξ θ. Sed σ τ υ gnomon & ξ θ, totum ſunt α ε ζ δ quadratũ, quod eſt ex α δ: quod igitur quater ſub α β & β δ, unà cũ eo quod fit ex α γ, æquũ eſt ei quod fit ex α δ quadrato: æqualis autẽ eſt β δ ipſi β γ. Rectãgulũ igitur comprehenſum quater ſub α β & β γ, unà cum eo quod fit ex α γ quadrato, æquum eſt ei quod fit ex α δ, hoc eſt ei quod ex α β & β γ tanquam ab una deſcriptum eſt quadrato. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

SI linea in duo æqualia duoq; inæqualia diuiditur, quæ fiunt ex ductu utriuſq; inæqualium ſectionũ in ſeipſam pariter accepta, duplũ ſunt utriſq; pariter acceptis, quę quidẽ ex dimidia, eaq; quæ utriq; ſectioni interiacet quadratis, deſcribũt.



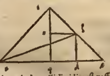
CAMP. Sit linea a b diuiſa per æqualia in c, & per inæqualia in d. Dico quòd quadratũ a d & quadratũ d b ſimul iuncta, dupla ſunt quadrato a c & quadrato c d ſimul iunctis. Super lineã a b, erigo lineã c e, perpendicularẽ & æqualẽ utriq; earũ linearũ a c & c b, & produco e a & e b, eritq; per 32 primi, uterq; angulorũ a & b, & uterq; angulorũ partialiũ qui ſunt ad e, medietas recti, totusq́; e, rectus. Et produco d f, æquidiſtãtẽ c e, & perpẽdicularẽ ſuper lineã a b, eritq́; uterq; angulorũ d, rectus, & ãgulus d f b, medietas recti per 32 primi, ſiue 2 partẽ 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b ſunt æqualia. A puncto f duco f g, æquidiſtantẽ a b, eritq; per 2 partẽ 29 primi, & per 32 eiuſdẽ, uterq; angulorũ g, rectus, & angulus e f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiuſdẽ, latera e g & g f, ſunt æqualia. Et quia per penultimam eiuſdem, quadratum e f eſt æquale quadrato e g, & quadrato g f, ipſum erit duplum ad quadratum g f, quare ad quadratum c d. Item quia per eandem quadratum e a eſt æquale quadrato a c & quadrato c e, ipſum erit duplum ad quadratum a c: & quia quadratum a f eſt æquale quadrato e f & a e per eandem, ipſum erit duplum ad quadra-

tum a c & ad quadratum c d. Sed quadratũ a f, eſt iterũ æquale per eandem quadrato a d & quadrato d f, ergo quadratum d & quadratum d f, dupla ſunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadratum d f eſt æquale quadrato d b, erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarũ linearũ quæ ſunt a c & c d. quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9. Propoſitio 9.*

9 Si recta linea ſecetur in æqualia & non æqualia, quæ ab inæqualibus totius ſegmẽtis fiunt quadrata, dupla ſunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media eſt ſectionũ fit, quadratorũ.

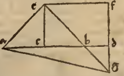
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam αβ, ſecetur in æqualia in ſigno γ, & in non æqualia in δ. Dico quòd quadrata ex αδ & δβ, dupla ſunt eorum quæ ex αγ & γδ ſunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ ſigno ipſius αβ, ad ãgulos rectos γε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarum αγ & γβ, & (per 1 poſtulatum) cõnectantur αε & εβ. Et (per 31 primi) per δ ipſi εγ, parallelus excitetur δζ, & (per eandem) per ζ ipſi αβ, parallelus excitetur ζη, & (per 1 poſtulatũ) connectatur αζ. Et quoniam æqualis eſt αγ ipſi γε, æqualis eſt (per 5 primi) angulus εαγ angulo γεα. Et quoniã rectus eſt angulus qui ad γ, reliqui igitur anguli εαγ & αεγ, uni recto ſunt æquales: uterq; igitur eorum qui ſub αεγ & εαγ, recti dimidius eſt. Ob id quoq; & uterq; ipſorum εβγ & γεβ, recti dimidius eſt. Totus igitur αεβ, rectus eſt. Et quoniam qui ſub ηεζ recti dimidium eſt, rectus autẽ qui ſub εηζ, æqualis enim interiori eſt oppoſito (per 29 primi) hoc eſt ipſi εγβ, reliquus igitur qui ſub εζη, recti dimidius eſt.*



Aequus igitur eſt (per 6 cõmunẽ ſentẽtiã) qui ſub ηεζ, ei qui ſub εζη: quare (per 6 primi) et latus εη, lateri ζη eſt æquale. Rurſus quoniã ãgulus qui ad β, recti dimidius eſt, rectus autẽ eſt qui ſub ζδβ, æqualis enim rurſus eſt interiori & oppoſito ipſi εγβ (per 29 primi) reliquus igitur qui ſub βζδ, recti dimidius eſt. Aequalis igitur eſt angulus qui ad β ipſi δζβ. Quare (per 6 primi) & latus δζ, lateri δβ eſt æquale. Et quoniã αγ æqualis eſt ipſi γε, & æquum eſt quod ex αγ ei quod ex γε: quadrata igitur quæ ſunt ex γα & γε, eius ſunt dupla quod eſt ex αγ. At (per 47 primi) eis quæ ſunt ex αγ & γε, æquum eſt quod ex εα fit quadratum: angulus enim qui ſub αγε, rectus eſt. Igitur quod ex αε fit, eius quod eſt ex αγ, duplum eſt. Rurſus quoniam æqualis eſt εη ipſi ηζ, æquum eſt id quod ex εη, ei quod ex ηζ. quadrata igitur quæ ſunt ex ηε & εζ, dupla ſunt quadrati quod ex ηζ. Quadratis autem quæ fiunt ex εη, & ηζ, æquum eſt id quod ex εζ (per 47 primi) quadratum igitur quod ex εζ, duplum eſt eius quod ex ηζ. Aequalis autem eſt ηζ ipſi γδ: igitur quod ex εζ duplum eſt eius quod ex γδ. Eſt autem & id quod ex αε, duplum eius quod fit [illegible] γ. Quadrata igitur, quæ ex αε & εζ, quadratorum quæ fiunt ex αγ & γδ, dupla ſunt. [illegible]utem quæ fiunt ex αε & εζ, æquum eſt id quod ex αζ fit quadratum (per 47 primi.) Rectus enim eſt angulus qui ſub αεζ. Quadratum igitur ex αζ, eorum quæ ex αγ & γδ fiunt, duplum eſt. Ei autem quod fit ex αζ, æqualia ſunt ea quæ fiunt ex αδ & δζ (per 47 primi) rectus enim eſt angulus qui ad δ. Ea igitur quæ ex αδ & δζ, dupla ſunt eorũ quæ ex αγ & γδ fiunt quadratorũ. Aequalis autẽ eſt δζ ipſi δβ, quadrata igitur quæ ex αδ & δβ fiunt, dupla ſunt eorum quæ ex αγ & γδ fiunt, quadratorũ. Si recta igitur linea ſecetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiũt quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia, & ex medio ſegmentorum fit, quadratorum: quod oportuit demonſtrare.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

10 SI linea in duo æqualia diuidatur, eiq; in longum alia addatur, quadratum quod deſcribitur à tota cum addita, & quadratũ quod ab ea quæ addita eſt utraq; quadrata pariter accepta, ei quadrato quod à dimidia, eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiectaq; cõſiſtit, utriſq; quadratis pariter acceptis dupla eſſe neceſſe eſt.

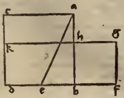


CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per æqualia in c, & addita ſibi linea b d, dico quòd duo quadrata duarũ linearum a c & b d, pariter accepta, dupla ſunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularẽ ſuper lineã a b, & æqualẽ utriq; linearũ a c & c b, & perficio triangulum a e b, ductis lineis a e & e b, eritq; ut in præmiſſa uterque angulorum a & b, & uterque eorum, qui ſunt ad e, medietas recti per 32 primi, totusq;

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

11 DAtam lineam ſic ſecare, ut quod ſub tota & una portione rectangulum cõtinetur, æquum ſit ei quod fit ex reliqua ſectione quadratum.

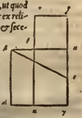
CAMPANVS. Sit linea data a b, quam uolumus ſic diuidere: ut quod ex tota & una eius portione producitur, æquum ſit quadrato alterius. Deſcribo quadratum ipſius a b, quod ſit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & e b produco uſq; ad f, ita quòd e f ſit æqualis a e. Et ex b f portiõe extrinſeca, deſcribo quadratum quod ex latere a b reſecat portionem æqualem b f, quæ ſit b h: & quadratum deſcriptum ſit b f h g. Dico quòd a b ſic eſt diuiſa in puncto h, quòd illud quod fit ex tota a b in eius portionem h a, eſt æquale quadrato h b. Produco g h uſque ad k, quę erit ęquidiſtans a c. Quia ergo linea d b diuiſa eſt per æqualia in e, & eſt ſibi addita linea b f, erit per 6 huius, quod fit ex d f in b f cũ quadrato e b, æquale quadrato e f: quare & quadrato e a: quare per penultimã primi, quadrans duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab utriſq; quadrato lineæ e b, erit quod fit ex d f in b f, & ipſum eſt ſuperficies d g, ęquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utriſq; parallelogrãmo h d, erit quadratum h f æquale parallelogrammo h c. Et quia quadratum h f eſt quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a, quæ eſt æqualis a b, in a h, patet factum eſſe propoſitum. ¶ Ad hoc autem faciendũ in numeris, non labores: quia impoſsibile eſt numerum ſic diuidi, ut hic undecima proponit, ſicut ſcies, ſexti 26 te docente.



Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 11.*

11 Datam rectam lineam ſecare, ut quod ſub tota & altero ſegmento comprehenſum rectangulũ, æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento quadrato.

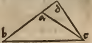
THEON *ex Zamb. Sit data recta linea αβ: oportet autem ipſam αβ ſecare, ut quod ſub tota & altero ſegmento comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento, quadrato. Deſcribatur (per 46 primi) ex αβ, quadratum αβγδ, & ſecetur (per 10 primi) αγ bifariam, in ε ſigno, & connectatur βε. Et extendatur (per 2 poſtulatum) γα, in ζ, & ponatur (p 3 primi) ipſi βε, æqualis εζ. Et (per 46 primi) ex αζ deſcribatur quadratũ ζηαθ, & extendatur (per 2 poſtulatũ) ηθ, in κ. Dico quòd αβ, ſecatur in θ, ut quod ex αβ, & βθ, comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex αθ, quadrato. Quoniam enim recta linea αγ ſecta eſt bifariam in ε, adiacet autem ei αζ, igitur (per 6 ſecundi) rectangulũ comprehenſum ſub γζ, & ζα, unà cum eo quod fit ex αε, quadrato, æquũ eſt ei quod fit ex εζ quadrato, æqualis autẽ eſt εζ, ipſi εβ: rectangulum igitur comprehenſum ſub γζ, & ζα, unà cum eo quod fit ex εα quadrato, æquum eſt ei quod fit ex εβ quadrato. Sed ei quod fit ex εβ, æqualia ſunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex βα, & αε, quadrata: rectus enim eſt angulus qui ad α. Quod igitur eſt ſub γζ, & ζα, cum eo quod fit ex αε, æquum eſt eis quæ fiunt ex βα, & αε. Commune auferatur id quod ex αε, reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub γζ, & ζα: æquum eſt ei quod fit ex αβ, quadrato. Et id quidẽ quod fit ſub γζ, & ζα, eſt ipſum ζκ: æqualis enim eſt ζα, ipſi ζη. Id autem quod fit ex αβ, eſt ipſum αδ. Igitur ζκ æquum eſt ipſi αδ. Commune auferatur ακ, reliquum igitur ζθ, ipſi θδ, eſt æquale. Eſt autem θδ, id quod ſub αβ, & βθ, æqualis enim eſt αβ, ipſi βδ. At ζθ, id eſt quod ex αθ. Rectangulum igitur comprehenſum ſub αβ & βθ, æquum eſt ei quod fit ex θα, quadrato. Data igitur recta linea αβ, in θ, diſſecta eſt, ut rectangulum ſub αβ, & βθ comprehenſum, æquum ſit ei quod ex αθ fit quadrato: quod fecisse oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

11 IN his triangulis qui obtuſum habent angulũ, tanto ea quę obtuſum ſubtendit angulum, ambobus reliquis lateribus quæ obtuſum cõtinent angulum amplius poteſt, quantum eſt quod continetur bis ſub uno eorum, atq; ea quæ ei directè iuncta ad obtuſum angulũ, à perpendiculari extrà deprehenditur.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, habens angulum a, obtuſum. A puncto c, ducatur linea per pendicularis ad lineam b a quæ neceſſariò cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtuſus eſſet rectus aut minor recto per 16 primi: ſit ergo c d perpēdicularis ſuper lineam a b productam 11
uſq; ad d. Dico quòd quadratum lateris b c quod ſubtenditur angulo obtuſo, tanto maius eſt duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipſum angulum obtuſum, quantum eſt illud quod fit ex b a in a d bis. (Potentia enim lineæ, reſpectu quadrati ſui eſt, unde tan

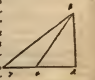


tum dicitur poſſe linea quælibet, quantum in ſe ducta producit.) Erit enim per 4 huius, quadratum b d, æquale duobus quadratis duarum linearum b a & a d, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratum b c per penultimam primi eſt æquale quadrato b d & quadrato d c: ipſum erit æquale quadratis trium linearū b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eandem, quadratum a c, eſt æquale quadratis a d & d c. ergo quadratum b c, eſt æquale quadratis duarum linearum b a & c a & duplo eius, quod fit ex b a in a d. Quare b c tanto amplius poteſt duabus lineis b a, a c, quantum eſt duplum eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus quòd tantum dicitur poſſe linea quælibet, quantum in ſe ducta, producit: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 12.*

In obtuſi angulis triangulis, quod ab obtuſum angulum ſubtendente latere fit quadratum, maius eſt eis quæ fiunt ab obtuſum angulum comprehendentibus lateribus, quadratis, comprehenſo bis ſub uno eorum qui ſunt circa obtuſum angulum, in quod protractum cadit perpendicularis, & aſſumpto extrinſecus ſub perpendiculari ad obtuſum angulum. 12

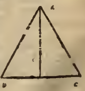
THEON ex Zamb. *Sit obtuſi anguli triangulum αβγ, obtuſum habens angulum βαγ, & ducatur ex β ſigno, in γα, productam (per 12 primi) perpendicularis βδ. Dico quòd quadratum quod ex βγ, maius eſt eis quæ fiunt ex βα, & αγ, quadratis bis ſub γα, & αδ, comprehenſo rectangulo. Quoniam enim recta linea γδ, ſecta eſt utcunq; in α ſigno: igitur (per 4 ſecūdi) quod fit ex γδ æquum eſt eis quæ fiunt ex γα, & αδ, quadratis, & bis ſub γα & αδ comprehenſo rectangulo. Commune ponatur id quod ex δβ. Ea igitur quæ ſunt ex γδ, & δβ, æqua ſunt eis quæ fiunt ex γα, & αδ, & δβ, quadratis, & bis ſub γα & αδ, cōprehenſo rectangulo. Sed eis quæ ſunt ex γδ & δβ: æquum eſt id quod ex γβ, (per 47 primi) rectus enim eſt angulus qui ad δ. Eis autem quæ fiunt ex αδ, & δβ, (per eandem) æquum eſt id quod fit ex αβ. Quadratum igitur quod fit ex γβ, æquum eſt eis quæ fiunt ex γα & αβ, quadratis (per eandem) & bis ſub γα, & αδ, comprehenſo rectangulo. Quare quadratum quod fit ex γβ, eis quæ ſunt ex γα, & αβ, maius eſt: bis ſub γα, & αδ, comprehenſo rectangulo. In amblygonijs igitur triangulis, quod ab obtuſum angulum ſubtendente latere fit quadratum, maius eſt, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

OMnis oxygonij tanto ea quæ acutum reſpicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus poteſt: quantum eſt quod bis continetur ſub uno eorum, cui perpendicularis intrà ſuperſtat, eaq; ſui parte quæ perpendiculari anguloq; acuto interiacet. 13

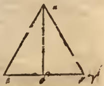
CAMPANVS. Quod hic proponitur de latere ſubtenſo alicui angulo acuto, in triangulo oxygonio: ueritatem habet de latere ſubtenſo cuilibet angulo acuto in omni triangulo, ſiue ſit orthogonius, ſiue amblygonius, ſiue oxygonius. Sit ergo in triangulo a b c, quicunq; triangulus fuerit, angulus c acutus: qui ſi fuerit oxygonius, ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a uel b, ad quamuis baſin b c uel a c: quia cùm ſic fuerit, ſemper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem ſit amblygonius aut orthogonius, ab angulo obtuſo uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppoſitum, quam manifeſtū eſt cadere intra triangulum. Et, ut ſimpliciter dicā, cùm in omni triāgulo ſint duo acuti anguli, neceſſariò erit alter reli-



reliquorum angulorum qui ſunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem, ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli a b c angulus b etiam ſit acutus: ducam ergo ad b c, perpendicularem quæ ſit a d, quæ (ut dictum eſt) cadet intra triangulum. Dico itaq; quòd quadratum lateris a b quod ſubtenditur angulo acuto c, tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum a c & c b, quantum duplum eius quod fit ex b c in d c. Vel dico quòd quadratum a c quod etiam ſubtenditur angulo b quem poſuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum a b, & b c, quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius, quadratũ b c cũ quadrato d c, æquale ei quod fit ex b c in d c bis, & quadrato alterius partis ſcilicet b d, quare addito utriq; quadrato a d, erit quadratũ b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearũ a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi, quadratum a c eſt æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarum linearum a d & b d, & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimã primi, quadratũ a b, æquum eſt quadratis duarum linearum a d & b d: ergo quadratum b c cum quadrato a c, æquum eſt quadrato a b: & duplo eius quod fit ex b c in c d: quare tanto minus poteſt a b duobus lateribus b c & a c: quantum eſt duplum eius quod fit ex b c in c d, quod eſt propoſitum. Simili modo probabis, latus a c quod ſubtenditur angulo b acuto, poſſe tãto minus duobus lateribus a b & b c: quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶ Notandũ autem per hanc & præcedentem & penultimam primi, quòd cognitis lateribus omnis trianguli, cognoſcitur area ipſius, & auxiliantibus tabulis de chorda & arcu, cognoſcitur omnis eius angulus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 13.*

13 In oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum ſubtendente fit quadratum, minus eſt eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: comprehenſo bis ſub uno eorum quæ ſunt circa acutum angulũ, in quod perpendicularis cadit, & ſumpto intus ſub perpendiculari ad acutum angulum.

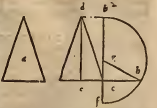


THEON ex Zamb. *Sit oxygonium triangulum α β γ, acutum habens angulum qui ad β, & (per 12 primi) ducatur ab α ſigno, in β γ, perpendicularis α δ. Dico quòd quadratum ex α γ, minus eſt quadratis quæ fiunt ex γ β & β α, comprehenſo bis rectangulo ſub γ β, & β δ. Quoniã enim recta linea β γ diſſecta eſt utcunq; in δ, igitur (per 7 ſecundi) quadrata quæ ex γ β, & β δ, æqualia ſunt bis ſub γ β, & β δ, comprehenſo rectangulo, & ei quod fit ex γ δ quadrato. Commune apponatur quadratum, quod ex δ α. Igitur quadrata quæ ex γ β, & β δ, & δ α, (per 7 ſecundi) æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub γ β, & β δ, & eis quæ fiunt ex α δ, & δ γ, quadratis. Sed eis quæ fiunt ex β δ, & δ α, æquum eſt id quod fit ex α β, angulus enim qui ad δ, rectus eſt. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ γ, æquum eſt id quod ex α γ, (per 47 primi) ea igitur quæ fiunt ex γ β, & β α, æqualia ſunt ei quod fit ex α γ, & ei quod bis fit ſub γ β, & β δ. Quare ſolum quod fit ex α γ, minus eſt eis quæ fiunt ex γ β, & β α, quadratis: eo quod eſt bis ſub γ β, & β δ, comprehenſo rectangulo. In oxygonijs igitur triangulis, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

14 DAto trigono, æquum quadratum deſcribere.

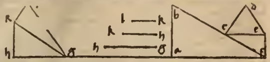
CAMPANVS. Sit datus trigonus a: cui nos uolumus æquum quadratum deſcribere. Deſignabo ſuperficiẽ æquidiſtãnium laterum & rectorum angulorum æqualem trigono dato, ſecundum quod docet 42 primi: ſitq; ſuperficies illa b c d e: cuius ſi latera fuerint æqualia, habemus quod quęrimus: ipſa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera ſint inæqualia, tunc adiũgam minus ipſorum laterum maiori, ſecundũ rectitudinem: ſitq; linea c f, æqualis minori duorum laterum, quod eſt c e, adiuncta maiori quod eſt b c, ſecundum rectitudinem. Totam b f diuidam per æqualia, in puncto g, & facto g centro, ſuper lineam b f ſecundum quantitatem lineæ g b: deſcribam ſemicirculum b h, & latus e c producam, uſquequo ſecet circunferentiam in puncto h. Dico quòd quadra-



e a

tum lineæ c h, eſt æquale trigono dato. Producam lineam g h. Et quia linea b f diuiſa eſt per æqualia in g, & per inæqualia in c: erit per 5 huius, quod fit ex ductu b c in c f cum quadrato c g, æquale quadrato g f, quare & quadrato g h, quare per penultimam primi, & duobus quadratis duarum linearum g c & c h. Ergo dempto utrinque quadrato c g, erit quod fit ex b c in c f, quod eſt æquale ſuperficiei b e, eo quod c f eſt æquale quadrato lineæ c h, quare quadratum lineæ c h, eſt æquale trigono a, quod eſt propoſitum.

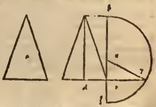
CAMPANI *additio.* Et nota quòd per hoc inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet altera parte longioris, & ſimpliciter omnis figuræ rectis lineis cõtentæ: quæcunque fuerit, quoniam omnem figuram talem in triangulos reſoluemus: & cuiuslibet illorum triangulorũ inueniemus tetragonicum latus ſecundum doctrinam iſtius, & inueniemus per penultimam primi, lineam unam, quæ poſſit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia, uolo inuenire latus tetragonicum rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f, Reſoluo eam in tres triangulos qui ſunt a b f, & c d e, & f c e. Inuenio quoque ſecundum doctrinam iſtius: tria latera tetragonica iſtorum trium triangulorum, quæ ſunt g h, h k, & k l: & erigo h k, perpendiculariter ſuper g h, & produco g k, eritq́ per penultimam primi, quadratum g k, æquale quadratis duarum linearum g h, & h k: & tertium latus k l, erigo perpendiculariter ſuper lineam g k, & produco lineam g l, eritq́ per penultimam primi, g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propoſitæ.



Eucl. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 14.*

Dato rectilineo, æquum quadratum conſtituere. 14

THEON *ex Zamb. Sit datum rectilineum α, oportet ei rectilineo æquum quadratum conſtituere: conſtituatur (per 45 primi) ipſi α, rectilineo: æquum parallelogrammum rectangulum βγδε. Si æqualis eſt βε, ipſi εδ, factum iam eſt problema: conſtituitur enim ipſi α, rectilineo, æquum quadratũ βδ. Si autem non, ipſarum βε, & εδ, altera maior eſt. Sit maior βε, & producatur in ζ, & ponatur ipſi εδ, æqualis εζ, (per 3 primi,) & (per 10 primi) ſecetur βζ, bifariã in η. Et centro quidem η, ſpatio uerò aut ηβ, aut ηζ, ſemicirculus deſcribatur βθζ, & (per 2 poſtulatum) producatur δε, in θ, & (per 1 poſtulatum) connectatur ηθ. Quoniam igitur recta linea ζβ, ſecta eſt in æqualia in η, & in inæqualia in ε, igitur (per 5 ſecundi) rectangulum comprehenſum ſub βε, & εζ, cum quadrato quod fit ex γη, æquum eſt ei quod ex ηζ, quadrato. Aequalis autem eſt ηζ, ipſi ηθ: rectangulũ igitur comprehenſum ſub βε, & εζ, (per 5 ſecundi) cum eo quod ex ηε, fit quadrato, æquum eſt ei quod fit ex ηθ, ei autem quod fit ex ηθ, æqualia ſunt ea quæ ex θε, & ηε, fiunt quadratis, (per 47 primi.) Quod igitur fit ſub βε, & εζ, cum eo quod fit ex ηε: æquum eſt eis quæ fiunt ex θε, & ηε, commune auferatur quadratum quod ex εη: reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub βε, & εζ, æquũ eſt ei quod fit ex εθ, quadrato. Sed id quod ſub βε, & εζ eſt, quod ipſum βδ, æqualis enim eſt εζ, ipſi εδ, parallelogrammum igitur βδ, æquum eſt ei quod fit ex θε quadrato. Sed βδ, æquum eſt ipſi α, rectilineo: & α igitur rectilineum æquum eſt quadrato deſcripto ex εθ. Dato igitur rectilineo α, æquum quadratum conſtitutum eſt ſub εθ, deſcriptum: quod feciſſe oportuit.*



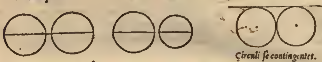
LIBRI SECVNDI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, *Liber tertius.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*

QVorum diametri ſunt æquales, ipſos circulos æquales eſſe. Maiores autem, quorum maiores. Et minores, quorum minores. 2 Circulum linea contingere dicitur: quæ cùm circulum tangat, in utranque partem eiecta circulum non ſecat. 3 Circuli ſeſe contingere dicuntur, qui ſe tangentes, ſeinuicem non ſecant.

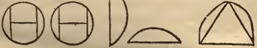
Circuli æquales. *Maior.* *Minor.* *Linea circulum contingens.*



Circuli ſe contingentes.

4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter diſtare dicuntur à centro, cùm à centro ad ipſas ductæ perpendiculares, fuerint æquales. 5 Plus uerò diſtare à centro dicitur, in quam perpendicularis longior cadit. 6 Recta linea portionem circuli continens, chorda nominatur. 7 Portio uerò circunferentiæ, arcus nuncupatur. 8 Angulus autem portionis dicitur, qui à chorda & arcu continetur. 9 Supra arcum angulus conſiſtere dicitur, qui à quolibet puncto arcus ad chordę terminos duabus rectis lineis exeuntibus continetur.

In circulo rectæ lineæ. *Ang portionis.* *Arcus.* *Angulus ſuper arcũ conſiſtens.*



Chorda.

10 Sector circuli, eſt figura quæ ſub duabus à centro ductis lineis, & ſub arcu qui ab eis comprehenditur, continetur. 11 Angulus autem qui ab eis lineis ambitur, ſupra centrum conſiſtere dicitur. 12 Similes circulorum portiones dicuntur, in quibus qui ſupra arcum conſiſtunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales. 13 Arcus quoque ſimiles ſunt, qui æquos angulos prædicto modo ſuſcipiunt.

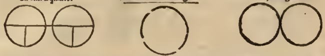
Sector circuli. *Angulus ſuper centrum conſiſtens.* *Similes circuli portiones & ſimiles arcus.*



Ex Zamberto. *Diffinitiones.*

AEquales circuli ſunt, quorum dimetientes ſunt ęquales, uel quorum quæ ex centris ſunt æquales. 2 Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & eiecta, circulum non ſecat. 3 Circuli ſeſe tangere adinuicem dicuntur, qui ſeſe inuicē tangentes, ſe non inuicem ſecant.

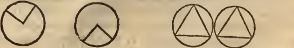
Circuli æquales. *Linea circulum tangens.* *Circuli ſe tangentes.*



4 In circulo æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur, cùm à centro in eas perpendiculares ductæ ſunt æquales. Magis autem diſtare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit. 5 Segmentum circuli, eſt figura comprehenſa ſub recta linea, & circuli circunferentia. 6 Segmenti angulus eſt, qui ſub recta linea & circuli circunferentia comprehenditur. 7 In ſegmento autem angulus eſt, cùm in circunferentia ſegmenti ſumitur aliquod ſignum, & ab eo in rectæ lineæ fines quæ baſis eſt ſegmenti rectæ lineæ coniunguntur, angulus qui continetur, ſub coniunctis rectis lineis eſt.



8 Cùm uerò comprehendentes angulum rectæ lineæ, aliquam ſuſcipiunt circunferentiam, in illa angulus eſſe dicitur. 9 Sector autem circuli, eſt cùm ad centrum circuli ſteterit angulus, comprehēſa figura ſub angulum comprehendentibus rectis lineis, & aſſumpta ſub eis circunferentia. 10 Similia ſegmenta circuli, ſunt quæ angulos æquos ſuſcipiunt: uel in quibus anguli ſibi inuicem ſunt æquales.

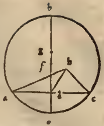


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

CIrculi propoſiti, centrum inuenire. Vnde manifeſtum eſt quòd duabus rectis lineis in eodem circulo apud circunferentiam terminatis, neutra illarum alteram per æqualia orthogonaliter ſecat: niſi ipſa ſuper centrum tranſierit.

CAMPANVS. Sit circulus propoſitus a b c, cuius uòlumus centrum inuenire. Duco in ipſo circulo lineam a c, qualitercunque contingat, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco perpendicularem ad lineam a c, quam applico circunferentiæ ex utraque parte: ſitque e d b, quam rurſus diuido per æqualia in puncto f, quem dico eſſe centrum circuli. Si enim non eſt, erit autem alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b, non. Si enim fuerit in ea ut in puncto

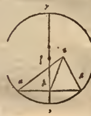
ēto g, erit linea e f maior linea e g, pars uidelicet toto, quod eſt impoſſibile. Quod ſi fuerit extra lineā e b, ut in pūcto h, ducātur lineę h a, h d, h c. Et quia latera h d, et d a triāguli h d a ſunt ęqualia laterib⁹ h d & d c triāguli h d c, & baſis h a baſi h c, erit (p 8 primi) angul⁹ a d h æqualis angulo c d h, quare uterq; rect⁹, & quia angul⁹ a d b fuit etiā rectus, erit a d h ęqualis a d b (per 3 petitionem) primi, pars uidelicet toti, quod eſt impoſſibile. Non eſt ergo centrū dati circuli alicubi, quàm in puncto f, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 1.*

Dati circuli, centrum inuenire.

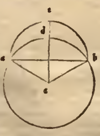
THEON *ex Zāb. Sit datus circulus αβγ, oportet ipſum circuli αβγ, cētrū inuenire. Excitetur in eo linea quædā recta utcūq;, ſitq; αβ. Et (p 10 primi) ſecetur bifariā in δ, & (p 11 eiuſdē) ab ipſo δ, ipſi αβ, excitetur δγ ad angulos rectos, et (per poſtulatū ſecundū) extēdatur in ε, ſeceturq; (per 10 primi) γε, bifariā in ζ. Dico quòd ζ, centrum eſt circuli αβγ. Non enim, ſed ſi poſſibile eſt, ſit η, & (p 1 poſtulatū) connectatur ηα, ηδ, ηβ. Et quoniā æqualis eſt αδ, ipſi δβ, cōmunis autē δη, duæ igitur αδ, et δη, duabus βδ, & δη, ſunt æquales altera alteri, et (p 15 diffinitionē primi) baſis ηα, baſi ηβ, eſt æqualis: ex centro enim igitur (p 8 primi,) angulus αδη, angulo βδη, eſt æqualis. Cū autē recta linea ſup rectā cōſiſtens lineā, utrobiq; angulos æquos adinuicē fecerit, eorū angulorū uterq; (p 10 primi diffinitionē) rectus erit. Angulus igitur βδη, rectus eſt: at angulus ζδβ, nō rectus eſt. Angulus igitur ζδβ, āgulo βδη (p 4 poſtulatū) æqualis, maior minori, quod eſt impoſſibile. Igitur η nō eſt centrū circuli αβγ. Similiter oſtendemus, quód nullū aliud præter ζ. Igitur ζ, centrū eſt circuli αβγ, quod feciſſe oportuit.*



CORREL. *Hinc eſt manifeſtū quòd ſi in circulo recta linea aliqua aliquā rectā lineam bifariā, & ad angulos rectos diſpeſcit in diſpeciente eſt centrum circuli.* Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

SVper circuli circunferentiā duobus punctis ſignatis, lineam rectam ductam ab altero ad alterū circulū ſecare neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut in circunferentia circuli a b, cuius centrum ſit c, ſignata ſunt duo puncta, quæ ſunt a & b, Dico quòd linea recta coniūgens unū cum altero, ſecabit circulū. Alioqui cadet extra circulū, ſitq; a e b, linea recta: ſi poſſibile eſt. Producā lineas c a & c b, erūtq; (per 5 primi) angulus c a b & c b a æquales: protrahā item lineā c e, quæ ſecet circūferētiam in pūcto d, eritq; (per 16 primi) angulus a e c maior angulo c b e, quare maior āgulo c a e, quare per (per 18 eiuſdē) latus a c, maius latere c e, & quia eſt æqualis c a, erit c d, maior c e, pars toto, quod eſt impoſſibile. Quia ergo linea cōiungēs duo pūcta a b, nō trāſibit extra circulū, ſecabit ipſum: quod eſt propoſitū.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 2.*

Si in circuli circūferētia duo fuerint ſigna utcūq; ſumpta, ea ſigna cōnectēs recta linea intra ipſum circulum cadit.

THEON *ex Zāb. Sit circulus αβγ, & in eius circūferentiis ſint utcūq; bina ſigna αβ. Dico quòd recta linea applicata ex α in β intra ipſum circulum αβγ, cadit. Non enim. ſed ſi poſſibile eſt, cadat extra αεβ. Et contingat ſiue accipiatur centrum circuli, ſitq; illud (per præcedentem) δ, & (per 1 poſtulatum) connectatur δα, δβ. & extendatur δζ, ad ε. Quoniam igitur æqualis eſt (per 15 diffinitionē) primi, δα, ipſi δβ, æqualis eſt angulus δαε, angulo δβε. Et quoniam trianguli δαε, unum latus producitur αεβ, igitur (per 16 primi) angulus δεβ, angulo δαε, maior eſt. Aequalis autem eſt angulus δαε, ei qui ſub δβε, Maior igitur eſt angulus δεβ, angulo δβε: maiori autem angulo, maius latus ſubtenditur (per 18 primi,) maior igitur eſt δβ, quàm δε. Aequalis autem eſt (per 15 diffinitionem primi) δβ, quàm δζ, maior igitur eſt δζ, quàm δε, minor maiore, quod eſt impoſſibile. Recta igitur extenſa linea ex α, in β,*

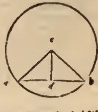


extra ipſum circulũ non cadit. Similiter etiã demonſtrabimus quòd neq; in ipſam circunferentiã intra igitur. Si in circuli circũferẽtia igitur, et quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate: quod demõſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

SI lineam intra circulum præter centrum collocatam alia à centro ueniens per æqua ſecet, orthogonaliter ſuper eam inſiſtere: & ſi in eam orthogonaliter ſteterit, eam per æqualia diuidere, neceſſe eſt. 3

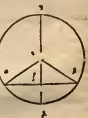
CAMPANVS. Sit ut lineam a b collocatam intra circulum a b, cuius centrum ſit c, linea c d ueniens à centro, diuidat per æqualia. Dico quòd diuidit eam orthogonaliter, & econuerſo, uidelicet ſi diuidit eam orthogonaliter, diuidit eam per æqualia. Producam lineas c a & c b, & ponã primò quòd diuidat eam per æqualia, erunt ergo duo latera c d & d a, trianguli c d a: æqualia duobus lateribus c d, & d b, trianguli c d b, & baſis c a baſi c b: ergo (per 8 primi) angulus d unius, eſt æqualis angulo d alterius: uterque igitur eſt rectus. Quare c d, eſt perpẽdicularis ſuper a b, quod eſt propoſitum. Ponam iterum quòd c d ſit perpendicularis ſuper a b, & oſtendam quòd ipſa diuidit a b per æqualia: erit enim propter hanc poſitionem, uterque angulorum qui ſunt ad d, rectus: quare unus æqualis alteri. At quia (per 5) primi angulus c a d, eſt æqualis angulo c b d, & latus c a æquale lateri c b, (per 26 primi) erit linea a d, æqualis lineæ d b, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 3.*

Si in circulo recta linea quædam per centrum extenſa, quandam non per centrum extenſam rectam lineam bifariàm ſecuerit, ad angulos rectos ipſam ſecabit. Et ſi ad angulos rectos ipſam ſecuerit, bifariã quoq; ipſam ſecabit. 3

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & in eo recta quædam linea per centrum extenſa γ δ, rectam lineam quædam non extenſam per centrum α β, bifariàm ſecet in ſigno ζ. Dico quòd & ad angulos rectos eam ſecat. Contingat ſiue accipiatur centrum circuli α β γ, (per primam tertij) ſitq; illud ε, & (per 1 poſtulatum) connectatur ε α, & ε β. Et quoniam æqualis eſt α ζ, ipſi ζ β, communis autem ζ ε, duæ igitur ε ζ, & ζ α, duabus ε ζ, & ζ β, ſunt æquales. Et baſis ε α, baſi ε β, (per 15 diffinitionem primi) eſt æqualis. Igitur (per 8 primi) angulus α ζ ε, angulo β ζ ε, eſt æqualis. Cùm autem recta linea ſuper rectam lineam conſiſtens, utrobiq; angulos ſibi inuicem æquos fecerit, (per 10 diffinitionem primi) uterque ipſorum angulorum rectus erit, uterque igitur eorum qui ſunt ſub α ζ ε, & β ζ ε rectus eſt. Igitur γ δ, quæ per centrum ſecans, ipſam α β, non per centrum extenſam bifariàm, & ad angulos rectos ſecat. Sed ſecet γ δ, ipſam α β, ad angulos rectos. Aio quòd et bifariã ipſam ſecat, hoc eſt quòd æqualis eſt α ζ, ipſi ζ β. Eiſdem namq; diſpoſitis & conſtructis, quoniam æqualis eſt ε α, ipſi ε β, (per 15 diffinitionem primi,) æqualis eſt angulus ε α ζ angulo ε β ζ. Et angulus α ζ ε, rectus: æqualis eſt (per quartum poſtulatum,) angulo recto qui eſt ſub β ζ ε. Duo igitur triangula ſunt ε α ζ, & ε β ζ, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale ε ζ, ſcilicet quod (per 26 primi,) commune ipſis eſt ſubtendens unum æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus habebunt æqualia: æqualis igitur eſt α ζ ipſi ζ β. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod demonſtraſſe oportuit.*

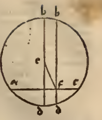


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

SI intra circulum duæ lineæ ſe inuicem ſecent, & ſuper centrũ non tranſeant, non per æqualia eas ſecari neceſſe eſt. 4

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum ſit e, duæ lineæ a c, & b d, ſecent ſe in puncto f, & utraque earum uel altera non tranſeat per centrum. Dico quòd ipſæ non diuidunt ſeſe per æqualia: ita quòd utraque per æqualia diuidatur ab

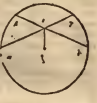
utraque



utraque. Quòd ſi fuerit hoc poſſibile, ponatur: & ſit primò, ut neutra tranſeat per centrum. A centro e producam lineam e f, eritq́ per primam partem præmiſſæ, unuſquiſque quatuor angulorum qui ſunt a f e, e f c, b f e & e f d, rectus, quod eſt impoſſibile, ſic enim rectus eſſet minor recto. Sit igitur ut altera earum tranſeat per centrum, adhuc dico quòd non diuidunt ſeſe per æqualia. Quòd ſi ſic, tunc per primam partem præmiſſæ, cum b d ducta à centro diuidat a c per æqualia, diuidet eam orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipſam b d per æqualia ut ponit aduerſarius: ipſa tranſibit per centrum, per correlarium primæ huius: quare ambæ tranſeunt per centrum, quod eſt contra hypotheſin.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 4.*

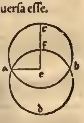
4 Si in circulo binæ rectæ lineæ ſeſe inuicem ſecuerint non per centrum extenſæ, ſeſe inuicem bifariàm non ſecabunt.



THEON *ex Zamb. Sit circulus αβγδ, & in eo binæ rectæ lineæ αγ, & βδ, ſeſe inuicem ſecent in ε, non per centrũ extenſæ. Dico quòd ſe bifariàm non ſecant. Si enim eſt poßibile, ſeſe inuicē ſecēt bifariã, ita ut αε æqualis ſit ipſi εγ, & βε ipſi εδ, ſumatur centrum circuli αβγδ, ſitq́; illud (per primam tertij) ζ, & (per primum poſtulatum) connectatur ζε. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extenſa ζε, rectam aliquam lineam non per cētrum extenſam αγ, bifariàm ſecat, & ad angulos rectos ipſam (per 3 tertij) ſecat. Igitur angulus ζεα, rectus eſt. Rurſus quoniam recta linea quædam ζε, rectam quãdam lineam non per centrum extenſam βδ, etiam bifariàm ſecat: & (per 3 tertij) ad angulos rectos eam ſecat. Angulus igitur ζεβ, rectus eſt: patuit autē quòd angulus ζεα, rectus eſt. Angulus igitur ζεα (per quartum poſtulatum) angulo ζεβ, eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoßibile. Rectæ igitur lineæ αγ, & βδ ſeſe inuicem bifariàm minime ſecant. Si in circulo igitur, & quæ ſequuntur reliqua, quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

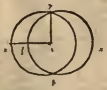
5 Circulorum ſe inuicem ſecantium, centra diuerſa eſſe.



CAMPANVS. Sint duo circuli a c b, a d b, ſecantes ſe ſuper duo puncta a & b. Dico quòd eorum ſunt diuerſa centra. Si enim haberent idem centrum, ipſum eſſet per diffinitionem, in portione utrique circulo communi, ſitq́ illud e, & ducantur lineæ e a & e f c, eruntq́ per diffinitionem circuli duæ lineæ e a & e f, æquales. Itemq́ per eandem diffinitionem duæ lineæ e a & e c, æquales, quare e f eſt æqualis e c, cùm utraq́ earũ ſit æqualis e a, pars uidelicet toti, quod eſt impoſſibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 5.*

5 Si bini circuli ſeſe inuicem ſecuerint, non erit eorum idem centrum.



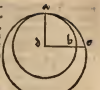
THEON *ex Zamb. Duo inquam circuli αβγ, & γδε, ſeſe inuicem ſecent in ſignis γ & β. Dico quòd eorum non eſt idem centrum. Si enim poßibile: eſto ε, & (per primum poſtulatum) connectatur εγ, & ducatur εζη, utcunque. Et quoniam ε, ſignum, centrum eſt circuli αβγ, æqualis eſt εγ, ipſi εζ, (per 15 diffinitionem primi.) Rurſus quoniam ε ſignum, cētrum eſt circuli γδη, æqualis eſt (per eandem diffinitionem) εγ, ipſi εη. oſtenſum eſt autem, quòd εγ, ipſi εζ, eſt æqualis: & εζ igitur ipſi εη, eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoßibile. Igitur ε ſignum, centrum non eſt circulorum αβγ, & γδη. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ ſequuntur: quod demonſtrare oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

6 Circulorũ ſeſe contingentiũ, nõ idem cētrum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & a c, contingentes ſe in puncto a.

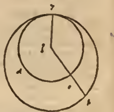
Dico



Dico quòd eorum ſunt diuerſa centra. Si enim habuerint idem centrum, erit per diffinitionem, inter minorem eorum cùm minor poſitus fuerit intra maiorem, ſitq; ipſum d, & ducantur lineę d a & d b c, eritq; (per diffinitionē circuli, utraque duarū linearū) d b & d c, æqualis a d, quod eſt impoſſibile. ¶ De circulis autem ſe contingentibus extra, quorum ſcilicet unus eſt extra alterum, manifeſtum eſt per diffinitionem centri, quod ipſi non habent idem centrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 6.*

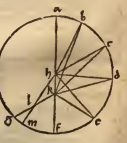
Si duo circuli ſe adinuicem tetigerint, eorum non eſt idem centrum.



THEON ex Zam. Duo enim circuli α β γ, & ε δ γ, ſeſe inuicem tangant in γ ſigno. Dico quòd eorum non eſt idem centrum. Si enim poßibile, ſit ζ, & (per primum poſtulatū) connectatur ζ γ, & ducatur utcunq; ζ ε β. Quoniam igitur ζ ſignum, cētrum eſt circuli α β γ, æqualis eſt (per 15 primi diffinitionē) ζ γ ipſi ζ β. Rurſus quoniā ζ ſignum, centrum eſt circuli γ δ ε, æqualis eſt ζ γ, ipſi ζ ε, (per eandem diffinitionem.) Patuit autem quod ζ γ, ipſi ζ β, eſt æqualis. Igitur ζ ε, ipſi ζ β, eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoßibile. Igitur ζ ſignū, non eſt centrum orbiū α β γ, & γ δ ε. Si bini igitur circuli ſe adinuicē tetigerint, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

SI in diametro circuli punctus præter centrum ſignetur, & ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducātur, quę ſuper centrum tranſierit, omnium erit longiſsima. Quę uerò diametrū perficiet, omnium erit breuiſſima. Quæ autem centro proxima, cæteris longiores. Quanto uerò à centro remotiores, tanto breuiores eſſe conueniet. Duas quoq; æquidiſtantes lineæ breuiſſimæ collaterales: æquales eſſe neceſſe eſt.



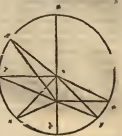
CAMPANVS. Sit ut in diametro a f, circuli a b c, cuius centrū ſit h: ſit ſignatus punctus K præter centrum, à quo ducantur plurimæ lineæ quæ ſunt K a, K b, K c, K d, K e, K f, K g, ad circunferentiā, & tranſeat a K per centrū h: & k f ſit complementū diametri, ſitq; ut K e & K g æquidiſtēt K f: hoc eſt dicere, ut angulus e K f, ſit æqualis angulo f K g. Dico quod K a, eſt omnium longiſſima: & K f, omniū breuiſſima. Aliæ uero tanto longiores, quanto centro propinquiores, ut K b, eſt longior K c: & K c, eſt lōgior K d: & K d, longior K e. Et K e & K g, ſunt æquales. Quia enim in triangulo b K h, duo latera b h & h k (per 20 primi) ſunt maiora latere b k, & ipſa ſunt æqualia lineę a k: erit a k maior b k, & eadem ratione, maior omnibus alijs, & hoc eſt primum. Item quia in triangulo e h k, duo latera h k & k e per eandē ſunt maiora latere h e, quod eſt æquale lineę h f: ipſa erunt maiora linea h f: ergo dempta communi linea, quæ eſt h k: remanebit k e maior k f: eadem ratione, quælibet aliarum erit maior ipſa, & hoc eſt ſecundū. Itemq; quia duo latera b h & h k, trianguli b h k ſunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k eſt maior angulo c h k: erit per uiceſimam quartam primi, baſis b k maior baſi k c: eadem ratione, k c, maior erit k d, & k d, maior k e: & hoc eſt tertium. Quòd ſi duæ lineæ k g & k e non ſunt æquales, erit altera maior, ſitq; k g, de qua ſumam k l: æqualem k e: & producam h l, quouſq; ſecet circunferentiam in puncto m. Et quia per hypotheſin angulus g k f eſt æqualis angulo f k e: erit (per decimamtertiam primi) angulus l k h æqualis angulo e k h, & duo latera l k & k h, trianguli l k g, ſunt æqualia duobus lateribus e k & k h, trianguli e k h: ergo (per 4) primi, baſis h l, eſt æqualis baſi h e: & quia h m eſt æqualis h e, erit h m æqualis h l, quod eſt impoſſibile. Sunt ergo

duæ

duæ lineæ k g & k e, æquales: quod eſt noſtrum propoſitum quartum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 7.*

7 Si in diametro circuli aliquod ſumatur ſignum quod minimè circuli centrum ſit, ab eoq; ſigno in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima uerò reliqua: aliarum uerò ſemper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior eſt. Duæ autem ſolùm rectæ lineæ æquales, ab eodem ſigno in circulum cadunt ad utraſq; partes minimæ.



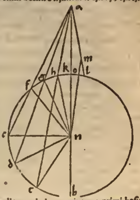
THEON ex Zamb. *Sit circulus αβγδ, eiusq; dimetiens ſit αδ, & in ipſo αδ, ſuſcipiatur ſignũ aliquod, ſitq; illud ζ, quod ipſius circuli centrũ non ſit. Centrũ autem circuli, ſit (per primam tertij) ε. Et ab ipſo ζ, in ipſum αβγδ, circulum procidant quædã rectæ lineæ ζβ, ζγ, ζη. Dico quòd ζα maxima eſt: minima uerò ζδ, aliarũ autem ζβ, quàm ζγ, maior eſt, & ζγ, quàm ζη. Connectãtur (per primum poſtulatum) βε, γε, & ηε. Et quoniam (per 20 primi) omnis trianguli duo latera reliquo ſunt maiora: igitur εβ & εζ, reliquo ζβ, ſunt maiora. Aequalis autem eſt αε, ipſi βε (per 15 diffinitionẽ primi) igitur βε, & εζ, ipſi αζ ſunt æquales. maior igitur eſt αζ, quàm βζ. Rurſus quoniam æqualis eſt βε ipſi γε (per 15 diffinitionem primi) communis autem ζε, duæ igitur βε & εζ, duabus γε, & εζ, ſunt æquales. Sed angulus βεζ, angulo γεζ, maior eſt: baſis igitur βζ, (per 24 primi) baſi γζ maior eſt: & ob id γζ, maior eſt quàm ζη. Rurſus quoniã ηζ, & ζε, ipſa εη (per 20 primi) ſunt maiores, æqualis autẽ eſt (p 15 diffinitionẽ primi) εη ipſi εδ, igitur ηζ & ζε, ipſa εδ, ſunt maiores, communis auferatur εζ, reliqua igitur ηζ, reliqua ζδ, maior eſt. Maxima igitur eſt ζα, minimà uerò ζδ, maior eſt autem ζβ, quàm ζγ, & ζγ, quàm ζη: dico etiam quòd à ſigno ζ, duæ tantùm rectæ lineæ æquales, in ipſum circulum αβγδ, cadunt ad utraſq; partes ipſius ζδ, minimæ. Cõſtituatur enim (per 23 primi) ad datam rectam lineam εζ, ad datumq; in ea ſignum ε, ei qui ſub ηεζ, angulo æqualis angulus ζεθ, & (per primum poſtulatum) connectatur ζθ. Quoniam igitur æqualis eſt (per 15 diffinitionem primi) ηε, ipſi εθ, communis autem εζ, duæ igitur ηε, & εζ, duabus θε, & εζ, ſunt æquales, & (per 8 primi) angulus εηζ, angulo θεζ, eſt æqualis. Igitur (per 4 primi) baſis ζη, baſi ζθ, eſt æqualis. Dico inſuper quòd ipſi ζη, alia nulla æqualis, cadit in ipſum circulum à ſigno ζ. Si enim poſſibile, cadat ζκ. Et quoniam ζκ, ipſi ζη, eſt æqualis, ſed ζθ, ipſi ζη, eſt æqualis: igitur ζκ, ipſi ζθ, eſt æqualis. Quæ igitur propinquior eſt ei quæ per centrum extenditur, remotiori eſt æqualis, quod per prius oſtenſum eſt impoſſibile. Vel etiam ſic, (per primum poſtulatum) connectatur εκ, & quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt ηε, ipſi εκ, communis autem ζε, & baſis ηζ, baſi ζκ eſt æqualis: igitur (per 8 primi) angulus ηεζ, angulo κεζ, eſt æqualis. Sed angulus ηεζ, ei qui ſub θεζ, eſt æqualis. Igitur (per primam communem ſententiam) angulus θεζ, ei qui ſub κεζ, ei eſt æqualis, minor maiori: quod eſt impoſſibile. Igitur ab ipſo ζ ſigno, nulla alia cadit in ipſum circulum ipſi ηζ, æqualis: una igitur ſola. Si in demetiente igitur circuli, & quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 Si extra circulum puncto ſignato, ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur circulũ ſecando: quę ſuper centrum tranſierit, omnium erit longiſſima. Centro autem propinquiores, cæteris remotioribus longiores. Linearũ uerò partialium ad circunferentiam extrinſecus applicatarum, ea quidem quæ diametro in directum adiacet, omnium eſt minima. Eiq; propinquiores, remotioribus breuiores. Duæ uerò quæ lineæ breuiſſimæ utrinq; æquè propinquant, æquales ſunt.

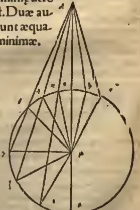
CAMPANVS. Sit ut à puncto a, aſſignato extra circulum b c d, cuius centrum ſit n, ducãtur plurimæ lineæ ad circunferentiam, ſecando circulum, quæ ſint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico quòd a b tranſiens per centrum, omnium erit longiſſima. Et quòd a c, eſt maior a d, & a d, maior a e. Et quòd a k, eſt omnium breuiſſima extrinſecarum. Et quòd a h, eſt minor a g, & a g, minor a f. Et dico

dico quòd ſi ducatur a l, ita quòd ipſa & a h æqualiter diſtent ab a k, hoc eſt quod angulus k a h ſit æqualis angulo l a k, ipſæ erunt æquales. Producam enim á centro n, lineas n c, n d, n e, n f, n g, n h, eruntq́ per 20 primi, duo latera a n & n c, trianguli a n c, maiora a c: & quia ipſa ſunt æqualia lineæ a b, erit a b, maior a c, eadem ratione erit maior omnibus alijs, quod eſt primum. Et quia duo latera a n & n c, trianguli a n c ſunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & angulus a n c eſt maior angulo a n d, erit per 24 primi, baſis a c maior baſi a d: & eadem ratione erit a d, maior a e, quod eſt ſecundum. Itemq́ quia in triangulo a n h, duo latera a h & n h ſunt maiora a n per 20 primi, & h n eſt æqualis n k, erit per communem ſcientiam, a h maior a k: eadem ratione quęlibet extrinſecus applicatarū, maior erit a k, quod eſt tertium. Item quia per 21 primi, duæ lineę a h & h n ſunt minores duabus lineis a g & g n, & h n eſt æqualis g n, erit per communem ſcientiam, a g maior a h: eadem ratione erit a f, maior a g, quod eſt quartum. Quòd ſi a l non ſit æqualis a h, cùm ipſæ ſint æqualiter diſtantes ab a k, erit altera maior, ſitq́ a l. Ponam ergo a m æqualem a h, & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, trianguli m a n ſunt æqualia duobus lateribus h a, & a n, trianguli h a n, & angulus m a n eſt æqualis angulo h a n, erit per 4 primi, baſis m n æqualis baſi n h, & quia n o eſt æqualis n h, erit n o æqualis n m, pars uidelicet toti, quod eſt impoſſibile, & hoc eſt quintum.



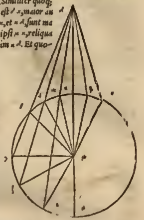
Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 8.*

Si extra circulū ſuſcipiatur aliquod ſignum, ab eoq́ ſigno ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem una per centrū extendatur, reliquæ uerò utcunq́, in conuexā circunferentiā cadentium rectarum linearū, maxima eſt quæ per centrū ducta eſt: aliarum autē ſemper ei quę per centrum tranſit propinquior, remotiore maior eſt. In curuam uerò circunferentiam cadentium rectarum linearum minima eſt, quę inter ſignum & dimetientem iacet: minimę uerò propinquior, ſemper remotiore minor eſt. Duæ autem tantùm rectæ lineæ, ab eo ſigno cadunt æquales in ipſum circulum, ad utraſque partes minimæ. 8



THEON ex Zamb. *Sit circulus αβγ, & extra ipſum αβγ, ſuſcipiatur ſignum δ, & ab eodem ducantur rectæ lineæ aliquæ in ipſum circulū, ſintq́; δα, δε, δζ, δγ: ſit autem δα, per centrum extenſa. Dico quòd in αεζγ cōuexam circunferentiā cadentium rectarum linearum maxima eſt, quæ per centrum tranſit, hoc eſt δα: minima uerò, quæ inter δ ſignum, & diametrum αη, iacet: maior uerò eſt δε quàm δζ, & δζ quàm δγ. Cadētium uerò rectarum linearum in θλκη curuam circunferentiam ſemper ipſi δη minimæ propinquior, remotiore minor eſt, hoc eſt δκ quàm δλ, & δλ quàm δθ. Suſcipiatur (per primam tertij) centrum circuli αβγ, ſitq́; illud μ, & (per 1 poſtulatū) connectantur με, μζ, μγ, μθ, μλ, & μκ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt αμ, ipſi εμ, communis apponatur μδ. Igitur αδ, ipſis εμ & μδ, eſt æqualis, ſed εμ & μδ, ipſa εδ (per 20 primi) ſunt maiores: & αδ, igitur, maior eſt quàm εδ. Rurſus quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt με, ipſi μζ, communis*

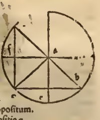
munis apponatur μδ. Igitur ιμ, et μδ: ipſis ζμ, & μδ, ſunt æquales, et ãgulus q ſub ιμδ, angulo qui ſub ζμδ, maior eſt. Igitur (p 24 primi) baſis ιδ, baſi ζδ, maior eſt. Similiter quoq; oſtẽdemus, quòd ζδ, maior eſt quàm γδ. Maxima quidẽ igitur eſt δα, maior au tẽ eſt δι quàm δζ, & δζ, quàm δγ. Et quoniã (p 20 primi) μκ, et κδ, ſunt ma iores quàm μδ, æqualis autẽ eſt (p 15 diffinitionẽ primi) μκ, ipſi μθ, reliqua igitur κδ, quàm reliqua θδ, maior eſt. quare θδ, minor eſt quàm κδ. Et quoniã trĩãguli μλδ, in uno latere μδ, duæ rectæ lineæ intror ſum conſtituerũt μκ, & κδ, igitur (p 21 primi) μκ & κδ, ipſis μλ, & λδ, ſunt minores, quarũ μκ, æqualis eſt ipſi μλ, reliqua igitur δκ, minor eſt quàm reliqua δλ. Similiter iã oſtendemus, quòd & δλ, minor eſt quàm δη, minima igitur eſt δθ: ipſa uerò δκ, quàm δλ, & δλ, quàm δη, minor eſt. Dico etiã quòd duæ tantũ æquales à ſigno δ, in ipſum circulũ cadunt: ad utraq; partes ipſius δθ, minimæ. Cõſti tuatur (p 23 primi) ad rectam lineã μδ, & ad ſignũ in ea μ, angulo κμδ, æqualis angulus δμβ, & (per 1 poſtulatũ) cõnectatur δβ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) æqua lis eſt μβ, ipſi μκ, cõmunis autẽ μδ, duæ igitur μκ, & μδ, duabus βμ, & μδ, ſunt æquales altera alteri. & angu lus κμδ (per 23 primi) angulo βμδ, eſt æqualis. Igitur (p 4 primi) baſis δκ, baſi δβ, eſt æqualis. Dico iã quòd rectæ lineæ δβ, alia æqualis non cadit in ipſum circulũ. à ſigno δ. Si enim poßibile: cadat, & ſit δν. Quoniam igitur ipſi δκ, δν, eſt æqualis, ſed ipſi δκ, δβ, eſt æqualis: & δβ, igitur (p 1 communẽ ſententiã) ipſi δν, eſt æqualis: propinquior igitur ipſi δθ minimæ: remotiori eſt æqualis. quod iã oſtẽſum eſt impoßibile. Vel etiã aliter. Cõnectatur (per 1 poſtulatum) μν. Quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt κμ, ipſi μν, communis autem μδ, & baſis δκ, baſi δν, eſt æqualis (per hypotheſin) igitur (per 8 primi) angulus κμδ, angulo δμν, eſt æqualis. Sed angulus qui ſub κμδ, ei qui ſub βμδ, eſt æqualis, & qui ſub βμδ, ei qui ſub νμδ, eſt æqualis, minor ſcilicet maiori, quod eſt impoßibile. Igitur plures duab. rectis lineis, æquales in circulum αβγ, ab ipſo δ ſigno ad utraſq; partes ipſius δν, minimæ non cadunt. Si extra circulum igitur ſuſcipiatur ſignum, & quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate: quod oſtendere oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

SI intra circulum puncto ſignato, ab eo plures quàm duæ lineæ ductæ ad circunferentiam, fuerint æquales, punctum illud, centrum circuli eſſe neceſſe eſt.

Campanvs. Sit ut à pũcto a, ſignato intra circulum b c d, ductæ ſint tres lineæ a b, a c, a d, ad circunferentiã: quas pono eſſe æquales. Dico punctũ a, eſſe centrũ circuli. Producã enim duas lineas c b & d c: & diuidã utranq; earũ per æqualia, c b quidẽ in pũcto e, & d c in pũcto f. Et producã e a & f a, quas applico circũferentiæ ex utraq; parte, eritq; per 8 primi uterq; angulorũ qui ſunt ad e, æqualis alteri: igitur per diffinitionẽ anguli recti, uterq; erit rectus. Similiter quoque per eandẽ uterq; angulorũ qui ſunt ad f, rectus: ergo per correlarium primæ huius, quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter, ipſa tranſit per centrum: ſimiliter quoq; a f tranſit per centrum, quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter, quare a eſt centrum: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 9.

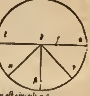
Si in circulo ſuſcipiatur ſignum aliquod, & ab eo ſigno ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineę æquales: ſuſceptũ ſignum, centrum ipſius eſt circuli.

Theon ex Zamb. Sit circulus αβγ, intra ipſum: ſignũ ſit δ, & ab ipſo δ, in ipſum αβγ circulum, cadãt plures quàm duæ rectæ lineæ æquales, hoc eſt δα, δβ, δγ. Aio quòd δ ſignum, centrũ eſt circuli αβγ. Coniungantur enim (per primum poſtulatum) αβ, & βγ, ſecẽturq; (per 10 primi) bifariàm in ſignis ε & ζ, uidelicet αβ per ε: & βγ, per ζ, & coniunctæ εδ, & ζδ (per 2 poſtulatum) extendantur utrobiq;

in η κ, & θ λ, ſigna. Quoniam igitur æqualis eſt α ε, ipſi ε β, communis uerò ε δ, duo igitur latera α ε & ε δ, duobus lateribus β ε & ε δ ſunt æqualia, & (p hypotheſin) baſis δ α, baſi δ β, eſt æqualis. Angulus igitur α ε δ, angulo β ε δ, eſt æqualis (per 8 primi,) uterq; igitur angulorũ α ε δ, & β ε δ, rectus eſt. Igitur η κ, ipſam α β, bifariã ſecat, & ad angulos rectos (p 3 tertij). Et quoniã ſi in circulo recta linea quædã, rectam lineã quandã bifariã & ad angulos rectos ſecet, (per correlariũ primæ tertij) in ſecãte eſt cẽtrũ circuli: igitur in η κ, (per idẽ correlariũ) eſt centrũ ipſius circuli α β γ. Ac per hoc etiã in θ λ, eſt centrũ circuli α β γ, & nullũ aliud habent commune η κ, & θ λ, rectæ lineæ præter δ, ſignum. Igitur δ ſignum, centrum eſt circuli α β γ. Si intra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod, à ſigno autem ad circulum incidant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: aſſumptum ſignum, centrum eſt circuli: quod oſtendere oportebat.



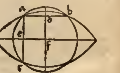
ALITER *idẽ oſtendere. Intra circulũ enim α β γ, ſuſcipiatur ſignũ δ, & ab ipſo δ, in circulũ cadant plures quàm binæ rectæ lineæ æquales, δ α, δ β, et δ γ. Dico quòd aſſumptũ ſignũ δ centrũ eſt circuli α β γ. Nõ enim: ſed ſi poßibile eſt: ſit ε, & connexa δ ε, extẽdatur in ζ η, ſigna. Igitur ζ η, dimetiens eſt ipſius α β γ, circuli. Quoniã igitur circuli α β γ, in dimetiẽte ζ η, aſſumptũ eſt ſignũ δ, quod ipſius circuli centrũ nõ eſt, maxima quidẽ eſt δ η, (per 7 tertij) maior autẽ eſt δ γ, ipſa δ β, & δ β, ipſa δ α. Sed & æqualis (per hypotheſin) quod eſt impoßibile. Igitur ε, non eſt centrum circuli α β γ. Similiter oſtendemus quòd aliud nullum præter δ. Igitur δ ſignum, centrum eſt circuli α β γ.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 10.

SI circulus circulum ſecet, in duobus tantùm locis ſecare neceſſe eſt. 10

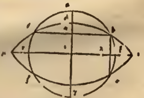
CAMPANVS. Sint, ſi poſſibile eſt, duo circuli, ſecantes ſe in pluribus quàm in duobus locis, ſuper tria pũcta a b c, producã lineas a b & a c, quas diuidã p æqualia in pũctis d & e. & producã à pũcto e, lineã e f perpendicularẽ, ſuper lineã a c, & à puncto d, lineæ d f, perpendicularẽ ſuper lineam a b, & ſecent ſe duæ lineæ e f, d f, in puncto f. eritq; per correlariũ primæ huius, punctum f, centrum circuli utriuſq;: quod eſt impoſſibile, per 5 huius.



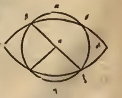
Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 10.*

Circulus circulum in pluribus duobus ſignis non ſecat. 10

THEON *ex Zamb. Si enim poßibile, circulus α β γ, circulũ δ ε ζ, in pluribus ſignis quàm duobus ſecet, hoc eſt in β η, et θ ζ, & coniũctæ β η, β θ, bifariã (p 10 primi) ſecẽtur in κ λ, ſignis. Et (p 11 primi,) ab ipſis κ λ, ipſis β η & β θ, ad ãgulos rectos excitatæ κ γ, & λ μ ο, extẽdãtur in α, & ξ ε, ſigna. Quoniã igitur in circulo α β γ, recta linea quædã α, rectã lineam quãdã β θ, bifariã & ad angulos rectos ſecat (p 3 tertij) in ipſa igitur α γ, centrũ eſt circuli α β γ. Rurſus quoniã in eodẽ circulo α β γ, recta linea ν ξ, hoc eſt κ, ε rectã lineã quandã β η, bifariã & ad angulos rectos (p 3 tertij) ſecat: igitur in ipſa ν ξ cẽtrũ eſt circuli α β γ (p eandẽ.) Oſtenſum autẽ eſt quòd & in α γ Et circa nullũ aliud concurrũt rectæ lineæ α γ & ν ξ, inuicem, niſi circa ο. Igitur ο, centrũ eſt circuli α β γ. Similiter quoq; oſtendemus quòd & circuli δ ε ζ, centrũ eſt ipſum ο. Duorum igitur circulorum ſeſe adinuicem ſecantium α β γ, et δ ε ζ, idem eſt centrum: quod (per 5 tertij) eſt impoßibile. Circulus igitur, circulum in pluribus duobus ſignis non ſecat: quod erat oſtendendum.*



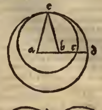
ALITER *idẽ oſtendere. Circulus enim rurſus α β γ, circulũ δ η ζ, ſecet in pluribus quàm in duobus ſignis, hoc eſt in β ζ, & ζ θ, & (per 1 tertij) ſuſcipiatur centrũ circuli α β γ, ſitq; illud κ. Et connectãtur κ β, κ η, et κ ζ. Quoniã igitur intra circulũ δ ε ζ, ſuſcipitur ſignũ quoddã κ, in ipſumq;*



in ipſumq́ δεζ circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineæ ηβ, ηε, & ηζ, igitur (per 9 tertij) η ſignum, centrum eſt circuli δεζ. At circuli αβγ, centrū eſt ipſum η. Duorum enim circulorū ſeſe inuicē ſecantiū idem eſt centrum η. quod (per 5 tertij) eſt impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus quàm duobus ſignis non ſecat: quod fuerat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

11 SI circulus circulum contingat, lineaq́ per centra eorum tranſeat, ad punctum contactus eorum applicari neceſſe eſt.



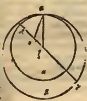
CAMPANVS. Si enim linea tranſiens per cētra duorum circulorū c e & d e ſeſe contingentiū intra uel extra, non uadit ad locum contactus, ſecet circunferentiam utriuſq́, ſitq́ a per primam huius, centrū circuli e d, & b centrum circuli e c, & ducatur linea recta a b c d, ſecans circunferentiam utriuſq́, & ducātur lineæ à puncto e, qui ſit locus cōtactus, ad centra, quæ ſint e a, e b, eruntq́ in cōtactu interiori, per 20 primi, duæ lineæ e b & b a, longiores e a, quare longiores a d: eſt enim a, centrum circuli e d, & quoniam b c eſt æqualis e b, quoniam b eſt centrum circuli e c, erit c a longior a d, quod eſt impoſſibile. In contactu uerò exteriori erunt duæ lineæ a e & e b, longiores a b, quare a d & c b, maius erunt quàm tota a b: quod eſt falſum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 11.

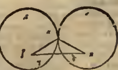
11 Si bini circuli ſe introrſum adinuicē tetigerint, ſuſcipianturq́ eorum centra, recta linea coniungens eorum centra & eiecta, in contactum circulorum, cadit.

THEON *ex Zamb. Bini inquam circuli αβγ, & αδε, ſeſe adinuicē tangant introrſum in ſigno α, ſuſcipiaturq́ (per primam tertij) centrū circuli αβγ, ſitq́ illud ζ, circuli autē αδε, ſit η. Dico quòd recta linea ducta ex ζ, in η, & eiecta in ipſum α, ſignū cadit. Nō enim, ſed ſi poßibile eſt, cadat ſicut ζηδθ, & cōnectātur αζ & αη. Quoniā igitur αη, & ηζ, ipſa ζα, hoc eſt ipſa ζθ (per 23 primi) ſunt maiores, cōmunis auferatur ηζ, reliqua igitur αη, maior eſt quàm reliqua ηθ. Aequalis autē eſt δη, ipſi ηα (per 15 diffinitionē primi) & ηδ, ipſa ηθ, igitur maior eſt, minor maiore, quod eſt impoßibile. Recta igitur linea ducta ex ζ, in η ſignū, extra ipſum α ſignū cōtactus nō cadit in ipſum cōtactū igitur. Si bini circuli igitur ſeſe inuicē introrſum tetigerint, ſumanturq́ eorum centra, recta linea eorū centra contingens & in eorum cadit contactum, quod demonſtraſſe oportuit.* ALITER *idē oſtendere. Sed iam cadat ſicut ηζγ, & extendatur in rectas directum lineas, γζη, in δ, ſignum, & coniungātur αη, & αζ. Quoniam igitur αη, & αζ maior ſunt ipſa αζ, (per 20 primi) ſed αζ æqualis eſt ipſi γζ, hoc eſt ipſi ζδ, communis auferatur ζη, reliqua igitur αζ, reliqua ηδ, maior eſt, hoc eſt ηδ, quàm ηδ, maiore minor, quod eſt impoßibile. Similiter & ſi extra circulū paruum fuerit centrum maioris circuli, oſtendemus impoßibile.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 12.

12 Si duo circuli ſeſe adinuicem exterius tetigerint, ad centra eorum coniungens recta linea, per contactum tranſibit.

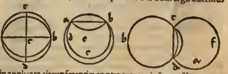


THEON *ex Zamb. Duo enim circuli αβγ, & αδε, ſeſe adinuicem exterius tangūt in ſigno α. Sumaturq́ (per 1 tertij) centrum circuli αβγ, ſitq́ illud ζ, & circuli αδε ſit η. Dico quòd ex ζ, in η, ducta recta linea, p ipſum α contactū trāſit. Nō enim, ſed ſi poßibile eſt trāſeat ſicut ζγ, & δη. Et cōiungātur αζ αη. Quoniā igitur ζ ſignū centrū eſt circuli αβγ, æqualis eſt ζα, ipſi ζγ. Rurſus quoniā η ſignum, centrū eſt circuli αδε, æqualis eſt αη, ipſi δη. Oſtenſum autem eſt quòd ζα, ipſi ζγ, eſt æqualis. Igitur ζα, & αη, ipſis ζγ, & ηδ, ſunt æquales: quare tota ζη, ipſis ζα, & αη, maior eſt, ſed & minor (per 20 primi) quod eſt impoßibile. Igitur quæ ab ζ in η, ducitur recta linea, per ipſum α, cōtactum tranſit. Si duo circuli igitur ſeſe adinuicē exterius tetigerint, ad eorum centra coniungens recta linea per contactum ueniet.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

SI circulus circulum contingat, ſiue intrinſecus, ſiue extrinſecus, in uno tantùm loco contingere neceſſe eſt. 12

CAMPANVS. Si enim fuerit poſſibile, ut circulus circulū contingat in duobus locis intrà uel extrà, contingat circulum a b c d, circulus a b e interius in duobus punctis a b, uel exterius, circulus c d f, in duobus punctis c d. Cùm ergo ducemus lineā rectam ab a, ad b, ſi ipſa cadat extra circulum a b e, interiorem, accidet contrarium ſecundæ huius. Quòd ſi ipſa cadat intra ipſum, cùm diuiſerimus ipſam per æqualia, & eduxerimus à puncto diuiſionis

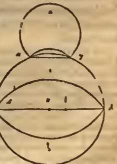


perpendicularem ad ipſam, fueritq; applicata circumferentiæ ex utraq; parte, ipſa tranſibit per centrum amborum circulorum, quare accidet contrarium præmiſſæ. In circulo uerò contingente exterius in punctis c d, ſi ducamus lineam rectam à puncto c ad punctum d, neceſſe eſt accidere contrarium ſecundæ huius. Quare utrunq; impoſſibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12,* *Propoſitio 13.*

Circulus circulum non tangit in pluribus ſignis uno, etſi extra, etſi intus tangat. 13

THEON ex Zā. Si enim poſſibile, circulus α β γ δ, circulū ε β ζ δ, tangat primū introrſum in pluribus quàm uno ſignis, hoc eſt in δ β, & ſumatur quidē centrū ipſius circuli α β γ δ, ſitq; illud η, (per primam tertij,) circuli autē ε β ζ δ, ſit θ. Igitur (per 11 eiuſdē) recta linea ducta ex η, in θ, cadit in ſigna β δ, cadat ſicut β η θ δ. Et quoniam η, ſignū centrū eſt circuli α β γ δ, æqualis (per 15 diffinitionē primi) eſt β η, ipſi δ η. Maior igitur eſt β η, quàm θ δ, multo maior igitur β θ, quàm θ δ. Rurſus quoniam θ ſignū, centrū eſt circuli ε β ζ δ, æqualis eſt (per eandē) β θ, ipſi θ δ. patuit autem quòd ea multo maior, quod eſt impoſſibile: igitur circulus circulum introrſum non tangit, in pluribus quàm uno ſignis. Dico etiam quòd nec exterius. Si enim eſt poſſibile: circulus α γ κ, circulū α β γ δ, tangat exterius in pluribus quàm uno ſignis, uidelicet in α γ. & coniūgatur (per 1 poſtulatum) α γ. Quoniā igitur in circūferentia utrorumq; circulorū α β γ δ, & α γ κ, ſuſcepta ſunt duo contingentia ſigna α & γ, cōiungens ea ſigna recta linea, (per 2 tertij) intra utrūq; cadit. Sed cadit intra ipſum circulum α β γ δ, & extra circulum α γ κ, quod abſurdum eſt. Circulus igitur circulū exterius non tanget in pluribus ſignis quàm uno, oſtenſum autem eſt quòd neq; introrſum. Circulus igitur circulū non tanget in pluribus ſignis quàm uno, etſi exterius, etſi interius tangat: quod demonſtraſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

REctæ lineæ in circulo ſi fuerint æquales, eas à centro æquidiſtare, & ſi à cētro æquidiſtiterint, æquales eſſe neceſſe eſt. 13

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum ſit e, duæ lineæ a d & b c ſint æquales, dico quòd ipſæ æquidiſtant à centro, & econuerſo. Producantur enim à centro e, lineæ e f & e g, perpendiculares ad a d & b c, eritq; per 2 partem tertiæ huius, a d, diuiſa per æqualia in f, & b c in g. Quia ergo duo latera e d, & d a trianguli e d a ſunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & baſis e a baſi e b, erit (per 8 primi) angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera e d & d f, trianguli e d f ſunt æqualia duobus lateribus e c, & g c, trianguli e c g: nam d f, eſt æqualis c g, eo quòd tota a d poſita eſt æqualis b c, & angulus d eſt æqualis angulo c, erit per 4 primi, baſis e f, æqualis baſi e g. Et quia iſtæ ſunt perpendiculares, uenientes ad eas à centro, patet per quartam diffinitionem ſiue quartam propoſitionem huius, ipſas æqualiter diſtare à centro. Aliter idem. Quadratum enim e d, per



penultimam primi, ualet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c, quadrata duarum linearum quæ ſunt e g & c g: & quia quadratum d e eſt æquale quadrato e c, & quadratum d f, quadrato

f, quadrato g c, erit quadratum e f, æquale quadrato e g, quare e f, eſt æquale e g, ſicq́; patet idem. Sit ergo e f, æqualis e g, quod eſt eas a d, ſcilicet & b c, æqualiter diſtare à centro. Dico tunc quòd a d, eſt æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearũ e d, & e c æqualibus, demptisq́; quadratis duarum linearum e f, & e g, æqualibus, remanent per penultimam primi, quadrata duarũ linearum f d, & g c, quæ per tertiam communem ſententiam neceſſe eſt eſſe æqualia, quare f d, eſt æqualis g c, ergo duplum f d, quod eſt a d, eſt æquale duplo g c, quod eſt b c. Et hæc eſt ſecunda pars propoſiti.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 14.*

14 In circulo rectæ lineæ ſunt æquales, quæ æqualiter diſtant à centro. Et quæ æqualiter diſtant à centro, æquales adinuicem ſunt.

THEON *ex Zamb. Sit circulus α β γ δ, & in eo ſint æquales rectæ lineæ α β, & γ δ.* Dico quòd *æqualiter diſtant à centro. Suſcipiatur enim (per 1 tertij) centrum circuli α β γ δ, ſitq́; illud ε. Et ab ipſo ε in ipſas α β, & γ δ (per duodecimam primi) perpẽdiculares excitentur ε ζ, & ε η, & coniungantur (per primum poſtulatum) α ε, & ε γ. Quoniam igitur (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extenſa ε ζ, rectam lineam quandam non extenſam per centrum α β, ad angulos rectos & bifariam diſpeſcit, æqualis eſt igitur α ζ, ipſi ζ β: dupla igitur eſt α β, ipſius α ζ, & ob id etiam γ δ, ipſius γ η, dupla eſt. Et eſt æqualis α β, ipſi γ δ: æqualis igitur eſt α ζ, ipſi γ η. Et quoniam æqualis eſt α ε, ipſi ε γ, ex centro enim in circunferentiam, æquum eſt quadratum quod fit ex ε γ, ei quod fit ex α ε quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato (per 47 primi) æqua ſunt ea quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε: quadrata rectus enim eſt angulus qui ad ζ. Ei autem quod fit ex ε γ, (per eandem) æqua ſunt ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. rectus enim eſt angulus qui ad η. Ea igitur quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, æqualia ſunt eis quæ fiunt ex γ η, & η ε, quadratis, quorum id quod fit ex α ζ, æquum eſt ei quod fit ex γ η, æqualis enim eſt α ζ, ipſi γ η. Reliquum igitur quod fit ex ζ ε, reliquo quod fit ex ε η (per tertiam communẽ ſententiam) eſt æquale. Aequalis igitur eſt ε ζ, ipſi ε η. In circulo autem æqualiter rectæ lineæ diſtare dicuntur à centro, quando à centris in ipſas perpendiculares ductæ ſunt æquales (per diffinitionem 4 tertij) igitur α β, & γ δ, æqualiter diſtant à centro. Sed iam α β, & γ δ, rectæ lineæ æqualiter diſtent à centro, hoc eſt æqualis ſit ε ζ, ipſi ε η. Dico quòd æqualis eſt α β, ipſi γ δ. Eiſdem enim conſtructis, ſimiliter oſtendemus quod α β, dupla eſt ipſius α ζ, & γ δ, ipſius γ η. Et quoniam æqualis eſt α ε, ipſi ε γ, ex centro enim in circunferentiam, æquum eſt, quadratum quod fit ex α ε, ei quod fit ex γ ε, quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato: æqualia ſunt (per 43 primi) quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α, quadrata. Ei autem quod fit ex γ ε, æqualia ſunt (per eãdem) ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. Ea igitur quæ fiunt ex ε ζ, et ζ α quadrata, æqualia ſunt eis quæ fiunt ex ε η. & η γ, quadratis. Quorum quod fit ex ε η, ei quod fit ex ε ζ, eſt æquale: æqualis enim eſt ε ζ, ipſi ε η. Reliquum igitur quod fit ex α ζ (per 3 communem ſententiam) æquum eſt ei quod fit ex γ η, æqualis igitur eſt α ζ, ipſi γ η. At ipſius α ζ, dupla eſt ipſa α β, ipſius uerò γ η, dupla eſt ipſa γ δ. Aequalis igitur eſt α β, ipſi γ δ. In circulo igitur rectæ lineæ ſunt æquales, quæ æqualiter diſtant à centro: & quæ æqualiter diſtant à centro, ſibi inuicem ſunt æquales: quod erat demonſtrandum.*



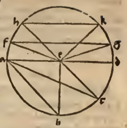
Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI intra circulũ plurimæ rectæ lineæ ceciderint, diametrũ eius omnium longiſſimã, eiq́; propinquiores remotiorib. lõgiores eſſe neceſſe eſt.



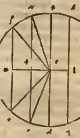
CAMPANVS. Sit ut in circulo a b e cuius centrum e cadant plurimæ lineæ quæ ſint a b, a c, a d, f g, h k, ſitq́; a e d, diameter. Dico ipſam eſſe longiſſimam, & alias tanto maiores, quantò ſunt ipſi propinquiores. Ducantur enim à centro e, lineæ ad extremitates omnium, quæ ſint e b, e c, e f, e g, e h, & e k, eruntq́; per 20 primi, duo latera e f, & e g, trianguli e f g, longiora f g, & quia ipſa ſunt æqualia a d, erit a d maior f g. Eadem ratione maior erit quàm a c, quia a e & e c, ſunt maiora a c, & æqualia a d, ergo a d maior eſt a c. Sic quoq; eſt maior h k, & maior etiã quàm a b. Quod autem f g ſit maior h k, & a c quàm a b, patet,

quia cum duo latera f e, & e g, trianguli f e g, ſint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g, maior angulo h e k, erit per 24 primi baſis f g maior baſi h k. Similiter quoque quia a e, & e c, ſunt æqualia a e & e b, & angulus a e c, maior angulo a e b, erit baſis a c, per eandem maior baſi a b, & ſic eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 15.*

In circulo, maxima quidem eſt dimetiẽs, aliarum autem ſemper propinquior cẽtro, remotiore maior.

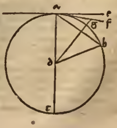


THEON *ex Zamb. Sit circulus α β γ δ, dimetiens uerò illius ſit α δ, centrum autem ſit ε. Et propinquior ipſi α δ, dimetienti ſit β γ, remotior autem ſit ζ η. Dico quòd α δ, maxima eſt, maior autem β γ, quàm ζ η. Excitetur (per 12 primi) ab ε, centro in ipſas β γ, & ζ η, perpendiculares ε θ, & ε κ. Et quoniam propinquior quidem centro eſt β γ, remotior autem ζ η, maior eſt (per 4 diffinitionẽ) igitur ε κ, ipſa ε θ. Ponatur autem (per quartam tertij) æqualis ε λ, ipſi ε θ, & (per undecimam primi) per λ, ipſi ε κ ad rectos angulos excitata λ μ, extendatur in ν. Et (per primũ poſtulatũ) coniungantur ε μ, ε ν, ε ζ, & ε η. Et quoniam æqualis eſt ε θ, ipſi ε λ, æqualis eſt (per quartam tertij & diffinitionem quartam eiuſdem) β γ, ipſi μ ν. Rurſus quoniam æqualis eſt α ε, ipſi ε μ, & ε δ, ipſi ε ν: igitur α δ, ipſis μ ε, & ε ν, eſt æqualis. Sed μ ε, & ε ν, (per 20 primi) ipſa μ ν, maiores ſunt. Igitur α δ, maior eſt quàm μ ν. Et quoniam duæ μ ε, & ε ν, duabus ζ ε, & ε η, ſunt æquales (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui ſub μ ε ν, angulo qui ſub ζ ε η, maior eſt, baſis igitur μ ν, (per 24 primi) baſi ζ η, maior eſt. Sed μ ν, ipſi β γ, oſtenſa eſt æqualis, & β γ, igitur, quàm ζ η, maior eſt. Maxima igitur eſt α δ, dimetiens, maior autem β γ ipſa ζ η. In circulo igitur dimetiens maxima eſt: aliarum autem ſemper propinquior centro, remotiore maior eſt: quod demonſtraſſe oportuit.*

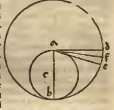
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

SI ab altero terminorũ diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducaẽ, extra circulũ eã cadere neceſſe eſt. Atq; inter illã & circulũ, aliam lineã rectã capi impoſſibile eſt. Angulũ autẽ ab illa & circunferentia contentũ, omniũ acutorum angulorum eſſe anguſtiſſimum. Angulum uerò intrinſecũ à diametro & circũferentia contentum, omnium angulorum acutorum eſſe ampliſſimum neceſſe eſt. Vnde etiam manifeſtum eſt, omnem lineam rectam à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam, circulum ipſum contingere. 15

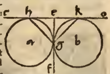
CAMPANVS. Sit ut à termino a diametri a c, circuli a b c, cuius centrum d, ducatur linea orthogonaliter, dico quòd ipſa cadit extra circulum, et quod inter lineam illam & circũferentiã, nulla alia recta linea intercipitur, & quòd angulus quem ipſa & circunferentia continet, eſt minor omni angulo rectilineo, qui uidelicet à duob⁹ rectis lineis continetur, & quòd angulus contentus à diametro & circunferentia, eſt maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a, orthogonaliter ſuper a c lineam, poteſt cadere intra circulum, ſit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritq; per 5 primi, angulus d a b, æqualis angulo d b a, & quia



& quia angulus d a b, eſt rectus per hypotheſin, habebit triangulus a b d, duos angulos rectos, quod eſt impoſsibile per 32 primi. Cadet ergo extrà, ſitq́ a e, quòd ſi inter ipſam & circunferentiã poteſt linea recta intercipi, ſit illa a f, ad quam ducatur perpendicularis d g: & quia angulus d g a, eſt rectus, erit per 18 primi linea a d, longior linea d g, quod eſt impoſsibile: quare inter ipſam, & circunferentiam, nulla linea recta intercipietur. Propter quod patet, quòd angulus contentus ab a e, & circunferentia, qui dicitur angulus contingentiæ, eſt minor omni angulo à duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus eſſet angulo contingentiæ æqualis, aut eo minor: cùm omnis talis poſsit per æqualia diuidi ſecundum doctrinam 9 primi, inter lineam a e, & circunferentiam, poſſet linea recta intercipi, quod monſtrauimus eſſe non poſſe. Per quod patet angulum contentum à diametro & circunferentia, omnium acutorum rectilineorum eſſe maiorẽ, quia non differt a recto, niſi in angulo contingentię quem monſtrauimus eſſe minorem omni rectilineo. Correlarium patet per primam partem. Cùm enim linea a e, in utranque partem eiecta non ſecet circulum, & tangat ipſum in puncto a, ipſa eſt contingens per diffinitionem.



Campani *additio*. Ex hoc notandum, quòd non ualet iſta argumẽtatio, hoc tranſit à minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec iſta. Contingit reperire maius hoc, & minus eodem: ergo contingit reperire æquale, hoc autem ſic patet. Sit circulus a b, ſuper centrum c, cuius diameter a c b, & ducatur ab eius termino a, linea a d orthogonaliter, eritq́ contingens circulũ per correlarium huius. Deſcribatur iterum ſuper punctum a ſecundum quantitatem diametri a b, circulus b e d, & imaginetur linea a b, moueri ſuper punctum a, per circunferentiam arcus b e d, ita quòd punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quouſque perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipſam. Et quia angulus b a d, eſt rectus: erit ut non ſit ſumere aliquem angulum acutum cui æqualem non fecerit linea a b, cum diametro a c b, minoris circuli, quia tranſiuit ad angulum rectum, dinumerans ſitum omnium angulorum acutorum, quorum manifeſtũ eſt quoſdam eſſe minores angulo ſemicirculi, contento a ſemicircunferentia a b, & diametro a c b, & angulum rectum manifeſtum eſt eſſe maiorem eodem. Dico quòd nullus in tranſitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius: fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis, ſit ut illum fecerit linea a b, cùm punctus b, fuit in puncto e, arcus b e d. Quia ergo angulus e a b eſt æqualis angulo ſemicirculi prædicto, angulus autem ſemicirculi eſt amplisſimus omnium acutorũ per ultimam partem huius, erit angulus e a b, amplisſimus omnium acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d, ſicut propoſuit 9 primi, per æqualia, ducta linea a f, eritq́ (per 9 conceptionem) angulus f a b, amplior angulo e a b, quare erit aliquid, amplius amplisſimo: quod eſt impoſſibile. Vel ſic. Cùm angulus e a b, ſit æqualis angulo ſemicirculi ſicut ponitur, at angulus ſemicirculi cum angulo contingentiæ eſt æqualis uni recto, ſimiliter quoque angulus e a b cum angulo e a d eſt æqualis uni recto, erit angulus e a d, æqualis angulo contingentiæ: & quia angulus contingentiæ eſt anguſtisſimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit ſimiliter angulus e a d, ei æqualis, anguſtisſimus omnium acutorum, ſed angulus e a f, eſt eo anguſtior per conceptionem: erit ergo aliquid anguſtius anguſtisſimo: quod eſt impoſsibile. Non ergo erit angulus rectilineus, æqualis angulo ſemicirculi Et quia tranſitur à minori ad maius, & non per æquale: item quia eſt reperire minorem eo & maiorem: patet inſtantia contra utranque argumentationem prædictam. Vnde per interemptionem ad illud eſt reſpondendum. Poſſet probari quòd angulus contingentiæ eſt diuiſibilis ſecundum lineam rectam, ut conſtat per figurationem hic à latere poſitam. Certum eſt quòd angulus qui cauſatur ex contactu duorum circulorum uel ſphærarum, eſt angulus contingentiæ: & talis diuidatur per lineam e g, quia hic habetur triangulus h g k, cuius baſis h k, diuidatur per æqualia in puncto e: & protrahatur uerſus g, contactum: & arguitur per quartam primi, deinde per uiceſimamſextam huius, & patet propoſitum.

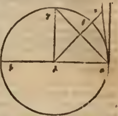


Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 16.

16 Quæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadit, & in locum inter ipſam rectam lineam & circun-

ferentiam, altera recta linea non cadet, & ſemicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior eſt, reliquus autem minor.

THEON ex Zamb. *Sit circulus αβγ, circa centrum δ, & dimetientem αβ. Dico quòd quæ ex α ipſi αβ, ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadit. Non enim, ſed ſi poßibile eſt, cadat interius ſicut γα, & coniungatur δγ. Et quoniam æqualis eſt δα, ipſi δγ (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, æqualis eſt & angulus δαγ, angulo αγδ. Angulus autem δαγ, rectus eſt: rectus igitur eſt & qui ſub αγδ. Anguli igitur qui ſub δαγ, & αγδ, duobus rectis ſunt æquales, quod (per 17 primi) eſt impoßibile. Igitur ab α ſigno, ipſi αβ, ad angulos rectos ducta, intra ipſum circulum non cadit. Similiter quoq; oſtendemus, quòd neq; in ipſam circunferentiã, extrà igitur cadit ſicut αε. Dico quòd in locum inter αε, rectam lineam, & γθα, circunferentiam: alia recta linea non cadit. Si enim poßibile eſt, cadat ſicut ζα, & excitetur (per 12 primi) ab δ ſigno, in ipſam ζα, perpendicularis δη. Et quoniam rectus eſt angulus αηδ, minor recto autem qui ſub δαη, maior igitur eſt αδ, quàm δη.*



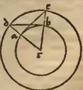
Aequalis autem eſt δα ipſi δθ, ex centro enim in circunferentiam, maior (per 19 primi) igitur eſt δθ, ipſa δη, minor maiore, quod eſt impoßibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet. Dico quòd & ſemicirculi angulus contentus ſub αβ, recta linea & γθα, circunferentia, omni angulo acuto rectilineo maior eſt. Reliquus autem contentus ſub γθα, circunferentia & αε, recta linea, omni acuto angulo rectilineo minor eſt. Si enim aliquis eſt angulus rectilineus maior eo qui ſub βα, recta linea & γθα, circunferentia continetur, minor uerò eo qui ſub γθα, circunferentia & αε, recta linea continetur, in locum inter γθα, circunferentiam & αε, rectam lineam recta linea cadet, quæ efficiet maiorem quidem angulum contentum ſub rectis lineis, eo qui ſub βα, recta linea & γθα, circunferentia continetur, minorem autem eo qui ſub γθα, circunferentia & αε, recta linea continetur, non cadit autem. Igitur per præoſtenſam poßibilitatem angulo contento ſub βα recta linea, & γθα, circunferentia, angulus acutus ſub rectis lineis contentus maior non eſt, neq; etiam minor contento ſub γθα, circunferentia & αε, recta linea.

CORRELARIVM. *Hinc manifeſtum eſt, quòd à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta: ipſum circulum tangit, & quòd recta linea circulum in uno ſigno tantum tangit, quoniam oſtenſum eſt (per 2 tertij) quòd quæ in duobus illis ſignis incidit, intra ipſum cadit: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

A Dato puncto, ad datum circulum lineam contingentem ducere. 16

CAMPANVS. Sit circulus datus a b, cuius centrum c, punctusq; datus d, uolo ergo à puncto d, ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineam d c, ſecãtem circunferentiam circuli a b, in puncto a, ſuper quam deſcribo circulum d e, ſecundum quantitatem lineæ d c, concentricũ circulo a b, & à puncto a, produco lineam a e, perpendicularem ad lineam d c, quę ſecet circunferentiam circuli d e, in puncto e, & produco lineam e c, ſecantem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b, quæ erit contingens circulum a b. Quia enim duo latera a c & c e, trianguli a c e ſunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c eſt communis utriq;, erit per 4 primi angulus e a c, æqualis angulo d b c, angulus autem e a c, eſt rectus, quare angulus d b c, eſt rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b, contingens circulum a b: quod eſt propoſitum.



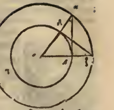
Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 17.*

A dato ſigno, dato circulo contingentem rectam lineam ducere. 17

THEON ex Zãb. *Sit quidem datum ſignũ α, datus autem circulus ſit βγδ, oportet iam à dato ſigno α, dato circulo βγδ, contingentẽ rectam lineam ducere. Suſcipiatur enim (per 1 tertij) centrum circuli, ſitq; illud ε, & coniungatur (per 1 poſtulatũ) αδε. Et centro quidem ε, ſpatio uerò εα (per 3 poſtulatũ) circulus deſcribatur αζη, & ab ipſo δ, ipſi εα, ad angulos rectos excitetur δζ (p 11 primi) & cõiungantur (per 1 poſtulatũ) εβζ, & αβ. Dico q; ab α ſigno, circulo βγδ, contingens ducta eſt αβ. Quoniã enim ε ſignum,*

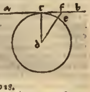
centrum

centrum eſt circulorum ζ γ δ, & α ζ ε, æqualis eſt ε α, ipſi ε ζ, & ε δ, ipſi ε ζ: ex centro enim in circunferentiam. Duæ igitur α ε, & ε β, duabus ε ζ, & ε δ, ſunt æquales, & angulum communem habent qui ad ε: baſis igitur δ ζ (per 4 primi) baſi α β, eſt æqualis, & triangulum δ ε ζ, triangulo ε β α, eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis: æqualis igitur eſt angulus ε δ ζ, angulo ε β α, rectus eſt autem qui ſub ε ζ ζ, rectus igitur eſt & qui ſub ε ζ α, & eſt ε β, ex centro. Quæ autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, ipſum tangit circulum (per correlariũ 16 tertij) Igitur α β, ipſum circulum β γ δ, tangit. A dato igitur ſigno α, dato circulo β γ δ, contingens recta linea ducta eſt α β, quod feciſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.



17 Si circulum linea recta contingat, à contactu uerò ad centrum linea recta ducatur, neceſſe eſt eam ſuper lineam contingentem eſſe perpendicularem.

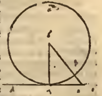
Campanvs. Sit linea a b, contingens circulum c e, cuius centrum ſit d, in puncto c, qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc eſſe perpendicularem ſuper lineam contingentem. Si enim non eſt perpendicularis ad ipſam, ſit ergo d f perpendicularis ad eandem, quæ ſecet circunferentiam circuli in puncto e, eritq; uterq; angulorum qui ſunt ad f: rectus igitur per 18 primi, linea c d, eſt maior linea d f, quod eſt impoſsibile. Conſtat itaq; d c eſſe perpẽdicularem ſuper a b: quod eſt propoſitũ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

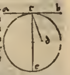
18 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autem in contactum ducta fuerit aliqua recta linea, ipſa ducta, perpẽdicularis erit cõtingenti.

Theon ex Zamb. *Circulũ enim α ζ γ, tangat recta linea quædam δ ε, in γ ſigno, & ſumatur (per 1 tertij) centrum circuli α β γ, ſitq; illud ζ. Et ab ζ, in γ, ducatur (per primum poſtulatum) ζ γ. Dico quòd ζ γ, perpendicularis eſt in δ ε. Si enim non, excitetur (p 12 primi) ab ζ in ipſam δ ε, ppendicularis ζ η. Quoniam igitur angulus ζ η γ, rectus eſt, angulus igitur qui ſub η γ ζ, eſt acutus, maior igitur eſt angulus ζ η γ, angulo ζ γ η, ſub maiori autẽ angulo (p 19 primi) maius latus ſubtenditur, maior igitur eſt ζ γ, quàm ζ η. Aequalis autem eſt ζ γ, ipſi ζ β: ex centro enim in circunferentiã: maior igitur eſt ζ β, quàm ζ η, minor maiore, quod eſt impoſsibile. Igitur ζ η, ipſi δ ε non eſt perpendicularis. Similiter quoq; oſtendemus, quòd nulla alia præter ζ γ. Igitur ζ γ, perpendicularis eſt ipſi δ ε. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, & quæ ſequuntur reliqua: quod demonſtraſſe oportuit.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 18.



18 Si circulũ linea recta contingat, & à contactu in circulum linea quædã orthogonaliter ducatur, in eadem centrum eſſe neceſſe eſt.

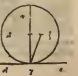
Campanvs. Sit ut prius linea a b contingens circulum c e in puncto c, & à contactu ducatur linea intra circulum c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico quòd cẽtrum circuli eſt in linea c e. Hæc eſt conuerſa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea c e, ſit alibi ubicunq; contingat, ſitq; d, & producatur d c, erit que d c, per præmiſſam perpendicularis ad lineã a b, quod eſt impoſsibile, cùm e c, poſita ſit perpendicularis ad ipſam.



Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 19.

19 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipſi tangẽti ad angulos rectòs recta linea quædã excitetur, in excitata erit centrum circuli.

Theon ex Zamb. *Circulũ enim α β ε, tangat recta linea quædã δ ε, in ſigno γ, & ab ipſo γ, ipſi δ ε (p 11 primi) excitetur ad angulos rectos γ α. Dico q, in ipſa γ α, eſt centrum circuli. Non enim, ſed ſi poſsibile eſt, ſit ζ, & (per 1 poſtulatũ) coniungatur γ ζ. Quoniã igitur circulũ α β γ, recta linea quædã δ ε tãgit, à cẽtro autẽ in cõtactũ ducta eſt ζ γ igitur (p 18 ppendicularis) eſt ipſi δ ε. Rectus igitur eſt ãgulus ζ γ ε,*

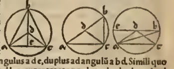


at angulus αγι, rectus eſt, æqualis igitur eſt angulus ζγι, ei qui ſub αγι, minor maiori, quod eſt impoßibile. Igitur ζ, centrum circuli αβγ non eſt. Similiter quoque oſtendemus, quòd nec alibi præter quàm in αγ. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit, à contactu autem ipſi tangẽti ad angulos rectos recta linea excitetur, in excitata erit centrum circuli: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

Si intra circulum angulus ſupra centrum conſiſtat, alius uerò angulus ſupra circunferentiam cõſiſtens eandem baſin habeat, interior ſuperiori duplus erit. 19

Campanvs. Sit ut in circulo a b c, cuius centrum d, fiat angulus a d c, ſupra centrum, & angulus a b c ſuper circunferentiam, ſitq́; utriuſq; anguli eadem baſis quæ ſit arcus a c. Dico angulum a d c, duplum eſſe ad angulũ a b c. Quod ſic probatur. Aut enim duæ lineæ a b & c b, includunt duas lineas a d & d c, aut altera earum ſit linea una cum altera reliquarum, aut etiam altera primarum ſecat alteram poſtremarũ. Sit ergo primò ut includant eas ut in prima figuratione apparet, & producatur linea b d e, eritq́; per 32 primi, angulus a d e extrinſecus, æqualis duobus intrinſecis, qui ſunt b a d & a b d, anguli. Et



quia ipſi ſunt æquales per quintã eiuſdem, erit angulus a d e, duplus ad angulũ a b d. Simili quoque modo erit angulus e d c, duplus ad angulum d b c, quare totus angulus a d c, duplus erit ad totum angulum a b c, quod eſt propoſitum. Quòd ſi altera duarum linearum a b & b a, fuerit linea una cum altera duarum quæ ſunt a d & b d, ut in ſecunda figuratione apparet, per eaſdem per quas prius & ſimili modo liquet propoſitum. Quòd ſi altera duarum linearum primarum ſecet alteram duarum poſtremarũ, ut in tertia figuratione apparet, ubi linea a b ſecat lineam d c, producatur linea b d e. Erit per eaſdem quas à principio aſſumpſimus & ſimili modo e d a, duplus ad angulum d b a, & totus angulus e d c, duplus ad totum angulum d b c, quare angulus a d c, duplus eſt ad angulum a b c: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 20.*

In circulo angulus qui ad centrum, duplus eſt eius qui ad circunferentiam, quando anguli eandem circunferentiam habuerint. 20

Theon *ex Zamb. Sit circulus αβγ, & ad eius centrum ſit angulus βιγ, ad circunferentiam uerò angulus βαγ, habeant autem eandem baſin, circunferentiam βγ. Dico quòd duplus eſt angulus βιγ, anguli βαγ. Ducta enim αι (per ſecundum poſtulatum) extendatur in ζ. Quoniam enim æqualis eſt αι, ipſi ιβ, ex centro enim in circunferentiam, æqualis eſt angulus ιαβ, ei qui ſub ιβα. Anguli igitur ιαβ, & ιβα (per 5 primi) eius qui eſt ſub ιαβ, dupli ſunt: æqualis autem eſt qui ſub βιζ (per 32 eiuſdem) eis qui ſub ιαβ & ιβα. Angulus igitur βιζ, ipſius ιαβ, duplus eſt. Et perinde angulus ζιγ, eius qui ſub ιαγ (per eandem) duplus eſt. Totus igitur βιγ, totus qui ſub βαγ, eſt anguli, duplus eſt. Rurſus conſtituatur, & ſit alter angulus βδγ, & ducatur (per 1 poſtulatum) δι, extendaturq́; (per 2 poſtulatum) in ε. Similiter quoq; oſtendemus quòd duplus eſt ειγ, angulus eius qui ſub ιδγ, eſt anguli. Quorum qui ſub ειβ, duplus eſt eius qui ſub ιδβ. Reliquus igitur qui ſub βιγ, eius qui eſt ſub βδγ, duplus eſt. In circulo igitur angulus qui ad centrum, duplus eſt eius qui ad circunferentiam, quando eandem circunferentiam baſin habuerint ipſi anguli: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

Si in una circuli portione, anguli ſuper arcum conſiſtant, angulos quoſlibet æquales eſſe neceſſe eſt. 20



Campanvs. Sit ut in portione a d b, circuli a b c, cuius centrum ſit f, conſiſtant quotlibet anguli ſuper arcum a d b, qui ſunt e d c. Dico eos eſſe æquales. Protrahatur enim chorda a b, & ab eius extremitatibus ducantur in centrum lineæ a f, & b f, eritq́; per præmiſſam angulus f conſiſtens ſupra centrum, ad unumquenque eorum

rum duplus, quare ipſi ſunt æquales: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 21.*

21 In circulo, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales.



THEON *ex Zamb. Sint in ſegmento βαεδ, circuli αβγδ, anguli qui ſub βαδ, & βεδ. Dico quòd anguli βαδ, & βεδ, ſibi inuicem ſunt æquales. Suſcipiatur enim (per primam tertij) centrum circuli αβγδ, ſitq́; illud ζ. Et ducantur (per primum poſtulatum) βζ, ζδ. Et quoniam angulus βζδ, eſt ad centrum, angulus autem qui ſub βαδ, ad circunſerẽtiam, & eandem habent baſim circunferentiam βγδ, angulus igitur βζδ (per præcedentem) duplus eſt eius qui ſub βαδ, & per hoc angulus βζδ, duplus eſt etiam eius qui ſub βεδ. Aequalis igitur eſt (per communem ſententiam dicentem quæ eiuſdem ſunt dimidium, adinuicem ſunt æqualia) angulus βαδ, angulo βεδ. In circulo igitur, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 21.*

22 SI intra circulum quadrilaterũ deſcribatur, quoſlibet eius duos angulos ex aduerſo collocatos, duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit quadrilaterum a b c d, inſcriptum circulo a b c d. Dico quoſq; eius duos angulos oppoſitos, eſſe æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero, diametri a c, b d, eritq; per præmiſſam, angulus c b d æqualis angulo c a d, & angulus a b d æqualis angulo a c d, quare totus a b c, æqualis erit duobus angulis qui ſunt a c d & c a d. Et quia ipſi cũ angulo a d c ſunt æquales duobus rectis per 32 primi, erũt & anguli b totalis, & d totalis, æquales duobus rectis: quod eſt propoſitum. Similiter quoq; probabo angulos a & c totales, eſſe æquales duobus rectis.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 22.*

22 In circulis quadrilaterorum exiſtentiũ, anguli qui ex oppoſito, duobus rectis ſunt æquales.



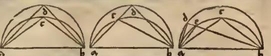
THEON *ex Zamb. Sit circulus αβγδ, & in eo quadrilaterum ſit αβγδ. Dico quòd anguli qui ex oppoſito, duobus rectis ſunt æquales. Coniungantur (per primum poſtulatum) αγ, & βδ. Quoniam igitur (per 32 primi) omnis trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales: trianguli igitur αβγ, tres anguli γαβ, αβγ, & βγα, duobus rectis ſunt æquales. Angulus autem γαβ, angulo βδγ eſt æqualis (per 21 tertij) in eodem enim ſunt ſegmento βαδγ. Angulus verò αγβ (per eandem) angulo αδβ, in eodem enim ſunt ſegmento αδγβ. Totus igitur qui ſub αδγ, eis qui ſub βαγ, & αγβ eſt æqualis, communis apponatur angulus αβγ. Anguli igitur qui ſub αβγ, βαγ, & αγβ, eis qui ſunt ſub αβγ, & αδγ, ſunt æquales: ſed qui ſub αβγ, βαγ, & αγβ, duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur αβγ, & αδγ, duobus rectis ſunt æquales. Similiter tam oſtendemus, quòd etiam anguli βαδ, & δγβ, duobus rectis ſunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum exiſtentium anguli ex oppoſito, duobus rectis ſunt æquales: quod demonſtrare oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

23 DVas ſimiles circuli portiones inæquales, ſupra unã rectam lineam aſsignatam, ex eadem parte cadere impoſsibile eſt.

CAMPANVS. Sit recta linea a b, ſuper quã fiat portio circuli, a c b. Dico quòd ſuper eandem lineam ex eadem parte non ſtet alia portio quæ ſit ſimilis huic, & ea maior aut minor. Quòd ſi fuerit poſsibile, fiat ergo portio a d b, maior ea, quæ etiam ſit ſimilis ei, ſtat ergo angulus a c b in portione minori, & angulus a d b in maiori. Erit ergo ut lineæ a d, & d b, includant lineas a c & c b, ut in figuratione prima apparet. Aut altera primarũ, una fiat cum altera poſtremarum, ut in ſecunda. Aut ut altera ſecet alteram, ut in tertia. Quòd ſi fuerit primo modo, erit per uiceſimamprimã primi, angulus c maior angulo d, non

d,non ergo portiones ſimiles per diffinitionē. Quòd ſi ſecundo modo, erit adhuc angulus c, maior angulo d, per decimāſextam primi: non igitur erunt portiones ſimiles. Si autem tertio modo, ſit ut linea b d, ſecet lineam a c, & ſecet circunferentiam portionis minoris in pūcto e, & ducatur linea e a.

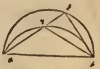


Eritq; per eandem decimamſextam primi, angulus a e b, conſiſtens in portione a c b, maior angulo d, quare nullo modo ſunt portiones ſimiles. ¶ Simili quoque modo probabis, quòd ſuper eandem lineam non fiet portio ſimilis portioni a c b, minor ea: poſito c, in loco d, & d in loco c, in figura cum omnibus prædictis: erit enim per præmiſſas & per 21 primi, & per 16 eiuſdem & præmiſſo modo, angulus d omnium figurationum, maior angulo c, quare portiones non erunt ſimiles. Et nota, quòd licèt proponatur ſuper lineam unam non poſſe fieri portiones ſimiles inæquales ex eadem parte: uerum eſt tamen, quòd neq; ex diuerſis partibus. Quodlibet probare, minore quæ eſt ex una parte, ſuperpoſita maiori quæ eſt ex altera. Neceſſe enim erit per communem ſcientiam, ipſam à maiori excedi, non ergo ſunt ſimiles per hanc 22.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 23.*

Super eadem recta linea, duo ſegmenta circulorum ſimilia, & inæqualia, non conſtituentur ad eaſdem partes. 23

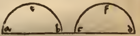
THEON ex Zamb. *Si enim poßibile, ſuper eadem recta linea α β, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inæqualia conſtituantur ad eaſdem partes α γ β, & α δ β, & ducatur (per primum poſtulatum) α γ δ, & coniungantur (per 2 poſtulatum) γ β & δ β. Quoniam igitur ſegmentum α γ β, ſimile eſt ſegmento α δ β, ſimiliaq; circulorum ſegmenta ſunt quæ æquales angulos ſuſcipiunt, (per diffinitionem 10 tertij) angulus igitur α γ β, angulo α δ β, eſt æqualis, exterior interiori: quod (per 16 primi) eſt impoßibile. Super eadem igitur recta linea, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inæqualia non conſtituentur ad eaſdem partes: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

SI circulorū ſimiles portiones ſupra lineas æquas fuerint, ipſas portiones æquas eſſe oportet. 23

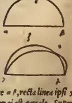
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales, ſuper quas ſunt duæ portiones circulorū a c b, c f d, quæ ſunt ſimiles. Dico quòd ipſæ ſunt æquales. Si enim non ſunt æquales, altera earum ſuperpoſita alteri, excedet maior minorem. Sed linea a b, non excedet lineam c b, nec excedetur ab ea: cùm ſint æquales. Quare accidet contrarium præmiſſæ, quod eſt impoſsibile. Erit enim a b & c d linea una.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 24.*

Super æqualibus rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia. 24

THEON ex Zamb. *Super æqualibus, inquam, rectis lineis α β, & γ δ, ſimilia circulorum ſegmenta α ε β, & γ ζ δ, conſtituantur. Dico quòd æquum eſt ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruente namq; ſegmento α ε β, ipſi γ ζ δ, ſegmento, & poſito ſigno α, ſuper ſigno γ, recta uerò linea α β, ipſi rectæ lineæ γ δ congruente, & β ſignum congruet ipſi δ ſigno, quoniam æqualis eſt α β, ipſi γ δ. Congruente autem α β, recta linea ipſi γ δ, congruit α ε β, ſegmentum ipſi γ ζ δ. Si enim α β, recta linea ipſi γ δ congruit, ſegmentum autem α ε β, ipſi γ ζ δ, non congruit, ſed differt ſicut γ η δ, circulus autem circulum (per uiceſimam tertij) non ſecat in pluribus ſignis duobus. Sed γ η δ, ipſum γ ζ δ, in pluribus quàm duobus ſignis, hoc eſt γ η δ, ſecat, quod (per eandem) eſt impoßibile. Non igitur, congruente α β, recta linea ipſi γ δ, non congruit quoque & ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruit igitur & ei eſt æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia: quod erat demonſtrandum.*

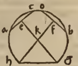


Euclid.

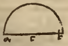
Euclid.ex Camp. *Propoſitio 24.*

24 DAti ſemicirculi, ſiue ſemicirculo maioris ſiue minoris portionis, circulum perficere.

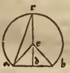
CAMPANVS. Intentio per hanc concluſionem, eſt ex omni arcu dato, ſiue ex omni circuli portione data, circulum perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo uolo perficere circulum. Protraham in eo duas lineas qualitercunq; contingat, quæ ſint a c, & b d: quas diuidam per æqualia, a c quidem in puncto e, & b d in pũcto f. Et protraham e g perpendicularem ad a c, & f h perpendicularem ad b d: quæ ſecent ſe in puncto k. Eritq; per correlarium primæ huius, centrum circuli in utraq; linearum e g & f h. Quare centrum eſt punctum k. Si autem e g non ſecet f h, ſed ſint linea una, quemadmodum erit ſi duæ lineæ a c & b d ſint æquidiſtantes: tunc ipſa applicabitur circunferentiæ dati arcus ex utraq; parte, ipſa igitur diuiſa per medium in puncto k, erit ibi centrũ circuli per idem correllarium.







Aequidiſtantes autem non erunt e g & f h, quia cũm in utraq; ſit cẽtrum circuli per dictum correllarium, eſſent eiuſdem circuli duo centra. Sic poteſt de omni arcu, ſiue de omni portione communiter demonſtrari, qualiter inde circulus perficiatur. Quia tamen auctor uidetur hanc concluſionem uariare ſecundum diuerſas ſpecies arcuum, omniũ portionũ enumerando ſpecies: demonſtrabimus diuiſim per ſpecies, qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primũ a b portio data, ſemicirculus: eritq; per diffinitionem ſemicirculi, linea a b diameter: ea igitur diuiſa per medium in puncto c, erit c cẽtrum circuli. Sit rurſus portio a c b ſemicirculo maior, cuius chorda ſit a b, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco d c perpendicularem ad ipſam, quæ tranſibit per centrum, per correlarium primæ huius: & protraho lineam a c. Et quia linea a b eſt minor diametro, cũm ſit a c b portio maior ſemicirculo, erit a d minor ſemidiametro, ſed d c eſt maior ſemidiametro, ergo d c eſt maior quàm a d. ergo per 19 primi angulus c a d eſt maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi, angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ ſecet lineam c d in puncto e, eritq; per 6 primi, linea a e æqualis lineæ e c: producatur igitur linea e b, eritq; per 4 primi, linea e b æqualis lineæ a e, quare tres lineæ e a, e b, e c ſunt æquales, ergo per 6 huius e eſt centrum circuli. Sit iterum a c b portio minor ſemicirculo: cuius chorda ſit a c, quam diuido per ęqualia in puncto d, à quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b, quę ſecet circunferentiam in puncto c: hanc manifeſtum eſt tranſire per centrum per correlarium primæ huius. Produco iterum lineam a c, eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si eſt æqualis, erit a c b ſemicirculus: & ſi minor, erit maior ſemicirculo: poſitum eſt autem quòd ſit minor. Produco igitur lineam a e, quæ cum linea a c faciat angulum æqualem angulo c, & ſecet lineam c f in puncto e: & manifeſtũ eſt quòd punctum e, cadat extra datam portionem, & produco lineam e b, & quia angulus a totalis eſt æqualis angulo c, erit per 6 primi, linea e a æqualis lineæ e c, & quia per 4 primi, linea e b eſt æqualis lineæ e a, erit per 9 huius punctum e, centrum circuli: quare patet propoſitum, ſecundum omnes ſpecies portionum circuli.



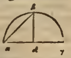


Euclid.ex Zamb. *Problema 3.* *Propoſitio 25.*

25 Circuli ſegmento dato, deſcribere circulum cuius eſt ſegmentum.

THEON *ex Zamb. Sit datum ſegmentum circuli α β γ. Oportet iam ſegmenti α β γ, circulum cuius eſt ſegmentũ deſcribere. Secetur enim (per 10 primi) α γ, bifariam in δ. Exciteturq; (per 11 eiuſdem) à ſigno δ, ipſi α γ, ad angulos rectos β δ, & coniungatur (per primum poſtulatum) α β. Angulus igitur α β δ, angulo β α δ comparatus, aut eo eſt maior, aut ei æqualis, aut eo minor. Sit prius maior, & conſtituatur (per 23 eiuſdem) ad ipſam β α, rectam lineam, ad ſignumq; in ea α, ipſi angulo α β δ, æqualis angulus β α ε. Et extendatur (per 2 poſtulatum) β δ, in ε. Et coniungatur (per 1 poſtulatum) ε γ, quoniam igitur angulus α β ε, æqualis eſt angulo β α ε, æqualis igitur eſt (per 6 primi) recta linea ε β, ipſi α ε. Et quoniam æqualis eſt α δ, ipſi δ γ, communis autem δ ε,*



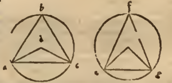


duæ igitur αδ, & δε, duabus γδ, & δε, ſunt æquales altera alteri. Et angulus αδε (per 4 poſtulatum) angulo γδε eſt æqualis, rectus enim uterq;. Et baſis igitur αε (per 4 primi) baſi γε, eſt æqualis. Sed αε ipſi βε, oſtenſa æqualis eſt. Igitur βε, ipſi γε eſt æqualis. Tres igitur αε, εβ, & εγ, ſibi inuicem ſunt æquales. Centro igitur ε, ſpatio autem (per 3 poſtulatum) aut αε, aut εβ, aut εγ, circulus deſcriptus per reliqua ſigna ueniet & deſcriptus erit. Circuli igitur ſegmento dato, circulus deſcriptus eſt, & manifeſtum eſt, quòd ſegmentum αβγ, minus eſt ſemicirculo, quoniam ε, centrum extra ipſum cadit. Similiter quoque oſtendemus, & ſi angulus αβδ, æqualis fuerit angulo βαδ. Si αδ, æquali exiſtente utriq; ipſarum βδ, & δγ, tres igitur δα, δβ, & δγ, ſibi inuicem ſunt æquales. Et erit ipſum centrũ δ, completi circuli, ipſum erit quoque ſemicirculus αβγ. Si autem αβδ, minor fuerit βαδ, conſtituemus (per 23 primi) ad βα rectam lineam, & ad ſignum in ea α, angulo αβδ, æqualem intra αβγ ſegmentum. Segmenti centrum cadet ſuper δβ, ut ε, & erit, uidelicet ſegmentũ αβγ, maius ſemicirculo. Dato igitur ſegmento, deſcribitur circulus cuius eſt ſegmentum: quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 25.*

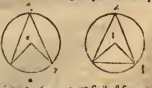
SI in æquis circulis ſeu ſuper centra, ſeu ſuper circunferẽtias, æquales anguli conſiſtant, ſuper æquos arcus eos cadere neceſſe eſt. 25



CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h, & fiant ſupra centra eorũ, duo anguli a d c & e h g, qui ponãtur æquales. Dico duos arcus a b c, & e f g, eſſe æquales. Protrahãtur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circũferentijs ipſorum, cõſiſtentes ſupra prædictos arcus, qui ſint angulus a b c & angulus e f g. Quia ergo circuli ſunt æquales, erunt per diffinitionem æqualium circulorũ ſemidiametri æquales, & quia duo anguli d & h ſunt æquales per 4 primi, linea a c æqualis lineæ e g, & per 19 huius, erit angulus b, ęqualis angulo f, cùm d angulus ſit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem ſimilium portionum duæ portiones a b c & e f g, ſunt ſimiles: & quia ipſæ ſunt ſuper lineas a c & e g æquales, ipſæ erunt æquales per 23 huius, quare arcus a b c & e f g, ſunt æquales. Quòd ſi anguli b & f qui ſunt in circunferentia, ponantur æquales, erunt per diffinitionem portiones ſimiles, & anguli d & h æquales, per 19 huius. Et quia circuli ſunt æquales per poſitionem, erunt per 4 primi, duæ lineæ a c & e g æquales, quare ut prius, portiones æquales per 23 huius, cùm ſint ſimiles, & ſuper æquales lineas, igitur & arcus æquales: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 26.*

In æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circunferentijs inſiſtunt, ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferẽtias conſiſtunt. 26

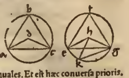


THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli αβγ, & δεζ, & in eis ſint anguli æquales ad centra quidem, qui ſub βηγ, & εθζ, ad circunferentias autem, qui ſub βαγ, & εδζ. Dico quòd circunferentia βκγ, æqualis eſt circunferentiæ ελζ. Coniungantur (per primum poſtulatum) βγ, & εζ. Et quoniam circuli αβγ & δεζ, ſunt æquales, etiam quæ ex centris, ſunt æquales (per primam diffinitionem tertij) Duæ igitur βη, & ηγ, duabus εθ, & θζ, ſunt æquales. Et angulus qui ad η, angulo qui ad θ eſt æqualis. Et quoniã angulus qui ad α, æqualis eſt angulo qui ad δ, ſegmentum igitur βαγ (per 24 tertij) ſimile eſt ſegmento εδζ, & ſunt in æqualibus rectis lineis βγ, & εζ. Super æqualibus autem rectis lineis (per 24 eandem) ſimilia circulorum ſegmenta exiſtentia, inuicem ſunt æqualia. Segmentum igitur βαγ, æquale eſt ipſi εδζ ſegmento. Eſt autem totus circulus αβγ, æqualis toti circulo δεζ. Reliqua igitur βκγ circunferentia (per 3 communem ſententiam) reliquæ ελζ, circunferentiæ eſt æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli in æqualibus circunferentijs inſiſtunt, ſiue ſi ad circunferentias, ſiue ſi ad centra conſiſtant: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 26.*

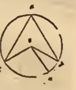
26 SI in æquis circulis æqui ſumantur arcus, infra illos, formatos angulos qui ſupra centra eorũ, ſeu ſupra circunferentias conſtituantur, æquos eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS. Sint ut prius duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: ſintq́ duo arcus a b c & e f g æquales: fiantq́ ſuper ipſos arcus, duo anguli in cẽtro qui ſint d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemq́ ſuper eoſdem arcus fiant duo alij anguli in circunferentia, qui ſint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, ad inuicem eſſe æquales: itemq́ duos b & f, ad inuicem eſſe æquales. Et eſt hæc conuerſa prioris. Si enim non ſunt d & h anguli ad inuicem æquales: ſit ergo h maior, à quo abſcindatur angulus k h g, qui ſit æqualis angulo d, eritq́ per præmiſſam, arcus k e f g, æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g poſiti, ſunt æquales: accidet ergo partem eſſe æqualem toti: quod eſt impoſsibile. Quare anguli d & h totales, ſunt æquales. Simili quoq́ modo probabis angulos b & f, eſſe æquales: uel ſi mauis, probato quòd anguli d & h ſint æquales: ſequitur b & f eſſe æquales per 19 huius, & econuerſo.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 26.* *Conuerſa præcedentis.*

26 In æqualibus circulis anguli qui æqualibus circunferentijs inſiſtunt, ſibi inuicem ſunt æquales: ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferentias fuerint conſtituti.

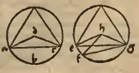




THEON ex Zamb. *In æqualibus enim circulis αβγ, & δεζ, ſuper æqualibus circunferentijs βγ & εζ, ad centra η θ, anguli conſiſtant βηγ & εθζ: ad circunferentias autem βαγ & εδζ. Dico quòd angulus βηγ æqualis eſt angulo εθζ: & angulus βαγ æquus eſt angulo εδζ. Siquidem angulus βηγ æquus eſt angulo εθζ: manifeſtum eſt quòd angulus etiam βαγ æquus eſt angulo εδζ per 20 tertij. Si uerò non, alter eorum maior eſt: ſit maior angulus βηγ, & cõſtituatur per 23 primi, ad rectam lineã βη, ad datumq́; in ea ſignum η: angulo εθζ æqualis angulus βηκ. Anguli autem æquales ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtunt, per 20 tertij, quando ad centra fuerint: æqualis igitur eſt circunferentia βκ, circunferentiæ εζ. Sed εζ, ipſi βγ eſt æqualis: & βκ igitur, ipſi βγ eſt æqualis: minor maiori, quod eſt impoßibile. Angulus igitur βηγ, angulo εθζ inæqualis non eſt: æqualis igitur. Et eſt ipſius quidem anguli βηγ dimidius angulus qui ad α, per 20 tertij. Ipſius autem εθζ dimidius angulus qui ad δ per eandem. Aequalis igitur eſt angulus qui ad α, angulo qui ad δ: in æqualibus igitur circulis anguli ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtentes, ſibi inuicem ſunt æquales: ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferentias fuerint conſtituti: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 27.*

27 SI in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus reſecent, arcus quoque æquos eſſe: ſi autem lineæ inæquales fuerint, arcus quoque inæquales, & à maiore linea maiorem arcum, à minore uerò minorem abſcindi neceſſarium eſt.



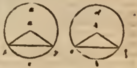
CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: ſitq́ corda a c æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g, quos prædictæ chordæ ex prædictis circulis reſecant, eſſe æquales. Quòd ſi chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcum e f g eſſe maiorem arcu a b c. Primum quidem ſic probatur. Ducantur à centris lineæ ad extremitates chordarum, quæ ſint d a, d c, h e, h g: & quia circuli poſiti ſunt fore æquales, erũt

hæ ſemidiametri æquales: & quia linea a c poſita eſt æqualis lineæ e g, erit per 8 primi, angulus d æqualis angulo h totali: quare per 25 huius, erit arcus a b c, æqualis arcui e f g: ſicq; patet primum.

Secundum ſic. Sit e g maior a c: eritq; per 25 primi, angulus h, maior angulo d. Fiat ergo angulus f h g æqualis angulo d: eritq; per 25 huius, arcus f g, æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g, eſt maior arcu a b c: quod eſt ſecundum propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 28.*

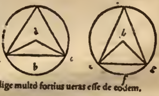
In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori. 28



THEON *ex Zamb. Sint æquales circuli αβγ & δεζ, & in eis ſint æquales rectæ lineæ βγ & εζ: circunferentias βαγ & εδζ maiores auferentes, circunferentias autem βηγ & εθζ minores. Dico quòd circunferentia βαγ maior, æqualis eſt circunferentiæ εδζ maiori: circunferentia uerò βηγ minor, æqualis eſt circunferentiæ εθζ minori. Suſcipiantur enim circulorum centra (per primam tertij) ſintq; κλ, & coniungantur κβ, κγ, λε & λζ. Et quoniam circuli ſunt æquales, æquales quoq; ſunt quæ ex centris (per primam diffinitionem tertij) Duæ igitur βκ & κγ, duabus ελ & λζ ſunt æquales. Et baſis βγ (per hypotheſin) baſi εζ eſt æqualis: angulus igitur βκγ (per 8 primi) angulo ελζ eſt æqualis: æquales autem anguli (per 26 tertij) in æqualibus circunferentijs inſiſtunt: etiam quando ad centra fuerint conſtituti. Circunferentia igitur βηγ, æqualis eſt circunferentiæ εθζ: eſt autem totus circulus αβγ, toti circulo δεζ æqualis. Reliqua igitur circunferentia βαγ (per 3 communem ſententiam) reliquæ circunferentiæ εδζ eſt æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 28.*

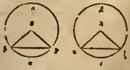
CIrculorum æqualium æquos arcus, æquas chordas habere neceſſe eſt. 28



CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius cẽtrum d, & e f g, cuius centrum h: ſitq; arcus a b c æqualis arcui e f g. Dico quòd chorda a c, eſt æqualis chordæ e g. Et eſt hæc conuerſa primæ partis præmiſſæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g: eruntq; per 26 huius, anguli d & h æquales. Quare per quartam primi, erit a c, æqualis e g, quod eſt propoſitum. Quęcunq; autem probatę ſunt paſsiones de diuerſis circulis æqualibus, intellige multò fortius ueras eſſe de eodem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propoſitio 29.* *Conuerſa præcedentis.*

In æqualibus circulis, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur. 29



THEON *ex Zamb. Sint æquales circuli αβγ & δεζ, & in eis æquales ſumantur circunferentiæ βηγ & εθζ, coniunganturq; βγ & εζ rectæ lineæ. Dico quòd æqualis eſt recta linea βγ ipſi εζ rectæ lineæ. Sumantur enim (per primam tertij) circulorum centra: ſintq; κ & λ, & coniungantur κβ & κγ, λε & λζ. Et quoniam circunferentia βηγ æqualis eſt ipſi εθζ circunferentiæ: æqualis eſt angulus βκγ angulo ελζ (per decimam diffinitionem tertij) Et quoniam circuli αβγ & δεζ ſunt æquales: & quæ ex centris quoque ſunt æquales (per 1 eiuſdem diffinitionem) Duæ igitur βκ & κγ, duabus ελ & λζ ſunt æquales, & angulos comprehẽdunt æquales. Baſis igitur βγ (per 4 primi) baſi εζ eſt æqualis. In æqualibus igitur circulis, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*

29 DAtum arcum per æqualia diuidere.



CAMPANVS. Sit datus arcus a b c, cui ſubtendatur chorda a c, quæ diuidatur per æqualia in puncto d, à quo ducatur perpendicularis ad ipſam, quæ ſit d b: ſecans circunferentiam dati arcus in puncto b, quam dico diuidere datum arcum per æqualia. Ducãtur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primam partem 27 huius, arcus a b, erit æqualis arcui b c: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propoſitio 30.*

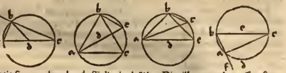
Datam circunferentiam, biſariam ſecare.



THEON *ex Zamb. Sit data circunferentia α δ β, oportet iam ipſam circunferentiam α δ β, biſariam ſecare. Coniungatur α β, ſeceturq́; (per 10 primi) biſariam in γ ſigno: & ab ipſo γ, ipſi α β rectæ lineæ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & coniungantur α δ & δ β. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ β, communis autem γ δ: duæ igitur α γ & γ δ, duabus β γ & γ δ ſunt æquales: & angulus α γ δ (per 4 poſtulatum) angulo β γ δ eſt æqualis: rectus enim uterque eſt. Baſis igitur α δ (per 4 primi) baſi δ β eſt æqualis. Aequales autem rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori (per 28 tertij) Et utraque ipſarum circunferentiarum α δ & δ β, ſemicirculo minor eſt: æqualis igitur eſt circunferentia α δ, ipſi δ β circunferentiæ. Data igitur circunferentia, biſariàm ſecta eſt: quod feciſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*

30 SI rectilineus angulus in ſemicirculo ſupra arcum conſiſtat, rectus eſt. Si uerò in portione ſemicirculo minore, recto maior. Si autem in portione ſemicirculo maiore, recto minor. Itemq́; omnis portionis angulus ſemicirculo maioris, recto maior, minoris uerò, recto minor de neceſsitate erit.



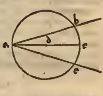
CAMPANVS. Sit in circulo a b c cuius centrũ d & diameter a d c, ſemicirculus a b c, in cuius ſemicirculi circunferentia fiat angulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum eſſe rectum. Protrahatur ab ipſo angulo in centrum, linea b d: eritq́; per 5 primi, angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b eſt æqualis duobus angulis d b a, & a per 31 primi: ipſe erit duplus ad angulum d b a. Eadem ratione angulus a d b, duplus erit ad angulum d b c: ergo duo anguli c d b & a d b, dupli ſunt ad totalem angulum a b c: ſed ipſi ſunt æquales duobus rectis per 13 primi: erit igitur angulus a b c totalis, medietas duorum rectorũ, quare rectus: quod eſt primum propoſitum.

IDEM aliter. Protrahatur c b uſq; ad e, eritq́; per 32 primi, angulus a b e, æqualis duobus angulis a & c, & quia angulus a eſt æqualis a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c: ergo uterq; eorum eſt rectus per diffinitionem. Secundum ſic patet. Sit in circulo a b c cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior ſemicirculo: & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum eſſe minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b: eritq́; per primam partem huius b totalis, rectus: quare angulus a b c, erit minor recto per 9 communem ſcientiam, cùm ſit pars eius, ſicq́; patet ſecundum. Tertium ſic. Sit rurſus in circulo a b e cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, quę ſit ſemicirculo minor. & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum eſſe maiorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea b e, eritq́; per primam partem huius, angulus a b e rectus, quare angulus a b c erit maior recto, quod eſt

tertium propoſitum. Quartum & quintum ſic. Sint in circulo a b e d cuius centrum e, portio a b c, cuius chorda a c maior ſemicirculo: & portio a d c cuius eadem chorda a c minor ſemicirculo. Dico angulum contentum ab arcu c b a & chorda a c, eſſe maiorem recto: & angulum contentum ab arcu c d a & chorda a c, eſſe minorem recto. Producatur diameter c e b, & linea b a, uſq; ad f, eritq; per primam partem huius, angulus b a c rectus, quare per 13 primi, angulus f a c, eſt ſimiliter rectus. Quia igitur angulus rectus eſt pars primi, & ſecundus pars recti: euidenter patet utrunq;, quare tota liquet hæc pentamembris concluſio.

CAMPANI additio.

Ex iſtis duabus ultimis partibus, nota inſtantiam contra illas duas argumẽtationes: ad quas tulimus inſtantiam in 15 huius. Tranſitur enim ab angulo portionis ſemicirculo minoris, qui eſt minor recto (per ultimam partem huius) ad angulum portionis ſemicirculo maioris qui eſt maior recto per penultimam partem huius, non tamen per æquale. Cùm enim omnis portio circuli ſit aut ſemicirculus, aut maior ſemicirculo aut minor, ſit autem tam angulus ſemicirculi per ſecundam partem 15, quàm angulus portionis minoris per ultimam partem huius minor recto, portionis uerò maioris ſit maior recto: non tamen erit alicuius portionis angulus, nec ſimpliciter aliquis contentus à circunferentia & linea recta, aut rectus aut æqualis recto. Quod ut clarius pateat: ſit in circulo a b c cuius centrum d, linea a b cui non ſit determinatus finis ex parte b, ſecans ex ipſo b portionem ſemicirculo minorem: eritq; per ultimam partem huius, minor recto. Huius circuli ſit diameter a d c, & imaginetur linea a b, moueri ad partem c ſuper punctum a: quæ quandiu fuerit citra c, uel in ipſo c, cooperiens diametrum a d c: faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem puncto ultra c, uelut in e: faciet per penultimam partem huius, angulum maiorem recto. Tranſitur ergo à minori ad maius, non per æquale. Et ſicut in rectilineis angulis eſt reperire maiorem angulo ſemicirculi & minorem, non tamen æqualem, ut demonſtratum eſt in 15 huius: ſic in angulis portionis eſt reperire maiorem recto & minorem, non tamen æqualem, ut patet ex iſta demonſtratione.



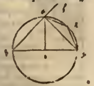
Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propoſitio 31.*

In circulo angulus qui in ſemicirculo eſt, rectus eſt: qui autem in maiore ſegmento, minor recto: qui uerò in minore ſegmento, maior eſt recto. Et inſuper angulus maioris ſegmenti, recto quidem maior eſt: minoris autem ſegmenti angulus, minor eſt recto. 31

THEON *ex Zamb. Sit circulus α β γ δ: dimetiens autem eius ſit β γ, centrum uerò ε. Sumaturq; in ſemicirculo ſignum utcunq;, ſitq; illud α & coniungantur β α, α γ, α δ & δ γ. Dico quòd angulus in β α γ ſemicirculo, rectus eſt. Angulus autem in α β γ ſegmento maiore ſemicirculo, qui eſt ſub α β γ, recto minor eſt. Angulus uerò in α δ γ minore ſemicirculo ſegmento, qui eſt ſub α δ γ, recto maior eſt. Coniungatur α ε, & extendatur β α in ζ. Et quoniam æqualis eſt β ε ipſi ε α, ex centro enim in circunferentiam: æqualis eſt angulus ε α β angulo ε β α (per 5 primi) Rurſus quoniam æqualis eſt α ε ipſi ε γ, æqualis eſt per eandem, angulus qui ſub α γ ε ei qui ſub γ α ε. Totus igitur angulus β α γ duobus angulis α β γ & α γ β eſt æqualis. Angulus autem qui ſub ζ α γ extra ipſum triangulum α β γ: duobus angulis α β γ & α γ β eſt æqualis, per 32 primi. Aequalis igitur eſt angulus β α γ, angulo ζ α γ: rectus igitur uterq; eſt. In ſemicirculo igitur β α ε, angulus qui ſub β α γ, rectus eſt. Et quoniam trianguli α β γ, duo anguli α β γ & β α γ (per 17 primi) duobus rectis ſunt minores, angulus autem β α γ rectus eſt: angulus igitur qui ſub α β γ, recto minor eſt, & eſt in ſegmento α β γ, maiore ſemicirculo. Et quoniam in circulo ineſt quadrilaterum α β γ δ, in circulis autem quadrilaterorũ conſiſtentium (per 22 tertij) anguli qui ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur α β γ & α δ γ, per eandem duobus rectis ſunt æquales. At angulus α β γ recto minor eſt. Reliquus igitur angulus α δ β, maior eſt recto, & in ſegmento minore ſemicirculo eſt. Dico iam etiam quòd angulus ſegmẽti maioris, comprehenſus ſub α β γ circunferentia & α γ recta linea, recto maior eſt: angulus autem minoris ſegmenti comprehenſus ſub α δ γ circunferentia & α γ recta linea, recto eſt minor, manifeſtumq; illinc eſt. Quoniã enim angulus comprehenſus ſub β α & α γ rectis lineis, rectus eſt: angulus igitur cõprehenſus ſub α β γ circunferentia & α γ recta linea, maior eſt recto: quoniã totũ ſua parte maius eſt (p 9 cõmunem ſententiã) Rurſus quoniã angulus cõprehenſus ſub α γ et α ζ rectis lineis, rectus eſt: angulus igitur ſub γ α recta linea et α δ γ circunferẽtia cõprehenſus, recto minor eſt. In circulo igitur angulus in ſemicirculo exiſtẽs, rectus eſt: qui uerò in maiore ſegmẽto, recto eſt minor: in minori autẽ, recto eſt maior.*

Et inſuper

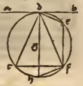
Et inſuper angulus maioris ſegmẽti, maior eſt recto : minoris autẽ ſegmẽti, recto minor: quod demõſtraſſe oportuit. ALIA *oſtenſio, quòd angulus qui ſub β α γ rectus eſt. Quoniã angulus α ε γ, eius qui ſub β α ε duplus eſt (per 32 primi) æqualis nanq; eſt duobus interioribus ex oppoſito: interiores autẽ (per 5) ſunt æquales: angulus autem α ε β eius qui ſub ε α γ duplus eſt: anguli igitur α ε β & α ε γ, ipſius β α γ, dupli ſunt. Sed anguli α ε β & α ε γ, duobus rectis ſunt æquales. Angulus igitur qui ſub β α γ, rectus eſt: quod erat demonſtrandũ.* CORREL. *Hinc manifeſtum eſt, quòd ſi triãguli angulus unus, reliquis duobus æqualis fuerit rectus eſt: eo quod illi contiguus (qui ſcilicet producto latere extra triangulũ fit) eiſdem eſt æqualis, ſed quando utrobiq; æquales fuerint, recti ſunt.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

31 SI circulum linea recta contingat, & à cõtactu in circulũ quędam circulũ ſecans recta linea, præter centrũ ducatur, quouſq; duos angulos cũ cõtingẽte facit, duob. angulis qui in alternatis circuli ſuper arcus cõſiſtũt portionib. æquales ſunt.

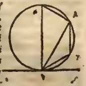
CAMPANVS. Si recta linea a b, contingens circulum c d e f, cuius centrum g, in puncto d: à quo d ducatur in circulũ præter centrum, linea d f, ſecans ipſum: fiantq́; angulus, d c f conſiſtens ſuper arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f conſiſtens ſuper arcum portionis d e f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, eſſe æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim, diameter d g h & linea f h: eritq́; per 17 huius, d h, perpendicularis ſuper a b: & per primam partem præmiſſæ, angulus d f h, rectus. Quare duo anguli a d h & d f h, ſunt æquales. Poſito ergo cõmuni angulo h d f: erit angulus a d f, ęqualis duobus angulis, qui ſunt d f h, & h d f: ſed hi duo cum angulo h, ſunt ęquales duobus rectis, per 31 primi: ergo angulus a d f cum angulo h, æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f æquiualet duobus rectis per 13 primi: ergo angulus b d f, eſt æqualis angulo h: ergo & angulo c, per 20 huius: & hoc eſt primum. Et quia duo anguli c & e ſunt æquales duobus rectis, per 21 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f: quod eſt ſecundum. Vel illud ſecundum ſic. Angulus a d f cum angulo h æquiualet duobus rectis, ut præmonſtratum eſt: ſed angulus e cum angulo h, æquiualet duobus rectis, per 21 huius: ergo angulus e eſt æqualis angulo a d f: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propoſitio 32.*

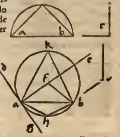
32 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ducta fuerit quædam recta linea, circulum ſecans: anguli quos efficit ad tangentẽ, æquales ſunt eis qui in alternis circuli ſegmentis conſiſtunt angulis.

THEON *ex Zamb. Circulum enim α β γ δ, tangat recta linea quædam ε ζ in β ſigno: & a ſigno β, ducatur recta linea quædam in circulũ α β γ δ, cum ſecans, ſitq́; β δ. Aio quòd anguli quos β δ ſimul cum ε ζ tangente cõficit angulis qui ſunt in alternis ſegmentis circuli ſunt æquales, hoc eſt quod angulus ζ β δ, æqualis eſt angulo exiſtenti in β α δ ſegmento: & angulus ε β δ, æqualis eſt angulo exiſtenti in β γ δ ſegmento. Excitetur enim (per 11 primi) ab ipſo β, ipſi ε ζ ad rectos angulos β α. Sumaturq́; in β δ circunferentia, ſignum utcunq;: ſitq́; illud γ, & connectantur α δ, δ γ & γ β. Et quoniam circulum α β γ δ, quædam recta linea tangit ε ζ in β, & ex β contactu ducta eſt ipſi cõtingẽti ad angulos rectos β α: in ipſa β α igitur centrũ eſt circuli α β γ δ (per 19 tertij.) Angulus igitur α δ β in ſemicirculo exiſtens (per 31 tertij) rectus eſt. Reliqui igitur anguli β α δ & α β δ, uni recto ſunt æquales. Angulus autem α β ζ, rectus eſt. Angulus igitur qui ſub α β ζ, eſt æqualis eis qui ſunt ſub β α δ & α β δ angulis. Communis auferatur angulus α β δ. Reliquus igitur angulus δ β ζ, æqualis eſt angulo β α δ exiſtenti in alterno ſegmento circuli. Et quoniam in circulo quadrilaterum eſt α β γ δ; anguli ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales (per 22 tertij) anguli igitur δ β ζ & δ β ε, eis qui ſunt ſub β α δ & β γ δ anguli ſunt æquales. Quorũ angulus β α δ, oſtẽſum eſt quòd æqualis eſt ipſi δ β ζ angulo. Reliquus igitur angulus qui ſub δ β ε, angulo δ γ β, in alterno ſegmẽto δ γ β exiſtenti eſt æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem in circulum ducta fuerit aliqua recta linea circulum ſecans, anguli quos efficit ad tangentem, iis qui in alternis circuli ſegmentis conſiſtunt angulis æquales: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 32.*

SVper datam lineam, circuli portionē deſcribere: capientem angulum dato angulo æqualem, ſeu rectum, ſeu maiorem, ſeu minorem recto. 33



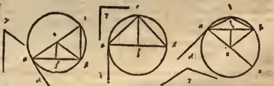
CAMPANVS. Sit a b linea data, & c datus angulus. Super lineam a b uolo deſcribere unam circuli portionem, recipientem in circunferentia rectilineum angulum æqualem angulo c. Si igitur fuerit angulus c, rectus: diuiſa a b per medium, deſcribam ſuper eam ſemicirculum, factumq́; erit propoſitum, per primam partem 30 huius. Si autē ſit obtuſus, ducam lineam d a cum linea b a, continentē ęqualem angulum angulo c: & à puncto a ducam lineam a e perpendicularem, ſuper lineam a d. Et ſuper punctum b faciam angulum per 23 primi æqualē angulo e a b, in quo obtuſus excedit rectū, ducta linea b f uſq; ad perpēdicularemq́; a e: eruntq́; per 6 primi lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f centro circuli, deſcribam ſecundum quantitatē lineæ f a circulum a h b: eritq́; per correlarium 15 huius linea a d, contingens circulum: quare per præmiſſam, angulus qui fit in portione a h b, eſt æqualis d a b, quare & angulo c, quod eſt propoſitum. Si autem angulus c ſit acutus: producam lineam a g, continentem cum linea a b, angulum æqualem angulo c, & à puncto a ducam a e, perpendicularem ad lineam a g: & ſuper punctum b faciam angulum æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum, ducta linea b f uſq; ad perpendicularem a e, eruntq́; per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f, centro circuli, deſcribam ſecundum quantitatem lineæ f a, circulum a k b: eritq́; per correlarium 15 huius, linea a g contingens circulum: quare per præmiſſam, angulus qui fit in portione a k b, eſt æqualis angulo g a b, quare & angulo c, quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 33.*

Super data recta linea, deſcribere ſegmentum circuli capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo. 33

THEON *ex Zāb.*

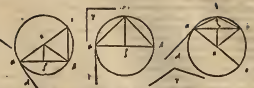
Sit data recta linea α β, datus uerò angulus rectilineus ſit γ: oportet iam ſuper data recta linea α β. deſcribere ſegmentum circuli ſuſcipiens angulum æqualem ipſi angulo



qui ad γ. Angulus igitur qui ad γ, aut eſt acutus, aut rectus, aut obtuſus. Sit primum acutus, ſicut in prima deſcriptione, & conſtituatur (per 23 primi) ad α β rectā lineā, & in ea ſignū α, ipſi angulo γ æqualis angulus δ α β. Angulus igitur δ α β, acutus eſt. Excitetur (per 11 eiuſdē) igitur ipſi α δ ad angulos rectos α ε, ſeceturq́; (per 10 primi) biſariā α β, in ſigno ζ. Et à ſigno ζ, ipſi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (p 11 eiuſdē) & cōnectatur η β. Et quoniā æqualis eſt α ζ ipſi ζ β igitur cōmunis autē ζ η: duæ α ζ et ζ η, duab. ζ β et ζ η ſunt æquales, & angulus qui ſub α ζ η (per 4 poſtulatū) æqualis eſt ei qui ſub η ζ β. Baſis igitur α η (per 4 eiuſdē) baſi η β eſt æqualis. Centro igitur η, ſpatio uerò η α (per 3 poſtulatū) circulus deſcriptus: ueniet etiam per β, deſcribatur, & ſit α β ε, & connectatur ε β. Quoniam igitur ab extremitate ipſius α ε diametri, ab α ſigno ipſi α ε ad angulos rectos eſt α δ: igitur α δ tangit circulum α β ε (per correlariū 16 tertij.) Et quoniam circulū α β ε tangit quædā recta linea α δ, & ab α contactu in ipſum circulū α β ε ducta eſt recta linea quædam α β: angulus igitur δ α β (per 32 eiuſdē) angulo α ε β exiſtenti in alterno circuli ſegmento eſt æqualis. Sed angulus δ α β, ei qui eſt ad γ angulo eſt æqualis. Angulus igitur qui ad γ, æqualis eſt ei qui ſub α ε β eſt angulo. Sup data igitur recta linea α β, ſegmentū circuli deſcriptū eſt, ſuſcipiens angulū α ε β æqualē dato angulo qui ad γ. Sed iā rectus ſit angulus qui ad γ, & †opportunū ſit: rurſus ſuper α β deſcribere ſegmētum circuli ſuſcipiēs angulū æqualē ei qui eſt ad γ recto. Cōſtituatur enim rurſus ad ipſam α β rectā lineā, ad ſignūq́; in ea α: dato angulo rectilineo γ æqualis angulus q ſub β α δ (p 23 primi) ſicut in ſecūda habetur deſcriptione. Seceturq́; (p 10 primi) α β, biſariā in ζ, & cētro ζ, ſpatio uerò ζ α aut ζ β: circulus deſcribatur α ε β (p 3 poſtulatū) Tāgit igitur recta linea α δ, circulū α ε β: quoniā āgulus q ad α, rectus eſt. Et angulus β α δ æqualis

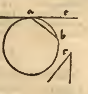
† δέον ἔστω

æqualis eſt angulo qui eſt in ſegmẽto α ε β: rectus etenim & ipſe eſt qui in ſemicirculo exiſtit (per 31 tertij.) Sed angulus ζ α δ, ei qui ad γ eſt ãgulo æqualis eſt. Deſcriptum eſt igitur iterum ſuper α β, ſegmentum circuli α ε β, capiens angulum æqualem ei qui ad γ eſt angulo. Sed iam eſtò angulus qui ad γ obtuſus, & cõſtituatur ei iterum ad α β rectam lineam & ad α ſignum: æqualis angulus β α δ (per 23 primi) ſicut habet tertia deſcriptio, & ipſi α δ: ad angulos rectos (per 11 eiuſdem) excitetur α ε, ſeceturq́; rurſus α β biſariàm in ſigno ζ (per 10 eiuſdem) & ipſi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiuſdem) & connectatur η β. Et rurſus quoniã æqualis eſt α ζ ipſi ζ β, & cõmunis ζ η: duæ igitur α ζ & ζ η, duabus β ζ & ζ η ſunt æquales: & angulus α ζ η (per 4 poſtulatum) angulo β ζ η eſt æqualis: baſis igitur α η (per 4 eiuſdem) baſi β η eſt æqualis. Centro igitur η, ſpatio autem η α (per 3 poſtulatum) circulus deſcriptus, tranſibit per β, tranſeat ſicut α β ε. Et quoniam ab extremitate α ε dimetientis, ad angulos rectos excitata eſt α δ: igitur (per correlarium 16 tertij) α δ tangit ipſum circulum α ε β & à contactu α extẽditur α β. Angulus igitur β α δ (per 32 eiuſdem) æqualis eſt angulo α θ β exiſtenti in alterno ſegmento circuli. Sed angulus β α δ, ei qui eſt ad γ eſt æqualis. Igitur angulus qui eſt in α θ β ſegmento, æqualis eſt ei qui eſt ad γ angulo. Super data igitur recta linea α β, deſcriptum eſt ſegmentum circuli α θ β capiens angulum æqualem ei qui ad γ eſt angulo: quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 33.

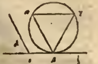
33 Dato circulo, dato angulo æquum angulum capientem, portionem abſcindere.



Campanvs. Sit a b datus circulus, & c datus angulus: uolo ergo à circulo a b, abſcindere portionẽ unam capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e, contingentem datum circulum in puncto a, à quo duco in circulũ lineam a b, continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c: eritq́ per 31 huius, portio a b exiſtens à parte lineæ a d, recipiens angulum æqualem angulo c: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 34.

34 A dato circulo, ſegmentum abſcindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

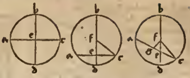


Theon ex Zamb. Eſto datus circulus α β γ: datus uerò angulus rectilineus qui ad δ: oportet iam ab α β γ circulo, ſegmentum abſcindere, capiens angulum æqualẽ ei qui ad δ eſt angulo. Excitetur enim (per 17 tertij) linea tangens circulum: ſitq́; illa ε ζ, & tangat in β ſigno. Et conſtituatur (per 23 primi) ipſi ε ζ rectæ lineæ, et in ea ſigno β, angulo qui ad δ, æqualis angulus ζ β γ. Quoniam igitur circulum α β γ tangit quædam recta linea ε ζ & in β, et à contactu β ducta eſt β γ: angulus igitur ζ β γ (per 32 tertij) æqualis eſt angulo β α γ conſiſtenti in alterno ſegmento. Sed angulus ζ β γ, ei qui eſt ad δ eſt æqualis. Igitur angulus exiſtens in β α γ ſegmento, æqualis eſt ei qui eſt ad δ angulo. A dato igitur circulo α β γ ſegmentum abſciſſum eſt β α γ, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo: quod feciſſe oportuit.

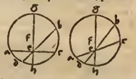
Euclid. ex Camp. Propoſitio 34.

34 Si intra circulũ duæ rectæ lineæ ſeſe inuicem ſecẽt, quod ſub duabus partibus unius earum procedit, æquũ eſt ei rectangulo quod ſub duabus alterius lineæ partibus continetur.

Campanvs. Sint duæ lineæ a c & b d, ſecantes ſe in circulo a b c d, ſuper punctum e. Dico quòd illud rectangulum quod fit ex a e in e c, æquum eſt ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d tranſibunt per centrum circuli: aut altera tantùm, aut neutra. Quòd ſi ambæ tranſeant per centrum, erit e centrum circuli, omnesq́ quatuor lineæ æquales: quare liquet propoſitum. Quòd ſi altera earum tantùm tranſit per centrum, ſit illa b d, centrumq́ circuli ſit f. Aut ergo b d ſecabit a e per æqualia, aut

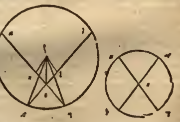


aut per inæqualia. Secet ergo primò per æqualia: eritq́ per primam partem tertij huius, ſecans eam orthogonaliter. Ducatur itaq́ linea f c, eritq́ per 5 ſecundi, quod fit ex b e in e d cũ quadrato e f: æquale quadrato lineę f d: quare & quadrato lineæ f c: ergo per penultimã primi, & quadratis duarum linearum f e & e c. Dempto ergo utrinq́ quadrato e f: erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c: & quia e c eſt æqualis a e, per 45 primi patet propoſitum. Quòd ſi b d tranſiens per centrum, ſecat a c per inæqualia, à centro f ducatur f g perpendicularis ad a c: eritq́ per ſecundam partem tertij huius, a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq́ per 5 ſecundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (& ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum f g & g e, propter id quòd angulus f g e eſt rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c, propter quod per penultimam primi & quadratis duarum linearum f g & g c. Dempto ergo utrinque quadrato lineę f g, erit quod fit ex b e in e d cum quadrato lineæ g e, æquale quadrato lineę g c: ſed per 5 ſecundi, quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e: eſt æquum ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur utrinq́ quadrato lineæ g e, erit quod fit ex b e in e d, æquale ei quod fit ex a e in e c, quod eſt propoſitum. Quòd ſi neutra earum tranſit per centrum, ſiue altera diuidat alteram per æqualia ſiue per inęqualia, producam lineam g f e h diametrum circuli tranſeuntem per punctum ſectionis earum. Et ſi altera diuidat alteram per æqualia, ut b d ipſam a c, tunc g h diuidit etiam a c per æqualia: ergo orthogonaliter per tertiam huius: ergo per ſecundum modum huius concluſionis, quod fit ex g e in e h: æquum eſt ei quod fit ex a e in e c: & per tertiũ modum huius quod fit ex g e in e h, æquum eſt ei quod fit ex b e in e d: ergo quod fit ex a e in e c, æquum eſt ei quod fit ex b e in e d, quod eſt propoſitum. At ſi neutra diuidat alteram per æqualia, erit per tertium modum huius concluſionis, quod fit ex g e in e h, æquale utrique eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare unum eorum erit æquale alteri, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propoſitio 35.*

Si in circulo duæ rectæ lineæ ſe ad inuicem ſecuerint, rectangulum comprehenſum ſub ſegmentis unius, æquum eſt ei quod ſub ſegmẽtis alterius comprehenditur rectangulo. 35

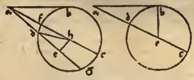


THEON *ex Zamb. In circulo enim αβγδ: duæ rectæ lineæ αγ & βδ ſeſe inuicem ſecent in ſigno ε. Dico quòd rectangulum comprehenſum ſub αε & εγ: æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub δε & εβ. Si enim αγ & βδ per centrum ſunt, ut ε centrum ſit circuli αβγδ: manifeſtum eſt quòd cùm αε, εγ, δε & εβ ſunt æquales, rectangulum comprehẽſum ſub αε & εγ, æquũ eſt ei quod comprehẽditur ſub δε & εβ rectãgulo. Sint iam αγ, & δβ, nõ extenſæ per centrum: & ſumatur centrũ circuli αβγδ: ſitq́ illud ζ (per primam tertij) et ab ζ in αγ & δβ rectas lineas: ducantur (per duodecimam primi) perpendiculares ζη & ζθ: & connectantur ζβ, ζγ, & ζε. Et quoniam (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extenſa ζη, quandam rectam lineam non per centrum tranſeuntem αγ ad angulos rectos ſecat: etiam bifariam eam ſecabit: æqualis igitur eſt αη ipſi ηγ. Et quoniam recta linea αγ diſſecta eſt in æqualia in η, in inæqualia autem in ε: rectangulum igitur comprehenſum ſub αε & εγ unà cum eo quòd fit ex εη (per 5 ſecundi) quadrato, æquum eſt ei quod fit ex ηγ. Commune apponatur id quod fit ex ηζ. Quod fit igitur ſub αε & εγ unà cum iis quæ fiũt ex εη & ηζ, æquũ eſt eis quæ fiunt ex γη & ηζ. Sed eis quæ fiunt ex εη, & ηζ, æquum eſt id quod fit ex ζε, (per 47 primi) eis autem quæ fiunt ex γη & ηζ, æquum eſt id quod fit ex ζγ (per eandem.) Quod igitur continetur ſub αε, & εγ, unà cum eo quod*

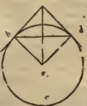
quod fit ex ζ ι, æquale eſt ei quod fit ex ζ γ. Aequalis autem eſt ζ γ, ipſi ζ β. Et centro enim in circunferētiam. Quod continetur igitur ſub α ι & ι γ, unà cum eo quod fit ex ι ζ, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Et per hoc quod continetur ſub δ ι, & ι β, unà cum eo quod fit ex ζ ι, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Quod continetur igitur ſub α ι & ι γ, unà cum eo quod fit ex ζ ι, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Quod fit igitur ſub α ι & ι γ, unà cum eo quod fit ex ζ ι, æquum eſt ei quod continetur ſub δ ι & ι β, unà cum eo quod fit ex ζ ι. Commune auferatur id quod fit ex ζ ι. Reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub α ι & ι γ, æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub δ ι & ι β. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint, rectangulum comprehēſum ſub ſegmentis unius, æquum eſt rectangulo comprehēſo ſub ſegmentis alterius, quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 35.

SI extra circulum punctus ſignetur, ab eo autem ad circulum alia linea ſeçans, alia cōtingens, duæ rectæ lineę ducantur: quod ſub tota ſecante atque parte ſui extrinſeca continetur, æquum eſt ei quadrato quod ex contingente linea deſcribitur.



CAMPANVS. Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d, cuius centrum e, à quo ducantur ad circulum, duæ rectæ lineę a b contingens, & a d c ſecans. Dico quòd illud quod fit ex a c in d a, æquum eſt quadrato lineæ a b. Aut enim a d c, tranſit per centrum, aut non. Tranſeat ergo primò per centrum, quod eſt e, & ducatur linea e b, quæ per 17 huius, perpendicularis erit ſuper lineam a b. Et quia linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto e, & eſt ei addita linea d a, erit per ſextam ſecundi, quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ e a: & ideo per penultimam primi, ęquale quadratis duarum linearum e b, & b a, propter id quod angulus b, eſt rectus. Dempto ergo utrinq; quadrato e b, erit quod fit ex c a, in a d, æquale lineæ a b: quod eſt propoſitum. Quòd ſi linea a d c non tranſit per centrum, ſumatur a f e g, tranſiens per centrum, & ducantur lineæ e d & e h, & ſit e h, perpendicularis ad a d c, eritq; per 3 huius, d h, æqualis h c. Quia ergo linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto h, & addita ſibi linea a d, erit per 6 ſecundi, quod fit ex c a, in a d, cum quadrato d h: æquale quadrato lineę a h. Ergo addito utrinq; quadrato h e erit quod fit ex c a in a d, cum quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e, propter id quod angulus h, eſt rectus, & ideo cum quadrato e f, propter id quod e d & e f ſunt æquales, æquale quadratis duarum linearum a h, & h e, & ideo per penultimam primi quadrato lineę a e. Sed per ſextam ſecundi, quod fit ex g a, in a f, cum quadrato f e, æquale eſt quadrato lineæ a e. Quia ergo utrunq; eorum quæ fiunt ex c a, in a d, & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e, eſt æquale quadrato lineæ a e, ipſa erunt inter ſe æqualia. Dēpto ergo utrinq; quadrato lineæ e f, erit quod fit ex c a in a d, æquale ei quod fit ex g in a f, Sed id quod fit ex g a in a f, eſt æquale quadrato lineæ a b, per præmiſſum modum huius. Ergo quod fit ex c a, in a d eſt æquale quadrato lineæ a b: quod eſt propoſitum.



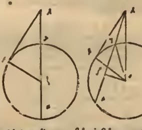
CAMPANI *additio.* Et ex hac nota, quòd puncto extra circulum ſignato, ſi ab ipſo ad circulum quodlibet ſecantes lineæ ducantur, rectangula quæ continentur ſub totis & earum portionibus extrinſecis, adinuicem ſunt æqualia, quoniam omnia ſunt æqualia quadrato lineæ contingentis. Nota etiam quod ſi à quolibet puncto extra circulum ſignato duæ lineę contingentes ad circulum ipſum ducantur, ipſę erunt adinuicem ęquales. Erit enim quadratum utriuſque earum, ęquale ei quod fit ex linea ſecante ab ipſo puncto, ducta in circulum in partem eius extrinſecam. Hoc autem euidētius patet per penultimā primi.

Sit

Sit a punctus ſignatus extra circulum b e d, cuius centrum e, & ab ipſo a ducantur duæ lineæ a b & a d, contingentes circulum in punctis b d. Dico ipſas eſſe æquales. Producam enim lineas e a, e b, & e d. eritq́ per 17 huius uterque angulorum b & d, rectus. Quare per penultimam primi, quadratum a e, erit æquale duobus quadratis duarum linearum a b & b e, ſimiliter quoq́ & duobus duarum a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e, ſunt æqualia quadratis duarum a d & d e. Et quia quadrata duarum quæ ſunt b e & e d ſunt æqualia, erunt quadrata duarum quæ ſunt a b & a d, æqualia: ergo eſt a b, æqualis a d: quod eſt propoſitum. Aliter etiam. Ducatur linea b d, eritq́ per 5 primi, angulus e b d, æqualis angulo e d b, propter id quod linea e b, eſt æqualis lineæ e d. Et quia uterq́ duorum angulorum b & d eſt rectus, erit per communem ſcientiam angulus a b d reſiduus, æqualis angulo a d b reſiduo: per ſextam ergo primi, eſt linea a b, æqualis lineæ a d.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propoſitio 36.*

Si extra circulum ſumatur ſignum aliquod, ab eoq́ in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earum altera circulum diſpeſcat, altera uerò tangat, quod ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter ſignũ & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod fit ex tangente quadrato. 36



THEON *ex Zamb. Extra circulũ igitur α β γ, ſumatur ſignũ aliquod, ſitq́; illud δ, & ab ipſo δ in circulum α β γ, cadant duæ rectæ lineæ δ γ α, et δ β, ſecet autem circulũ α β γ, recta linea δ γ α, & β δ, tangat. Dico quòd rectangulũ comprehenſum ſub α δ & δ γ, æquũ eſt ei quod fit ex β δ, quadrato. Recta linea δ γ α, aut eſt per centrum extenſa, aut non. Sit primũ extenſa per centrũ, ſitq́; (per 1 tertij) ζ, centrũ circuli α β γ, & cõiungatur ζ β. Angulus igitur ζ β δ, rectus eſt. Et quoniã recta linea α γ biſariàm diſſecta eſt in ζ, adiacetq́; ei recta linea γ δ, quod cõtinetur igitur (per 6 ſecundi) ſub α δ & δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ γ, æquum eſt ei quod fit ex ζ δ. Aequalis autem eſt ζ γ, ipſi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ β, æquum eſt ei quod fit ex ζ δ. Aequum autem eſt id quod fit ex ζ δ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ, (per 47 primi) rectus enim eſt angulus qui eſt ſub ζ β δ. Quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ β, æquum eſt eis quæ fiũt ex ζ β, & β δ. Commune auferatur id quod fit ex ζ β. Reliquũ igitur quod ſub α δ, & δ γ, æquum eſt ei quod fit ex δ β, tangente. Sed recta linea δ γ α, non ſit extenſa per centrum circuli α β γ. Sitq́; (per primam tertij) ε centrum circuli α β γ, & ab ε, in α γ (per 12 primi) perpendicularis ducatur ε ζ, & connectantur ε β, ε γ, & ε δ, rectus igitur eſt angulus ε ζ δ. Et quoniam recta linea quædam per centrum extenſa ε ζ, (per 3 tertij) rectam lineam quandã non extenſam per centrũ α γ, ad angulos rectos ſecat, etiam biſariàm eam ſecat. Igitur α ζ, ipſi ζ γ, eſt æqualis. Et quoniam recta linea α γ, biſariàm diuiditur in ζ ſigno, adiacet autem ei γ δ, quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ſub ζ γ, æquum eſt ei quod fit ex ζ δ, (per 6 ſecundi.) Cõmune apponatur quod fit ex ζ ε. Quod igitur continetur ſub δ α, & δ γ, unà cum eis quæ fiunt ex ε ζ & ζ γ, æqualia ſunt eis quæ fiunt ex ζ δ, & ζ ε. Eis autem quæ fiũt ex ζ δ, & ζ ε, æquũ eſt id quod fit ex ε δ, (per 47 primi) angulus nanq́; qui eſt ſub ε ζ δ, rectus eſt. Eis uerò quæ fiunt ex γ ζ, & ζ ε (per eandem) æquum eſt id quod fit ex γ ε. Quod igitur cõtinetur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ε γ, æquũ eſt ei quod fit ex ε δ. Aequalis autem eſt ε γ, ipſi ε β, ex centro enim in circũferentiam. Quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ε β, æquum eſt ei quod fit ex ε δ. Ei autem quod fit ex ε δ, (per 47 primi) æqualia ſunt quæ fiunt ex ε β, & β δ: angulus enim qui ſub ε β δ, rectus eſt. Quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ε β, æquum eſt eis quæ fiunt ex ε β, & β δ. Commune auferatur quod fit ex ε β: reliquum igitur quod continetur ſub α δ & δ γ, æquum eſt ei quod fit ex δ β. Si extra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod, et quæ ſequuntur reliqua: quod demonſtraſſe oportuit.*

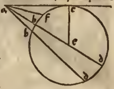
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

SI fuerit punctus extra circulum ſignatus, à quo duę lineę ad circunferentiam ducãtur, altera ſecans, altera circunferentię applicata, fueritq́ quòd ex ductu totius ſecãtis in partem ſui 36

extrinſecam

extrinſecũ æquum ei quod ex ductu applicatæ in ſeipſam fit, erit linea applicata ex neceſſitate circulum contingens.

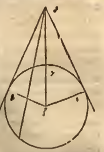
Campanvs. Sit a punctus ſignatus extra circulũ b c d, cuius centrũ e, à quo ducãtur ad circulum linea a b d, ſecans ipſum, & linea a c, applicata circunferentiæ, & eſto ut quod fit ex d a in a b, fit æquale quadrato a c. Dico lineã a c, eſſe cõtingentẽ. Et eſt hæc cõuerſa prioris. Si enim nõ eſt cõtingens, ſit ergo cõtingens linea a f, eritq́; per præmiſſam quod fit ex d a in a b, æquale quadrato lineæ a f, quare quadratũ lineæ a f, eſt æquale quadrato lineæ a c, ergo a c eſt æqualis f, quod eſt impoſſibile per 8 huius. Erit ergo a c, contingens, quod eſt propoſitũ. Idem oſtenſiuè probabitur. Maneat prior diſpoſitio & hypotheſis. Et ſi linea a b d tranſit per centrũ, ducatur linea c e, erit per 6 ſecũdi, quod fit ex d a in a b, cũ quadrato e b, & ideo cum quadrato e c, æquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a, poſitum eſt æquale quadrato a c: ergo quadratum a c, cum quadrato c e, eſt æquale quadrato a e: ergo per ultimam primi, angulus c eſt rectus. Ergo per correlariũ 15 huius, linea a c eſt contingens circulũ, quod eſt propoſitum. Si autem a b d, non tranſit per centrum, ducatur à puncto a, linea tranſiens per centrum. Et quia quod fit ex hac tota in eius partem extrinſecam, eſt æquale ei quod fit ex d a, in a b, per præmiſſam. ipſum erit æquale quadrato lineę a c, quare ut prius a c, erit contingens circulum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 31. Propoſitio 37. Conuerſa præcedentis.

37 Si extra circulum ſumatur ſignũ aliquod, & ab eo ſigno in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum ſecet, altera uerò cadat: ſit autem quod fit ſub tota ſecante, & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiã æquale ei quod fit ex incidẽte, incidens circulum tanget.

Theon ex Zamb. *Extra circulum igitur α β γ, ſumatur ſignum, ſitq́; illud δ, & ab ipſo δ, in circulum α β γ, incidant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, & δ γ α, quidem circulum ſecet, & δ β incidat. Sit autem quod continetur ſub α δ, & δ γ, æquum ei quod fit ex δ β. Dico quòd δ β, ipſum tangit circulum α β γ: excitetur enim (per 17 tertij) recta linea cõtingens circulum α β γ, ſitq́; illa δ ε. Sitq́; (per primam eiuſdem) ζ centrum circuli α β γ, & connectantur ζ ε, ζ β, & ζ δ. Angulus igitur ζ ε δ, rectus eſt. Et quoniam recta linea δ ε, ipſum circulum α β γ tangit, & recta linea δ γ α, ſecat: quod continetur igitur ſub α δ, & δ γ, æquum eſt ei quod fit ex δ ε. Ponitur autem quòd id quod continetur ſub α δ, & δ γ, æquũ ſit ei quod fit ex δ β. Quod igitur fit ex δ ε, æquum eſt ei quod fit ex δ β. Aequalis igitur eſt δ ε, ipſi δ β. Eſt autẽ & ζ ε, æqualis ipſi ζ β, ex cẽtro enim in circunferentiã. Duæ iam δ ε, & ε ζ, duabus δ β, & β ζ, ſunt æquales, & baſis earũ cõmunis eſt ζ δ. Angulus igitur δ ε ζ, (per 8 primi) angulo δ β ζ, eſt æqualis. Rectus autem eſt angulus δ ε ζ, rectus igitur eſt, & qui ſub δ β ζ. Et ζ β, eiecta dimetiens eſt, quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur, circulum tangit (per 16 tertij) Recta linea igitur δ β, circulum α β γ, tangit. Similiter oſtendetur, ſi centrum ſuper α γ fuerit. Si extra circulum igitur ſumatur ſignũ aliquod, & reliqua quæ ſequũtur: quod demonſtraſſe oportuit.*

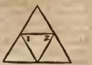


TERTII LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS
GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM
elementorum, Liber quartus.

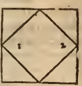
Ex Campano. *Diffinitiones.*

FIgura intra figuram dicitur inſcribi, quando ea quæ inſcribitur, eius in qua inſcribitur, latera uno quoq; ſuorum angulorũ ab interiore parte contingit. 2 Circũſcribi uerò figura figuræ perhibetur, quoties ea quidem figura eius cui circunſcribitur, omnibus omnes angulos contingit.



Ex Zamberto *Diffinitiones.*

FIgura rectilinea in figura rectilinea deſcribi dicitur, quando unuſquiſque inſcriptæ figuræ angulus, unumquodq; latus eius in qua deſcribitur, tangit. 2 Figura autem ſimiliter circa figuram deſcribi dicitur, quando unumquodq; latus circũſcriptæ, unumquenq; angulum eius circum quem deſcribitur, tangit. 3 Figura rectilinea in circulo deſcribi dicitur, quãdo unuſquiſq; angulus inſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 4 Circulus uerò circa figurã rectilineã deſcribi dicitur, quando circuli circũferentia unumquenq; eius circum quã deſcribitur, angulum tangit. 5 Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicitur, quãdo circuli circũferentia unũquodque latus eius, in qua deſcribitur, tangit. 6 Figura uerò rectilinea circa circulum deſcribi dicitur, quando unumquodq; latus circunſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 7 Recta linea in circulum coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiam cadunt.

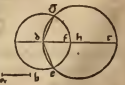




Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

INtra datum circulũ, datæ lineæ rectæ, quæ diametro minimè maior exiſtat, æquam rectam lineam coaptare.

CAMPANVS. Sit linea data a b, circulusq; datus c d e, cuius diameter c d, qua non eſt maior linea a b, uolo intra datum circulum coaptare lineam æqualem a b, quæ ſi fuerit æqualis diametro, conſtat propoſitum. Si autem minor ex diametro ſumatur d f, ei æqualis, & ſuper punctum d, ſecundum quantitatẽ lineæ d f, deſcribatur circulus e f g, ſecans datum circulum in punctis g & e, ad alterum quorum ducatur linea à puncto d, ut d e, uel d g, eritq; qualibet earum æqualis lineæ a b, eo quòd utraque earum eſt æqualis lineæ d f, per diffinitionem

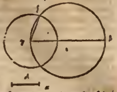


tionem

tionem circuli, quare habemus propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 1.

1 In datum circulum, datæ rectæ lineæ quę circuli diametro maior non eſt, æqualem rectam lineam coaptare.

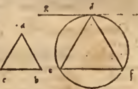


THEON ex Zamb. *Eſto datus circulus αβγ, data uerò recta linea non maior circuli diametro, eſto δ, oportet iam in datum circulũ αβγ, ipſi δ, rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli αβγ dimetiens, ſitq́; βγ. Si βγ, æqualis eſt ipſi δ, iam factum eſt id quod proponitur, in datum enim circulum αβγ, coaptata eſt recta linea βγ, æqualis ipſi δ. Si autem non: maior eſt βγ, quàm δ, ponatur (per 2 primi) ipſi δ, æqualis γε. Et centro quidem γ, ſpatio uerò γε, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur εαζ, & cõnectatur γα. Quoniam igitur centrum circuli εαζ. eſt ſignum γ, (per 13 diffinitionem primi) æqualis eſt γα, ipſi γε. Sed ipſi δ, æqualis eſt ipſa γε. Igitur (per primam communem ſententiam & δ, æqualis eſt ipſi αγ. In datum circulum igitur αβγ, datæ rectæ lineæ δ, æqualis aptata eſt γα, quod oportebat facere.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.

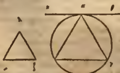
2 INtra aſſignatum circulum, triãgulum triangulo aſſignato æquiangulum collocare.

CAMPANVS. Sit aſſignatus triangulus a b c, aſſignatusq́ circulus d e f. Volo intra hunc circulum, collocare unum triangulum æquiangulum triangulo a b c, æquilaterum enim nõ eſt neceſſariũ eſſe, ſed eſt poſſibile. Produco g d h, contingentem circulum in pũcto d, ſuper quem facio angulum h d f, ducta linea d f, ęqualem angulo c, & angulum g d e, ducta linea d e, æqualẽ angulo b, & protraho lineam e f, eritq́ per 31 tertij, angulus e, ęqualis angulo c, quia uterque eſt ęqualis angulo h d f c, quidem, per poſitionem, e uerò per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f, æqualis angulo b: quare per 32 primi, d tertius, erit æqualis a, tertio, quare habemus propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 2.

2 In dato circulo, dato triangulo æquiangulum triangulũ deſcribere.



THEON ex Zamb. *Sit datus circulus αβγ, datum autem triangulum δεζ, oportet iam in dato circulo αβγ, ipſi δεζ, triangulo æquiangulum triangulum deſcribere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipſum circulum αβγ, ſitq́; ηαθ. & tangat in α, & conſtituatur (per 23 primi,) ad rectam lineam αθ, & ad ſignum in ea α, angulo qui eſt ſub δεζ, æqualis angulus θαγ, ad rectam uerò lineam αη, & ad ſignum in ea α, ei qui eſt ſub δζε angulo, æqualis angulus ηαβ, (per eandem,) & coniungantur βγ. Quoniam igitur circulum αβγ, tangit quædam recta linea ηαθ, et ab α contactu in circulũ ducitur recta linea αγ, angulus igitur qui eſt ſub θαγ, (per 31 tertij,) æqualis eſt angulo qui in alterno eſt circuli ſegmento, αβγ. Sed angulus θαγ, ei qui ſub δεζ, eſt æqualis: angulus igitur αβγ, ei qui ſub δεζ eſt angulo, eſt æqualis. Et per hoc, angulus αγβ, ei qui eſt ſub δζε, angulo, eſt æqualis. Et reliquus igitur angulus βαγ, reliquo εδζ, eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triãgulum αβγ, ipſi δεζ, triangulo, & deſcriptum eſt in dato circulo αβγ. In dato igitur circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum deſcriptum eſt, quod facere oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

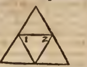
3 CIrca aſſignatum circulum, aſſignato triangulo triangulum æquiangulum deſcribere.

CAMPANVS. Sint ut prius, aſſignatus triangulus a b c: aſſignatusq́ circulus d e f, cuius centrum g: circa hunc circulum, uolo deſcribere unum triangulum

GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber quartus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*

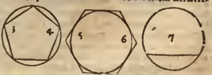
FIgura intra figuram dicitur inſcribi, quando ea quæ inſcribitur, eius in qua inſcribitur, latera uno quoq; ſuorum angulorũ ab interiore parte contingit. 2 Circũſcribi uerò figura figuræ perhibetur, quoties ea quidem figura eius cui circunſcribitur, omnibus omnes angulos contingit.



Ex Zamberto *Diffinitiones.*

FIgura rectilinea in figura rectilinea deſcribi dicitᷣ, quando unuſquiſque inſcriptæ figuræ angulus, unumquodq; latus eius in qua deſcribitur, tangit. 2 Figura autem ſimiliter circa figuram deſcribi dicitur, quando unumquodq; latus circũſcriptæ, unumquenq; angulum eius circum quem deſcribitur, tangit. 3 Figura rectilinea in circulo deſcribi dicitur, quãdo unuſquiſq; angulus inſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 4 Circulus uerò circa figurã rectilineã deſcribi dicitur, quando circuli circũferentia unumquenq; eius circum quã deſcribitur, angulum tangit. 5 Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicitᷣ, quãdo circuli circũferentia unũquodque latus eius, in qua deſcribitur, tangit. 6 Figura uerò rectilinea circa circulum deſcribi dicitur, quando unumquodq; latus circunſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 7 Recta linea in circulum coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiam cadunt.

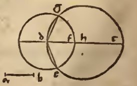




Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

INtra datum circulũ, datæ lineæ rectæ, quæ diametro minimè maior exiſtat, æquam rectam lineam coaptare.

CAMPANVS. Sit linea data a b, circulusq; datus c d e, cuius diameter c d, qua non eſt maior linea a b, uolo intra datum circulum coaptare lineam æqualem a b, quæ ſi fuerit æqualis diametro, conſtat propoſitum. Si autem minor ex diametro ſumatur d f, et æqualis, & ſuper punctum d, ſecundum quantitatẽ lineæ d f, deſcribatur circulus e f g, ſecans datum circulum in punctis g & e, ad alterum quorum ducatur linea à puncto d, ut d e, uel d g, eritq; qualibet earum æqualis lineæ a b, eo quòd utraque earum eſt æqualis lineæ d f, per diffinitionem

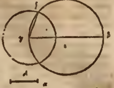


tionem circuli, quare habemus propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 1.*

1 In datum circulum, datæ rectæ lineæ quę circuli diametro maior non eſt, æqualem rectam lineam coaptare.

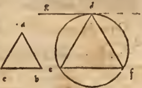
THEON ex Zamb. *Eſto datus circulus α β γ, data uerò recta linea non maior circuli diametro, eſto δ, oportet iam in datum circulũ α β γ, ipſi δ, rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli α β γ dimetiens, ſitq; β γ. Si β γ, æqualis eſt ipſi δ, iam factum eſt id quod proponitur, in datum enim circulum α β γ, coaptata eſt recta linea β γ, æqualis ipſi δ. Si autem non: maior eſt β γ, quàm δ, ponatur (per 2 primi) ipſi δ, æqualis γ ε. Et centro quidem γ, ſpatio uerò γ ε, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur ε α ζ, & cõnectatur γ α. Quoniam igitur centrum circuli ε α ζ, eſt ſignum γ, (per 13 diffinitionem primi) æqualis eſt γ α, ipſi γ ε. Sed ipſi δ, æqualis eſt ipſa γ ε. Igitur (per primam communem ſententiam & δ, æqualis eſt ipſi α γ. In datum circulum igitur α β γ, datæ rectæ lineæ δ, æqualis aptata eſt γ α, quod oportebat facere.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

2 INtra aſſignatum circulum, triãgulum triangulo aſſignato æqui angulum collocare.

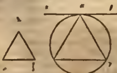
CAMPANVS. Sit aſſignatus triangulus a b c, aſſignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum, collocare unum triangulum æquiangulum triangulo a b c, æquilaterum enim nõ eſt neceſſariũ eſſe, ſed eſt poſſibile. Produco g d h, contingentem circulum in pũcto d, ſuper quem facio angulum h d f, ducta linea d f, ęqualem angulo c, & angulum g d e, ducta linea d e, æqualẽ angulo b, & protraho lineam e f, eritq; per 31 tertij, angulus e, ęqualis angulo c, quia uterque eſt ęqualis angulo h d f c, quidem, per poſitionem, e uerò per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f, æqualis angulo b: quare per 32 primi, d tertius, erit æqualis a, tertio, quare habemus propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 2.*

2 In dato circulo, dato triangulo æquiangulum triangulũ deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum δ ε ζ, oportet iam in dato circulo α β γ, ipſi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum deſcribere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipſum circulum α β γ, ſitq; η α θ, & tangat in α, & conſtituatur (per 23 primi,) ad rectam lineam α θ, & ad ſignum in ea α, angulo qui eſt ſub δ ε ζ, æqualis angulus θ α γ, ad rectam uerò lineam α η, & ad ſignum in ea α, ei qui eſt ſub δ ζ ε angulo, æqualis angulus η α β, (per eandem,) & coniungantur β γ. Quoniam igitur circulum α β γ, tangit quædam recta linea η α θ, et ab α contactu in circulũ ducitur recta linea α γ, angulus igitur qui eſt ſub θ α γ, (per 32 tertij,) æqualis eſt angulo qui in alterno eſt circuli ſegmento, α β γ. Sed angulus θ α γ, ei qui ſub δ ε ζ, eſt æqualis: angulus igitur α β γ, ei qui ſub δ ε ζ eſt angulo, eſt æqualis. Et per hoc, angulus α γ β, ei qui eſt ſub δ ζ ε, angulo, eſt æqualis. Et reliquus igitur angulus β α γ, reliquo ε δ ζ, eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triãgulum α β γ, ipſi δ ε ζ, triangulo, & deſcriptum eſt in dato circulo α β γ. In dato igitur circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum deſcriptum eſt, quod facere oportebat.*

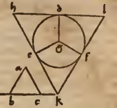


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

3 CIrca aſſignatum circulum, aſſignato triangulo triangulum æquiangulum deſcribere.

CAMPANVS. Sint ut prius, aſſignatus triangulus a b c: aſſignatusq; circulus d e f, cuius centrum g: circa hunc circulum, uolo deſcribere unum triangulum

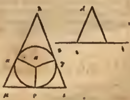
ęquiangulum, triangulo a b c, æquilaterum enim non eſt neceſſarium, ſed eſt poſſibile. Producam baſin b c, in utranque partem, ut fiant duo anguli extrinſeci, & à centro g producam lineam g d ad circunferentiam, & conſtituam angulum d g e, ducta linea g e, æqualem angulo b, extrinſeco, & d g f, ducta linea g f, æqualem c extrinſeco: & à punctis d e f, producam in utramque partem lineas orthogonaliter, quæ per correlarium 15. tertij erunt contingentes circulum, quas protraham quouſque concurrant in punctis h k l. Neceſſe eſt enim ipſas concurrere, cùm enim uterq; angulorum qui ſunt ad d, & uterque eorum qui ſunt ad e, ſit rectus, ſi intelligatur protrahi linea d e, erunt duo anguli qui ſunt ad partem h minores duobus rectis, quare per penultimam petitionem, in partem illam protractæ, concurrent lineæ l d h, K e h. Eadem ratione concurrent duæ lineæ h d l, K f l: cùm uterque angulorum qui ſunt ad f, ſit etiā rectus. Quia ergo in quadrilatero h d e g duo anguli d & e ſunt recti: erūt duo anguli g & h æquales duobus rectis: cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli, ſunt ęquales quatuor rectis: ut mōſtratū eſt ſupra 32 primi. Et quia duo anguli b intrinſecus & extrinſecus ſunt ſimiliter ęquales duobus rectis per 13 primi, at uerò b, extrinſecus poſitus eſt ęqualis d g e, erit intrinſecus b, ęqualis h. Simili quoq; ratione erit c intrinſecus, ęqualis l. Et quia duo anguli b & c, intrinſeci ſunt minores duobus rectis per 17 primi: erunt ſimiliter duo anguli h & l, minores duobus rectis: quare per penultimā petitionē, duæ lineę h e & l f protractæ, cōcurrent in pūcto K, fietq; triangulus h K l: & quia angulus h eſt ęqualis angulo b intrinſeco, & angulus l, angulo c intrinſeco, erit per 32 primi, angulus K æqualis angulo a: quare habemus propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 3.* *Propoſitio 3.*

Circa datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum deſcribere. 3

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum ſit δ ε ζ, oportet circa α β γ, circulum, ipſi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum deſcribere. Extendatur ε ζ, ex utraq; parte, in η θ, ſigna. Et ſumatur (per 1 tertij) cētrū circuli α β γ: ſitq; illud κ. Et ducatur utcunque recta linea κ β. Et conſtituatur (per 23 primi,) ad κ β, rectā lineam, ad ſignūq; in ea κ, angulo qui eſt ſub δ ε η, æqualis angulus β κ α, angulo autem δ ζ θ, æqualis angulus β κ γ. Et per ſigna α β γ, (per 17 tertij) excitentur rectæ lineæ tangentes circulū α β γ, ſintq; λ α μ, μ β ν, ν γ λ. Et quoniam rectæ lineæ λ μ, μ ν, et ν λ, tangunt circulum α β γ, in ſignis α β γ, & à centro κ, in α β γ, ſigna coniunctæ ſunt κ α, κ β, & κ γ, anguli igitur qui ſunt ad ſigna α β γ, recti ſunt. Et quoniam quadrilateri α μ β κ, quatuor anguli quatuor rectis ſunt æquales, & quoniā quadrilaterū α μ β κ, in duo triangula diuiditur, quorum anguli κ α μ & κ β μ, duo recti ſunt: reliqui igitur anguli α κ β, & α μ β, duobus rectis ſunt æquales. Anguli autem δ ε η, & δ ε ζ, (per 13 primi,) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur α κ β, & α μ β, anguli δ ε η, & δ ε ζ, ſunt æquales, quorum angulus α κ β, angulo δ ε η, eſt æqualis: reliquus igitur angulus α μ β, reliquo angulo δ ε ζ, eſt æqualis. Similiter quoque oſtendetur, quòd & angulus λ ν μ, angulo δ ζ ε, eſt æqualis: & reliquus igitur angulus μ λ ν, reliquo angulo ε δ ζ, eſt æqualis: æquiangulum igitur eſt triangulum λ μ ν ipſi δ ε ζ, triangulo: & deſcribitur circa circulum α β γ. Circa circulum igitur datū, dato triangulo æquiangulum deſcriptum eſt: quod facere oportebat.*

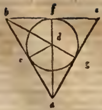


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

INtra datum triangulum, circulum deſcribere. 4

CAMPANVS. Sit aſſignatus triangulus a b c. Volo intra ipſum, circulum deſcribere. Hæc eſt quaſi conuerſa ſecundæ. Diuido enim duos eius angulos a & b, per æqualia: a quidem, ducta linea a d, b uerò ducta linea b d, quæ concurrent in puncto d, à quo ducam perpendiculares ad tria latera ipſius trianguli: d e quidem ad a b: d f, ad b c, & d g ad a c, Et quia duorum triangulorum e a d, & g a d, angulus a unius, eſt

æqualis

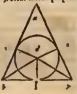


æqualis angulo a alterius, & uterque angulorũ e & g, rectus, & latus a d, commune erit per 26 primi, linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cùm duorum triangulorum e b d, & f b d, angulus b unius, ſit æqualis angulo b alterius, & uterq; angulorum e & f rectus, latus quoque d b commune, erit per eandem, linea e d ęqualis lineę d f, quare tres lineę d e, d f, d g, ſunt æquales. Poſito ergo centro in d, deſcriptus circulus ſecundum quantitatem unius earum, tranſibit per 9 tertij per reliquarum duarum extremitates. Et quia per correlarium 15 tertij, unaquęq; linearum a b, b c, c a, erit cõtingens circulum: patet perfectum eſſe propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propoſitio 4.*

4 In dato triangulo, circulum deſcribere.

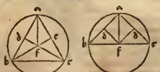
THEON *ex Zamb. Sit datum triangulum α β γ, oportet iam in triangulo α β γ circulum deſcribere. Secentur (per 9 primi,) anguli α β γ, & α γ β, bifariàm, per rectas lineas β δ, & γ δ, quæ concurrãt adinuicem in ſigno δ. Excitenturq; (per 12 primi) ab ipſo δ, in ipſas α β, β γ, & γ α, rectas lineas perpendiculares δ ε, δ ζ, & δ η, Et quoniam æqualis eſt angulus α β δ, angulo γ β δ, & angulus β ε δ, rectus æqualis eſt angulo β ζ δ, recto: duo iam triangula ſunt ε β δ, ζ β δ, duos angulos duobus angulis habentia æquales, & unum latus uni lateri æquale β δ, ſcilicet quod commune ipſis eſt æqualium angulorũ ſubtendens, unũ & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt, æqualis igitur eſt δ ε, ipſi δ ζ, & per hoc etiam δ η, ipſi δ ζ, eſt æqualis, quare & δ ε, ipſi δ η, eſt æqualis: tres igitur δ ε, δ ζ, & δ η, ſibi inuicem ſunt æquales (per 1 communem ſententiam.) Centro igitur δ, ſpatio uerò aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, circulus deſcriptus, per reliqua ſigna tranſibit, & tanget rectas lineas α β, β γ, et γ α, quoniam anguli ad ε ζ η, ſigna exiſtentes, recti ſunt. Si enim eas ſecat, erit ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos excitata, in circulum cadens: quod eſſe impoßibile, patuit (per 16 tertij.) Circulus igitur deſcriptus centro δ, ſpatio uerò aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, rectas lineas α β, β γ, & γ α, non ſecat, tanget igitur eas per correlarium eiuſdem, & erit circulus deſcriptus in triangulo α β γ. In dato triangulo igitur α β γ, circulus deſcriptus eſt ε ζ η, quod facere oportebat.*



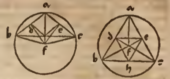
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

5 CIrca trigonũ aſſignatum, ſiue illud ſit orthogonium, ſiue amblygonium, ſiue oxygonium, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit trigonus aſſignatus a b c. Volo circa ipſum, deſcribere circulum. Hæc eſt quaſi conuerſa ternæ. Diuido duo eius latera a b & a c, per æqualia a b, quidem in puncto d & a c, in puncto e, à quibus punctis produco perpendiculares ad lineas a b & a c, quas protraho quouſque concurrant in puncto f, ſintq; d f, & e f, concurrent enim, quoniam cùm uterque angulorum d & e, ſit rectus, ſi intelligatur protrahi linea d e, fient duo anguli ad partem in quam protrahũtur, minores duobus rectis, quare concurrent per penultimam petitionem, igitur à puncto f, qui eſt punctus concurſus, quem dico eſſe centrum circuli quęſiti, protraho lineas ad ſingulos quæ ſunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, duo latera a d & d f, ſunt æqualia duobus lateribus b d & d f, trianguli b d f, et angulus d unius angulo d alterius, quia uterq; rectus: erit per 4 primi f a, æqualis f b. Eadem ratione erit f a, æqualis f c, comparatis lateribus angulis duorum triangulorum a c f & c e f: ergo per 9 tertij, punctum f, erit centrum circuli quæſiti. Hæc eſt uniuerſalis demonſtratio ad omnes ſpecies trigoni. Quia tamen auctor uidetur uelle medium uariare diſtinguendo inter orthogonium, amblygonium & oxygonium, de quolibet eorum ſigillatim eſt demonſtrandum. Sit ergo trigonus propoſitus orthogonius, ſitq; angulus a rectus. Latus b c a, reſpiciens hunc angulum rectum, diuido per æqualia in f, à quo puncto quem dico eſſe centrum circuli, ad medium punctum utriuſque duorum reliquorum laterum, qui ſit d, duco lineam f d. Et quia linea f d, diuidit duo latera a b & b c trianguli a b c per æqualia ipſa erit æquidiſtans tertiò uidelicet lineæ a c, hoc enim demonſtratum eſt, ſupra 39 primi. Et quia angulus a poſitus eſt rectus, erit



per ſecundam partem & per tertiam 29 primi, uterque angulorum qui ſunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a, eritq; per 4 primi, linea a f æqualis lineæ b f, comparatis adinuicem lateribus & angulis triangulorum a d f, h d f. Et quia linea b f eſt æqualis lineæ c f, erunt tres lineæ b f, a f, c f, adinuicem æquales, quare per 9 tertij, erit f, centrũ circuli quæſiti. Sit rurſus trigonus a b, amblygonius, ſitq; angulus a obtuſus. Latus b c reſpiciens hunc angulum obtuſum, diuido per æqualia in puncto h, à quo ad media puncta duorum reliquorum laterum, quæ ſunt d & e, duco lineas h d & h e, eritq; d h æquidiſtans a c, & e h æquidiſtans a b, propter id quod demonſtratum eſt ſupra 39 primi, uidelicet quòd linea ſecans duo latera alicuius trianguli per æqualia tertio eſt æquidiſtans, quare per ſecundam partem 29 primi, erit uterque duorum angulorum b d h & c e h, æqualis angulo a, & ideo uterque obtuſus. Ductis igitur perpendicularibus d f, ad lineam a b, & e f ad lineam a c, quouſque concurrant in pũcto f, quẽ dico eſſe centrum circuli (manifeſtum eſt enim eas concurrere, propter cauſam prius dictam) ſecabit utraque earum, lineam b c quæ reſpicit obtuſum, & concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui eſt punctus concurſus earum, produco lineas f a, f b, f c, quæ per 4 primi bis aſſumptam erunt æquales, comparans primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorum a e f, c e f, quare per 9 tertij, f eſt centrum circuli quæſiti. Eſto iterum ut trigonus a b c, ſit oxygonius. Diuiſis omnibus eius lateribus per æqualia, uidelicet latere a b, in puncto d, & latere a c in puncto e, & b c in puncto h, protraho lineas d e, d h, & e h, eritq; d h æquidiſtans a c, & e h ipſi a b, propter id quod demonſtratum eſt ſuper trigeſimamnonam primi, quare per ſecundam partem 29 primi, uterque angulorum b d h, c e h, erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineam a b, & e f ad lineam a c, manifeſtum eſt eas concurrere intra triangulum a b c, ſitq; punctus concurſus f, quem dico eſſe centrum circuli, produco enim lineas f a, f b, f c: quæ per 4 primi bis aſſumptã ut prius, erunt æquales: quare per 9 tertij, erit f, centrum circuli quæſiti.

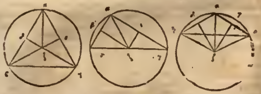


CORRELARIVM. Per prædicta patet, quòd ſi triangulus fuerit orthogonius, centrũ circuli circũſcribendi cadet in medio lateris, quod opponitur angulo recto. Si fuerit amblygonius, centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius, cadet intra triangulum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 5.*

Circa datum triangulum, circulum deſcribere.

THEON *ex Zamb. Sit datum triangulum α β γ, oportet iam circa datum triangulum α β γ, circulum deſcribere. Secentur enim (per 10 primi) α β, & α γ, rectæ lineæ bifariàm, in δ & ε, ſignis, & ab ipſis δ ε, ſignis, ipſis α β, & α γ, (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur δ ζ, & ε ζ. Concurrunt autem, aut intra ipſum triangulum α β γ, aut in ipſa recta linea β γ, aut extra rectam lineam β γ. Concurrant igitur primum intra ipſum triangulum, in ζ ſigno: connectanturq; (per 1 poſtulatũ ζ β, ζ γ, & ζ α.) Et quoniam æqualis eſt α δ, ipſi δ β, communis autẽ δ ζ, & ad angulos rectos, baſis igitur α ζ, (per 4 primi) baſi ζ β, eſt æqualis. Similiter iã oſtendemus*



quòd etiam γ ζ, ipſi α ζ, eſt æqualis: quare ζ β, ipſi ζ γ, eſt æqualis. Tres igitur ζ α, ζ β, & ζ γ, ſibi inuicem ſunt æquales. Cẽtro igitur ζ, ſpatio uerò aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus deſcriptus, trãſibit per reliqua ſigna: & erit circulus deſcriptus circa triangulum α β γ, deſcribatur iam ſicut α β γ. Sed rectæ lineæ δ ζ, & ε ζ, concurrant ſuper β γ, recta linea in ſigno ζ, ſicut ſecunda habet deſcriptio, & connectatur α ζ, ſimiliter quoque oſtendemus quòd ζ ſignum, centrum eſt circuli deſcripti circa α β γ, triangulum. Sed iam δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ, concurrant extra ipſum triangulum α β γ, in ſigno ζ. Rurſus ſicut habet tertia deſcriptio, coniungantur α ζ, ζ β, & ζ γ, rectæ lineæ: & quoniam rurſus æqualis eſt α δ, ipſi δ β, communis autem & ad angulos rectos δ ζ, baſis igitur α ζ, (per 4 primi) baſi β ζ, eſt æqualis. Similiter quoq; oſtendemus, quòd & γ ζ, ipſi α ζ, eſt æqualis. Centro rurſus igitur ζ, ſpatio uerò aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus deſcriptus tranſibit per reliqua ſigna

qua ſigna, & erit deſcriptus circa α β γ, triangulum, deſcribatur ſicut α β γ. Circa datum igitur triangulũ deſcriptus circulus eſt, quod facere oportebat.

CORRELARIVM. *Et manifeſtum eſt quòd quando introrſum trianguli, cadit centrum circuli angulus β α γ, exiſtens in maiore circuli ſegmento, recto minor eſt. Quando autem in β γ, rectam lineam, in ſemicirculo exiſtens angulus, rectus eſt. Quando uerò extra ipſam β γ, rectam lineam centrum cadit, angulus β α γ, exiſtens in minore circuli ſegmento, recto maior eſt. Quare et quando minor recto fuerit datus angulus, introrſum ipſius trianguli concurrunt δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ. Quando autem rectus, ſuper β γ. Quando uerò maior recto, extra ipſam β γ: quod feciſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

6 INtra datum circulum, quadratum deſcribere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c d, cuius centrũ e: uolo intra ipſum deſcribere quadratum. Protraho in ipſo duas diametros a c & b d, ſecantes ſe orthogonaliter ſupra centrum e, quarum extremitates contiĝo, pro tractis lineis a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratũ quæſitum, ipſæ enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ter aſſumptam, propter id quod quatuor lineæ e a, e b, e c, & e d, ſunt æquales, & quatuor anguli qui ſunt ad e, recti: ſed unuſquiſq; quatuor angulorum a b c & d, eſt rectus per primam partem 30 tertij, propter id quod quilibet eorum eſt in ſemicirculo: erit igitur a b c d quadratum per diffinitionem. Quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 6.

6 In dato circulo, quadratum deſcribere.

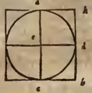
THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ, oportet iam in circulo α β γ δ quadratum deſcribere. Excitentur enim ipſius circuli α β γ δ, diametri ad angulos rectos adinuicem, ſintq; α γ & β δ, & coniungantur α β, β γ, γ δ, & δ α. Et quoniam æqualis eſt β ε, ipſi ε δ, (per diffinitionem 15 primi) centrum enim eſt ε, communis autem & ad angulos rectos ε α, baſis igitur α β, (per 4 primi) baſi α δ eſt æqualis: & per hoc etiam utraq; ipſarum β γ, & γ δ, utrique ipſarum α β & α δ eſt æqualis: æquilaterum igitur eſt quadrilaterum α β γ δ. Dico quòd etiam rectangulum quoniam enim recta linea β δ, dimetiẽs eſt circuli α β γ δ: ſemicirculus igitur eſt angulus: rectus igitur eſt angulus β α δ (per 31 tertij) & per hoc etiam unuſquiſq; angulorum contentorum ſub α β γ, β γ δ: & γ δ α, rectus eſt. Rectangulum igitur eſt quadrilaterũ α β γ δ, oſtenſum autẽ eſt quòd & æquilaterũ: quadratum igitur eſt (per 30 diffinitionem primi) & deſcriptum in circulo α β γ δ: quod feciſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

7 CIrca propoſitum circulum, quadratum deſcribere.

CAMPANVS. Sit propoſitus circulus a b c d, cuius centrũ e: uolo circa ipſum, deſcribere quadratũ. Protraho in ipſo duas diametros a c & b d, ſecantes ſe orthogonaliter ſuper centrum e, à quarum extremitatibus duco in utrãq; partem lineas orthogonaliter, quouſq; quælibet earum concurrat cum duabus lateribus: ſintq; puncta concurſus earũ f g h k, eritq; per correlarium 15 tertij, uterq; angulorũ qui ſunt ad unumquẽq; quatuor pũctorũ a b c d, rectus: quia ergo in quadrilatero a f b e tres anguli a b & e ſunt recti, erit quartus angulus qui eſt f, rectus: habet enim quodlibet quadrilaterum, quatuor angulos æquales quatuor rectis, ut demonſtratum eſt ſupra 32 primi. Eadem ratione quilibet angulorũ g h & K, erit rectus: ergo per ſecũdã partẽ 28 primi duæ lineæ f g & K h, itẽq; duę f K & g h, ſunt æquidiſtantes, ergo per 34 primi f K eſt æqualis g h, & f g, ipſi K h. Et quia per eandem f K eſt ęqualis b d, & f g ipſi a c: at uerò b d eſt æqualis a c: erunt quatuor lineæ f k, & g h, & f g & K h, æquales. Sed & quatuor anguli f g K h ſunt recti: ut probatũ eſt prius, ergo f g k h, eſt quadratum per diffinitionem: quod eſt propoſitum.

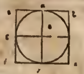


Euclid. ex Zamb. Problema 7. Propoſitio 7.

7 Circa datum circulum, quadratum deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ. Oportet iam circa ipſum α β γ δ circulũ quadratum deſcribere. Excitentur ipſius circuli α β γ δ duæ diametri ad angulos rectos adinuicem, ſintq; α γ &*

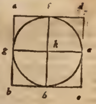
βδ: & per ſigna α, β, γ, δ, excitētur (per 17 tertij) rectæ lineæ tangētes circulū αβγδ, ſintq́; ζη, ηθ, θκ & κζ. Quoniā igitur recta linea ζη, ipſum circulū αβγδ, tangit in ſigno α, & ab ε, cētro in ipſum α, contactū coniungitur recta linea εα. anguli igitur qui ſunt ad α, ſunt recti (per 18 tertij) & ob id etiam anguli qui ad βγδ, ſigna, ſunt recti. Et quoniā angulus αεβ, rectus eſt, et angulus qui ſub εβη, quoq; rectus eſt: parallelus igitur eſt ηθ, ipſi αγ, (p 28 primi,) & ob id quoq; αγ, ipſi ζκ, parallelus eſt. Similiter quoq; iā oſtēdemus, quòd & utraque ipſarum ηζ, & θκ, ipſi βεδ, parallelus eſt: parallelogrāma igitur ſunt ηδ, ηγ, αη, ζβ, & βκ: æqualis igitur eſt ηζ, ipſi θκ, & ηθ, ipſi ζκ (per 34 primi.) Et quoniam æqualis eſt αγ, ipſi βδ, ſed αγ, utrique ipſarum ηθ et ζκ, eſt æqualis, & βδ, utriſque ipſarum ηζ, & θκ, eſt æqualis: utraque igitur ipſarum ηθ, & ζκ, utrique ipſarum ηζ, & θκ, eſt æqualis, æquilaterum igitur eſt θη, θκ, quadrilaterū. Dico quòd & rectangulū. Quoniā enim parallelogrammū eſt ηβ εα, & angulus αεβ, rectus eſt: rectus igitur eſt & qui ſub αηβ, eſt angulus, (per 34 primi) ſimiliter quoq; oſtēdemus quòd & qui ad θκζ, anguli conſiſtūt recti ſunt. Rectangulum igitur eſt, ipſum ζηθκ quadrilaterum, demonſtratum uerò quod & æquilaterum, quadratum igitur eſt, & circa αβγδ, circulum: deſcriptum eſt. Circa datū igitur circulum, quadratum deſcriptum eſt: quod oportebat facere.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

INtra quadratum aſſignatum, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit quadratum aſſignatum a b c d. Volo intra ipſum, deſcribere circulum. Hæc eſt quaſi cōuerſa 6. Diuido unūquodq; latus eius per ęqualia: a d quidem in puncto f, b a in pūcto g, c b in pūcto h, & d c in puncto e, & produco lineas e g & f h, ſecantes ſe in pūcto K: quem dico eſſe centrum circuli: erit enim f h ęquidiſtans & æqualis a b, per 33 primi, propter id quod a f, & b h ſunt æquales & æquidiſtantes. Similiter per eandem & d c, ipſi a b, & quia omnes medietates quatuor laterum ipſius quadrati ſunt adinuicem æquales, erūt per 34 primi quatuor lineę K e, K f, K g, & K h, ęquales: ergo per 9 tertij K, eſt centrum circuli quæſiti.



Euclid. ex Zamb. *Problema 8.* *Propoſitio 8.*

In dato quadrato, circulum deſcribere.

THEON ex *Zamb.* *Eſto datum quadratum αβγδ. Oportet iam in αβγδ, quadrato, circulum deſcribere, ſecetur (per 10 primi) utraque ipſarum αβ & αδ, biſariàm in εζ, ſignis, & per ε, utrique ipſarum αβ, & δγ (per 31 primi) parallelus excitetur εθ, & per ζ utrique ipſarum αδ, & βγ (per 31 primi,) parallelus excitetur ζκ. Parallelogrammum igitur eſt unumquodque ipſorum ακ, αζ, αθ, θδ, ακ, κγ, ζκ, & κδ, & eorum latera, uidelicet quæ ex oppoſito ſunt æqualia (per 34 primi,) & quoniam æqualis eſt αδ, ipſi αβ, & ipſius αδ, dimidium eſt αε, & ipſius αβ, dimidium eſt αζ, æqualis igitur eſt αε, ipſi αζ, quare & quæ ex oppoſito (per eandem) ſunt æquales, æqualis igitur eſt ζη, ipſi εη. Similiter quoque oſtendemus quòd & utraque ipſarum ηθ, & ηκ, utrique ipſarum ζη, & ηε, eſt æqualis. Quatuor igitur ηε, ηζ, ηθ, & ηκ, ſibi inuicem ſunt æquales, (per 1 cōmunem ſcientiam.) Centro igitur η, ſpatio uerò aut ηε, aut ηζ, aut ηθ, aut γη, circulus deſcriptus, tranſibit etiam per reliqua ſigna, & tanget αβ, βγ, γδ, & δα, rectas lineas: quoniam anguli qui ſunt ad ſigna εζθκ recti ſunt. Si enim circulus rectas lineas αβ, βγ, γδ, & δα, ſecat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos, introrſum ipſius circuli cadit, quod eſt impoßibile (per 16 tertij.) Centro igitur η, ſpatio autem aut ηε, aut ηζ, aut ζθ, aut ζκ circulus deſcriptus, ipſas rectas lineas αβ, βγ, γδ, & αδ non ſecat: tangit igitur eas, & in quadrato αβγδ, deſcriptus eſt. In dato quadrato igitur, & reliqua quæ ſequuntur, quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

CIrca aſſignatum quadratum, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit quadratū a b c d. Volo circa ipſum, circulum deſcribere, Hęc eſt quaſi cōuerſa 7. Protraho in ipſo duas diametros a c & b d, ſecātes ſe in pūcto e, quē dico eſſe cētrū circuli. Cū enim lineę a d, et a b, ſint ęquales: erūt per 5 primi anguli

anguli a d b,& a b d,æquales:& quia angulus totalis eſt rectus: erit (per 32 primi) uterq; eorum medietas recti: ſimili quoq; modo probabitur quemlibet partialium angulorum à prædictis diametris & lateribus quadrati propoſiti contentorum, eſſe medietatem recti. Quia igitur angulus e a d, eſt æqualis angulo e d a, erit per 6 primi, linea e a, æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b & e c, æqualis e d, quare quia quatuor lineæ e a, e b, e c, e d, ſunt æquales, erit per 9 tertij, e centrum circuli quæſiti, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propoſitio 9.*

9 Circa datum quadratum, circulum deſcribere.

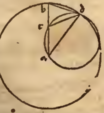
THEON ex Zamb. *Sit datum quadratum α β γ δ, oportet iam circa α β γ δ quadratum, circulum deſcribere. Coniunctæ rectæ lineæ α γ, & δ β, ſeſe inuicem ſecent in ε. Et quoniam æqualis eſt δ α ipſi α β, communis autem α γ, duæ igitur δ α, & α γ, duabus β α, et α γ, ſunt æquales, altera alteri, & baſis δ γ, (per 4 primi) baſi β γ, eſt æqualis: angulus igitur δ α γ, (per 8 primi) ei qui ſub β α γ eſt angulo æqualis eſt. Angulus igitur δ α β, bifariàm diuiſus eſt, per lineam α γ. Similiter iam oſtendemus quòd & unuſquiſq; angulorum qui ſunt ſub α β γ, β γ δ, & γ δ α, bifariàm diuiſus eſt per α γ, & δ β, rectas lineas. Et quoniam angulus δ α β, æqualis eſt angulo α β γ, & anguli δ α β, angulus ε α β, dimidium eſt, & anguli α β γ, dimidium eſt angulus ε β α: angulus igitur ε α β, angulo ε β α, eſt æqualis, quare (per 6 primi,) & latus ε α, lateri ε β, eſt æquale. Similiter iam oſtendemus quòd & utraq; ipſarum ε α & ε β, rectarum linearum, utriq; ipſarum ε α, & ε δ, eſt æqualis. Quatuor igitur ε α, ε β, ε γ, & ε δ, ſibi inuicem ſunt æquales. Centro igitur ε, ſpatio uerò aut ε α, aut ε β, aut ε γ, aut ε δ, circulus deſcriptus, tranſibit per reliqua ſigna, & erit deſcriptus circa α β γ δ, quadratũ deſcribatur ſicut α β γ δ. Circa datum igitur quadratum, circulus deſcriptus eſt: quod feciſſe oportuit.*



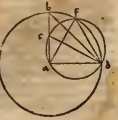
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 DVum æqualium laterum triangulum deſignare, cuius uterque duorum angulorum, quos baſis obtinet, reliquo duplus exiſtat.

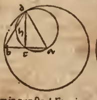
CAMPANVS. Intentio eſt deſcribere unũ triangulum duum æqualiũ laterum & tertij inæqualis, cuius uterq; angulorũ qui ſuper latus quod eſt reliquis inequale, exiſtunt ad tertiũ, duplus exiſtat. Ad hoc autem faciendum ſumatur linea quælibet quę ſit a b, quæ diuidatur ſecundum quod docet 11 ſecundi, in pũcto c, ita quod illud quòd fit ex a b, in b c ſit æquale quadrato a c. Factoq; puncto a centro, ſecundũ ipſius quantitatẽ deſcribatur circulus b d e, intra quẽ per primã huius coaptetur linea b d, æqualis lineæ a c, & producantur duæ lineæ d a, d c. Dico triangulũ a b d, eſſe qualis proponitur. Circunſcribatur circulus qui ſit d c a, per 5 huius: triãgulo d c a. Quia ergo linea d b, eſt æqualis lineæ a c, erit quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato lineæ b d, quare per ultimã tertij b d linea, eſt contingens circulum d c a, & per 31 eiuſdem, angulus c d b, eſt ęqualis angulo c a d. Poſito ergo communi angulo c d a, erit totus angulus b d a, æqualis duobus angulis c a d, c d a, ſed per 32 primi, angulus b c d, eſt æqualis eiſdem, quia extrinſecus ad ipſos, ergo b d a, eſt æqualis angulo b c d: & quia angulus a d b, eſt ęqualis angulo a b d, per 5 primi, eo quod latera a b & a d ſunt æqualia: erit angulus b c d, æqualis angulo c b d, ergo per 6 primi, linea c d, eſt æqualis lineæ b d, quare & lineæ c a, ergo per 5 primi, angulus c a d, eſt ęqualis angulo c d a. Quia ergo uterq; angulorum c d b, & c d a, eſt æqualis angulo c a d, erit totus angulus b d a, duplus ad angulum d a b, & ideò angulus a b d, ſibi æqualis, duplus eſt etiam ad angulum b a d: quod eſt propoſitum.

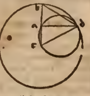


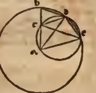
CAMPANI *additio*. Forſan dicet aduerſarius circulũ d c a, circũſcriptũ trigono partiali, ſecare circulũ b d e in aliquo pũcto arcus b d: ita quòd ſimul ſecabit lineã b d, unde ipſa nõ erit circulo applicata ſicut in demõſtratione ſupponitur, ſed ipſum ſecãs. Sit ergo ſi poſſibile eſt, ut ponit aduerſarius, & à pũcto b, ducatur ad ipſum circulũ minorẽ, cõtingẽs b f, & ducãtur lineæ f a, f d, eritq; p penultimã tertij, quod fit ex a b, in b c, ęquale quadrato, b f, ergo b f eſt æqualis



æqualis b d, quare per 5 primi, angulus b f d, eſt æqualis angulo b d f, & quia per 31 tertij, angulus b f a eſt æqualis angulo a d f, erit angulus b d f maior angulo a d f, quod eſt impoſſibile: cùm ipſe ſit pars eius. Aliter poſſumus illud refellere, & oſtendere quòd ille minor circulus nullo modo ſecabit lineam b d. Forſan enim diceret quòd ſecaret eam, non ſecando arcum d b, maioris circuli. Si enim poſſibile eſt quòd ſecet eam, ſit hoc in puncto h, eritq́ quod fit ex a b in b c, æquale ei quod fit ex d b, in b h. Monſtratum eſt enim ſupra penultimam tertij quòd ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato, quotlibet lineæ ſecantes ad circulum ducantur, quæ ſub totis & earum portionibus extrinſecis continentur, æqualia ſunt adinuicem: & quia quod fit ex a b, in b c, eſt æquale quadrato b d, quod eſt impoſsibile, per 2 ſecundi, quare conſtat propoſitum. Et nota quòd minor circulus neceſſariò ſecabit maiorem, & abſcindet ab eo arcum unum æqualẽ arcui b d, & maior abſcindet ſimiliter ab eodem unum arcum æqualem arcui d c. Quod ſic probatur. Si enim minor non ſecat maiorem, contingit ergo ipſum in puncto d. Et quia per 11 tertij circulorum ſe contingentium centra & punctus contactus ſunt in linea una, erit centrum minoris circuli in linea a d, propter hoc quod in ea eſt centrum maioris, & punctus contactus, ergo per 30 tertij angulus a c d, eſt rectus, quare & angulus a d b, eſt rectus, ſimiliter & angulus a b d, ſibi æqualis, eſt rectus: quod eſt impoſsibile per 32 primi. Secet ergo ipſum in punctis e d, dico arcum e d maioris, eſſe æqualem arcui d b, & arcum e d minoris eſſe æqualem arcui d c. Produco lineas d e, c e, & e a, eritq́ per 26 tertij, unuſquiſque quatuor angulorum qui ſunt d e c, c e a, d a c, & a d c, æqualis alij, propter id quod duo arcus d c, & c a, ſunt æquales per 22 eiuſdem, quare totalis angulus a e g, duplus eſt ad angulum b a d, & ideo æqualis utriq; angulorum a b d & a d b. Et quia angulus a e d eſt æqualis angulo a d e, per 5 primi, propter id quod a e & a d, ſunt æquales, à centro enim ad circumferentiam, erunt duo anguli e d, trianguli a e d ęquales duobus angulis d & b, trianguli a d b: ergo per 32 primi, reliquus angulus a unius, eſt æqualis reliquo angulo a alterius. Ergo per 25 tertij, arcus e d, maioris, eſt ęqualis arcui d b, & per eandem, arcus e d, minoris, eſt æqualis arcui d c, & hoc eſt quòd propoſuimus.



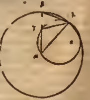




Euclid. ex Zamb. *Problema 10.* *Propoſitio 10.*

Iſoſceles triangulum conſtituere, habens unumquenq; eorum qui ad baſin ſunt angulorum duplum reliqui. 10

THEON ex Zamb. *Ponatur quædam recta linea α β, ſeceturq́; (per 11 ſecundi) in γ ſigno, ut ſub α β, & β γ. comprehenſum rectangulum æquum ſit ei quod fit ex γ α quadrato, & centro α, ſpatio uerò α β, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur β δ ε. Appliceturq́; in circulum β δ ε, ipſi α γ, rectæ lineæ quæ diametro ipſius β δ ε, maior non eſt circuli β δ ε, æqualis recta linea β δ, (per 1 quarti,) & connectantur α δ, & δ γ, deſcribaturq́; (per 5 quarti) circa α γ δ, triangulum, circulus α γ δ ſ. Et quoniam continetur ſub α β, & β γ, rectangulum æquum eſt ei quod fit ex α γ, quadrato, id enim receptũ eſt: æqualis autem eſt α γ, ipſi β δ, quod igitur continetur ſub α β, & β γ, æquum eſt ei quod fit ex β δ. Et quoniam extra circulum α γ δ ſ, ſuſcipitur ſignum aliquod β, & ab ipſo β, in circulum α γ δ ſ, ceciderunt duæ rectæ lineæ β γ α, & β δ & earum unà ſecat & altera incidit, & id quod continetur ſub α β, & β γ, æquum eſt ei quod fit ex β δ, igitur (per 37 tertij,) β δ, tangit circulum α γ δ ſ. Quoniam igitur β δ, tangit in δ, ſigno, ab ipſo autem δ, contactu ducta eſt δ γ, angulus igitur β δ γ, (per 32 eiuſdem,) æqualis eſt ei qui in alterno eſt circuli ſegmento, angulo qui ſub δ α γ. Quoniam igitur æqualis eſt angulus β δ γ angulo δ α γ, communis apponatur angulus γ δ α. Totus igitur angulus β δ α æqualis eſt duobus qui ſub γ δ α, & δ α γ, ſunt angulis. Sed eis qui ſunt ſub γ δ α, & δ α γ, æqualis eſt angulus exterior β γ δ, (per 32, primi,) & angulus igitur β δ α, æquus eſt angulo β γ δ. Sed angulus β δ α, ei qui ſub γ β δ,*



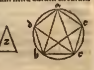
per

(per 5 primi) eſt æqualis, quoniam latus α δ (per 15 diffinitionem primi) lateri α β eſt æquale, quare & angulus δ β α (per 1 cõmunem ſcientiã) angulo β γ δ eſt æqualis. Tres igitur anguli β δ α, δ β α & β γ δ, ſibi inuicẽ ſunt æquales. Et quoniam æqualis eſt angulus δ β γ, angulo β γ δ, æquale eſt & latus β δ, lateri δ γ. Sed β δ, ipſi γ α eſt æqualis per hypotheſin, & α γ, igitur ipſi γ δ eſt æqualis. Quare & angulus γ δ α (per 5 primi) angulo δ α γ eſt æqualis. Igitur anguli qui ſunt ſub γ δ α & δ α γ, eius qui ſunt ſub γ α δ, dupli ſunt. Angulus autẽ ſub β γ δ, angulis qui ſunt ſub γ δ α, & δ α γ eſt æqualis. Et ãgulus igitur β γ δ, eius qui eſt ſub γ α δ, anguli duplus eſt. Aequalis autẽ eſt angulus β γ δ, utriq; ipſorũ ſub β δ α, & δ β α angulorũ. Et uterq; igitur eorũ qui ſunt ſub β δ α, & β δ α, angulorũ, eius qui eſt ſub δ α β, duplus eſt. Iſoſceles igitur triangulum conſtitutum eſt α β δ, habens unumquenque eorum qui ad baſin δ β ſunt angulorũ, duplicem reliqui: quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 11.

11 INtra datum circulum, æquilaterum atque æquiangulum pentagonum deſcribere.

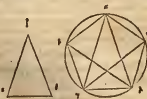
CAMPANVS. Sit datus circulus a b c, uolo intra ipſum deſcribere pentagonum unum æquilaterum atque æquiangulum. Deſigno triangulũ unum qualem præmiſſa proponit, qui ſit z, cui alium æquiangulum intra datum circulum deſcribo, ſicut docet 2 huius, qui ſit a b c, ſitq; uterque angulorum a b c & a c b, duplus ad angulum c a b. Vtrũque eorum diuido per æqualia, ductis lineis b e, & c d, eruntq; per 25 tertij, quinque arcus, in quos quinque puncta a d b c e, diuidũt circulum, adinuicẽ æquales, propter id quód quinque anguli qui in dictos arcus cadunt, ſunt adinuicẽ æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ ſunt a d, d b, b c, c e, & e a, erit pẽtagonus a d b c e inſcriptus dato circulo, qualis proponitur. Eſt enim æquilaterus, per 28 tertij, cũ quinq; arcus, quorum eius quinque latera ſunt, chordæ ſint adinuicẽ æquales. Et etiã æquiangulus per 26 eiuſdem, eó quód quinque arcus d a e, a e c, c c b, c b d, & b d a, in quos anguli ipſius pentagoni cadũt, ſunt adinuicem æquales. Sicq; conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 11. Propoſitio 11.

11 In dato circulo pentagonum æquilaterũ & æquiangulũ deſcribere.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam in α β γ δ ε, circulo, pentagonum æquilaterũ & æquiangulũ deſcribere. Sumatur (per 14) triangulum iſoſceles, ſitq; illud ζ η θ, duplum habens unumquenque eorum qui ſunt ad η θ angulorũ, reliqui, hoc eſt eius qui eſt ad ζ. Et deſcribatur (per 2 quarti) in circulo α β γ δ ε, triangulo ζ η θ, æquiangulum triangulum α γ δ. Ita ut angulo qui ad ζ, angulus qui ſub γ α δ, fiat æqualis, & uterque eorum qui ſub α γ δ & γ δ α, ſunt angulorum, utrique eorum angulorum qui ad η, & θ fiat æqualis, & uterque igitur eorum qui ſunt ſub α γ δ, & γ δ α, eius qui eſt ſub γ α δ, duplus eſt. Secetur (per 9 primi) uterque eorum qui ſunt ſub α γ δ, & γ δ α, angulorum, biſariàm per γ ε, δ β, rectas lineas, & coniungantur α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α. Quoniam igitur uterque angulorũ qui ſunt ſub α γ δ, & γ δ α, eius qui ſub γ α δ, eſt anguli duplus eſt, & diſſecti ſunt biſariàm per rectas lineas γ ε, & δ β, quinque igitur anguli qui ſunt ſub δ α γ, α γ ε, ε γ δ, γ δ β, & β δ α, ſibi inuicẽ ſunt æquales. Sed anguli æquales, in æqualibus circunferentijs conſiſtunt (per 26 tertij) quinque igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, ſibi inuicem ſunt æquales. Sed æqualibus circunferentijs (per 29 eiuſdem) æquales rectæ lineæ ſubtenduntur: quinq; igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, ſibi inuicem ſunt æquales: æquilaterũ igitur eſt pentagonũ α β γ δ ε. Dico iam quód & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α β, circunferentiæ δ ε, eſt æqualis, cõmunis apponatur β γ δ: tota igitur circunferentia α β γ δ, toti circunferentiæ ε δ γ β eſt æqualis, & conſiſtit quidem ſuper α β γ δ circũferentia, angulus α ε δ, & ſuper ε δ γ β, circunferentia, conſiſtit angulus β α ε: & angulus igitur qui ſub β α ε, qui ſub α ε δ, eſt angulo, æqualis eſt, & ob id unuſquiſque eorum qui ſunt ſub α β γ, & β γ δ, & γ δ ε, angulorum, unicuique eorum qui ſunt ſub β α ε, & α ε δ, angulorum eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt pentagonum α β γ δ ε: oſtenſum autem eſt quód & æquilaterum. In dato circulo igitur pentagonũ æquilaterũ & æquiangulum deſcriptum eſt: quod facere oportebat.



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.

Circa propoſitum circulum, pentagonum æquilaterum atque æquiangulum deſignare.

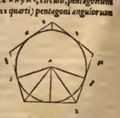
Campanvs. Sit propoſitus circulus a b c, cuius centrum f. Volo circa ipſum deſignare pentagonum, æquilaterum atque æquiangulum. Supra circũferentiam ipſius circuli (quaſi ſecundum doctrinam præmiſſæ ſibi inſcripſiſſem pentagonum) quinque puncta angularia notabo, quæ ſint a d b c e, ad quæ à centro ducam lineas f a, f d, f b, f c, f e, & ab eiſdem punctis educam perpendiculares ad iſtas lineas in utranque partem, quouſque concurrant in punctis g h K l m, eruntq́ hæ lineæ contingentes circulum, per correlarium 15 tertij. Et ad iſta puncta concurſus, ducam à centro lineas f g, f h, f K, f l, f m. Et quia monſtratum eſt ſuper penultimam tertij, quòd ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato duæ lineæ contingentes ad ipſum circulum ducantur, quod ipſæ erunt æquales, erit linea g a æqualis lineæ g d, & h d, ipſi h b, & ſic de cæteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulũ, ſunt adinuicem æquales, erũt per 26 tertij, quinque anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, cõſiſtentes ſuper hos arcus in centro f, ſibi inuicem æquales. Sunt autem duo latera a g, & f a, æqualia duobus lateribus d g & f d, trianguli f g d, & latus g f commune ergo per 8 primi, duo anguli eorũ qui ſunt ad f, itemq́ duo anguli qui ſunt a g, ſunt ad inuicem æquales: eadem ratione duo anguli qui ſunt ad f, in triangulis d f h, & h f b, itemq́ duo qui ſunt ad h, ſunt adinuicem æquales. Similiter quoq́ ſinguli trium reliquorum angulorum qui ſunt b f c, c f e, e f a: & ſinguli triũ qui ſunt K l m, diuidantur per æqualia, primi quidem per lineam f K, ſecundi per lineam f l, tertij uerò per lineã f m. Et quia hi tres anguli qui ſunt b f c, c f e, e f a, ſunt ſibi inuicem æquales, & alijs duobus qui ſunt a f d, & d f b, æquales: erunt eorum dimidia quæ ſunt decem anguli facti in centro f, adinuicẽ æqualia. Quia igitur duo anguli a & f, ſunt æquales duobus angulis a & f, trianguli m a f, & latus a f, commune erit per 26 primi, angulus g unius, æqualis angulo m alterius, & latus g a æquale lateri a m. Eadem ratione erit angulus g m, triangulo g f d, æqualis angulo h, in triangulo d f h, & latus g d æquale lateri d h. Quare quia g a eſt dimidium g m, & g d dimidium g h, & g a & g d ſunt æqualia, erunt per communem ſcientiam g m & g h, eorum dupla, æqualia. Similiter quoque probabimus g m, eſſe æquale m l & m l, ipſi l K, & l K, ipſi K h, quare pentagonus g h K l m eſt æquilaterus. Sed & æquiangulus. Cùm enim duo anguli qui ſunt ad g, ſint adinuicẽ æquales, & duo qui ſunt ad m, ſimiliter adinuicem æquales, & g partialis ſit æqualis m partiali (utcunq́ enim probatum eſt prius) erit per eandẽ cõmunem ſcientiam g totalis, æqualis m totali, & eadẽ ratione probabis æqualitatem in cæteris angulis, quare eſt æquiangulus. Sicq́ conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema* 12. *Propoſitio* 12.

Circa datum circulum, pentagonum æquilaterũ & æquiangulum deſcribere. 12

Theon *ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam circa α β γ δ ε, circulũ, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Intelligantur deſcripti (per 11 quarti) pentagoni angulorum ſigna α β γ δ ε, ita ut (per præcedentem) α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, circunferentiæ ſint æquales, & per α β γ δ ε, excitatæ ſint (per 17 tertij) ipſum circulum tangentes rectæ lineæ, η θ, θ κ, κ λ, λ μ, & μ η. Sumatur centrum circuli α β γ δ ε, ſitq́ (per primam tertij) & connectantur rectæ lineæ ζ β, ζ κ, ζ γ, ζ λ, & ζ δ. Et quoniam κ λ, recta linea circulum ipſum α β γ δ ε, tangit in ſigno γ, & à centro ζ, in ipſum γ, contactum ducta eſt ζ γ, igitur (per decimamoctauam tertij) ζ γ, ſuper κ λ, perpendicularis eſt, rectus igitur eſt uterque eorum qui ad γ ſunt angulorum. Et per hoc, anguli qui ſunt ad δ β, ſigna recti ſunt. Et quoniam angulus qui ſub ζ γ κ, rectus eſt, quod fit igitur ex ζ κ, æquum eſt eſt eis quæ fiunt ex ζ γ, & γ κ, (per quadrageſimam ſeptimam primi) & per hoc, eis etiam quæ fiunt ex ζ β, & β κ, æquum eſt id quod fit ex ζ κ, (per eandem.) Quæ ſunt igitur ex ζ γ, & γ κ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β κ, ſunt æqualia, quorum quod fit ex ζ γ, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod fit ex γ κ, reliquo quod fit ex β κ eſt æquale, æqualis igitur eſt β κ, ipſi γ κ. Et quoniam æqualis eſt ζ β, ipſi ζ γ, & communis ζ κ.*

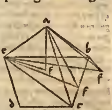


duæ

duæ igitur β κ, & ζ κ, duabus γ ζ & ζ κ ſunt æquales. Et baſis β κ, baſi γ κ eſt æqualis. Angulus igitur β ζ κ (per 8 primi) angulo κ ζ γ eſt æqualis: & angulus β κ ζ (per 4 primi) angulo ζ κ γ. Duplus igitur eſt angulus β ζ γ, eius qui ſub κ ζ γ eſt anguli. & angulus β κ γ, eius qui eſt ſub ζ κ γ. Et ob id iam & angulus γ ζ δ, eius qui eſt ſub γ ζ λ duplus eſt: & angulus δ λ γ, eius qui ſub ζ λ γ. Et quoniam circunferentia β γ æqualis eſt circunferentiæ γ δ, æqualis eſt (per 27 tertij) angulus β ζ γ angulo γ ζ δ: & angulus quidem β ζ γ, eius qui eſt ſub κ ζ γ duplus eſt: & qui ſub δ ζ γ, eius qui ſub λ ζ γ: angulus igitur κ ζ γ angulo λ ζ γ eſt æqualis. Duo igitur iam triangula ſunt ζ κ γ & ζ λ γ: duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale (per 26 primi) & eorum commune ζ γ, ſcilicet quod commune ipſis eſt: & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur eſt κ γ recta linea ipſi γ λ, & angulus ζ κ γ angulo ζ λ γ. Et quoniã æqualis eſt κ γ ipſi γ λ: dupla igitur eſt κ λ ipſius κ γ: & per hoc etiam oſtendetur, quòd θ κ, ipſius β κ dupla eſt. Et quoniam oſtenſum eſt, quòd β κ ipſi κ γ eſt æqualis, & κ λ ipſius κ γ dupla eſt, & θ κ ipſius β κ: igitur θ κ ipſi κ λ eſt æqualis. Similiter iam oſtendetur, quòd unaquæq; ipſarum γ θ, γ μ, & μ λ, unicuiq; ipſarum θ κ & κ λ eſt æqualis: æquilaterum igitur eſt pentagonum ε θ κ λ μ. Aio etiam quòd et æquiangulum. quoniam æqualis eſt angulus ζ κ γ angulo ζ λ γ, & oſtenſum eſt ipſius quidem anguli ζ κ γ duplum eum eſſe qui eſt ſub θ κ λ, eius autem qui eſt ſub ζ λ γ duplum eum eſſe qui eſt ſub κ λ μ: angulus igitur qui eſt ſub θ κ λ, angulo qui eſt ſub κ λ μ eſt æqualis. Similiter iam oſtendetur etiam quòd unuſquiſq; eorum qui ſunt ſub κ θ ε, & θ ε μ, & ε μ λ, unicuiq; eorum qui ſunt ſub θ κ λ, & κ λ μ eſt æqualis. Quinq; igitur anguli qui ſunt ſub ε θ κ, θ κ λ, κ λ μ, λ μ ε, & μ ε θ, ſibi inuicem ſunt æquales. Aequiangulum igitur eſt pentagonum ε θ κ λ μ: oſtenſum autem eſt quòd & æquilaterum: & deſcriptum eſt circa circulum α β γ δ ε: quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

13 INtra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum aſſignatum, circulum deſcribere.



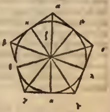
CAMPANVS. Sit aſſignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non eſt neceſſarium, hoc eſt poſſibile) a b c d e. Volo ei inſcribere circulum. Hæc eſt quaſi conuerſa 11. Duos eius propinquos angulos qui ſunt a & e, diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f, donec concurrãt in puncto f intra ipſum pẽtagonum, quem dico centrũ eſſe circuli. Concurrent enim propter id quòd dimidium totalis anguli a & ſimiliter totalis anguli e, minus eſt angulo recto. Si enim intra pentagonum non concurrent, aut extra ipſum pentagonum, aut in latere pentagoni, aut in eius angulo qui utriq; angulorum diuerſorum opponitur. Concurrant ergo primò extrà in puncto f, & ducatur linea b f. Et quia duo latera e a, & a f, trianguli e a f ſunt æqualia duobus lateribus b a & a f trianguli b a f, & angulus a unius angulo a alterius, erit per 4 primi, baſis e f æqualis baſi f b, & quia angulus a partialis eſt æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi, f a æqualis f e: quare f a eſt æqualis f b: ergo per 6 primi, duo anguli b totalis & a partialis, ſunt æquales. Quare a partialis eſt æqualis uel maior a totali, quod eſt impoſſibile. Concurrant ergo in puncto f ſuper latus b c: eritq; arguendo per præmiſſas, & præmiſſo modo angulus a partialis, æqualis angulo a totali, quod eſt impoſſibile. Quòd ſi forſitan concurrant in angulo c: erit per eaſdem & eodem modo c b æqualis c a, & ideo adhuc ut prius angulus a partialis, æqualis angulo a totali. Quod quia eſſe non poteſt: ſit ergo punctus concurſus qui eſt f, intra pentagonum: à quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ ſint f g, f h, f k, f l, f m: & ad duos eius angulos propinquos altrinſecus angulis per æqualia diuiſis, qui ſunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, trianguli a f m ſunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, & latus a f commune: erit per 26 primi, f m æqualis f g. Per eandem quoque probabis f l æqualem f m, ſumptis duobus triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus a l & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per quartam primi, angulus b partialis, æqualis angulo e partiali: & quia b totalis ęqualis eſt e totali, & e totalis diuiſus eſt per æqualia, erit etiam b totalis diuiſus per æqualia. Eodem modo probabis d totalem diui-



ſum per æqualia, propter æqualitatem d partialis & a partialis: ſumptis triangulis e a f & e d f. Quia ergo duo anguli g & b trianguli g f b ſunt æquales duobus angulis h & b trianguli h f b, & latus f b commune, erit per 26 primi, f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualem f l: ſumptis triangulis l f d, k f d. Quoniam igitur quinq; lineæ f g, f h, f k, f l, & f m ſunt æquales, erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum deſcribemus ſecundum quãtitatem unius earum: & tanget omnia latera pẽtagoni, propter æqualitatem linearum: & nullum eorum ſecabit, per primam partem 15 tertij: ſicq; conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Problema 13. Propoſitio 13.

In dato pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribere. 13



THEON ex Zamb. Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum αβγδε: oportet iam in pentagono αβγδε, circulum deſcribere. Secetur (per 9 primi) uterq; eorum qui ſunt ſub βγδ & γδε angulorum biſariàm, per rectas lineas γζ & ζδ: & ab ζ ſigno in quo concurrunt ad inuicem ipſæ rectæ lineæ γζ & δζ: coniungantur rectæ lineæ ζβ, ζα, & ζε. Et quoniam æqualis eſt βγ ipſi γδ, communis autem γζ: duæ iam βγ & γζ, duabus δγ & γζ ſunt æquales: & angulus βγζ, angulo δγζ eſt æqualis: baſis igitur βζ (per 4 primi) baſi δζ eſt æqualis: & triangulum βγζ triangulo δγζ æquale: & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus γβζ, angulo γδζ. Et quoniam angulus γδε, eius qui ſub γδζ eſt anguli, duplus eſt: æqualis autem eſt angulus γδε ei qui ſub αβγ eſt angulo, & angulus γδζ angulo γβζ: angulus igitur γβα anguli γβζ duplus eſt: æqualis igitur eſt angulus αβζ, angulo ζβγ. Angulus igitur αβγ, biſariàm diuiſus eſt per βζ rectam lineam. Similiter quoq; oſtendetur quod & uterque eorum qui ſunt ſub βαε & αεδ angulorum, biſariàm diuiſus eſt per utranque rectarum linearum ζα & ζε. Excitentur (per 12 primi) ab ζ ſigno in αβ, βγ, γδ, δε, & εα rectas lineas perpendiculares ζη, ζθ, ζκ, ζλ, & ζμ. Et quoniam æqualis eſt angulus θγζ angulo κγζ: eſt autem angulus ζθγ rectus, angulo ζκγ recto æqualis: duo iam ſunt triangula ζθγ & ζκγ duos angulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum commune enim eorum ζγ ſubtenſum ſub uno æqualium angulorum: & reliqua igitur latera reliquis lateribus (per 26 primi) æqualia habebunt: æqualis igitur eſt perpendicularis ζθ: ipſi ζκ perpendiculari. Similiter quoque oſtendetur, quòd & unaquæque ipſarum ζλ, ζμ & ζη, unicuique ipſarum ζθ & ζκ eſt æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζη, ζθ, ζκ, ζλ, & ζμ, ſibijnuicem ſunt æquales. Centro igitur ζ, ſpatio uerò aut ζη aut ζθ aut ζκ aut ζλ aut ζμ, circulus deſcriptus: per reliqua quoque ueniet ſigna. Et tanget rectas lineas αβ, βγ, γδ, δε, & εα (per correlarium 16 tertij) quoniam anguli qui ſunt ad η, θ, κ, λ, μ, ſigna recti ſunt. Si enim non tanget eas, ſed ſecabit: continget quòd à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipſum circulum cadet: quod eſſe impoßibile oſtenſum eſt (per 16 tertij.) Igitur centro ζ, ſpatio uerò uno ipſorum η, θ, κ, λ, μ, ſignorum deſcriptus circulus, rectas lineas αβ, βγ, γδ, δε, & εα minime ſecabit: tanget igitur eas (per correlarium 16 tertij) deſcribatur ſicut ηθκλμ. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo, circulus deſcriptus eſt: quod facere oportebat.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

CIrca datum pentagonum quod ſit æquilaterum atq; æquiangulum, circulum deſcribere. 14



CAMPANVS. Sit ut prius, datus pentagonus, æquilaterus atq; ęquiãgulus (quia de alijs nõ eſt neceſſariũ hoc eſſe poſſibile) a b c d e: uolo circa ipsũ deſcribere circulũ. Hæc eſt quaſi cõuerſa 12. Duos eius propinquos angulos, qui ſunt a & e, diuido per æqualia, ductis lineis a f & f e quouſq; concurrant intra ipſum pentagonum in puncto f: concurrent enim & intra pentagonum, ut probatum eſt in præmiſſa. Et à puncto concurſus, duco ad reliquos angulos, lineas quæ ſint f h, f c, f d: & quia duo latera a f & a b trianguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus

a f & a

a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis eſt æqualis a totali, & e totalis diuiſus eſt per æqualia: erit ſimiliter b totalis diuiſus per æqualia. Hoc quoq; modo probabis utrunq; angulorum c & d, diuiſum eſſe per æqualia: & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, eſſe æquales: quare per 9 tertij erit centrum circuli. Sicq; patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 14.* *Propoſitio 14.*

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum deſcribere.

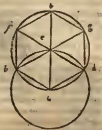


THEON *ex Zamberto.* *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam circa pentagonum α β γ δ ε, circulum deſcribere. Secetur iam (per 9 primi) uterq; eorum qui ſunt ſub β γ δ & γ δ ε angulorum biſariàm, per utranq; ipſarum γ ζ & δ ζ. Et à ζ ſigno in quo concurrunt ipſæ rectæ lineæ, ad ſigna β, α, ε, coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α & ζ ε. Similiter præcedenti oſtendetur, quod & unuſquiſq; eorum qui ſunt ſub γ β α, β α ε & α ε δ angulorum, biſariàm ſecatur per unamquanq; ipſarum ζ β, ζ α, & ζ ε rectarum linearum. Et quoniam æqualis eſt angulus β γ δ angulo γ δ ε, & anguli β γ δ dimidium eſt angulus ζ γ δ: anguli autem γ δ ε dimidiū eſt angulus γ δ ζ: & angulus ζ γ δ igitur angulo ζ δ γ eſt æqualis. Quare & latus ζ γ, lateri ζ δ eſt æquale. Similiter iam oſtendetur, quod & unaquæq; ipſarum ζ β, ζ α, ζ ε, utriq; ipſarum ζ γ & ζ δ eſt æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ & ζ ε, ſibiinuicem ſunt æquales. Centro igitur ζ, & ſpatio aut ζ α aut ζ β aut ζ γ aut ζ δ aut ζ ε, circulus deſcriptus: ueniet per reliqua ſigna, & deſcriptus erit circa α β γ δ ε pentagonum, quod æquilaterum & æquiangulum eſt. Deſcribatur, & ſit α β γ δ ε. Circa datum igitur pentagonum quod eſt æquiangulum & æquilaterum, circulus deſcriptus eſt: quod facere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 INtra propoſitum circulum, hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum deſcribere.

Ex hoc itaq; manifeſtum eſt, quòd latus hexagoni, æquū eſt dimidio diametri circuli cui inſcribitur.



CAMPANVS. Sit propoſitus circulus a b c d: cuius centrum e, uolo ſibi inſcribere hexagonum æquilaterum atque æquiangulum. Produco diametrum a e c, & ſecundum quantitatem ſemidiametri e c, facto centro puncto c, deſcribo circulum e b d, ſecantem priorem in duobus punctis b, d: à quibus produco duos diametros in circulo primo, quæ ſint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo ſex lineis quæ ſunt a f, f b, b c, c d, d g, & g a: quas dico continere hexagonum quæſitum. Erit enim ut demonſtrat prima primi, uterque triangulorum b e c, c e d, æquilaterus: quare & æquiãgulus per 5 eiuſdem: ergo per 32 primi, duo anguli b e c & c e d, cum uno æquali uni eorū, ſunt æquales duobus rectis: propter id quòd quiſque eorū eſt tertia duorum rectorum: ſed ipſi per 13 eiuſdem, cum angulo d e g, ſunt æquales duobus rectis: ergo angulus d e g, eſt æqualis utriq; eorum: quare per 15 eiuſdem, ſex anguli qui ſunt ad e, ſunt adinuicē æquales: ergo per 25 tertij, arcus in quos cadunt, ſunt æquales: quare & eorum chordæ per 28 eiuſdem, quæ ſunt latera ipſius hexagoni. Aequilaterus igitur eſt. Sed & æquiangulus per 26 tertij, propter id quod ſex arcus in quos angularia puncta hexagoni diuidunt circulum: bini & bini ſumpti ſunt adinuicem æquales, ut arcus a f b, arcui f b c: & ideo angulus f, qui conſiſtit in primo, eſt æqualis angulo b qui conſiſtit in ſecundo, idem in cæteris, quare conſtat propoſitum.

Correlarium ex hoc patet, quòd dimidium diametri & latus hexagoni, ſunt latera eiuſdem trianguli æquilateri, ut e c & c b & c d.

CAMPANI *additio.* Et nota quòd non proponitur circa propoſitum circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſignare. Nec intra talem hexagonum aut circa talem circulum deſcribere quemadmodum fecit de triangulo, quadrato, & pentagono: non quia non ſit neceſſarium hoc eſſe poſſibile: ſed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo, & in omni figura æquilatera atq; æquiangula quæcunq; fuerit. Vnde quamcunque figuram æquilateram & æquiangulam ſcimus circulo inſcribere: eandem circulo, extra & circulum ſibi intrà & extrà, iiſdem medijs, per quæ hoc in pentagono fecimus, deſcribemus. Nota etiam quòd omnis figura æquilatera circulo inſcripta aut circunſcripta eſt etiam neceſſariò æquiangula: de inſcripta patet per 27 & 26 tertij ſumptis arcubus circuli: quibus latera inſcriptæ figuræ chordæ ſunt, binis & binis. In hos enim arcus, ipſius figuræ anguli cadunt. De circumſcripta autem ductis à circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contactus, facile probabis, ſi plenè intellectæ demonſtrationi 13 huius diligens intellectus acceſſerit: erit enim, ut omnes ipſius figuræ angulos, lineæ à centro uenientes per æqualia diuidant: ſumptis itaq; quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum, & cum duobus ad eorum extremitates à centro uenientibus: duos triangulos ab eis contentos, æquiangulos adinuicem per 4 primi eſſe probabis. Sicq; faciendo de omnibus, patebit eos eſſe æquiangulos per hanc communem ſcientiam, quorum dimidia ſunt æqualia, tota quoq; eſſe æqualia.

Euclid. ex Zamb. *Problema 15.* *Propoſitio 15.*

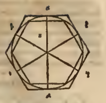
In dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 15



THEON ex Zam. *Sit datus circulus αβγδεζ: oportet iam in dato circulo αβγδεζ: hexagonū æquilaterū æquiangulūq; deſcribere. Excitetur ipſius αβγδεζ circuli dimetiens, ſitq; illud αδ. Sumaturq; (per 1 tertij) centrum circuli: ſitq; illud η, & centro δ, ſpatio uerò δη (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur γηεθ: & coniunctæ rectæ εη & γη extendatur in β, ζ, ſigna, et connectantur αβ, βγ, γδ, δε, εζ, ζα. Dico quòd αβγδεζ: hexagonum æquilaterum eſt & æquiangulum. Quoniam enim η ſignum, centrum eſt circuli αβγδεζ, æqualis eſt (per diffinitionem 15 primi) ηε ipſi ηδ. Rurſus quoniam δ ſignum, centrum eſt circuli γηεθ, æqualis eſt (per eandem) δε ipſi δη. Sed ηε ipſi εδ oſtenſum eſt quòd eſt æqualis. Igitur ηε, ipſi εδ eſt æqualis (per 1 communem ſententiam.) Aequilaterum igitur eſt εηδ triangulum: et tres igitur eius anguli, εηδ, ſcilicet, ηδε & δεη, ſibiinuicem ſunt æquales. Quoniam (per 5 primi) iſoſceliū triangulorū anguli qui ad baſin ſibijnuicem ſunt æquales, & trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi) angulus igitur εηδ, duorum rectorū tertiū eſt. Similiter quoque oſtēdemus, quòd & angulus δηγ, duorū rectorū tertium eſt. Et quoniā recta linea γη ſuper εβ ſtans (per 13 primi) utrobique angulos εηγ & γηβ duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus γηβ, tertiū eſt duorū rectorum: anguli igitur εηδ, δηγ & γηβ, ſibijnuicem ſunt æquales. Quare anguli qui ad uerticem, hoc eſt, βηα, αηζ & ζηε, eiuſdem εηδ, δηγ & γηβ ſunt æquales (per 15 primi.) Sex igitur anguli εηδ, δηγ, γηβ, βηα, αηζ, & ζηε, ſibijnuicem ſunt æquales. Aequales autem anguli, ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtunt (per 26 tertij.) Sex igitur circunferentiæ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, & ζα, ſibijnuicem ſunt æquales. At ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur (per 29 eiuſdem.) Sex igitur rectæ lineæ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, & ζα, ſibijnuicem ſunt æquales: æquilaterum igitur eſt αβγδεζ hexagonum. Aio quoque quòd & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia αζ æqualis eſt circunferentiæ εδ: communis apponatur circunferentia αβγδ. Tota igitur ζαβγδ, toti εδγβα eſt æqualis. Et ſuper circunferentia ζαβγδ, conſiſtit angulus ζεδ: ſuper autem εδγβα circunferentia, conſiſtit angulus αζε. Aequalis igitur eſt angulus αζε, angulo δεζ. Similiter quoque oſtendetur quòd & reliqui anguli ipſius αβγδεζ hexagoni, hoc eſt, unuſquiſque eorum qui ſunt ſub ζαβ, αβγ, βγδ, & γδε, unicuique eorum qui ſunt ſub αεζ & ζεδ angulorum, ſunt æquales. Aequiangulum igitur eſt hexagonum αβγδεζ. Oſtenſum autem eſt quòd & æquilaterum, & deſcriptum eſt in circulo αβγδεζ. In dato circulo igitur αβγδεζ: hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcriptum eſt: quod facere oportebat.*

ἰσοσκελῶν

CORRELA-

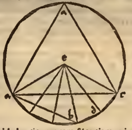


CORRELARIVM. *Hinc manifeſtum eſt quòd hexagoni latus ei qui eſt ex centro circuli eſt æquale: & ſi per ſigna a, b, γ, d, ε, ſ, circulum tangentes ducamus rectas lineas: deſcribetur circa circulum, hexagonum æquilaterum & æquiangulum conſequenter ex prædictis in pentagono. Et inſuper per ea quæ ſimiliter in pentagono dicta ſunt, in dato hexagono circulum deſcribemus & circunſcribemus: quod facere oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.

16 INtra datum circulum, quindecagonum æquilaterum atq; æquiangulum deſignare. Deinde circa quemlibet circulum aſſignatum, qui decagonum æquilaterum atq; æquiangulum, atq; intra datum quindecagonum, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b cuiuolo ſibi inſcribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum, deinde etiam circunſcribere, atq; intra talem quindecagonum propoſitum, circulum deſcribere. Non proponit autem circa talem quindecagonum, circulum deſcribere: quia hoc ſatis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam ſecundæ huius, protraho latus trianguli æquilateri, quod ſit a c, & iuxta doctrinam 11 huius latus pentagoni æquilateri atque æquianguli, quod ſit a b. Et quia arcus a c, eſt totius circunferentiæ tertia, cuius arcus a b eſt quinta, erit ſuperfluum inter eos quod eſt arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, uel duæ quintæ arcus a c, ſiue duæ quintædecimæ totius circunferentiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintam in duabus tertijs ipſius quintæ, uel in duabus quintis ipſius tertiæ, ſiue in duabus quintiſdecimis totius. Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui eſt 15. eius enim tertia quæ eſt 5, excedit eius quintam que eſt 3 in duabus unitatibus quæ ſunt duæ tertiæ ipſius ternarij qui eſt quinta, uel duæ quintæ ipſius quinarij qui eſt tertia, ſiue duæ quintędecimæ ipſius 15 qui eſt totum. Diuiſo igitur arcu b c per æqualia in d, patet utrunq; duorum arcuum c d, & d b, eſſe tertiam arcus a b, uel quintam arcus a c, ſiue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtenſis igitur eis chordis c d, & d b, coaptatiſq; continuè intra datum circulum ſibi æqualibus per primam huius, complebitur figura propoſita. Cętera uerò duo quę proponit cum tertio quod dat intelligere, uidelicet quindecagonum circulo circunſcribere, ac circulum quindecagono inſcribere, ac etiam circunſcribere: ex duodecima, decimatertia & decimaquarta huius plenè intellectis facilè perficies.



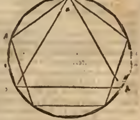
CAMPANI *additio.* Et nota quòd quamcunq; figuram æquilateram circulo ſcimus inſcribere: duplo plurium laterum circulo ſcimus inſcribere & circunſcribere, & ipſi circulum. Diuiſis enim arcubus, quibus latera eius quę ſcitur inſcribi ſubtenduntur, per ęqualia, & à punctis medijs ad extremitates laterum ipſius figurę ductis lineis, fiet intra circulum figura duplo plurium laterũ quę erit æquilatera per 28 tertij: ergo & æquiangula. Hoc enim demonſtratũ eſt, ſupra 15 huius, quòd omnis figura ęquilatera circulo inſcripta eſt etiã æquiãgula. Et quia hãc circulo ſcimus inſcribere, ſciemus cætera tria per duodecimam, decimatertiam & decimam quartam huius. Quia igitur ſcimus inſcribere triangulum æquilaterum, ſciemus per hoc & hexagonum, & per hexagonum, dodecagonum, ac per dodecagonum figuram uigintiquatuor laterum, & ſic in infinitum duplando. Et licet per triangulum poſſit, ut diximus, inſcribi hexagonus: poſuit tamen huius propriam demonſtrationem, ex qua ſequitur potiſſimum perutile. Et ſimiliter quia ſcimus & inſcribere quadratum, ſciemus per hoc inſcribere omnem figuram, cuius laterum numerus eſt pariter par: per pentagonum quoq; ſciemus decagonum & figuram 20 laterum: ſicq; continuè duplando. Idem quoq; intellige de quindecagono, per ipſum enim ſcientur figurę 30 & 60, & omnium continuè duplatorum laterum. Cæterarum autem figurarum, de quibus iſta non docet,

uel quę per has non habentur: difficilis eſt ſcientia & parum utilis, ut ſunt heptagona, ennagona, hendecagona. Quòd ſi ſciemus triangulum duum æqualium laterum deſignare, cuius uterque angulorum ad baſin triplus eſſet ad reliquum, ſciremus heptagonum, ut ſupra pentagonum circulo inſcribere: quòd ſi uterq; quadruplus eſſet ad reliquum, ſciremus nonagonum: & ſi quintuplus, hendecagonum. Idemq; in cæteris figuris imparium laterum, poſito utroq; angulorum ad baſin multiplici ad reliquum, per eum numerum qui eſt medietas maximi paris ſub impari numero laterum ipſius figuræ contenti.

Euclid. ex Zamb. *Problema 16.* *Propoſitio 16.*

In dato circulo, quindecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 16

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ: oportet iam in α β γ δ circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Deſcribatur in circulo α β γ δ, trianguli æquilateri latus α γ, pentagoni uerò æquilateri latus α β in arcu α γ. Qualium igitur eſt circulus α β γ δ, æqualium ſegmentorum quindecim: talium quidem circunferentia α β γ, tertium exiſtens ipſius circuli, erit quinq;. Circunferentia autem α β, exiſtens quintum circuli, erit trium: reliqua igitur β γ, duorum æqualium. Secetur (per 30 tertij) β γ, biſariam in ε: utraq; igitur ipſarum β ε, & ε γ, circunferentiarum, quintumdecimum erit ipſius α β γ δ, circuli. Si igitur coniungentes rectas lineas β ε, & ε γ, ipſis æquales in continuum rectas lineas (per 1 quarti) coaptemus in circulum α β γ δ: erit in eo deſcriptum quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: quod facere oportebat. Similiter autem ut in pentagono, ſi per circuli diuiſionem, tangentes circulum ducemus: deſcribetur circa circulum, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: & per oſtenſionem ſimiliter in pentagonis, & in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribemus & circunſcribemus.*



QVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS
GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber quintus.*

Euclid. ex Campano. **Diffinitiones.**

PArs, eſt quantitas quantitatis minor maioris, cùm minor maiorem numerat.

CAMPANVS. Pars, quandoq; ſumitur propriè: & hæc eſt quæ aliquoties ſumpta, ſuum totum præciſè conſtituit, ſine diminuitone uel augmento: & dicitur ſuum totum numerare per illum numerum, ſecundum quem ſumitur ad ipſius totius cõſtitutionem: talem autem partem, quam multiplicatiuam dicimus, hic diffinit. Quandoq; ſumitur communiter: & hæc eſt quęlibet quantitas minor, quę quotieſcunq; ſumpta, ſuo toto minus aut maius conſtituit, quam aggregatiuam dicimus: eo quòd cum alia quantitate diuerſa totum ſuum conſtituat, per ſe autem quotieſcunq; ſumpta fuerit, non producat.

Multiplex, eſt maior minoris, quando eam minor metitur.

CAMPANVS. Pars, relatiuè dicitur ad totum, & in iſtis duobus extremis, conſiſtit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito minori extremo, diffinit hic maius: uocat autem ipſum, multiplex: propter hoc quòd minus aliquoties ſumptum, ipſum conſtituat: erunt igitur relatiuè dicta adinuicem, pars & multiplex. Nam omnis pars, ſubmultiplex: ut patet per eius diffinitionem.

Proportio, eſt habitudo duarum quantæcunq; ſint eiuſdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.

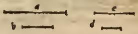
CAMPANVS. Proportio, eſt habitudo duarũ rerum eiuſdem generis adinuicem, in eo quòd earum altera maior aut minor eſt reliqua uel ſibi æqualis. Non enim ſolum in quantitatibus reperitur proportio, ſed in ponderibus, potentijs & ſonis. In ponderibus quidem & potentijs, uult Plato in Timæo eſſe proportionem: ubi elementorũ numerum oſtendit. In ſonis autem eſſe proportionem, liquet ex muſica. Nam (ut uult Boëtius in quarto) ſi quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur, erit ipſarum partium ſuorumq; ſonorum, eadem cõuerſó modo proportio. Sed in quibuſcunq; proportio reperitur, ea participant naturam proprietatemq; quantitatis: non enim reperitur in aliquibus rebus duabus, niſi in eo quòd earum una eſt reliqua maior, aut minor, aut ei æqualis. Quantitatis autem proprium, eſt ſecundum ipſam æquale uel inæquale dici, ut uult Ariſtoteles in Prædicamentis: unde liquet proportionem primò in quantitate reperiri, & per ipſam in omnibus alijs: nec eſſe in aliquibus rebus proportionem, cui ſimilis non ſit in aliquibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem ſimpliciter eſſe in quantitate, cùm eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiuſdem generis adinuicem. Cuius diffinitionis intellectus eſt, quòd proportio eſt habitudo duarum quantitatũ adinuicem, quæ attenditur in eo quòd una earum eſt maior aut minor alia, uel æqualis ei: per quod patet quòd oportet eas eſſe eiuſdẽ generis, ut duos numeros, aut duas lineas, aut duas ſuperficies, aut duo corpora, aut duo loca, aut duo tempora. Non enim poteſt dici in ea, maior aut minor ſuperficie, aut corpore, nec tempus, loco: ſed linea, linea, & ſuperficies, ſuperficie. Sola enim uniuoca, cõparabilia ſunt. Quod autem dicit, certa habitudo, non ſic intelligas quaſi nota uel ſcita, ſed quaſi determinata: ut ſit ſenſus, Proportio eſt determinata habitudo duarum quantitatum: ita, in quam, determinata, quòd hæc & non alia. Non enim eſt neceſſarium, ut omnis habitudo duarum quantitatum ſit ſcita à nobis, nec etiam à natura. Nam proportio quædam eſt diſcretorum, ut numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem, minor: eſt pars aut partes maioris, ut demonſtratur in ſeptimo: quare & in eis omnibus eſt habitudo certa

Plato. *Boëtius.* *Ariſtoteles*

& nota. At uerò in continuis, eſt proportio magis larga: eſt enim in ea, ubi minor quantitas eſt, pars aut partes maioris: & talium omnium, mediantibus numeris eſt proportio nota, quę & rationalis dicitur. Dicunturq́ omnes tales quantitates, cõmunicantes, quia eas una & eadem neceſſario metitur, unde & omnes numeri ſunt cõmunicãtes: omnes enim ipſos metitur unitas. Eſt etiam, ubi minor non eſt pars aut partes maioris: & in talibus non eſt nota proportio nec nobis nec naturæ. Diciturq́ hæc proportio irrationalis, & hæ quantitates, incommunicantes: unde fit ut quæcunq; portio reperitur in numeris, reperiatur in omni genere continuorum, ut in lineis, ſuperficiebus, corporibus & temporibus: non autem è conuerſo: infinitæ enim ſunt proportiones in continuis repertæ: quas numerorum natura non ſuſtinet. Sed quæcunq; proportio reperitur in uno genere continuorum, eadem reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercunq; ſe habet aliqua linea ad quamlibet aliam: ſic ſe habet quælibet ſuperficies ad aliquam aliam, & quodlibet corpus ad aliquod aliud, ſimiliter & tempus: ſed non ſic, quilibet numerus ad aliquem alium, unde magis eſt larga proportio in continuis, quàm in diſcretis. Ex quo manifeſtum eſt proportionem geometricam eſſe maioris abſtractionis, quàm proportionem arithmeticam: omnis enim proportio circa quam arithmetica uerſatur, rationalis eſt: geometria uerò, rationales & irrationales æquilateras conſiderat.

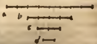
4 Proportionalitas, eſt ſimilitudo proportionum. 4

CAMPANVS. Vt ſi dicamus quòd quæ eſt proportio a ad b, ea eſt etiam c ad d: proportio quæ eſt inter a & b, ſimilis eſt illi quæ eſt inter c & d. Hæc autem ſimilitudo quæ ex iſtis proportionibus reſultat, dicitur proportionalitas.



5 Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem, ſunt quarum æque multiplicia aut æqua ſunt, aut æquè ſibi ſine interruptione addunt aut minuunt. 5

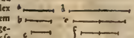
CAMPANVS. Suppoſita diuiſione proportionalitatis per continuam & diſcontinuam, diffinit membra diuidentia, & primò continuam. Immo (ut uerius dicam) ſuppoſita diuiſione proportionalium per continuè proportionalia & incontinuè: diffinit non continuam proportionalitatem nec continuam, ſed continuè proportionalia & incontinuè: diffinitio autem continuæ proportionalitatis & incontinuæ, ſatis patet per diffinitionem continuè proportionalium & incontinuè. Continua autem proportionalitas, eſt cùm quotlibet quantitatum eiuſdem generis, in qua proportione prima antecedit ſecundam, in eadem quęlibet aliarum antecedit proximo conſequentem: ut cùm dicimus, ſicut ſe habet a ad d, ita b ad c: & c ad d: eritq́ quælibet earum, antecedens & conſequens: excepta prima quæ eſt ſolum antecedens, & ultima quæ eſt tantum conſequens. Et in hac quidem proportionalitate neceſſe eſt omnes quantitates eſſe eiuſdem generis propter continuationem proportionum, eo quòd non ſit proportio inter quantitates quæ ſunt generum diuerſorum. & hæc erit ad minus in tribus terminis conſtituta. Incontinua autem proportionalitas, eſt cùm quatuor quantitatum ſiue omnes fuerint eiuſdem generis, ſiue duæ primæ unius, & duæ poſtremæ alterius, in qua proportione, prima antecedit ſecundam, in eadem tertia antecedit quartam: ut cùm dicimus, ſicut ſe habet a ad b, ita c ad d: eritq́ earum quælibet, aut tantum antecedens aut tantũ conſequens: nec eſt neceſſe ut ſint omnes quatuor eiuſdem generis, ſicut erat in proportionalitate continua: eo quòd conſequens primæ proportionis non cõtinuatur antecedenti ſecundæ, ſed poſsibile eſt ut ſint eiuſdem generis: & poſsibile eſt, ut ſint diuerſorum. Sicut enim contingit lineam reperiri duplam ad lineam, aut triplam: ita ſuperficiem ad ſuperficiem, & corpus ad corpus, & tempus ad tempus, & numerũ ad numerũ. Viſo quid ſit continua proportionalitas, & quid incontinua, explanemus diffinitionẽ cõtinuè proportionaliũ pręmiſſam. Quãtitates (inquit) proportiõales cõtinuè, ſunt quarũ æque multiplicia aut ſibi ſunt ęqualia, aut ęque ſibi ſine interruptione addũt aut minuũt,





uerbi

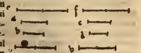
uerbi gratia. Sint tres quantitates eiuſdem generis a,b,c: ad quas ſumantur d,e,f: æque multiplicia, ut ſicut d eſt multiplex ad a, ita e ſit multiplex ad b, & f ad c: eruntq; omnes in eodem genere: multiplicia enim & ſubmultiplicia, in eodem ſunt genere: ſitq; ut d,e,f, aut ſint æqualia adinuicem, aut ſimiliter ſe



habeant in addendo aut minuendo: ita quòd ſicut d addit ſuper e aut minuit ab ipſo, ita e addat ſuper f aut minuat ab ipſo. Cùm hæc, inquam, multiplicia ſic ſe habuerint: erunt tres quantitates a,b,c, continuè proportionales. Multiplicia autem non intelligas ſimiliter ſic ſe habere in addendo aut minuendo, quantum ad quãtitatem exceſſus, ſed quantum ad proportionem: aliter enim diffinitio eſſet falſa. Nam quarumlibet quantitatum eiuſdem generis æquis ſe differentijs excedentium, æque multiplia accepta æquis etiam differentijs ſe excedunt. Vnde ſimiliter ſe habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatem exceſſus: nec tamẽ priores quantitates ſunt continuè proportionales, immo minorum eſt ſemper maior proportio. Hoc autem ideo euenit, quoniam earum multiplicia non ſimiliter ſe excedunt, quantum ad proportionem, ſed ſolum quantum ad quantitatem exceſſus: eſt enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio: uerbi gratia. Sumantur tres numeri æquis differentijs ſe excedentes, in medietate uidelicet arithmetica, ut, 2,3,4: horum trium omnes æque multiplices æqualiter ſe excedunt, dupli quidem binario, tripli ternario, & ſic de cæteris: non tamen ſunt 2,3,4 continuè proportionalia: immo minorum eſt maior proportio: eſt enim ipſorũ proportio ſeſquialtera, & maiorum ſeſquitertia, quia ergo inter eos non eſt ſimilitudo proportionum, non erit inter eos proportionalitas: & ideo neq; continua neq; incontinua. Patet ergo ſimilitudinem illam additionis aut diminutionis, non intelligi quantum ad quantitatem exceſſus, ſed quantum ad proportionem: erit itaq; ſenſus diffinitionis præmiſſę. Continuè proportionalia, ſunt quorum omnia multiplicia æqualia, ſunt continuè proportionalia. Sed noluit ipſam diffinitionem proponere ſub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem, apertæ tamen rei eſt iſtud cum ſua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a,b,c, oportet eſſe eiuſdem generis: ad hoc ut earum multiplicia ſibijnuicem æqualia ſint, aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo. Si enim a & b eſſent diuerſorum generum, eſſent etiam d & e ipſarum a & b multiplicia, eorundem diuerſorum generum, propter hoc quòd multiplicia & ſubmultiplicia eiuſdem ſunt generis: quare d non eſſet æqualis e: nec ea maior aut minor: nam quantitates diuerſorum generum, non ſunt adinuicem comparabiles.

6 Quantitates quę dicuntur eſſe ſecundum proportionem unam, prima ad ſecundam & tertia ad quartam, ſunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales, multiplicibus ſecundæ, & quartæ æqualibus fuerint ſimiles, uel additione, uel diminutione, uel æqualitate eodem ordine ſumptæ.

CAMPANVS. Poſita ſuperius diffinitione quantitatum continuè proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinuè proportionalium: & eſt quòd quarumlibet 4 quantitatum quarum primæ & tertiæ æque multiplicia ſumpta fuerint, itemq; ſecũdæ & quartæ æque multiplicia, fueritq; multiplex primæ, ſic ſe habens ad multiplex ſecundæ quantum ad additionem aut diminutionẽ aut æqualitatem, ſicut multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad ſecundam, ſicut tertiæ ad quartam: uerbi gratia. Sint 4 quantitates a,b,c,d: ſumanturq; ad primã & ad tertiam quæ ſunt a & c æque multiplicia utpote dupla quæ ſint e & f. Itemq; ad ſecundã & quartam quæ ſunt b & d: ſumantur alia æque multiplicia utpote tripla, quæ ſint g & h: ſitq; ut hæc 4 multiplicia ſic ſumpta comparata adinuicem ſecundum ordinem primarũ 4 quantitatum: ita uidelicet, quòd e comparetur ad g, & f ad h, non autem e ad f aut g ad h: ſint ſimilia in additione, diminutione & æqualitate: uidelicet quòd ſi e addit ſupra g & ſimiliter f addat ſupra h, aut ſi e minuit a g, & f ſimiliter minuat ab h: aut ſi e eſt æqualis g, & ſimiliter f ſit æqualis h: tunc proportio a ad b eſt ſicut c ad d: ſimilitudo autem in addendo aut diminuendo, intelligatur hic ſicut in diffinitione continuè proportionalium, uidelicet non quantum ad quantitatem exceſſus, ſed quantum ad proportionem. Quod autem dicit eodem ordine ſumptę, intelligatur ſicut expoſitum eſt: uidelicet ut multiplicia non referantur adinuicem ſecundum ordinem earum quantitatum, quibus æque multiplicia aſſumuntur, ut multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ, aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ, ſed referatur ſecundũ primum ordinem ipſarum 4 quantitatũ, uidelicet multiplex primæ ad multiplex ſecundæ, & multiplex tertię ad multiplex quartę. Erit itaq; ſenſus iſtius diffinitionis. Incõtinuè proportionales, ſunt quatuor quantitates, & proportio primæ ad ſecundam eſt ſicut tertiæ ad quartam: cum ſumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam, itemq; æque multipli-



multiplicibus ad ſecundam & quartam: erit proportio multiplicis primæ ad multiplex ſecundæ, ſicut multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ. Sed non diffiniuit ſub hac forma, propter cauſam prædictam: licet à parte rei idem ſit. Non eſt autem neceſſarium, ut quatuor quantitates a, b, c, d ſint eiuſdem generis, eo quòd b non continuatur in proportione cum c: ſed poſſunt eſſe duæ primæ unius generis, & duæ ſequẽtes alterius. Per quod patet quòd neceſſe eſt referri multiplex primæ ad multiplex ſecundæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: non autem multiplex primæ ad multiplex tertiæ, aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: quia non ſemper ſunt eiuſdem generis multiplex primæ & tertiæ, nec multiplex ſecundæ & quartæ: fuit autem neceſſe ſumere æque multiplices ad primam & tertiam, itemq́ æque multiplices ad ſecundam & quartam, & nõ æque multiplices ad primam & ſecundam, & item non ęque ad tertiam & quartam: quia niſi per multiplicium ſumptionem continuentur termini primæ proportionis cum terminis ſecundæ, non erit per quid ſit proportio a ad b, ſicut c ad d.

7 Quantitates quarum proportio eſt una, proportionales nominantur. 7

Campanus. Poſtquàm diffiniuit quantitates continuè proportionales & incontinuè: diffinit quantitates proportionales ſimpliciter, & patet diffinitio.

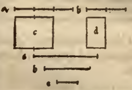
8 Cùm fuerint primæ & tertiæ æquè multiplices, itemq́ ſecundæ & quartæ æquè multiplices, addetq́ multiplex primæ ſuper multiplicem ſecundæ, non addet autem multiplex tertiæ ſuper multiplicem quartæ, dicetur prima maioris proportionis ad ſecundam, quàm tertia ad quartam. 8

Campanus. Diffinitis quantitatibus proportionalibus, diffinit quantitates improportionales. Sunt autem improportionales, inter quas non eſt ſimilitudo proportionum, quod contingit dupliciter, aut quia maior eſt proportio primæ ad ſecundam quàm tertię ad quartam: aut quia minor: & ideo eius ſunt duæ ſpecies. Prima, quãdo maior eſt proportio primi ad ſecundum, quàm tertij ad quartum: & dicitur hoc, maior improportionalitas.

Secunda uerò, quando minor eſt proportio primi ad ſecundũ, quàm tertij ad quartum: & dicitur minor improportionalitas: diffinit ergo eas inter quas eſt maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam: quæ eſt maior improportionalitas: diffinitionem autem earum inter quas eſt minor proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, non ponit, quia ipſa patet ex alia. Cùm igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam ſumpta ſint æque multiplicia, & ad ſecundam & quartam æque multiplicia, & multiplicia primæ & ſecundæ relata adinuicem non ſe habebunt ſimiliter multiplicibus tertiæ & quartę relatis adinuicem in additione, diminutione & ęqualitate: illæ quatuor quantitates erunt improportionales. Quòd ſi ita fuerit quòd multiplex primæ ſit æquale multiplici ſecundæ, multiplex uerò tertiæ ſit minus multiplici quartæ: aut quòd multiplex primæ ſit maius multiplici ſecũdæ, & ſimiliter multiplex tertiæ multiplici

		16		18					
	1	8	3	9					
1	2	4	4	6					
		16		24					
		18		16			24		18
	1	9	3	8		1	8	3	6
2	2	3	4	4		2	4	4	5
		12		16			16		20
		10		14					
	1	5	3	7					
3	2	3	4	4					
		9		12					
		16		14					
4	1	8	3	7					
	2	6	4	5					
		18		15					

tiplici quartæ: ueruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem exceſſus multiplex primæ multiplex ſecundæ, quàm multiplex tertiæ multiplex quartæ: aut quòd multiplex primæ ſit minus multiplici ſecundæ, & ſimiliter multiplex tertiæ multiplici quartæ, ueruntamen minus minuit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem exceſſus, multiplex primæ multiplici ſecundæ, quàm multiplex tertiæ à multiplici quartæ: erit quolibet iſtorum quatuor modorũ maior proportio primæ ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartam. Quatuor autem modis iſtis oppoſitis erit minor proportiò primæ ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartam. Exempla autem iſtorum omnium euidenter ſumentur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ ſuper multiplex ſecundæ, non autem multiplicis tertiæ ſuper multiplex quartæ, de qua loquitur auctor in diffinitione, latitudinem habet ad iſtos quatuor modos prædictos, & ipſos cõprehendit. Vnde ſenſus iſtius diffinitionis eſt: cum ſumptis ſic multiplicibus primæ ad multiplex ſecundæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, non diffiniuit autem ſub hac forma, propter communem cauſam prius dictam. Vel poſſumus dicere, quòd additio multiplicis primæ ſuper multiplex ſecundæ, & non multiplicis tertiæ ſuper multiplex quartę, de qua loquitur in pręmiſſa diffinitione maioris improportionalitatis, propriè accipitur prout uerba diffinitionis ſonant: & non ſe extendit niſi ad ſecundum quatuor prędictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorũ ſit maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam: unde ſenſus illius diffinitionis eſt, cum ſumptis ſic multiplicibus, ut proponit, ſi multiplici primæ exiſtente maiori multiplici ſecundæ, non ſit neceſſarium quòd multiplex tertiæ ſit maius multiplici quartæ: tunc erit maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam: propter hoc autem non poſuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione, quia iſte eſt illis omnibus magis planus, & ad dictam diffinitionem ſufficiens. Nuſquam enim eſt maior proportio primæ quatuor quantitatum ad ſecundam quam tertiæ ad quartam: quin contingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiam reperiri: quæ cùm relata fuerint ad aliqua æque multiplicia ſecundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere ſuper multiplex ſecundæ, non autem multiplex tertiæ ſuper multiplex quartæ. Nec uſquam contingit hoc reperire, quin ſit maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, ut demonſtrabimus infrà ſupra decimam huius. Poſſunt autem eſſe hæ quantitates improportionales diuerſorum generum, ſicut & quantitates incontinuè proportionales, ſi intra eas fuerit incontinua improportionalitas, ut ſi dicatur maior eſt proportio a ad b, quàm c ad d. Si autem fuerit continua improportionalitas, erunt omnes eiuſdem generis neceſſariò ſicut ſunt in continua proportionalitate, ut ſi dicatur maior eſt, dicatur maior eſt proportio a ad b, quàm b ad c.

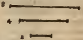


9 Eſt autèm proportionalitas, ad minus inter tres terminos conſtituta.

Campanvs. Poſtquam auctor diffiniuit proportionem, proportionalitatem, & quantitates proportionales: & improportionales, oſtendit quis ſit minimus numerus terminorũ, inter quos proportionalitas poteſt conſiſtere: maximum autem non ponit, quia illum non contingit ſumere: poteſt enim proportio quælibet continuari in terminis infinitis, ſiue fuerit rationalis proportio ſiue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportiones ſimiles, eo quòd proportionalitas ſit ſimilitudo proportionum. Quælibet autem proportio habet antecedens & conſequens: ergo quælibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo conſequentia: hoc eſt, impoſsibile fieri in paucioribus quàm tribus terminis, in quibus medius eorum antecedens eſt & conſequens, & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas conſtituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quàm in quatuor, eo quòd in ipſa quilibet terminus eſt tantum antecedens aut tantum conſequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. Si enim fuerit continua, erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua, ad minus inter quatuor.

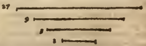
Si fuerint tres quantitates continuè proportionales, dicetur pro- 10
portio primæ ad tertiam, proportio primæ ad ſecundam duplicata.

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ eſt inter extremos terminos continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ, & dicit quòd ſi fuerit proportio primi ad ſecundum, ſicut ſecundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, hoc eſt, ex duabus talibus compoſita: ſiue (quod idem eſt) erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, hoc eſt, in ſe multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint tres numeri continuè proportionales, ſintq; continuè dupli, ut 2, 4, 8: proportio autem primi ad tertium erit ſicut proportio primi ad ſecũdum in ſe multiplicata: proportio autem primi ad ſecũdum eſt dupla: dupla uerò in ſe multiplicata, producit quadruplam: unde proportio extremorum eſt quadrupla, uidelicet duplum dupli: uel ſecundum priorem expoſitionem, proportio extremorum eſt ſicut proportio primi ad ſecundum duplicata, quia quadrupla conſtat ex duabus duplis.

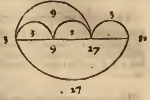


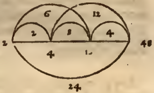
Cùm fuerint quatuor quantitates continuè proportionales, propor- 11
tio primæ ad quartam, dicetur proportio primæ ad ſecundam triplicata.

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ eſt inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis conſtitutæ: & dicit ſi fuerint quatuor quantitates continuè proportionales: erit proportio primæ ad quartam, ſicut proportio primæ ad ſecundam triplicata, hoc eſt, ex tribus talibus compoſita, quoniã tres tales inueniuntur in ea: ſiue (quod idem eſt) erit proportio primæ ad quartam, ſicut primæ ad ſecundam triplicata, hoc eſt in ſe, poſtea in productum multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuè proportionales, ſintq; continuè tripli, ut ſint 1, 3, 9, 27: proportio primi ad quartum erit ſicut proportio primi ad ſecundum in ſe, poſtea in productũ multiplicata: proportio autem primi ad ſecundum, eſt tripla: tripla uerò in ſe multiplicata: producit nõcuplam, & tripla in noncuplam, producit uigincuplamſeptuplam: erit itaq; proportio extremorum uigincuplaſeptupla, quod eſt triplum tripli. Vel ſecundum priorem expoſitionem, proportio extremorum eſt ſicut proportio primi ad ſecundum triplicata, quia uigincuplaſeptupla conſtat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuæ proportionalitatis inter plures quàm quatuor terminos conſtitutæ, propter id quòd dimenſiones in rebus naturalibus repertæ, non excedunt ternarium. Denominatio autem proportionis duarum quantitatum, quibus nullum interponitur medium, habet naturam lineæ. Earum uerò quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate, habet naturam ſuperficiei, eo quòd fit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in ſe. Omne autem quod ex multiplicatione lineæ in lineam producitur, naturam habet ſuperficiei: ſi in ſe quidem, quadrati: ſi uerò in alteram, parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitatũ denominatio quibus in continua proportione duo media interponuntur, naturam habet ſolidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primò in ſe, ex qua multiplicatione producitur ſuperficies: deinde in productum, ex qua multiplicatione prouenit ſolidum ſiue corpus: omne etenim quod ex multiplicatione lineæ in ſuperficiem producitur, creſcit in ſolidum. Eſt ergo ac ſi diceret: proportio duarum quantitatum, eſt ſimplex interuallum, & habens naturam ſimplicis dimenſionis ut lineæ: proportionalitas autem trium, eſt duplex interuallum, & habens naturam duplicis dimenſionis ut ſuperficiei: proportionalitas autem quatuor, eſt triplex interuallum, & habens naturam trinæ dimenſionis ut ſolidi. Et quia dimenſiones ulterius non procedunt, ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis, aut pluribus conſtitutæ: uel non diffiniuit proportionem in his, quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum conſtat ex proportione primorum duplicata, & in quatuor terminis conſtat, ex eadem triplicata, in quinque terminis conſtat ex eadem quadruplicata, & in ſex ex eadem quincuplicata: unde quemadmodum in tribus terminis continuè proportionalibus, proportio extremorum continet proportionem primorum bis, & in quartam terminis ter: ſic in quinque terminis continebit quater, & in ſex quinquies, & ita deinceps: ut ſemper proportio extremorum in terminis continuè proportionalibus toties contineat proportionem primorum, quot ſunt omnes termini, minus uno.



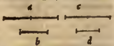
uno. Similiter quoq; ſi proportio extremorum cōtinuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ, eſt ea quæ producitur ex proportione primorum in ſe ſemel multiplicata, & in quatuor in ſe bis multiplicata, in quinque terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in ſe ter multiplicata, & in ſex terminis quater, & ſic ſemper termini fuerint duobus plures multiplicationibus, ſiue ut multiplicationes ſint æquales medijs extremis interpoſitis. Et nota quòd etiam in proportionalitate continua extremorum, proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs, ut ex prædictis apparet, & quòd proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ denominatur à quadrato, in quatuor uerò terminis conſtitutæ denominatur à cubo, quorum quidem quadrati & cubi latus, eſt denominatio proportionis primi ad ſecundum, uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuè proportionales, qui ſint continuè tripli 3, 9, 27, 81, proportio primi ad ſecundum, denominatur à ternario, eſt enim tripla, primi uerò ad tertium, à nouenario qui eſt quadratus ternarij, nam ipſa eſt nōcupla. At uerò proportio primi ad quartum, denominatur à 27, qui eſt cubus denominationis proportionis primi ad ſecundum, uidelicet ternarij, ipſa enim eſt uigincupla ſeptupla. Et proportio extremorum improportionalitatis cōtinuæ in tribus terminis conſtitutę, denominatur à ſuperficiali non quadrato, cuius latera ſunt denominationes ipſarum proportionum, in quatuor uerò terminis conſtitutæ: denominatur à ſolido non cubo, cuius tria latera ſunt denominationes trium proportionum, quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continuæ improportionales, qui ſint 2, 4, 12, 48: in quibus proportio primi ad ſecundum eſt dupla, ſecundi ad tertium tripla, & ideo primi ad tertium ſexcupla, tertij uerò ad quartum quadrupla. Senarius ergo qui eſt denominatio proportionis primi ad tertium, eſt ſuperficialis, cuius latera ſunt 2 & 3, quæ ſint denominationes duarum primarum proportionū, 24 uerò qui eſt denominatio proportionis primi ad quartum, eſt ſolidus, cuius latera ſunt 2, 3, & 4, quæ ſunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos exiſtentium.





12 Quantitates quæ ſunt in proportione una, antecedens ad cōſequentem, & antecedens ad conſequentem, dicetur econtrario ſicut conſequens ad antecedentem, ſic conſequens ad antecedentem. Itemq; permutatim ſicut antecedens ad antecedentē, ſic etiam conſequens ad conſequentem.

Campanus. Diffinit ſpecies proportionalitatis, quæ ſunt ſex, uidelicet conuerſa, permutata, diſiūcta, cōiuncta, euerſa, & æqua. Sunt autē ſpecies, quaſi quidā modi arguēdi. Diffinit ergo primò conuerſam proportionalitatem & permutatam, in quibus manent antecedentia & conſequentia eadem ſecundum ſubſtantiam (quod non eſt in diſiuncta, coniuncta, aut euerſa) & in quibus nihil extra ſumitur ut in æqua. Vocat autem antecedens, primum extremum proportionis, conſequens uerò uocat ſecundum. Vult itaq; per hanc diffinitionem, quòd ſi fuerit proportio a ad b ſicut c ad d, & ex hoc ergo concludam ergo b ad a ſicut d ad c, uidelicet ut faciam de antecedentibus conſequentia, & de conſequentibus antecedentia: quod iſte modus arguendi uocetur proportionalitas econtrario ſiue cōuerſa. Si autem ſic arguam a ad b ſicut c ad d, ergo a ad c ſicut b ad d, uidelicet ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia, ambo extrema ſecundæ, conſequentia: uult quòd iſte modus arguendi uocetur proportionalitas permutata, & in iſto modo arguendi fit antecedens ſecundæ proportionis, conſequens primæ, & conſequens primæ, antecedens ſecundæ.



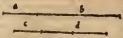
13 Coniuncta uerò proportionalitas dicitur, quoties ſicut antecedens

cum conſequente ad conſequens, ſic etiam antecedens cum conſequente ad conſequens.



CAMPANVS. Diffinit coniunctam, diſiunctam, & euerſam, in quibus etiam nihil extrà ſumitur, ſed termini non manent in ipſis ijdem ſecundum ſubſtantiam, & uult quòd ſi ita fuerit: ut ſit a ad b, ſicut c ad d: & ego ex hoc concludam ergo totius a b ad b, ſicut totius c d ad d, quòd iſte modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

Diſiuncta uerò proportionalitas, dicitur augmentorum antecedentium ſupra cõſequentia æqua comparatio. 14



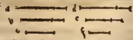
CAMPANVS. Vult quòd ſi fuerit proportio totius a b ad b ſicut totius c d ad d, & ex hoc ego cõcludam ergo a ad b ſicut c ad d, quòd iſte modus arguendi uocetur diſiuncta proportionalitas.

Euerſa proportionalitas, dicitur quorũlibet antecedentiũ ad augmenta ſui ſupra conſequentia ſua ſimilitudo proportionum. 15

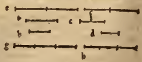


CAMPANVS. Vult quòd ſi fuerit a b ad b, ſicut c d ad d, & ex hoc ego concludam ergo a b ad a ſicut c d ad c, quòd iſte modus arguendi dicatur euerſa proportionalitas.

Aequa proportionalitas dicitur, quantitatibus plurimis propoſitis, alijsq́ ſecundum eundem numerum in una proportione applicatis, mediorum æquali numero remoto, utrorumq; ſummorum ſimilitudo proportionum. 16



CAMPANVS. Diffinit æquam proportionalitatem, quę ad probandum propoſitum ad extrà ſumitur, & uult quòd ſi ſumantur quotlibet quantitates, ut a b c, itemq; totidem aliæ, ſiue ſint eiuſdem generis cum primis, ſiue alterius, ut d e f, fuerintq; ſecundæ in proportione primarum, ſiue eodem ordine, ut ſi dicatur a ad b ſicut d ad e, & b ad c ſicut e ad f, ſiue ordine conuerſo ut ſi dicatur a ad b, ſicut e ad f, & b ad c ſicut d ad e: & ex hoc concludatur ergo a ad c ſicut d ad f, quòd iſte modus arguendi uocetur æqua proportionalitas. Horum autem ſex modorum arguendi, qui dicuntur ſpecies proportionalitatis, quatuor probat autor in litera infrà in iſto quinto. Permutatam quidem proportionalitatem, probat in 16 huius, diſiunctam uerò, in 17, coniunctam in 18, æquam uerò proportionalitatem, demonſtrat in 22 & 23, ſed in 22, cùm quantitates duorum ordinum eodem ordine ſunt proportionales, in 23 uerò: cùm & ſunt proportionales ordine conuerſo. Conuerſam uerò proportionalitatē aut euerſam non demonſtrat, eo quòd conuerſa patet ex diffinitione quantitatum incontinuè proportionalium. Euerſa autem patet ex permutata adiuuante 19, ut ſuper eandem 19 ſumus dicturi. Qualiter autem conuerſa proportionalitas ex diuiſione quantitatum incontinuè proportionalium manifeſta ſit, demonſtremus nunc. Sit ergo proportio a ad b, ſicut c ad d, uolo ergo demonſtrare quòd erit b ad a, ſicut d ad c. Sumantur e ad a, & f ad c, æque multiplicia, ſimiliter quoq; g ad b, & h ad d. æque multiplicia, eritq; per conuerſionem diffinitionis quantitatum incontinuè proportionalium, ut e & g, itemq; f & h ſimiliter ſe habeant in additione, diminutione & æqualitate: intelligo nunc b primum, a ſecundum, d tertium, c quartum, ſumptaq; ſunt ad primum & tertium, g & h æque multiplicia. Itemq; ad ſecundum & quartum, e & f, æque multiplicia. Et quia multiplicia primi & ſecundi quæ ſunt g & e ſimiliter ſe habent multiplicibus tertij, & quarti quæ ſunt h & f, adinuicem in additione, diminutione & æqualitate erit per dictam diffinitionē proportio b primi ad a ſecundũ, ſicut c tertij ad d, quartũ, quod eſt propoſitum. Conſtat itaque modus arguendi qui dicitur conuerſa proportionalitas. Huius autem



autem quinti libri principia plurimis difficillima eſſe uidentur, & quibuſdā concluſionibus quas ex ipſis demouſtrat, magis ab intellectu diſtantia. Nihil enim uidetur intellectui immediatius adhærere, quàm quòd duarum quarumlibet quantitatum æqualium ſit ad tertiam quamlibet una proportio, quod tamen huius quinti ſeptima demonſtrat, ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis, quæ ab intellectu primo uidetur quamplurimum eſſe remota. Quis enim non facilius duarum quantitatum æqualium ad aliquam tertiam, eandem eſſe proportionem cōcedat: quàm quatuor quantitatum ſi multiplicia primæ & tertiæ æqualiter ſumpta multiplicibus ſecundæ & quartæ æqualiter ſumptis ſimiliter ſe habuerint in additione, diminutione & æqualitate, eſſe proportionem primæ ad ſecundā ſicut tertiæ ad quartam? Verùm ſi ſubtiliter intuemur, liquidò conſtabit non poſſe uniri intellectui quòd proportio duarum quantitatum æqualium ad tertiam ſit una, niſi per quid eſt eſſe proportionem unam: ſi enim quis ignoret quid eſt eſſe proportionem unam eandem proportionē alteri, quomodo cognoſcet duarum quantitatū æqualiū eſſe candē proportionē ad tertiā? Indiget igitur proculdubio intellectus antequā illam quæ uidebatur conceptibilis propoſitio, apprehēdat, huius rei quæ per ipſius diffinitionē habebitur cognitione, poſt modū uerum ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam cōparatis cōueniat pertractatione, quòd ſi diffinitio inuēta fuerit illis ꝗ̃ntitatibus cōuenire, concludetur propoſitū, ſin autē oppoſitū. Non eſt igitur immediata propoſitio, quam ſuperficialis apprehēſio immediata iudicauit. Similiter quoq; immediatius iudicat prima apprehenſio adhærere intellectui quòd duarum quantitatum inæqualium maior eſt proportio maioris earum ad aliam, quàm minoris ad eandem, quam demonſtrat 8 huius, quàm quòd 4 quantitatum ſit maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, cum multiplicibus ad primam & tertiam æqualiter ſumptis, itemq; alijs ad ſecundam & quartam æqualiter: multiplex primæ addit ſuper multiplex ſecundę, & multiplex tertię non addit ſuper multiplex quartę, ex quo quæ prędicta eſt propoſitio demonſtratur, ſed ſimiliter nec ipſa poteſt intelligi, niſi per quid eſt eſſe proportionē maiorē. Igitur oportuit Euclidem, quæ quantitates dicuntur proportionales, & quæ improportionales diffinire. Proportionales autem ſunt, quarum proportio una eſt, & improportionales, quarum proportiones diuerſæ. Itaq; diffiniuit quantitates quarum proportio una eſt, & eas in quibus connectuntur extrema non diſſocians medijs, quas uocauit continuè proportionales, & dixit hanc proportionalitatem, in tribus terminis ad minus exiſtere, propter hoc quòd unum ſaltem bis ſumendum eſt medium, & eas in quibus accidit interruptio mediorum, & hæc ſunt incontinuè proportionales, & hæc proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos, propter alterius medij ſumptionem. Et diffiniuit etiam quantitates quæ ſunt improportionales, quarum eſt maior una proportio quàm ſit alia. Et ſi eſſet omnis proportio ſcita ſiue rationalis, tunc facilè eſſet intellectu cognoſcere quæ proportiones eſſent una & quæ diuerſæ. Quæ enim haberent unam denominationem, eſſent una: quæ autem diuerſas, diuerſæ, hæc autem facilitas manifeſta eſt ex arithmetica, quoniā omnium numerorum proportio ſcita & rationalis eſt. Vnde Iordanus in ſecundo Arithmeticæ ſuæ diffiniens quæ proportiones ſunt eædem & quæ diuerſæ, dicit eaſdem eſſe quæ eandem denominationem recipiunt. Maiorem uerò, quæ maiorem, & minorem, quæ minorem. Sed infinitæ ſunt proportiones irrationales, quarum denominatio ſcibilis nō eſt: quare cùm Euclides conſideret in hoc libro ſuo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irrationales, quoniam conſiderat proportionem repertam in continuis quę communis eſt ad iſtas, non potuit diffinire identitatem proportionū, per identitatem denominationū, ſicut arithmeticus, eo quòd multarum proportionum (ut dictum eſt) ſunt denominationes ſimpliciter ignotæ, diffinitionem autem oportet fieri ex notis, unde malitia proportionum irrationalium, coēgit Euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit (ut patet ex præmiſſis) diffinire proportionalitatem ſiue identitatem proportionum per identitatem habitudinum, ſiue denominationum ipſorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & inconuenientiam terminorum, coactus eſt refugere ad terminorum multiplicia, ut ex illorum habitudinibus quantum ad exceſſum & æqualitatem conſideratis æquis numeroſitatibus ſumptorum, per quod ad naturam irrationalitatis reducuntur, propoſitam diffinitionem teneretur: nihil enim in quocunq; inæqualitatis genere, terminis magis idem, quàm eorum multiplicia, nec terminorū habitudinibus, quàm multiplicium habitudo. Et quia proportio eſt duarum quantitatum eiuſdem generis certa habitudo conſiderata in eo quòd ſunt æquales, aut altera maior, ideo identitas proportionum exiſtentium inter primam 4 quantitatum ad ſecundam, & tertiam ad quartam, eſt ſimilis æqualitas primæ ad ſecundam, & tertiæ ad quartam, aut ſimilis maioritas, aut ſimilis minoritas: hæc autem ſimilis ęqualitas, aut ſimilis maioritas, aut ſimilis minoritas, tunc eſt inter quatuor quaslibet quātitates, cùm eſt inter omnes earum æqualiter multiplices. Quod ergo dicit in quinta diffinitione, quantitates quæ dicuntur continuam proportionalitatem habere, ſunt quarum æque multiplicia aut æqua ſunt, aut ęque ſibi ſine interruptione addūt aut minuunt: eſt ac ſi diceret, omnes

EVCLIDIS MEGARENSIS
GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELE- *mentorum, Liber quintus.*

Euclid. ex Zamberto. Diffinitiones.

PArs, eſt magnitudo magnitudinis minor maioris, quãdo minor metitur maiorem. 2 Multiplex autem, maior minori, quando eam metitur minor. 3 Ratio, eſt duarum magnitudinum eiuſdem generis *aliquatenus adinuicem quædam habitudo. 4 Proportio uerò, eſt rationum *identitas. 5 Rationem habere adinuicem magnitudines dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ inuicem excedere. 6 In eadem ratione magnitudines dicũtur eſſe, prima ad ſecundam, & tertia ad quartam: quando primæ tertiæ æquè multiplices, ſecundæ & quartæ æquè multiplices, iuxta quamuis multiplicationem utraque utranq; uel unà excedunt, uel unà æquales ſunt, uel unà deficiunt, ſumptæ adinuicẽ. 7 Eandem autẽ habentes rationẽ magnitudines, ꝓportionales uocẽtur. 8 Quando uerò ęquè multiplex primæ exceſſerit multiplicẽ ſecundæ, multiplex autẽ tertiæ nõ exceſſerit multiplicẽ quartæ, tunc prima ad ſecundã maiorem rationem habere dicetur, ꝙ tertia ad quartam. 9 Proportio autem in tribus terminis, *minima eſt. 10 Quãdo tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem rationem habere dicetur quàm ad ſecundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur quàm ad ſecundã. Et ſemper deinceps una plus, quo ad proportio fuerit. 11 *Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentes antecedentibus & conſequentes conſequentibus. 12 Permutata ratio, eſt acceptio antecedentis ad antecedens, & conſequentis ad conſequens. 13 *Conuerſa ratio, eſt acceptio conſequentis ad antecedens, tanquam antecedentis ad conſequens. 14 Compoſitio rationis, eſt acceptio antecedentis cum conſequente, ſicut unius, ad ipſum conſequens. 15 Diuiſio rationis, eſt acceptio exceſſus, quo excedit antecedens ipſum conſequens, ad ipſum conſequens. 16 Conuerſio rationis, eſt acceptio *antecedentis ad exceſſum, quo excedit antecedens ipſum conſequens. 17 Aequa ratio, eſt pluribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis ęqualibus multitudine *unà ſumptis, & in eadem ratione quãdo fuerit ſicut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, ſic in ſecundis magnitudinibus prima ad ultimam. Vel aliter. Acceptio extremarum per ſubtractionem mediarum. 18 Ordinata proportio, eſt cùm fuerit antecedẽs ad cõſequens, ſicut antecedens ad cõſequens, & conſequens ad rem aliam, ſicut conſequens ad rem aliam. 19 Inor-

*κατὰ πηλικότητα, id eſt quo ad quãtitatẽ, quod ad quãtitatem pertinet.

*ὁμοιότης

*ad minus.

*ὁμόλογα

*ἀνάπαλιν λόγος e cõtra uertit alibi.

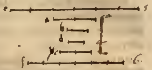
*ἀναστροφὴ λόγου.

σὺν δύο, ideſt binis.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

SI fuerint ſex quantitates, quarum prima ad ſecundam atque tertia ad quartam æquè multiplices, quinta uerò ad ſecundam atque ſexta ad quartã æquè multiplices, totum primæ & quintæ ad ſecūdam, totumque tertiæ & ſextæ ad quartã æquè multiplicia eſſe conueniet.

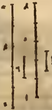
CAMPANVS. Sint ſex quantitates, a prima, b ſecunda, c tertia, d quarta, e quinta, f ſexta. Sintque a & c, æquè multiplices ad b, & d. Itemque e, & f, ſint æquè multiplices ad eaſdem. Dico quòd ſicut totum aggregatũ ex a & e, eſt multiplex ad quãtitatem b, ita totum aggregatum ex c & f, eſt multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus ſecundum quem b continetur in a, eſt æqualis numero ſecundũ quem d continetur in c, ſimiliter quoque numerus ſecundum quem b continetur in e, eſt æqualis numero ſecundum quem d continetur in f, erit per communem ſcientiam, quæ eſt, ſi æqualibus æqualia addantur & tota quoque erunt æqualia, numerus ſecundum quem b continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero ſecundum quem d continetur in aggregato ex c & f, quare ſicut aggregatum ex a & e, eſt multiplex ad b, ita aggregatum ex c & f, eſt multiplex ad d, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

Si prima ſecundæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ, fuerit autẽ & quinta ſecūdæ æquè multiplex & ſexta quartæ, & compoſita prima & quinta, ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ.

THEON ex Zamb. *Prima enim αβ, ſecundæ γ, æquè multiplex eſtò, & tertia δε, ipſius ζ, quartæ, ſit autem & quinta βη, ſecundæ γ, æquè multiplex, & ſexta εθ ipſius ζ, quartæ. Dico quòd compoſita prima & quinta αη, ipſius γ, ſecūdæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta δθ, ipſius ζ, quartæ. Quoniã enim æquè multiplex eſt αβ, ipſius γ, & δε, ipſius ζ, quot magnitudines igitur ſunt in αβ, æquales ipſi γ, totidem magnitudines ſunt & in δε, æquales ipſi ζ. ac per hoc, & quot ſunt in βη, æquales ipſi γ, tot etiam ſunt in εθ, æquales ipſi ζ. Quot igitur ſunt in tota αη, æquales ipſi γ: tot ſunt in tota δθ, æquales ipſi ζ. Quotuplex igitur eſt αη, ipſius γ, totuplex eſt δθ, ipſius ζ. Et compoſita igitur prima & quinta αη, ipſius γ, ſecundæ æquè erit multiplex & tertia & ſexta δθ: ipſius ζ, quartæ. Si prima igitur ſecundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex & ſexta quartæ, etiam compoſita prima & quinta, ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia ſexta quartæ: quod demonſtraſſe oportuit.*

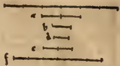


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

SI fuerint primum ſecundi & tertium quarti æquè multiplicia, ad primum uerò & tertium multiplices ſumantur æquales, erunt multiplex primi ad ſecundum, atque multiplex tertij ad quartum æquè multiplicia.

CAMP. Sint ſex quãtitates, a prima, b ſecũda, c tertia, d quarta, e quinta, f ſexta, ſintque a ad b & c ad d, itemque e ad a & f ad c, æquè multiplices. Dico quòd ſicut e eſt multiplex ad b, ita f ad d. Diuidatur enim e ſecundum quantitatem a ſui multiplicis, & f ſecundum quantitatem c, eritque propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, ut quælibet partium e ſit ita multiplex ad b, ſicut quælibet partium f ad d. Quia ergo ſicut prima pars e eſt multiplex ad b, ita prima pars eſt multiplex ad d, itemque ſicut ſecunda pars e eſt multiplex ad b, ita ſecunda f ad d, ergo erit per præmiſſam, ut aggregatum ex duabus primis partibus, e ſit ita multiplex ad b, ſicut aggregatum ex

duabus primis partibus f ad d. Et quia rurſus tertia pars e (ſi ſit aliqua tertia pars) eſt ita multiplex ad b ſicut tertia f ad d, erit per eandem ut totum aggregatū ex tribus primis partibus e, ſit ita multiplex ad b, ſicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d. Sicq́ (ſi plures fuerint partes e & f) componendo ſemper ſequentem cum aggregato ex prioribus, concludes quòd ſicut e eſt multiplex ad b, ita f ad d per præmiſſam totiens ſumptam, quot fuerint partes in e aut in f, minus una, ſicq́ patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

Si primum ſecundi ęquè fuerit multiplex & tertium quarti, ſumātur autem ęquè multiplicia primi & tertij, etiam ex æquo eorū quę ſumpta ſunt utrūque utriuſque æquè erit multiplex, alterum quidem ſecundi, alterum autem quarti. 3

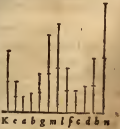
THEON ex Zamberto. *Primum enim α ſecundi β, æquè ſit multiplex, & tertium γ, ipſius δ, quarti, ſumanturq; ipſorū α γ, æquè multiplicia ε ζ, & η θ. Dico quòd æquè multiplex eſt ε ζ, ipſius β, & η θ, ipſius δ. Quoniam enim æquè multiplex eſt ε ζ, ipſius α, & η θ, ipſius γ, quot igitur ſunt magnitudines æquales in ε ζ, ipſi α, tot etiam ſunt magnitudines in η θ, æquales ipſi γ. Dirimatur quidem ε ζ, in magnitudines æquales ipſi α, hoc eſt ε κ, & κ ζ, & η θ, in æquales ipſi γ, hoc eſt η λ, & λ θ, erit utiq; æqualis multitudo ipſorum ε κ, & κ ζ, multitudini ipſorum η λ, & λ θ. Et quoniā æquè multiplex eſt α, ipſius β, & γ ipſius δ, æqualis autē eſt ε κ, ipſi α, & η λ, ipſi γ: æquè igitur eſt multiplex ε κ, ipſius β, & η λ, ipſius δ. Ac per hoc iā æquè multiplex eſt κ ζ, ipſius β, & λ θ, ipſius δ. Quoniam igitur primum ε κ, ipſius β, ſecundi æquè eſt multiplex, & tertium η λ, ipſius δ, quarti: eſt autem & quintum κ ζ, ipſius β ſecundi æquè multiplex & ſextum λ θ ipſius δ, quarti, & compoſitum igitur (per 2 quinti) primum & quintum ε ζ, ipſius β, ſecundi æquè eſt multiplex, & tertium & ſextum η θ, ipſius δ quarti. Si primum igitur ſecundi æque fuerit multiplex et tertium quarti, ſumāturq́; primi & tertij æque multiplicia, etiam ex æquo eorum quæ ſumpta ſunt utrunq; utriuſq; æquè erit multiplex, alterum ſecundi, alterum autem quarti: quod oportebat demonſtrare.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

SI fuerit proportio primi ad ſecūdum, ſicut tertij ad quartum, ad primum autem & tertium æquè multiplicia aſſignentur, itemq́ ad ſecundum & quartum multiplices æquales, erunt aſſignatæ multiplices eodem ordine proportionales. 4

CAMPANVS. Sit proportio a primi ad b ſecundum, ſicut c tertij ad d quartum, ſumanturq́ e ad a, & f ad c, æquè multiplicia: itemq́ g ad b, & h ad d, æquè multiplicia. Dico quòd proportio e ad g, eſt ſicut f ad h. Sumam k ad e, & l ad f, æquè multiplicia, itemq́ m ad g, & n ad h, ęquè multiplicia. Et quia e & f, ſunt æquè multiplicia ad a & c, itemq́ k & l æquè multiplicia ad e & f, erunt per præmiſſam k & l, æquè multiplicia ad a & c, per eandem quoq; erunt m & n, ęquè multiplicia ad b & d. Quare per conuerſionē diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, k ad m, & l ad n, ſimiliter ſe habebunt in addendo, diminuendo & æquando. Quia ergo K & l ſunt æquè multiplicia ad e & f, itemq́ m & n, ęquè multiplicia ad g & h, erit per diffinitionē incontinuæ proportionalitatis, proportio e ad g, ſicut f ad h: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

Si primum ad ſecundum eandem habuerit rationem, & tertium ad 4

quartum,

quartum, etiam æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia ſecundi & quarti, iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationem ſumpta adinuicem.

THEON ex Zamb. *Primum enim α, ad ſecundum β, eandem habeat rationem, quam tertium γ, ad quartum δ, Et ſumatur quidem ipſorũ α γ, æquè multiplicia, ε ζ, & ipſorũ β δ, alia utcunque multiplicia η θ. Dico quòd ſicut ſe habet ε, ad ipſum η, ſic ſe habebit ζ, ad ipſum θ. Sumantur enim ipſorum ε ζ, æquè multiplicia κ & λ, & ipſorum η θ, alia quomodocunq; æquè multiplicia, hoc eſt μ, & ν. Et quoniam æquè multiplex eſt ε, ipſius α, & ζ, ipſius γ, & ſumpta ſunt ipſorum ε ζ, æquè multiplicia κ & λ, igitur κ. (per 3 quinti) æquè multiplex eſt ipſius α, & λ, ipſius γ, & propterea, æquè multiplex eſt quoq; μ, ipſius β, & ν, ipſius δ. Et quoniam eſt ut α, ad β: ſic γ, ad δ & ſumpta ſunt ipſorum α γ, æquè multiplicia κ λ, ipſorum autem β δ, alia quomodocunq; æquè multiplicia, hoc eſt μ, ν, ſi igitur excedit κ, ipſum μ, excedit & λ, ipſum ν, & ſi æquale, æquale, & ſi minus, minus, (per 6 diffinitionẽ tertij) Sunt autem κ λ, ipſorũ ε ζ. æque multiplicia, et μ ν, ipſorũ η θ, alia quomodocũq; æquè multiplicia ſunt. Eſt igitur ut ε, ad η, ſic ζ, ad θ. Si primum igitur ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia ſecundi et quarti, iuxta quamuis multiplicationẽ eandem rationẽ habebunt ſumpta adinuicem, (per 6 diffinitionem quinti) quod oportebat demonſtrare.*



LEMMA *ſiue aſſumptio. Quoniam igitur demõſtratum eſt quòd ſi excedit κ, ipſum μ excedit quoq; λ, ipſum ν, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: manifeſtũ autem eſt quòd ſi μ, ipſum κ, excedit, & ν excedit ipſum λ: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: ac per hoc erit ut η, ad ε. ſic θ, ad ζ.*

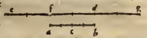
CORRELARIVM. *Hinc manifeſtum eſt quòd ſi quatuor magnitudines proportionales fuerint, & contrà quoq; proportionales erunt.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.



SI fuerint duæ quantitates quarũ una ſit pars alterius, minuaturq́ ab utraq; ipſarũ ipſa pars, erit reliquum reliquo atq; totum toti æquè multiplex. Vel ſic, minuaturq́ ab utraque ipſarum ipſa pars aliquota, erit reliquum reliqui tota pars, quota totum totius.

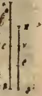
CAMPANVS. Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d, quota eſt e b ipſius a b, minuaturq́ a b ex quantitate c d, & ſit reſiduum f c, eritq́ f d, æqualis a b, ſimiliter quoq; minuatur e b ex quantitate a b. ſitq́ reſiduum e a. Dico quòd quota pars eſt quantitas a b quantitatis c d, tota eſt quantitas a e quantitatis c f. Cùm enim f d ſit æqualis a b, erit f d, ita multiplex e b, ſicut c d eſt multiplex a b, ponam itaq; d g ita multiplicem a e, ſicut f d, eſt multiplex e b eritq́ ex prima huius quantitas f g, ita multiplex a b, ſicut f d, eſt multiplex e b, & quia ſic fuit c d, multiplex a b, ſicut f d, fuit multiplex e b, erit utraque duarum quantitatum c d f, g, æquè multiplex quantitatis a b, quare per communem ſcientiam, c d & f g ſunt æquales adinuicem, dempta igitur a b utraq; earum quantitate f d, erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e ſicut f d, e b, & ideo ſicut a b, e b, quare & ſicut c d, a b, erit c f, ita multiplex a e, ſicut tota c d, totius a b: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

Si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ, ita erit multiplex ut tota totius eſt.

THEON ex Zãb. *Magnitudo etenim α β, magnitudinis γ δ, æquè multiplex eſto, atq; & ablata α ε, ablatæ γ ζ. Dico quòd & reliqua ε β, reliquæ δ ζ, æquè erit multiplex: atq; tota α β, totius γ δ, eſt multiplex. Quotuplex eſt α ε, ipſius γ ζ, totuplex fiat ε β, ipſius γ η. Et quoniã (per 1 huius) æquè multiplex eſt α ε, ipſius γ ζ, & α β, ipſius η ζ, ponitur autẽ æquè multiplex α ε, ipſius γ ζ et α β, ipſius γ δ, æquè igitur eſt multiplex α β, utriuſq; ipſorũ η ζ, et γ δ, æqualis igitur eſt η ζ, ipſi γ δ. Cõmunis auferatur γ ζ, reliqua igitur η γ, reliquæ δ ζ, eſt æqualis. Et quoniã æquè multiplex eſt α ε, ipſius γ ζ, & ε β, ipſius η γ, æqualis autem eſt γ η, ipſi δ ζ, æquè igitur eſt multiplex α ε, ipſius γ ζ, &*

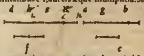


γζ, & εβ, ipſius ζδ. Aequè autem ponitur multiplex αε, ipſius γζ, & αβ, ipſius γδ; æquè igitur eſt multiplex εβ, ipſius ζδ, & αβ, ipſius γδ. Et reliquæ igitur εβ, reliquæ ζδ, æque multiplex erit: quotuplex eſt tota αβ, totius γδ. Si magnitudo igitur magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æquè multiplex erit, quotuplex eſt tota totius: quod demonſtraſſe oportuit.

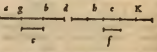
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

SI fuerint duæ quantitates ad alias duas æquè multiplices, duæq; minores à duabus maioribus utraq; à ſua multiplice ſubtrahantur, erunt duo reliqua earundem partium æquè multiplicia, aut eis æqualia. 6

CAMPANVS. Sint quantitates a b ad c, & d e ad f, æquè multiplices, ſubtrahantur c ex a b, & f ex d e, & ſint reſidua ex a b quidem a g. ex d e, d h, eritq; g b, æqualis c, & h e æqualis f, dico quòd duo reſidua a g, & d h erunt æqualia duabus quantitatibus c f, aut eis æquè multiplicia. Sit ergo primò a g, æqualis c, dico quòd d h eſt æqualis f. Sumam enim quantitatē e k, æqualem f, eritq; per præmiſſas hypotheſes, ut toties f ſit in h K, quoties c in a b, quare ſicut a b eſt multiplex c, ita h k, eſt multiplex f, ſed ſic etiam d e, erat multiplex eiuſdem f, erit igitur per communem ſcientiam, h k æqualis d e, dempta igitur communi earum quantitate h e, erit d h, æqualis f: quod eſt propoſitum.



Si autem a g ſit multiplex c, ponam ut e k ſit ęquè multiplex f, eritq; ut prius, ut toties f ſit in h K, quoties c in a b, ſed toties erat etiam in d e: erit igitur ut prius, d e ęqualis h k, & d h, e k: quare ſicut a g eſt multiplex c, ita d h eſt multiplex f: quod eſt propoſitum.

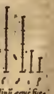


Aliter idem. Cùm ſecundum eundem numerum contineat quantitas a b quantitatem c, ſecundum quem quantitas d e quantitatem f, demptaq; ab eo unitate remaneat unitas uel numerus ſecundum quem a g, continet c, & ſecundum quem d h, continet f, patet quantitates a g, & d h, eſſe æquales aut æquè multiplices quantitatibus c & f.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 6.*

Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æquè fuerint multiplices, etiam reliquæ eiſdem uel æquales ſunt, uel æquè ipſarum multiplices. 6

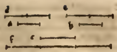
THEON ex Zāb. *Duæ enim magnitudines αβ γδ, duarū magnitudinū ε & ζ, æquè ſint multiplices, & ablatæ aliquæ αη, & γθ, earundē ε & ζ, æquè ſint etiam multiplices. Dico quòd & reliquæ ηβ, & θδ, eiſdem ε, et ζ, aut ſunt æquales, aut earum æquè multiplices. Sit enim primum, ηβ, ipſi ε, æquale. Dico quòd & θδ, ipſi ζ, eſt æquale. Ponatur enim ipſi ζ, æqualis γκ. Et quoniā æquè multiplex eſt αη, ipſius ε, & γθ, ipſius ζ, æqualis autem eſt ηβ, ipſi ε, & κγ, ipſi ζ, æquè igitur eſt multiplex αβ, ipſius ε, & κθ, ipſius ζ. Aequè autem ponitur multiplex αβ, ipſius ε, & γδ, ipſius ζ. Aequè igitur eſt multiplex κθ, ipſius ζ, & γδ, ipſius ζ. Quoniā igitur utraq; ipſarū κθ, & γδ, ipſius ζ, æquè eſt multiplex, æqualis igitur (per 1 communē ſententiā,) eſt κθ, ipſi γδ. Cōmunis auferatur γθ, reliqua igitur κγ, reliquæ θδ, eſt æqualis. Sed ζ, ipſi κγ, eſt et ipſi æqualis θδ, igitur ζ eſt æqualis. Quare ſi ηβ, æqualis eſt ipſi ε, & θδ, ipſi ζ, erit æqualis. Similiter quoq; oſtendemus quòd & ſi multiplex fuerit ηβ, ipſius ε, tam multiplex erit & θδ, ipſius ζ. Si duæ igitur magnitudines duarum magnitudinū æquè fuerint multiplices, et ablatæ aliquæ earundem æquè fuerint multiplices, & reliquæ eiſdem aut æquales, aut earum æquè multiplices erunt: quod demonſtrare oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

SI duæ quantitates inæquales ad quamlibet comparentur, earum ad illam erit una proportio, itemq; ad illas proportio illius, una eſt. 7

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a b, æquales, quæ comparentur ad quamlibet tertiam ut ad c, dico quòd eadem eſt proportio a ad c, & b ad c, itemq; eadem c ad a, & c ad b. Primum ſic probatur. Cùm enim c ſit conſequens ad a primam & ad b tertiam, ipſa erit in ratione ſecundę & quartę. Sumam igitur d ad a primam, & e ad b tertiam æquè multiplices, & ſumam f, quamlibet ex multiplicibus c, quæ eſt ſecunda & quarta. Et quia a & b quarum ſunt æquè multiplices d e, poſitæ ſunt æquales, erit ut ſi d diuidatur



datur ſecundum quantitatē a,& e ſecūdum quantitatem b, quod partes utrobiq; ſunt numero & quantitate ęquales: numero quidem, per hypotheſin propter æqualitatem multiplicationis utrobiq; : quantitate autem, per hanc communem ſcientiam quoties oportuit repetitam, quę eidem ſunt æqualia, ſibi inuicem ſunt æqualia. Quia igitur prima ex partibus d eſt æqualis primæ ex partibus e,& ſecunda ſecundæ,& cæteræ cæteris, ſuntq; tot partes in d quot ſunt in e, erit per primam huius, d æqualis e. Quare per communem ſcientiam, ſi duæ quantitates æquales comparentur ad aliam tertiam, aut ambæ quantitates d & e ſunt ſimiliter maiores f, aut ſimiliter minores, aut ſibi æquales, igitur ex diffinitione cōtinuæ proportionalitatis, quæ eſt proportio a primæ ad c ſecundā, eadem eſt b tertiæ ad c, quartam, quod eſt propoſitum. Secundum eodem modo probabis ordine conuerſo, ut c ponatur prima & tertia, a uerò ſecunda, b quarta. Cùm uerò quantitas f, quæ eſt æquè multiplex primæ & tertiæ, ſit aut ſimiliter maior quantitatibus d & e, quæ ſunt æquè multiplices ſecundæ & quartæ, aut ſimiliter minor, aut eis æqualis: erit per eandem diffinitionem proportio c primæ ad a ſecundam, ſicut c tertiæ ad b quartam: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

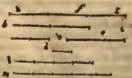
Aequales, ad eandem, eandem habent rationem, & eadem, ad ęquales.



7 THEON ex Zamb. *Sint æquales magnitudines α β. alia autē utcunq; magnitudo γ. Dico quòd utraq; ipſarū α β, ad ipſam γ, eandem habet rationem, & γ, ad utranq; ipſarū α β. Sumantur (per 3 quinti) ipſarum α β, æquè multiplices, ſintq; δ, ε, ipſius autem γ, alia ut cunque multiplex, ſitq; ζ. Quoniam igitur æquè multiplex eſt δ ipſius α, & ε, ipſius β, æqualis autem eſt α, ipſi β, æqualis igitur eſt (per primam communē ſententiam) & δ, ipſi ε. Alia autem quæcunq; ζ, multiplex ipſius γ, ſi excedit igitur δ ipſum ζ, excedit & ε, ipſum ζ, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Et ſunt quidem δ ε, ipſarum α β, æquè multiplices, & ζ, ipſius γ, alia utcunq; multiplex. Eſt igitur ut α ad γ, ſic β, ad γ, dico iam quòd & γ, ad utramq; ipſarum α β, eandem habet rationem. Eiſdem nanq; diſpoſitis, ſimiliter oſtendemus, quòd æqualis eſt δ ipſi ε, alia autē quædam eſt ζ. Si igitur excedit ζ, ipſum δ, excedit quoq; ipſum ε, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. At ζ, ipſius γ, multiplex eſt, & δ ε, ipſarum α β, aliæ quæuis ſunt æque multiplices. Eſt igitur ſicut γ ad α, ſic etiam γ ad β. Aequales igitur ad eandē, eandē habent rationem, & eadem, ad æquales: quod fuerat demonſtrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 SI duæ quantitates inæquales ad unam quantitatem proportionentur, maior quidem maiorem, minor uerò minorē obtinebit proportionem. Illius autem ad illas, ad minorem quidem proportio maior, ad maiorem uerò minor erit.



CAMPANVS. Sint duæ quantitates inæquales a & b c, ſitq; maior b c,& proportionentur ad eandem quātitatem quę ſit d, dico quòd maior eſt proportio b c ad d, quàm a ad d,& quod econtrario maior eſt d ad a quàm d ad b c. Primū ſic probatur. Ponam e b, æqualem a,& multiplicabo totiēs e c, quod proueniat quantitas maior d, ſitq; f g,& ſumam k f, ita multiplicem b e, & ſimiliter h ita multiplicem a, ſicut f g, eſt multiplex e c, eritq; per primam huius, h ita multiplex a: ſicut k g, eſt multiplex b c, erit etiam h æqualis k f propter hoc quòd earū ſubmultiplices, quæ ſunt a & b e, poſitæ ſunt æquales. Ponā quoq; quòd h non ſit minor d, ſed æqualis aut maior, toties enim multiplicabo unamquāq; triū quantitatum e c, b e, & a, ęqualiter, quòd f g multiplex e c proueniat maior d,& quòd h multiplex a non proueniat minor eadem, deinde toties multiplicabo d, quod proueniat quantitas maior h, ſitq; m prima quātitas multipliciū d, quæ ſit maior h, ſub qua ſumā maximā multiplicē d, aut ſibi ęqualē, ſi m eſt prima in ordine multipliciū d, quæ ſit l: eritq; ut l, nō ſit maior h,& cōſtabit m ex d & l: propter id quòd omne multiplex conſtat ex proximo præcedenti multiplici & ſimplo, ut triplum ex duplo & ſimplo, excepto primo multiplici, quod conſtat ex bis ſimplo. Quia ergo h eſt æqualis

K f, non

k f, non erit k f minor l, itaq; k f & d non efficient minus quàm l & d, quare non efficient minus quàm m, & quia f g, eſt maior d, erit k g maior quàm m. Intelligo igitur quantitatem b c primam, d ſecundam, a tertiam, d quartam, & quia ad primam & tertiam ſumpta ſunt æquè multiplicia, uidelicet K g & h, ſimiliter quoq; ad ſecundam & quartam æquè multiplicia, immo idem in ratione duorum quod eſt m, & addit k g, multiplex primæ ſuper m multiplex ſecundæ, non addit autem b multiplex tertiæ ſuper m multiplex quartæ, erit per diffinitionẽ maioris improportionalitatis, maior proportio b c primæ ad d ſecundam quàm a tertiæ ad d quartam, quod eſt primum. Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerſo ordine, ut d ſit prima & tertia, a ſecunda, b c quarta, addit enim m multiplex primæ, ſuper b multiplicem ſecundæ, non addit autem m multiplex tertiæ ſuper K g, multiplicem quartæ, quare maior eſt proportio d ad, a quàm d ad b c: quod eſt ſecundum. Ex huius autem demonſtrationis modo, patet ſufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis, quam poſuit author in principio huius quinti. Nuſquam enim eſt maior proportio primæ quatuor quantitatum ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartam: quin contingat aliqua æquè multiplicia ad primam & tertiam, & reperiri, quæ cùm relata fuerint ad aliqua æquè multiplicia ſecundæ & quartę, inuenietur multiplex primæ addere ſuper multiplex ſecundæ, non autem multiplex tertiæ ſuper multiplex quartæ. Hæc autem multiplicia ſic reperiemus, ſicut demonſtrabitur infrà ſupra 12 huius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

In æqualium magnitudinum maior, ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor, & eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

THEON ex Zamb. *Sint inæquales magnitudines, αβ & γ, & ſit maior αβ, quàm γ. Alia autem quæuis, ſit ut δ. Dico quòd αβ, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ ad δ, & δ ad γ, maiorem rationem habet, quàm ad αβ. Quoniam enim maior eſt αβ, quàm γ, ponatur ipſi γ, æqualis βε, minor iam ipſarum αε, & εβ, multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Sit primum αε, minor quàm εβ. Et multiplicetur αε, quoad quod fiet, maius ſit ipſo δ, & ſit illius multiplex ζη, quod maius eſt quàm δ. Et quàm multiplex eſt ζη, ipſius αε, tam multiplex eſto ηθ, ipſius εβ, & κ, ipſius γ, & ſumatur ipſius δ duplum, ſitq; λ, triplum poſtmodum: ſitq; illud μ, et deinceps uno plus, quoad ſumptum multiplex fiat ipſius δ, primo maius quàm κ, ſumaturq;, & ſit ν, quadruplum quidem ipſius δ, primo autem maius quàm κ. Quoniam igitur κ, ipſo ν, primo eſt minor: κ igitur ipſo μ, non eſt minor. Et quoniã æquè multiplex eſt ζη, ipſius αε, atq; æquè multiplex eſt ηθ, ipſius εβ, æquè igitur eſt multiplex, (per 1 quinti,) ζθ ipſius αβ, & κ, ipſius γ. Igitur ζθ, & κ, ipſarum αβ, & γ, æquè ſunt multiplices, (per eandem.) Rurſus quoniam æquè eſt multiplex ηθ, ipſius εβ, & κ ipſius γ, æqualis autem eſt εβ, ipſi γ, æqualis igitur eſt & ηθ, ipſi κ. At κ, non eſt minor quàm μ: neq; igitur ηθ, eſt minor quàm μ. Maior autẽ eſt ζη, quàm δ, tota igitur ζθ, ſimul ambabus δ & μ, maior eſt. Sed ambæ δ & μ, ipſi ν, ſunt æquales: quandoquidem μ, ipſius δ triplũ eſt: ambæ autẽ μ, et δ, ipſius δ quadruplices ſunt: eſt autẽ ν, ipſius δ quadruplũ: ambæ igitur μ, & δ, ipſius δ quadruplices ſunt, & eſt autẽ ν, ipſius δ, quadruplum: ambæ igitur μ & δ, ipſi ν ſunt æquales. Sed ζθ, ipſis μ & δ maior eſt, igitur ζθ, ipſũ ν excedit. Sed κ, ipſum ν, non excedit, & ſunt quidẽ ζθ & κ, æquè multiplices ipſarum αβ, & γ, & ν, ipſius δ, alia quæuis eſt multiplex. Igitur αβ, ad δ maiorem rationẽ habet, quàm γ, ad δ. Dico iam quòd & δ, ad γ, maiorem rationem habet, quàm δ ad αβ. Nam illis ſic deſcriptis ſimiliter oſtendemus quòd ν, maior quidẽ eſt quàm κ, nõ uerò maior quàm ζθ: & eſt quidem ν ipſius δ, multiplex. Ipſæ uerò ζθ, & κ ipſarũ αβ & γ, aliæ quæuis æquè multiplices. Igitur δ ad γ, maiorẽ rationẽ habet, quàm δ ad αβ. Sed iam αε maior eſt quàm εβ, iam minor εβ multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Multiplicetur, & eſto ηθ, multiplex quidẽ ipſius εβ, maior autem ipſo δ. Et quàm multiplex eſt ηθ ipſius εβ, tam multiplex fiat & ζη ipſius αε, & κ ipſius γ, ſimiliter oſtendemus quod ζθ, & κ ipſarum αβ, & γ, æquè ſunt multiplices. Sumaturq; ſimiliter multiplex quidẽ ipſius δ, primo autem maior quàm ζη quare rurſus ζη non eſt minor quàm μ, maior autẽ eſt ηθ, quàm δ. Tota igitur ζθ, ipſas δ μ, hoc eſt ipſam ν, excedit, & κ ipſam ν, nõ excedit. Quoniã & ζη, quæ maior eſt quàm ηθ, hoc eſt quàm κ ipſam ν, non excedit: pariterq; ſuperiora conſequuti demonſtrationem conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinũ maior ad eandẽ, maiorem rationẽ habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet quàm ad maiorem: quod demonſtraſſe oportuit.*

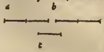


Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad unam quantitatẽ proportio una, ipſas eſſe ęquales: ſi uerò unius ad eas proportio una, ipſas æquales eſſe neceſſe eſt.

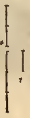
CAMPANVS. Sit duarum quantitatum a & b, proportio una ad c, dico eas eſſe æquales, & ſi econuerſo fuerit eadem proportio c ad utranq; earum, adhuc dico eas eſſe æquales, hæc eſt conuerſa ſeptimæ huius. Primum ſic patet. Si enim non ſunt æquales, ſed altera earum maior, utpote a, erit per primam partem præmiſſæ, maior proportio a ad c, quàm b ad c, quod eſt contra hypotheſin. Secundum quoq; patet, quia ſi a eſt maior b, erit per ſecundam partem præmiſſæ, maior proportio c ad b, quàm ad a, quod eſt etiam contra hypotheſin.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 9.*

9 Quæ ad eandem, eandem habent rationem, ęquales adinuicẽ ſunt, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipſæ ſunt æquales.

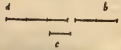
THEON ex Zamb. *Habeat inquam utraq; ipſarum α β, ad γ, eãdem rationem. Dico quòd æqualis eſt α, ipſi β. Si autem non, utraque ipſarum α β, ad ipſam γ, eandem non haberet rationem, (per 8 quinti,) habet autem, æqualis igitur eſt α, ipſi β. Habeat rurſus γ, ad utranq; ipſarum α β, eandem rationem. Dico quòd æqualis eſt α, ipſi β: ſi autem non, ipſa γ, ad utranq; ipſarum α β, non habet eandem rationem, habet autem, æqualis igitur eſt α ipſi β. Quæ ad eandem igitur, eandem habẽt rationem, adinuicẽ ſunt æquales, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipſæ ſunt æquales: quod demonſtrandum fuerat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 SI fuerit unius quantitatis ad quantitatẽ unam proportio maior, quantitatem maiorem eſſe. Si uerò unius ad eandem proportio maior, minorẽ eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Quòd ſi fuerit maior proportio a ad c quàm b ad c, dico a eſſe maiorẽ b, & ſi fuerit maior c ad b quàm c ad a, adhuc dico a eſſe maiorẽ b. Hæc eſt cõuerſa 8. Primum patet per primam partem 7 & per primam 8, nam per primam partem ſeptimæ, non erit a æqualis b, nec etiam minor, per primam octauæ. Secundum uerò patet ex ſecundis partibus earundem.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 10.*

10 Ad eandem, rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior eſt, ad quam autẽ eadem maiorem rationẽ habet, illa minor eſt.

THEON ex Zamb. *Habeat enim α, ad γ, maiorem rationẽ, quàm β, ad γ, Dico quòd α, maior eſt quàm β. Si autem non, aut eſt α, ipſi β, æqualis, aut ea minor: æqualis autem minimè eſt α, ipſi β, utraq; etenim ipſarum α β, ad γ, eandem rationem haberet: (per 9 quinti) non habet autẽ, igitur α, ipſi β minimè æqualis eſt. Neq; etiam minor eſt α, quàm β, nam α, ad ipſum γ, minorem rationem haberet, quàm β, ad γ, (per 8 quinti) non habet autem, igitur α, quàm β. minor non eſt. Oſtenſum autem eſt, quòd neque eſt æqualis, maior igitur eſt α, quàm β. Habeat rurſus γ ad β, maiorem rationem, quàm γ ad α. Dico quòd minor eſt β, quàm α. Si autem non, aut eſt ei æqualis aut ea minor: æqualis quidem non eſt, β ipſi α: nam γ, ad utranque ipſarum α β, eandem haberent rationem, (per 6 quinti,) non habet autem: igitur α, ipſi β, minimè eſt æqualis. Neq; etiam maior eſt β, quàm α, nam γ ad β, minorem rationem haberet, quàm ad α, (per 8 quinti) non habet autem. Igitur maior non eſt β quàm α: patuit autẽ quod neque æqualis eſt, minor igitur eſt β, quàm α. Ad eandem igitur rationem habentiũ, maiorem rationem habens, maior eſt, & ad quam eadem maiorem rationem habet, ipſa minor eſt: quod erat demonſtrandum.*

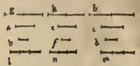


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

11 SI fuerint quantitatum proportiones alicui uni æquales, ipſas quoq; proportiones ſibi inuicem æquales eſſe neceſſe eſt.

l

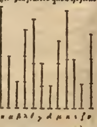
CAMPANVS. Propoſitionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter communes animi conceptiones, quæ eidem ſunt æqualia ſibi quoq; ſunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demonſtrat prout proportionibus accommodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum quæ ſunt a ad b, & c ad d, æqualis proportioni quæ eſt e ad f. Dico proportiones quę ſunt a ad b & c ad d, ſibi inuicẽ eſſe æquales. Sumã enim g ad a, & h ad c, & k ad e, ęquè multiplices, itẽq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplices. Et quia per hypotheſin proportio c ad f, eſt ſicut a ad b, & ſimiliter ſicut c ad d, erit per cõuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis ſumptam, ſi K addit ſuper n, quod g addat ſuper l, & h ſuper m, & ſi K minuit ab n, quod g minuat ab l, & h ab m, & ſi K eſt æqualis n, quod g ſit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m ſimiliter ſe habent in addendo, diminuendo & æquando, mediantibus K & n, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, a ad b ſicut c ad d: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 11.*

Quæ eidem ſunt eædem rationes, & ad inuicem ſunt eædem. 11

THEON ex Zamb. *Sint enim ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, ſicut uerò γ, ad δ, ſic ε, ad ζ. Dico quòd eſt ſicut α β, ſic ε, ad ζ, Sumantur enim ipſarum α γ ε, æquè multiplices, ſintq́; η θ κ, ipſarum uerò β δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices, ſintq́; λ μ ν. Et quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ, æquè multiplices η θ, ipſarum autem β δ, aliæ quæuis æquè multiplices λ μ, ſi igitur excedit η, ipſum λ, excedit & θ, ipſum μ, & ſi æquale, æquale: & ſi deficit, deficit, (per conuerſionẽ 6 diffinitionis quinti.) Rurſus quoniã ſicut eſt ε, ad ζ, ſic eſt γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum γ ε, æquè multiplices θ κ, & ipſarum δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices μ, & ν: ſi igitur excedit θ ipſum μ, excedit quoq; κ ipſum ν, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus, (per eãdem.) Sed ſi excedit θ, ipſum μ, excedit quoq; et η, ipſum λ, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: (per eandem conuerſionem.) Quare ſi excedit η, ipſum λ, excedit & κ, ipſum ν, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: (per eandem.)*

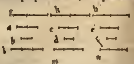


Sunt autem η κ ipſarum α, ε, æquè multiplices, & λ ν, ipſarum β ζ, aliæ quæuis æquè multiplices. Eſt igitur ſicut α, ad β, ſic eſt ε, ad ζ. Quæ igitur eidem eædem ſunt rationes, & ad inuicem ſunt eædem (per 6 diffinitionem) quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

SI fuerit proportio primi ad ſecundũ ſicut tertij ad quartum, tertij uerò ad quartum maior quàm quinti ad ſextum, erit proportio primi ad ſecundum, maior quàm quinti ad ſextum. 12

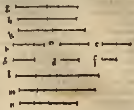
CAMPANVS. Sicut in præcedenti, quod hic demonſtrat in proportionibus, conceptibile eſt in quantitatibus, uidelicet quòd ſi duæ quantitates fuerint ſibi inuicem æquales, quæcunq; fuerit una earũ maior, eadem maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonſtratur, ut ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d, c uerò ad d, ſit maior quàm e ad f, erit quoq; a ad b, maior e quã ad f. Sumã enim g ad a, & h ad c, & K ad e, æquè multiplices, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplices. Et quia per hypotheſin proportio c ad d eſt ſicut a ad b, & maior quàm e, ad f: erit per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, ſi h addit ſuper m, ut g addat ſuper l, & per conuerſionem diffinitionis maioris improportionalitatis, quod non ſit neceſſe k addere ſuper n. Quia igitur mediantibus h & m ſi g addit ſuper l, non eſt neceſſe K addere ſuper n: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis, maior proportio a ad b quàm e ad f: quod eſt propoſitum.



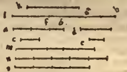
CAMPANI *additio.* Simili quoq; modo probabis, quòd ſi ſit a ad b ſicut c ad d, & c ad d, minor quàm e, ab f, erit a ad b minor quàm e ad f. Cùm enim ſit c ad d minor quàm e ad f: erit e ad f, maior quàm c ad d: per conuerſionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis,

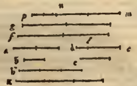
ſi k addit

ſi k addit ſuper n, non eſt neceſſe quòd h addat ſuper m, ſed ſi h non addit ſuper m, g non addit ſuper l, ergo ſi k addit ſuper n, non eſt neceſſe ut g addat ſuper l: per diffinitionem igitur maioris improportionalitatis, maior erit proportio e ad f, quàm a ad b, ergo cõuerſo minor erit a ad b quàm e ad f, quod eſt propoſitũ. Ex modo autẽ demõſtrationis octauę huius, & hac fiet manifeſtum quòd ſi fuerit primę quatuor quantitatũ ad ſecundã maior proportio quàm tertiæ ad quartã, continget reperire aliqua æquè multiplicia primæ & tertiæ, quæ cũ comparabuntur ad aliqua æquè multiplicia ſecundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere ſuper multiplex ſecundæ, non autem multiplex tertię ſuper multiplex quartę. Quod ſic patet. Sit enim maior proportio a b ad c, quàm d ad e. Ponam ergo ut ſit proportio a f ad c, ſicut d ad e, eritq́ per



hanc 12 & per 10, a f minor a b, & ſit minor in quantitate f b, quã multiplicabo toties, quod proueniat quantitas maior c, quæ ſit g h, hac conditione ut d toties multiplicata producat quantitatem non minorem e, quæ ſit k, tunc ponam ut l g ſit ita multiplex a f, ſicut g h eſt multiplex f b, aut K d, eritq́ per primam huius l h, ita multiplex a b, ſicut k d. Deinde ponam quòd m ſit prima quantitas multiplex c, quæ ſit maior k, & ponam n ita multiplicem c, ſicut m eſt multiplex e, eritq́ per præmiſſas hypotheſes & conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis quantitas n prima, multiplicium c, quæ erit maior l g, nec erit l g minor c. Sumam ergo ſub n, maximam multiplicium c, aut ſibi ęqualem, ſi forſitan n ſit prima multipliciũ eius, quæ ſit o, conſtabitq́ n, ex o & c, quia ergo l g non eſt minor o, & g h eſt maior c, erit l h, maior n, quare cum k ſit minor m, patet propoſitum. Conuerſam quoq́ huius demõſtrare poſſumus, uidelicet, quòd ſi contingit reperire aliqua æquè multiplicia primæ & tertiæ, quarum multiplex primæ addat ſuper aliquod multiplex ſecundæ, & multiplex tertiæ non addat ſuper multiplex quartæ, maior erit proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, quòd ſic probatur. Sint quatuor quantitates, a prima, b ſecunda, c d tertia, e quarta, ſintq́ f ad a, & g ad c d, æquè multiplicia, ſimiliter h ad b, & k ad e, æquè multiplicia & addat f ſuper h, non addat autem g ſuper k, dico quòd maior eſt proportio a ad b quàm c d ad e. Si enim dico æqualis per conuerſionem diffinitionis incontinuę proportionalitatis addet g, ſuper k, quod eſt contra hypotheſin. Si autem minor, ſit c l ad e ſicut a ad b, eritq́ per huius 10, c l minor c d & ſit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n ſit ita multiplex c l, & n p multiplex l d, ſicut f eſt multiplex a, eritq́ per primam huius m, p ita multiplex c d, ſicut f eſt multiplex a, utraque igitur duarum quantitatũ m p & g, eſt æquè multiplex quantitatis c d, ergo ipſæ ſunt æquales, nam hæc illatio, demonſtrata eſt in 7 huius. Et quia g non eſt maior K, non erit m p maior eadem. Sed per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, m n eſt maior K, eo quod f eſt maior h, ergo m n, eſt maior m p, quod eſt impoſſibile: quare relinquitur propoſitum.



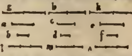


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

13 SI fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias, proportio una erit quoq́ quæ proportio unius ad unam, eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

CAMPANVS. Quod prima propoſuit de multiplicibus, hæc proponit de omnibus proportionibus, unde hęc eſt communior illa, eo quòd omnis multiplicitas eſt proportio, non autem

econuerſo. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f, una proportio: dico quòd quæ eſt proportio a ad b, eadem eſt compoſiti ex a c e, ad compoſitum ex b d f. Sumam g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia, eritq; per primam huius, compoſitum ex g h k, ita multiplex compoſiti ex a c e, ſicut g eſt multiplex a, ſimiliter per eandem, compoſitum ex l m n, erit ita multiplex compoſiti ex b d f, ſicut l eſt multiplex b: & per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis ſumptam, ſi g addit ſuper l, & h addit ſuper m, & k ſuper n, & ſi minuit, minuit, & ſi æquat, æquat: ergo per communem ſcientiam, ſi g addit ſuper l, compoſitum ex g h k, addit ſuper compoſitum ex l m n, & ſi minuit, minuit, & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad b, eſt ſicut compoſiti ex a c e, ad compoſitum ex b d f: quod eſt propoſitum.

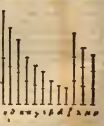


Hæ ſequentes duæ propoſitiones 12 ſcilicet & 13, ex Zamberto, duabus præcedentibus ex Campano, præpoſtero ordine reſpondent 12 unius 13 alterius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 12.*

Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit ſicut una antecedentium ad unam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. 12

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; magnitudines proportionem habentes α β γ δ ε ζ, ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ε, ad ζ. Dico quòd eſt ſicut α, ad β, ſic eſt α γ ε, ad β δ ζ. Sumantur enim æque multiplices ipſarum α γ ε, ſintq; η θ κ, & ipſarum β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices, ſintq; λ μ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ, & ε ad ζ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ ε, æque multiplices η θ κ, & ipſarum β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices, hoc eſt λ μ ν: ſi igitur excedit η, ipſum λ, excedit & θ, ipſum μ, & κ, ipſum ν, & ſi æquale, æquale: & ſi minuit, minus (per conuerſionem 6 diffinitionis quinti) Quare & ſi excedit η, ipſum λ, excedunt & η θ κ, ipſas λ μ ν, & ſi æquales, æquales: & ſi minores, minores (per eandem) Et eſt η, quidem, & η θ κ, ipſius α, & ipſarũ α γ ε, æque multiplices. Quoniam (per primam quinti) ſi fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularum æque multiplices, quàm multiplex eſt una unius magnitudinũ, tam multiplices erunt, & omnes omnium. Ac per hoc, etiam λ, & λ μ ν, ipſius β, & β δ ζ, æque ſunt multiplices. eſt igitur ſicut α ad β, ſic α γ ε, ad β δ ζ (per 6 diffinitionem quinti) Si fuerint igitur quotcunq; magnitudines proportionem habentes, erit ſicut una antecedentium ad unam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes: quod demonſtrandum fuerat.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 13.*

Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad ſextam, prima quoq; ad ſecundam maiorem rationem habebit quàm quinta ad ſextam. 13

THEON ex Zamb. *Prima enim α, ad ſecundam β, eandem habeat rationem & tertia γ, ad quartam δ, tertia uerò γ, ad quartam δ, maiorem habeat rationem quàm quinta ε, ad ſextam ζ. Dico quòd & prima α, ad ſecundam β, maiorem rationem habebit, quàm quinta ε, ad ſextam ζ. Quoniã γ ad δ maiorem rationem habet, quàm ε ad ζ, ſunt enim ipſarum γ ε, quædã æque multiplices, & ipſarum δ ζ, aliæ quæuis ſunt æque multiplices, ac multiplex ipſius γ, excedit multiplicem ipſius δ, multiplex autem ipſius ε, non excedit multiplicem ipſius ζ, ſumantur igitur, & ſint ipſarũ γ ε, æque multiplices*

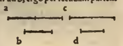


multiplices ε θ, ipſarum autem δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices κ λ. Ita quidem ut ε, excedat ipſum κ, & θ, ipſum λ, non excedat, & quàm multiplex quidem eſt ε, ipſius γ, tam multiplex eſto, & μ ipſius α, quàm multiplex autem eſt κ, ipſius δ, tam multiplex eſto & ν, ipſius β, & quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ, æque multiplices μ ε, ipſarum β δ, aliæ quæuis æque multiplices ν κ: ſi excedit igitur μ, ipſam ν, excedit & ε, ipſam κ, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor (per conuerſionem ſextæ diffinitionis quinti) Excedit autem (per conſtructionem) ε ipſam κ, excedit igitur & μ ipſam ν, at θ ipſam λ, non excedit: ſunt autem μ θ, æque multiplices ipſarum α ε, & ν λ, ipſarum β ζ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur α, ad β, maiorem habet rationem, quàm ε, ad ζ. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad ſextam: prima ad ſecundam quoque maiorem rationem habebit, quàm quinta ad ſextam: quod demonſtrare oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq́ prima maior tertia, neceſſe eſt ſecundam quarta eſſe maiorem. Quòd ſi minor, & minorem; ſi uerò æqualis, & æqualem eſſe.

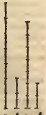
CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d. Dico quòd ſi a eſt maior c, b erit maior d, & ſi minor, minor, & ſi æqualis, æqualis. Si enim a ſit maior c, erit per primam partem 8 huius, maior proportio a ad d quàm c ad d. Quare maior erit a ad d, quàm ad b, ergo per ſecūdam partem 10 huius, b erit maior d: quod eſt propoſitum. Quòd ſi a ſit minor c, erit per primam partem 8, minor proportio a ad d, quàm c ad d. Quare maior erit a ad b, quàm ad d: per ſecundam ergo partem 10, b erit minor d. Si autem a ſit æqualis c, erit per primā partem 7, a ad d ſicut c ad d. Quare a ad d, ſicut a ad b, itaq́ per ſecundam partem 9, b erit æqualis d: ſicq́ patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 14.*

14 Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartā, prima uerò tertia maior fuerit, & ſecunda, quarta maior erit, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor.

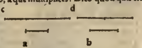
THEON *ex Zamb. Primum enim α, ad ſecundum β, eandem habeat rationē, & tertium γ, ad δ quartum, maius autem eſto α, quàm γ. Dico quòd & β, maius eſt quàm δ. Quoniam enim α, eſt maior quàm γ, eſt autem alia quædam magnitudo β, igitur (per 8 quinti) α, ad β, maiorem rationem habet quàm γ, ad β. Sicutq́ α ad β, ſic γ, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ, ad β. Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud minus eſt (per 10 quinti) minus igitur eſt δ, quàm β, quare maior eſt β, quàm δ. Similiter quoq́ oſtendemus quod & ſi æquale fuerit α, ipſi γ, æquale erit quoq́ & β, ipſi δ, & ſi minus fuerit α, quàm γ, minus erit quoq́ & β, quàm δ. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, prima autem tertia maior fuerit, & ſecunda quarta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod demonſtrare oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 SI fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices aſsignatæ, erit ipſarum multiplicium atque ſubmultiplicium una proportio.

CAMPANVS. Sint c ad a, & d ad b, æque multiplices. Dico quòd quæ eſt proportio a ad b, eadem eſt c ad d. Diuidatur c ſecundū quantitatem a, & d ſecundum quātitatem b, ſuntq́ tot partes c, quot d, & quia quælibet pars c ad quamlibet partem d ſe habet ſicut a ad b, erit per 13 huius, c ad d, ſicut a ad b: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 15.*

15 Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem.

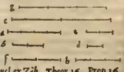
THEON ex Zamb. *Sit igitur æquemultiplex αβ, ipſius γ, & δε, ipſius ζ, Dico q. eſt ſicut γ, ſic eſt αβ, ad δε. Quoniã enim æque eſt multiplex αβ, ipſius γ: & δε, ipſius ζ. quot igitur magnitudines ſunt in αβ, ipſi γ, æquales, tot ſunt in δε æquales ipſi ζ. Diuidatur αβ, in magnitudines æquales ipſi γ, hoc eſt αη, ηθ, θβ, ipſum autem δε, in magnitudines æquales ipſi ζ, hoc eſt δκ, κλ, & λε, erit iam magnitudo ipſorũ αη, ηθ, & θβ, æqualis multitudini ipſorum δκ, κλ, & λε. Et quoniã αη, ηθ, & θβ, ſibi inuicem ſunt æquales, & δκ, κλ, & λε, quoq; ſibi inuicem ſunt æquales: eſt igitur ſicut αη, ad δκ, ſic eſt ηθ ad κλ, & θβ, ad λε: erit igitur (per 12 quinti) ſicut unũ antecedentiũ ad unum cõſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia conſequentia. Eſt igitur ſicut αη, ad δκ, ſic eſt αβ, ad δε, æqualis aũt eſt αη, ipſi γ, ipſum autẽ δκ, ipſi ζ: eſt igitur ſicut γ ad ζ, ſic eſt αβ ad δε. Partes igitur eodẽ modo multiplicium, eandẽ habent rationem ſumptæ ad inuicem: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.

SI fuerint quatuor quantitates proportionales, permutatim quoq; proportionales erunt. 16

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d. Dico quòd erit a ad c ſicut b ad d. Et iſte eſt modus arguẽdi, qui dicitur proportionalitas permutata, cuius demonſtratio ſic patet. Sumam e ad a, & f ad b, æquè multiplices: itemq; g ad c & h ad d, æquè multiplices eritq; per præmiſſam e ad f, ſicut g ad h: quare per 14, ſi e addit ſuper g, & f addit ſuper h: & ſi minuit, minuit, & ſi æquat, æquat: per diffinitionem igitur incontinuæ proportionalitatis erit a ad c, ſicut b ad d: quod eſt propoſitum. Neceſſe eſt autem, ut in permutata proportionalitate ſint omnes quatuor quantitates eiuſdem generis.



Eucl. ex Zãb. Theor. 16. Prop. 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & uiciſſim proportionales erunt. 16

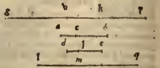
THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales αβγδ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Dico quòd & uiciſſim proportionales erũt, ſicut α ad γ, ſic β ad δ. Sumãtur quidem ipſarum αβ, æquè multiplices εζ, & ipſarũ γδ, & aliæ quæuis, æquè multiplices ηθ, & quoniam æquè multiplex eſt ε ipſius α, & ζ ipſius β, partes autẽ eodẽ modo multipliciũ eandẽ habẽt rationẽ ſumptæ adinuicẽ (per præcedentẽ) eſt igitur ſicut α ad β, ſic ε ad ζ. Sicut autẽ α, ad β, ſic & γ ad δ, & ſicut igitur γ ad δ, ſic ε ad ζ (per 11 quinti.) Rurſus quoniã ηθ ipſarum γδ, æquè ſunt multiplices, partes autẽ eodem modo multipliciũ eandem habẽt rationẽ ſumptæ adinuic. (per 15 quinti) eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic eſt η ad θ. Sicut aũt γ ad δ, ſic ε ad ζ, & ſicut igitur ε ad ζ, ſic η ad θ (per 11 quinti.) Si quatuor aũt magnitudines proportionales fuerint, prima uerò tertia maior ſit, & ſecũda quarta maior erit: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor (per 14 quinti.) Si igitur excedit ε ipſum η, excedit & ζ ipſum θ: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus (per 6 diffinitionem quinti) Sunt aũt εζ ipſarũ αβ æque multiplices: & ηθ ipſarum γδ: aliæ quæuis æquè multiplices. Eſt igitur ſicut α ad γ, ſic eſt β ad δ. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & uiciſſim proportionales erunt: quod demonſtaſſe oporauit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.

SI fuerint quantitates coniunctim proportionales, eaſdem diſiunctim quoque proportionales eſſe. 17

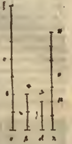
CAMPANVS. Demonſtrato modo arguẽdi qui dicitur proportiõalitas permutata, demõſtrat illũ qui dicitur proportionalitas diſiũcta. Sit itaq; proportio a b ad b c, ſicut d e ad e f. Dico quòd erit a c ad c b, ſicut d f ad f e. Sumã enim g h ad a c, & h K ad c b, itẽq; l m ad d f, & m n ad f e, æquè multiplices. Eritq; per primã huius g k ita multiplex a b: ſicut g h eſt multiplex a c, & l n, ita multiplex d e ſicut l m eſt multiplex d f. Et ideo per præmiſſas hypotheſes g K eſt ita multiplex a b, ſicut eſt l n, d e. Ponã iterũ k p ad c b, & n q ad f e, æquè multiplices, eruntq; per ſecundam, h p ad ad c b, & n q ad f e, æquè multiplices, per conuerſionem



ſionem igitur diffinitionis incontinuæ proportionalitatis. ſi g k addit ſuper h p, l n, addit ſuper m q. & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: demptis itaq; communibus h k & m n: erit per communem ſcientiam, ut ſi g h addit ſuper k p, quod l m addit ſuper n q: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a c ad c b, eſt ſicut d f ad f e: quod eſt propoſitum. Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 17.

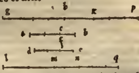
17 Si compoſitæ magnitudines proportionales fuerint: diuiſæ quoq; proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint compoſitæ magnitudines proportionales αβ, βε, γδ, δζ, ſicut αβ ad βε, ſic γδ ad δζ. Dico quòd & diuiſæ proportionales erunt: ſicut αε ad εβ, ſic γζ ad ζδ. Sumantur enim ipſarum αε, εβ, γζ, ζδ, æque multiplices ηθ, θκ, λμ & μν: ipſarum autem εβ & ζδ, aliæ quæuis æque multiplices, hoc eſt κξ & νπ. Et quoniam æque multiplex eſt ηθ ipſius αε, & θκ ipſius εβ: æque igitur eſt multiplex ηθ ipſius αε, & ηκ ipſius αβ (per primã quinti) Aeque autem eſt multiplex ηθ ipſius αε, & λμ ipſius γζ: æque igitur eſt multiplex ηκ ipſius αβ, & λμ ipſius γζ (per 11 eiuſdem) Rurſus quoniam æque eſt multiplex λμ ipſius γζ, & μν ipſius ζδ: æque igitur eſt multiplex λμ ipſius γζ, & λν ipſius γδ (per primã eiuſdem) æque autem erat multiplex λμ ipſius γζ: & ηκ ipſius αβ. Aeque igitur eſt multiplex ηκ ipſius αβ, & λν ipſius γδ: igitur ηκ & λν, ipſarum αβ & γδ æque ſunt multiplices. Rurſus quoniam æque multiplex eſt θκ ipſius εβ, & μν ipſius ζδ: eſt autem & κξ ipſius εβ æque multiplex, & νπ ipſius ζδ: & compoſitum igitur (per 2 eiuſdem) θξ ipſius εβ æque multiplex eſt, & μπ ipſius ζδ. Et quoniam eſt ſicut αβ ad βε ſic eſt γδ ad δζ, & ſumptæ ſunt ipſarum quidem αβ & γδ æque multiplices ηκ & λν: ipſarum autem εβ & ζδ aliæ quæuis æque multiplices: hoc eſt, θξ & μπ: ſi igitur excedit ηκ ipſam θξ, excedit & λν ipſam μπ: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor (per conuerſionem 6 diffinitionis quinti) Excedat nempe ηκ, ipſam θξ: & igitur communi ablata θκ, excedit ηθ ipſam κξ. Sed ſi excedit ηκ ipſam θξ excedit & λν, ipſam μπ: excedat igitur λν, ipſam μπ: & communi ablata μν, excedit & λμ ipſam νπ. Quare ſi excedit ηθ ipſam κξ: excedit & λμ ipſam νπ. Similiter iam oſtendemus quòd & ſi æqualis fuerit ηθ ipſi κξ: æqualis erit & λμ ipſi νπ: & ſi minor, minor: ſunt autem ηθ & λμ, ipſarum αε & γζ æque multiplices, & κξ & νπ, ipſarum εβ & ζδ aliæ quæuis æque multiplices: eſt igitur ſicut αε ad εβ: ſic eſt γζ ad ζδ (per 6 diffinitionem quinti) Si compoſitæ magnitudines igitur proportionales fuerint, diuiſæ quoq; proportionales erunt: quòd demonſtraſſe oportuit.*

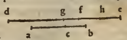


Euclid. ex Camp. Propoſitio 18.

18 SI fuerint quantitates diſiunctim proportionales, cõiunctim quoq; proportionales erunt.



CAMPANVS. Demonſtrat modum arguendi, qui dicitur proportionalitas coniuncta: & eſt modus conuerſus prioris. Ad cuius demõſtrationem, reſumatur diſpoſitio præmiſſæ, & maneant omnes eius hypotheſes: excepto quód ponatur eſſe proportio a c ad c b ſicut d f ad f e: dico quód erit proportio a b ad b c, ſicut d e ad f e: ſequitur enim ex hac hypotheſi & alijs hypotheſibus præmiſſæ de multiplicibus æqualiter ſumptis, per conuerſionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis, ſi g h addit ſuper k p, quod l m addat ſuper n q: & ſi minuit, minuat: & ſi æquat, æquet: ergo poſitis communibus h k & m n: ſequitur per communem ſcientiam, ſi g k addit ſuper h p, quod l n addat ſuper m q: & ſi minuit, minuat: & ſi æquat, æquet: quare per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, erit proportio a b ad b c: ſicut d e ad e f. quod eſt propoſitum. Aliter idem indirectè ſic. Cùm ſit proportio a c ad c b ſicut d f ad f e, non eſt autem a b ad b c ſicut d e ad e f: ſit ergo proportio d e ad aliquam aliam quãtitatem: ſicut a b ad b c, quæ aut erit maior e f, aut minor: ſi enim ei eſſet æqualis, cõſtaret propoſitum. Sit itaq; primo maior, & ſit e g: eritq; per præmiſſam a c ad c b, ſicut d g ad e g: quare d g ad e g, eſt ſicut d f ad f e. Sequitur igitur per decimamquartam, quod cùm d g prima ſit minor d f tertia: erit ergo g e ſecunda minor e f quarta: ſed erat propoſitũ quòd eſſet maior. Sit ergo proportio d e ad minorẽ e f, quæ ſit e h ſicut a b ad b c: eritq; per præmiſſã a c ad c b ſicut d h ad h e: quare per 11, d h ad h e, ſicut d f ad f e: &



quia d h prima eſt maior d f, tertia erit per 14 e h ſecunda, maior e f, quarta, quòd quia eſt impoſſibile: ſequitur propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 18.* *Conuerſa præcedentis.*

Si diuiſæ magnitudines proportionales fuerint, compoſitæ quoq; proportionales erunt. 18

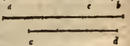


THEON ex *Zamb. Sint diſiunctæ magnitudines proportionales αε, εβ, γζ, & ζδ, ſicut αε, ad εβ, ſic γζ, ad ζδ. Dico quòd & compoſitæ proportionales erunt, ſicut αβ, ad βε, ſic γδ, ad δζ. Si autem non eſt, ſicut αβ, ad βε, ſic γδ, ad ζδ, erit ſicut αβ, ad βε, ſic γδ, ad minorem ipſa ζδ, aut ad maiorem. Sit prius ad minorem δη. Et quoniam eſt ſicut αβ, ad βε, ſic γδ, ad δη, compoſitæ magnitudines proportionales ſunt, quare etiam diuiſæ proportionales erunt (per 17 quinti) Eſt igitur ſicut αε, ad εβ, ſic γη, ad ηδ, ſupponitur autem ſicut αε, ad εβ, ſic γζ, ad ζδ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) γη, ad ηδ, ſic γζ, ad ζδ, maior autem eſt prima γη, tertia γζ, maior igitur eſt (per 14 quinti) ſecunda ηδ, ipſa ζδ, quarta. Sed & minor, quod eſt impoßibile. Igitur non eſt ſicut αβ, ad βε, ſic γδ, ad minorem ipſa ζδ. Similiter quoq; oſtendemus quòd neq; ad maiorem, ad eandem igitur. Si diſiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint, & compoſitæ quoque proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

SI à duobus totis duæ portiones abſcindantur, fueritq; totum ad totum quantum abſciſum ad abſciſum, erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum. 19

CAMPANVS. Quod quinta proponit de multiplicibus, hæc proponit uniuerſaliter de omnibus proportionibus, unde eſt illa tanto communior, quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b, & c d, à quibus abſcindantur duæ quæ ſint b e & d f, ſitq; proportio totius a b, ad totam c d, ſicut b e, abſciſæ ad d f abſciſam, dico quòd eadem erit a e reſidui ad c f, reſiduum: quæ eſt totius a b ad to tam c d. Cùm enim ſit a b ad c d ſicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e, ſicut c d ad d f, & diſiunctim a e ad e b, ſicut c f ad f d, & iterum permutatim a e ad c f, ſicut e b, ad f d, & quia ſic erat a b ad c d: patet propoſitum.

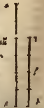


CAMPANI *additio.* Ex hac autem decimanona, & permutata proportionalitate demonſtratur modus arguendi, qui dicitur proportionalitas euerſa, ut ſi ſit a b ad b e, ſicut c d ad d f, dico quòd erit b a ad a e ſicut d c ad c f, quia cum ſit a b, ad b e, ſicut c d ad d f, erit permutatim a b ad c d ſicut b e ad d f, quare per hanc 19, b a ad d c, ſicut a e ad c f, igitur permutatim b a ad a e, ſicut c d ad c f: quod eſt propoſitum. Conuerſa quoq; proportionalitas, quam ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis demonſtrauimus in exponendis principiis huius quinti, poteſt hic quoq; demonſtrari indirectè ex permutata proportionalitate & 9 huius, ut ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d, dico quòd erit b ad a ſicut d ad c, ſin autem ſit d ad e, ſicut b ad d, & quia iterū b ad a, ſicut d ad e: erit quoq; permutatim b ad d ſicut a ad e, quare erit à ad e, ſicut d ad c, ſi igitur e non ſit æqualec, accidet impoſſibile & contrarium ſecundæ partis 9, ſi autem æqualis, erit b ad a ſicut d ad c: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 19.*

Si fuerit ſicut totum ad totum, ſic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum, erit ſicut totum ad totum. 19



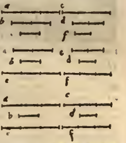
THEON ex *Zā. Eſto ſicut totū αβ, ad totū γδ, ſic ablatū αε ad ablatū γζ. Dico q, et reliquū εβ, ad reliquū ζδ, erit ſicut totū αβ ad totū γδ. quoniā enim eſt ſicut totū αβ ad totū γδ ſic αε ad γζ, et uiciſsim quoq; (p 16 qnti) ſicut αβ, ad αε, ſic et δγ, ad γζ. Et quoniā cōpoſitæ magnitudines proportionales ſunt (p 17 & 18 qnti) etiā diſiunctæ proportionales erūt, ſicut igitur βε, ad εα, ſic δζ, ad γζ, & uiciſsim igitur (p 16 quinti) eſt ſicut βε, ad δζ, ſic εα, ad ζγ. Sicut autē αε, ad γζ, ſic ſupponitur totū αβ ad totū γδ, & reliquū igitur εβ, ad reliquū ζδ, erit ſicut totū αβ, ad totū γδ. Si fuerit igitur ſicut totū ad totū ſic ablatū ad ablatū, et reliquū ad reliquū erit ſicut totū ad totū, quod demonſtrandū erat. Et quoniā oſtenſum eſt quòd ſicut eſt αβ, ad γδ, ſic eſt εβ, ad ζδ, & uiciſsim ſicut αβ, ad βε, ſic γδ ad δζ, cōpoſitæ igitur magnitudines proportionales ſunt (p 18 propoſitionē quinti) oſtēſum eſt autē quòd ſicut βα, ad αε, ſic δγ, ad γζ, & eſt cōuertendo.*

tendo. Hinc manifeſtum, quòd ſi compoſitæ magnitudines proportionales fuerint, etiam conuertendo proportionales erunt: quod demonſtrandum erat.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

20 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; ſecundum earum numerum, quarum queq; duæ priorum ſecundum proportionem duarum poſtremarũ, neceſſe eſt in proportionalitate quidem æqualitatis, ut ſi fuerit prima priorũ ultima maior, & poſteriorum primam ultima eſſe maiorem. Quòd ſi minor, & minorem: ſi uerò æqualis, & æqualem.

Campanvs. Demonſtraturus Euclides modum arguendi, qui dicitur æqua proportionalitas, ſiue quantitates duorum ordinum directe ſiue peruerſim proportionentur, præmittit duo antecedentia ad demonſtrandum propoſitum neceſſaria, per quorum primum demonſtratur æqua proportionalitas, cùm quantitates duorum ordinum directè proportionantur, ſecundum autem cùm proportionantur peruerſim: proponit autem hæc duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero æqualibus, quæcunq; fuerint. Vniuerſaliter enim ſumptis utrobique quantitatibus ſecundum quemcunq; numerum, ueritatem habent, non eſt autem neceſſe ut demonſtremus ea, niſi ſolum in tribus, hoc enim omnino ſufficiens eſt ad propoſitum, de pluribus autem quibuſq; patebit per æquam proportionalitatẽ cum ipſa demonſtrata fuerit. Sint igitur tres quantitates a b e, ſumanturq; tres aliæ quæ ſint c d f, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut d ad f, dico quòd ſi a eſt maior e, c erit maior f, & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis. Si enim eſt maior, erit per primam partem 8, maior proportio a ad b, quàm e ad b, quare per 12, maior erit c ad d, quàm e ad b, & quia per conuerſam proportionalitatem, e ad b eſt ſicut f ad d, erit c ad d maior quàm f ad d, itaq; per primam partem 10, c eſt maior f, quod eſt propoſitum. Quòd ſi a ſit minor e, per eaſdem, & eodem modo probabitur c eſſe minorem f, erit enim minor proportio a ad b, quàm e ad b, per primam partem 8, ideo per 12 & per conuerſam proportionalitatem, minor erit c ad d, quàm f ad d, & ideo per primam partem 10 erit c minor f, quod eſt propoſitum. Si autem a ſit æqualis e, erit per primam partem 7 proportio a ad b ſicut e ad b, & ideo per ſecundam partem 11 & conuerſam proportionalitatem, erit c ad d, ſicut f ad d, quare per primam partem 9, c eſt æqualis f: quod eſt propoſitum.



CAMPANI additio.

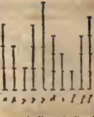
Quidam autem hanc concluſionem demonſtrauerunt per proportionalitatem, permutatim, hoc modo, proportio a ad b, eſt ſicut c ad d, ergo permutatim a ad c, ſicut b ad d, & quia rurſus b ad e ſicut d ad f, erit permutatim b ad d ſicut e ad f, ſed erat b ad d, ſicut a ad c, ergo per 11 erit a ad c, ſicut e ad f, itaq; per 14, ſi a prima eſt maior e tertia, erit c ſecunda maior f quarta, & ſi minor, minor, & ſi æqualis, æqualis: quod eſt propoſitum. Iſti autem errauerunt in ſua demonſtratione, quia ſi eſſet intentio Euclidis ſic demonſtrare, non oporteret ipſum præmittere hanc concluſionem pro antecedente ad æquam proportionalitatem: ſi enim rurſus fiat una permutatio proportionalitatis, ad quam deuentum eſt, quæ eſt eſſe a ad c ſicut e ad f, ſequitur quòd ſit a ad e ſicut c ad f, & hoc eſt æqua proportionalitas. Præterea eorum concluſio non ſequitur, niſi omnes quãtitates amborũ ordinum fuerint generis unius. Si enim a b e ſint lineę, & c d f ſuperficies, aut corpora, aut tempora, non erit tunc permutare proportiones: peccant igitur, uniuerſaliter dictũ, particulariter demonſtrantes.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 20.*

20 Si fuerint tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, binæ ſumptę & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor.

THEON

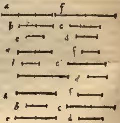
THEON *ex Zamb.* *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero δ ε ζ, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ſicut quidem α ad β, ſic δ ad ε, ſicutq; β, ad γ, ſic ε, ad ζ. Ex æquali autem ſit maior α, quàm γ. Dico quòd & δ, quàm ζ, maior erit, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Quoniam enim maior eſt α, quàm γ, alia autem quædam β, maior autem ad eandem (per 8 quinti) maiorem rationem habet quàm minor, igitur α, ad β, maiorem rationem habet, quàm γ ad β: ſed ſicut eſt quidem α ad β, ſic eſt δ, ad ε, ſicutq; γ, ad β, rurſus ſic ζ, ad ε. Et δ, igitur ad ε, maiorem rationem habet quàm ζ, ad ε (per correlarium 4 quinti) Ad eandem autem rationem habentium, maiorem rationem habens, maior eſt (per 10 quinti) maior igitur eſt δ, quàm ζ. Similiter quoq; oſtendemus, quòd ſi æqualis eſt α ipſi γ, æqualis erit & δ, ipſi ζ, & ſi minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod oportebat demonſtrare.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.

Si fuerint quodlibet quantitates aliæq; ſecundum earum numerum, quarum quæq; duæ ex prioribus quibusq; duabus ex poſterioribus peruerſim comparatæ ſecundum proportionem earum fuerint, neceſſe quoq; eſt ut ſi fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior, & poſteriorum prima ultima eſſe maiorem: ſi autem minor, & minorem: ſi uerò æqualis, & æqualem. 21

CAMPANVS. Secundum antecedens, ſint tres quantitates a b e, ſumanturq; aliæ tres quæ ſunt f c d, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut f ad c, dico quòd ſi a eſt maior e, f erit maior d, & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis, hoc autem probatur per eaſdem & eodem modo, quo præcedens, ſi enim a ſit maior e, erit maior proportio a ad b quàm e ad b, quare maior c ad d, quàm e ad b, & ideo maior quàm c ad f, maior igitur f, quàm d, per ſecundam partem 10. quod eſt propoſitum. Quòd ſi a ſit minor e, erit tandem minor c ad d, quàm ad f, quare per eandem partem eiuſdem f, erit minor d. Si autem a ſit æqualis e, ſequitur ut ſit proportio c ad d, ſicut c ad f, igitur per ſecundam partem nonam erit f æqualis d: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 22.*

Si fuerint tres magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero, binæ ſumptę & in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, ex æquali uerò prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. 22

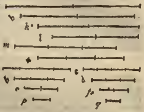
THEON *ex Zamb.* *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem numero æquales δ ε ζ, binæ ſumptæ, & in eadem ratione, ſit autem earum proportio perturbata, ſicut quidem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ſicutq; β, ad γ, ſic δ, ad ε, ex æquali autem α, quàm γ, ſit maior, dico quòd & δ, quàm ζ, maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Quoniam enim maior eſt α, quàm γ, & alia quædam β, igitur (per 8 quinti) α, ad β, maiorem habet rationē quàm γ, ad β. Sed ſicut quidem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ſicutq; γ, ad β, rurſus ſic ε, ad δ, & ε, igitur ad ζ, maiorē rationem habet, quàm ε, ad δ (p correlarium quartæ quinti) Ad quam autem eadem maiorē rationē habet illa minor eſt (p 10 quinti) minor igitur eſt ζ, quàm δ, maior igitur eſt δ, quàm ζ. Similiter quoq; oſtendemus, quòd & ſi æqualis fuerit α, ipſi γ, æqualis erit & δ, ipſi ζ, & ſi minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines et aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ & in eadem ratione, fueritq; perturbata earum proportio, ex æquali*



æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor: quod demonſtrare oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

22 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq́ ſecundum earum numerum, quarum quæque duæ ſecundum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate, proportionales erunt.



CAMPANVS. Demonſtratis antecedentibus ad æquam proportionalitatem, hic demonſtrat eam, & primò, cùm quantitates duorum ordinum ſunt directè proportionales. Non eſt autem neceſſe ut demonſtraretur, niſi cùm in utroq; duorum ordinũ ſunt tantum tres quantitates. Per hoc enim euidenter ſequitur, cùm in utroq; ordine fuerint 4 quantitates, & deinceps, & ideo etiam non oportuit eius antecedens demonſtrari, niſi ſolum cùm in utroq; ordine ſunt etiam tres quantitates. Sint igitur tres quantitates, a b e, ſumanturq́; tres aliæ quæ ſunt c d f, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut d ad f, dico quòd erit a ad e, ſicut c ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, ęque multiplicia. Itemq́ k ad b, & l ad d ęque, & rurſus m ad e, & n ad f ęque. eritq́; per quartam, g ad k, ſicut h ad l & k ad m, ſicut l ad n, quare per 20, ſi g eſt maior m, erit h maior n, & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis igitur: per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, eſt ſicut c ad f, quod eſt propoſitum. Poteſt quoq; hoc demonſtrari per 15 huius, ſumptis g k m, ad a b e, & h l n ad c d f, ęque multiplicibus, erit enim per 15, g ad k, ſicut h ad l, & k ad m, ſicut l ad n. Cætera pertracta ut prius. Quòd ſi fuerint quantitates plures tribus in utroq; ordine, utpote quatuor, additis p & q, ita quòd ſit e ad p, ſicut f ad q, erit iterũ a ad p, ſicut c ad q, erit enim a ad e, ſicut c ad f: hoc enim demõſtratum eſt: ſublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & alię tres c f q, ut proponitur, quare a ad p, ſicut c ad q. Sicutq́; demonſtratur de quatuor per tres, ſublato uno medio, eodem modo demonſtrabis de quinq; per quatuor, ſublatis duobus mediis, & de ſex per quinq;, ſublatis tribus, & ſic de cęteris.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 22.*

22 Si fuerint quælibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, etiã ex æquali in eadem ratione erunt.



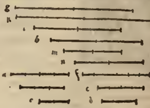
THEON ex Zamb. *Sint quælibet magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero δ ε ζ, binæ ſumptæ in eadem ratione, ſicut quidem α ad β, ſic δ ad ε, ſicutq́; β ad γ, ſic ε ad ζ. Dico quòd etiam ex æquali in eadem ratione erunt, ſicut α, ad γ, ſic δ, ad ζ. Sumãtur quidem ipſarum α δ, æque multiplices η θ, ipſarum autem β ε, aliæ quæuis æque multiplices κ λ, & inſuper ipſarum γ ζ, aliæ quæuis multiplices μ ν. Et quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic δ, ad ε, & ſumptæ ſunt ipſarum α δ æque multiplices η θ, ipſarum autem β ε, aliæ quæuis æque multiplices κ λ, eſt igitur (per 4 quinti) ſicut η, ad κ, ſic θ ad λ, & per hoc ſicut κ, ad μ, ſic λ, ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines ſunt η κ μ, & aliæ eiſdem æquales numero θ λ ν, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ex æquali igitur (per 20 quinti) ſi excedit η, ipſam μ, excedit & θ, ipſam ν, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Sunt autem η θ, ipſarum α δ, æque multiplices, & μ ν, ipſarum γ ζ, aliæ quæuis æque multiplices: eſt igitur (per 6 diffinitionem quinti) ſicut α, ad γ, ſic δ, ad ζ. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione etiam ex æquali in eadem erunt ratione: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

23 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq́; ſecundum earum numerum, quarum ex prioribus quæq; duæ ſecundum proportionem duarum ex prioribus indirectè proportionatæ, in æqua proportionalitate proportionales erunt.

CAMPA-

CAMPANVS. Demonſtrat æquam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinum indirectè ſiue peruerſim proportionatis. Nec eſt neceſſe quòd demonſtretur, niſi cùm in utroque quorum ordinum ſunt tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter ſequitur quæcunque ponantur in utroque ordine, ſicut in præmiſſa de directè proportionatis demonſtratum eſt. Sint igitur tres quantitates a b e, ſumanturque aliæ tres quæ ſint f c d, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut f ad c, dico quòd erit a ad e, ſicut f ad d. Sumā enim g ad a, & h ad c, & k ad f, æque multiplicia, itemque l ad b, & m ad e, & n ad d æque, eritque per 4, g, ad l, ſicut h ad n, & per 15, l ad m, ſicut k ad h, quare per 21, ſi g addit ſuper m, & k addit ſuper n: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem inconrinuæ proportionalitans, proportio a ad e, eſt ſicut f ad d: quod eſt propoſitum.



Poteſt quoque & hoc demonſtrari per decimāterriam huius, ſumptis g l m ad a b e, & k h n, ad f c d, æque multiplicibus, erit enim per decimamquintam g ad l, ſicut h ad n: & l ad m, ſicut k ad h, cætera pertracta ut prius. Conuenientius tamen demonſtrantur hæc & præmiſſa, ſecundum primum modum. Quòd ſi plures tribus fuerint quantitates in utroque ordine, utpote quatuor additis p & q, ita quòd ſit a ad b ſicut d ad q, & b ad e, ſicut c ad d, & e ad p ſicut f ad c, erit iterum a ad p ſicut f ad q: erit enim per prædemonſtrata a ad e, ſicut c ad q. Sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & aliæ tres f c q, ut proponitur, quare a ad p, ſicut f ad q. Sic igitur demōſtratur de quatuor per tres, ſublato uno medio. Eodem modo demōſtrabis de quinque per quatuor, ſublatis duobus medijs, & de ſex per quinque, ſublatis tribus, & ſic in cæteris.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 23.*

Si fuerint tres magnitudines, aliæque eiſdem æquales numero binæ, 23
ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt.

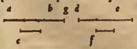
THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione δ ε ζ, ſit autem perturbata ipſarum proportio, ſicut quidem α ad β, ſic ε ad ζ, ſicutque β, ad γ, ſic δ, ad ε. Dico quòd eſt ſicut α, ad γ, ſic eſt δ, ad ζ. Sumantur, inquam, ipſarum α β δ, æque multiplices η θ κ, ipſarum autem γ ε ζ, aliæ quæuis æque multiplices λ μ ν. Et quoniam æque ſunt multiplices η θ, ipſarū α β, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem (per 15 quinti) eſt igitur ſicut α, ad β, ſic η, ad θ. Ac per hoc, etiam ſicut ε, ad ζ, ſic μ, ad ν, & eſt ſicut α, ad β, ſic ε, ad ζ, & ſicut igitur η ad θ, ſic μ, ad ν (per 11 quinti) Et quoniā eſt ſicut β, ad γ, ſic eſt δ ad ε, & ſumptæ ſunt ipſarum quidem β δ, æque multiplices θ κ, ipſarum autem γ ε, aliæ quæuis æque multiplices λ μ, eſt igitur ſicut θ, ad λ, ſic κ, ad μ, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut β, ad δ, ſic γ, ad ε. Et quoniam θ κ, ipſarū β δ, æque ſunt multiplices, partes autem æque multipliciū eandem habent rationem (per 15 quinti) eſt igitur ſicut β, ad δ, ſic θ, ad κ. Sed ſicut β ad δ, ſic γ, ad ε, & ſicut igitur θ, ad κ, ſic γ, ad ε (per 11 quinti) Rurſus quoniam λ μ, ipſarum γ ε, æque ſunt multiplices, eſt igitur γ, ad ε, ſic λ ad μ. Sed ſicut γ ad ε, ſic θ, ad κ, & ſicut θ, ad γ, ſic λ, ad μ, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut θ ad λ, & κ ad μ. Oſtenſum eſt autem quod ſicut η, ad θ, & ſic μ, ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines ſunt proportionales η θ λ, & aliæ eiſdem æquales numero κ μ ν, binæ ſumptæ in eadem ratione, & eſt earum perturbata proportio, ex æquali igitur (per 21 quinti) ſi excedit η, ipſum λ, & excedit κ, ipſum ν, et ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus. Sunt autem η κ, ipſarum α δ, æque multiplices, & λ ν, ipſarum γ ζ, æque ſunt multiplices: eſt igitur ſicut α, ad γ, ſic δ, ad ζ (per 6 diffinitionem quinti) Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata ipſarum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

24 SI fuerit proportio primi ad ſecũdum tanquã tertij ad quartũ, proportio uerò quinti ad ſecundũ tanquã ſexti ad quartũ, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad ſecundũ, tãquam ſexti & tertij pariter acceptorũ ad quartũ.



CAMPANVS. Quod ſecunda propoſuit de multiplicibus, hæc proponit uniuerſaliter de omnibus proportionibus: unde hæc eſt illa tanto cõmunior, quanto multiplicitate proportio & ſe habet ad illam, quemadmodũ 13 ad primam. Sit igitur proportio a b ad c, ſicut d e ad f: & item b g ad c, ſicut e h ad f: dico quòd proportio a g ad c, eſt ſicut d h ad f. Erit enim per conuerſam proportionalitatem, c ad b g, ſicut f ad e h: quare per 22 erit in æqua proportionalitate a b ad b g, ſicut e d ad e h: ergo coniunctim per 18, a g ad g b, ſicut d h ad h e: itaq; per 22, erit in æqua proportionalitate a g ad c, ſicut d h ad f: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 24.*

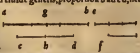
24 Si primum ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad ſecundum eandem rationem & ſextum ad quartum, etiam compoſita primum & quintum ad ſecundum, eandem habebunt rationem, & tertium & ſextũ ad quartũ.



THEON ex Zamb. *Primum etiam α β, ad ſecundum γ eandem habeat rationem, & tertium δ ε ad quartum ζ, habeat autem & quintum β η, ad ſecundum γ: eandem rationem & ſextum ε θ ad quartum ζ. Dico quòd etiam compoſita primum & quintũ α η ad ſecundum γ, eandem habebũt rationem: ac tertium & ſextum δ θ ad ipſum ζ quartũ. Quoniam enim eſt ſicut β η ad γ, ſic eſt ε θ ad ζ: cõuerſim quoq; ſicut γ ad β η, ſic ζ ad ε θ. Quoniam igitur eſt ſicut α β ad γ, ſic δ ε ad ζ, ſicut autem γ ad β η, ſic ζ ad ε θ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α β ad β η, ſic δ ε ad ε θ. Et quoniam diſiunctæ magnitudines proportionales ſunt, compoſitæ quoq; proportionales erũt (per 18 quinti) ſicut igitur α η ad η β, ſic δ θ ad θ ε: eſt autem & ſicut β η ad γ, ſic ε θ ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α η ad γ, ſic δ θ ad ζ. Si primum igitur ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit autem quintum ad ſecundum eandem rationem, & ſextum ad quartum: etiam compoſita primum & quintum ad ſecundũ eandem habebunt rationem & tertium & ſextum ad quartum: quod oportebat demonſtrare.*

Euclid ex Camp. *Propoſitio 25.*

25 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq; prima earũ maxima, & ultima minima, primã & ultimam pariter acceptas cęteris duabus maius eſſe neceſſariò comprobatur.



CAMPANVS. Quod hic proponitur, nõ habet locũ: niſi cũ omnes quatuor quãtitates ſunt eiuſdẽ generis. Sint igitur quatuor quãtitatũ eiuſdẽ generis, proportio a b ad c d, ſicut e ad f: ſitq; a b, maxima. Nec oportet ponere quòd f ſit minima: quia ipſum ex hoc ſequitur, quòd a b poſita eſt maxima: unde nõ poſuit hoc auctor in cõcluſione tanquã poſitionẽ, ſed potius tanquã pręcedẽtis poſitionis cõcluſionẽ. Dico quòd cùm ita fuerit, maius erit aggregatũ ex a b & f, quàm ex c d & e. Cùm enim a b ſit maior e, abſcindã ex a b, g b æqualẽ e: ſimiliter quoq; quia c d eſt maior f, abſcindã ex c d, h d ęqualẽ f. Eritq; per hypotheſin a b ad c b, ſicut g b ad h d quare per, 19, a g reſiduũ ad c h reſiduũ: ſicut totũ a b ad totũ c d. Cùm ergo a g ſe habet ad c h, ſicut a b ad c d, ſed a b eſt maior c d, quare a g maior eſt c h: additis igitur utriq; duabus quãtitatibus g b & h d, erit per communẽ ſcientiam, aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b: & quia d h poſita eſt æqualis f, & g b, e: maius erit aggregatum ex a b & f, quàm aggregatum ex c d et e: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 25.*

25 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima, reliquis maiores erunt.

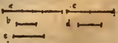
THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales α β, γ δ, ε, ζ: ſicut α β ad γ δ, ſic ε ad ζ. Sit autem maxima earum α β, minima uerò ζ. Dico quòd ipſe α β & ζ, ipſis γ δ & ε maiores ſunt. Ponatur, inquam (per tertiam primi) ipſi ε æqualis α η, & ipſi ζ æqualis γ θ. Quoniam igitur eſt ſicut α β ad γ δ, ſic ε ad ζ: æqualis autem eſt ε ipſi α η, & ipſi ζ æqualis γ θ: eſt igitur ſicut α β ad γ δ, ſic α η ad γ θ, & quoniam eſt ſicut totum α β ad totum γ δ, ſic ablatum α η ad ablatum γ θ: & reliquum igitur η β (per 19 quinti) ad reliquum θ δ, erit ſicut totum α β ad totum γ δ. Maior autem eſt α β, quàm γ δ: maior igitur eſt η β, ipſa θ δ. Et quoniam æqualis eſt α η ipſi ε, & γ θ ipſi ζ: igitur α η & ζ ſunt æquales ipſis γ θ ε. Et quoniam ſi inæqualibus æqualia addantur, omnia inæqualia fient (per quartã communem ſententiam:) cùm igitur η β & θ δ ſint inæquales, & η β maior ſit, & ipſi quidem η β addantur α η & ζ: ipſi uerò θ δ addantur γ θ & ε, producentur α β & ζ maiores ipſis γ δ & ε. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima earum, reliquis maiores erunt: quod demonſtrare oportebat.*



Nouem ſequentes propoſitiones, quas ad 25 adiecit Campanus, nihil in Zamberto eis reſpondens habent: nec plures 25 in uetuſtioribus Euclidis exẽplaribus reperiuntur: quare ex additione Campani eſſe uidentur.

SI fuerit quatuor quantitatũ proportio primæ ad ſecũdã maior quàm tertiæ ad quartã, erit cõuerſim è cõtrario ſecundæ ad primam minor quàm quartæ ad tertiam. 26

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, maior quàm c ad d, dico quòd erit è cõuerſo, modò contrario minor proportio b ad a, quàm d ad c. Si enim eſt eadẽ b ad a quæ eſt d ad c, erit è cõuerſo a ad b ut c ad d: ſed nõ eſt, immo maior. At uero ſi eſt b ad a maior quàm d ad c, ſit e ad a, ut d ad c: eritq́ ex duodecima, e ad a minor quàm b ad a: quare ex prima parte decimæ e eſt minor b. Ideoq́ ex ſecunda parte 8, maior erit proportio a ad e, quàm a ad b: & quia per conuerſam proportionalitatẽ, a ad e, ſicut c ad d, erit ex duodecima proportio c ad d maior quàm a ad b, ſed erit minor, relinquitur ergo propoſitum. Poſſumus quoq́ (ſi libet) aſtruere propoſitum oſtenſiuè: manifeſtum enim eſt ex prima parte decimæ, quòd illa quantitas, cuius ad b eſt eadem proportio quæ eſt c ad d, eſt minor a: eo quòd ponitur maior proportio a ad b quàm c ad d: illa ergo quãtitas ſit e, cùm igitur proportio e ad b ut c ad d: erit è conuerſo b ad e, ut d ad c. Conſtat autem ex ſecunda parte octauæ, quòd proportio b ad a, minor eſt quàm proportio b ad e. Itaque per duodecimam, proportio b ad a: eſt minor quàm d ad c: quod uoluimus.

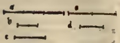


Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad ſecũdam quàm tertiæ ad quartã, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam quàm ſecundæ ad quartam. 27

CAMPANVS. Sit hic quoque proportio a ad b maior, quàm c ad d: dico quòd erit permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d. Eadem enim non erit, quia tunc quoque eſſet permutatim a ad b, ſicut c ad d. Neque minor: nam ſi hoc ponatur, ſit itaque e ad c, ut b ad d: eritq́ ex duodecima, maior proportio e ad c, quàm a ad c: quare ex prima parte decimæ, e eſt maior a. Itaque per primam partem octauæ, proportio e ad b, eſt maior quàm a ad b. Et quia poſitum eſt, ut ſit e ad c, ſicut b ad d: erit permutatim e ad b, ſicut c ad d: ex duodecima igitur, maior erit proportio c ad d, quàm a ad b, ſed poſitum erat oppoſitum, uerùm ergo eſt propoſitum.

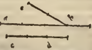
Oſtenſiue

Oſtenſiue quoque idem, quemadmodum in præmiſſa. Sumpta enim e ad b, ut c ad d: erit ex prima parte decimæ, e minor a: quia ex prima parte octauæ, maior erit a ad c, quàm e ad c. Sed ex permutata proportionalitate, eſt e ad c, ut b ad d: igitur ex duodecima, a ad c eſt maior quàm b ad d: quod eſt propoſitum



28 Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad ſecundam ſit maior proportio quàm tertiæ ad quartam, erit quoque coniunctim maior propotio primæ & ſecundæ ad ſecundam quàm tertiæ & quartæ ad quartam.

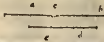
Campanus. Sit maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quòd maior erit totius a b ad d, quàm totius c d ad d: quia ipſa neque erit æqualis, neq; minor. Si enim æqualis, tunc erit diſiunctim a ad b ut c ad d. Si autem eſt minor, ſit e b ad b, ut c d ad d: eritq; ex duodecima, maior proportio e b ad b, quàm a b ad b, itaq; ex prima parte decimæ e b, eſt maior quàm a b: & per conceptionem, e maior quàm a, quare ex prima parte octauæ, maior eſt proportio e ad b, quàm a ad b: ſed e ad b eſt ut c ad d per diſiunctam proportionalitatem: eo quòd erat e b ad b, ut c d ad d: ergo per duodecimam c ad d, eſt maior quàm a ad b: hoc autem eſt contra hypotheſin. Idem etiam oſtenſiue. Cùm enim propoſitum ſit quòd maior ſit proportio a ad b, quàm c ad d: ſit proportio e ad b, ut c ad d: eritq; ex prima parte decimæ, e minor a. Ideoq; ex communi ſcientia, e b erit minor quàm a b: quare ex prima parte octauæ, maior erit proportio a b ad b, quàm e b ad b. At uerò proportio e b ad b, eſt per coniunctam proportionalitatem, ſicut c d ad d: poſitum enim eſt, ut ſit e ad b, tanquam c ad d: igitur ex duodecima, maior eſt a b ad b, quàm c d ad d: quod eſt propoſitum.



29 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & ſecundæ ad ſecundam ſit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit quoque diſiunctim proportio primæ ad ſecundam, maior quàm tertiæ ad quartam.

Campanus. Sit proportio a b ad b, maior quàm c d ad d: dico quòd erit diſiunctim, proportio a ad b, maior quàm c ad d: alioqui erit æqualis uel minor. Quòd ſi æqualis, erit per coniunctam proportionalitatem a b ad b, ut c d ad d. Si autem minor, erit maior c ad d, quàm a ad b: ergo per præmiſſam, maior erit c d ad d, quàm a b ad b: quod eſt inconueniens, quia poſitum eſt quòd minor, uerum eſt ergo quod dicitur. Quod etiam oſtenſiuè aſtruemus, hoc modo. Ponemus enim ut proportio e b ad b, ſit tanquam proportio c d ad d: eritq; ex prima parte 10, e b minor quàm a b, quare ex communi ſcientia e eſt minor quàm a, minor igitur eſt ex prima parte 8, proportio e ad b, quàm ſit a ad b: ſed proportio e ad b, eſt ſicut c ad d, ex diſiuncta proportionalitate: itaque ex 12, proportio a ad b, eſt maior quàm ſit c ad d: quod eſt propoſitum.





30 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & ſecundæ ad ſecundam ſit maior proportio quàm tertię & quartę ad quartam, erit euerſim minor proportio primæ & ſecundæ ad primam quàm tertiæ & quartæ ad tertiam.

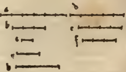
Campanus. Sit maior proportio a b ad b, quàm c d ad d: dico quòd euerſim minor erit

proportio a b ad a, quàm c d ad d: erit enim diſiūctim ex præmiſſa, maior proportio a ad b, quàm c ad d. Itaq; per 26, erit è conuerſo minor b ad a, quàm d ad c: quare per ante præmiſſam, coniunctim minor erit b ad a, quàm c d ad c: quod eſt propoſitum.



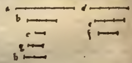
Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itémque tres in alio, fueritq; primæ priorum ad ſecundam maior proportio, quàm primæ poſteriorum ad ſecundam, itemq; ſecundæ priorū ad tertiam maior quàm ſecūdæ poſteriorū ad tertiam: erit quoque primę priorū ad tertiam maior proportio, quàm primæ poſteriorum ad tertiam. 31

Campanvs. Sint tres quantitates a, b, c, itemq; aliæ tres, d e f: ſitq; maior proportio a ad b, quàm d ad e. Itemq; maior b ad c, quàm e ad f: dico quòd maior erit proportio a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut e ad f: eritq; ex prima parte 10, g minor b: quare ex ſecūda parte 8, proportio a ad g, eſt maior quā a ad b, multo maior ergo eſt proportio a ad g, quàm d ad e: ſit itaq; h ad g, ut d ad e: eritq; ex prima parte 10, a maior h: quare ex prima parte 8, proportio a ad c maior eſt quàm proportio h ad c. At uerò proportio h ad c, eſt per æquam proportionalitatem, ſicut d ad f: eſt enim h ad g, ut d ad e, & g ad c, ut e ad f: igitur ex 12, proportio a ad c, eſt maior quàm d ad f: quare conſtat propoſitum.



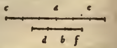
Si fuerint tres quātitates in uno ordine, itemq; tres in alio, fueritq; proportio ſecundæ priorum ad tertiā maior quàm primæ poſteriorū ad ſecundam, itemq; primæ priorum ad ſecundam maior quàm ſecundę poſteriorū ad tertiam, erit maior proportio primæ priorū ad tertiā quàm primæ poſteriorum ad tertiam. 32

Campanvs. Sint enim tres quātitates in uno ordine, a, b, c: itēq; tres in alio, d, e, f, quēadmodū in pręmiſſa: ſitq; maior proportio b ad c, quàm d ad e: & maior a ad b, quā e ad f: dico quòd maior erit a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut d ad e: eritq; g minor b, per primā partē 10: quare maior erit proportio a ad g, quàm a ad b, per ſecundā partē 8: igitur multo maior eſt a ad g, quàm e ad f. Sit itaq; h ad g, ut e ad f: eritq; a maior h, ex prima parte 10, quare proportio a ad c, maior eſt quàm h ad c: ex prima parte 8. At uerò ex 23, proportio h ad c, eſt tanquam d ad f eo quòd eſt g ad c, ut d ad e, & h ad g, ut e ad f: igitur ex 12 maior eſt proportio a ad c, quàm d ad f: quod eſt propoſitum.



Si fuerit proportio totius ad totum, maior quàm abſciſi ad abſciſum, erit reſidui ad reſiduum maior proportio, quàm totius ad totum. 33

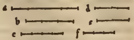
Campanvs. Sint duæ quantitates a & b, à quibus abſcindātur c & d: et reſidua ſunt e et f: ſitq; maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quòd maior erit proportio e ad f, quàm a ad b: erit enim ex 27, permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d: quare ex 30, erit euerſim minor proportio a ad e, quàm b ad f: igitur rurſus ex 27, permutatim minor erit a ad b, quàm e ad f: quod eſt propoſitum.



Si quodlibet quantitates ad totidem alias comparentur, fueritq; cuiuſlibet precedentis ad ſuam relatiuā maior proportio quàm alicuius ſubſequentis ad ſuam, erit omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio quàm alicuius ſubſequētiū ad ſuam cōpa- 34

rem, aut

rem, aut etiam quàm omniū pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas, minor autem quàm primæ ad primam.



CAMPANVS. Sint tres quantitates a,b,c, relatæ ad totidē alias quæ ſint d e f, ſitq́ maior proportio a ad d, quàm b ad e, & b ad e ſit maior quàm c ad f: dico quòd proportio a,b,c, pariter acceptarū ad d, e, f, pariter acceptas, eſt maior quàm b ad e, uel maior quàm c ad f, & etiam maior quàm b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas: & ipſa eſt minor quàm a ad d. Cùm enim ſit a ad d maior quàm b ad e: erit permutatim a ad b maior quàm d ad e: & coniunctim a b ad b, maior quàm d e ad e: & iterum permutatim a b ad d e, maior quàm b ad e: quare per præmiſſam a ad d, eſt maior quàm a b ad d e. Eodemq́ modo probatur maiorem eſſe b ad e, quàm b c ad e f: itaque maior proportio eſt a ad d, quàm b c ad e f: quare permutatim maior eſt a ad b c, quàm d ad e f: et coniunctim maior a b c ad b c quàm d e f ad e f: & iterum permutatim maior a b c ad d e f, quàm c b ad e f: quare per præmiſſam, maior eſt a ad d, quàm a b c ad d e f: quod eſt propoſitum.

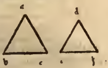
QVINTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, *Liber ſextus.*

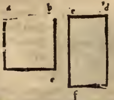
Euclid. ex Campano. *Diffinitiones.*

1 SVperficies ſimiles dicuntur, quarū anguli unius angulis alterius æquales, lateraq́ æquos angulos continentia proportionalia.

CAMPANVS. Vt ſi trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq́ angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e, ſicut a c ad d f, & b c ad e f, ipſi erunt ſimiles.



2 Superficies mutuorum laterū, ſunt inter quarum latera, in continua proportionalitas retranſitiuè habetur.



CAMPANVS. Vt ſi duorum quadrilaterorum a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus ſecūdi fuerit, ſicut proportio e f lateris ſecundi ad b c latus primi, illa duo quadrilatera dicuntur mortuorum laterum, ſiue mutekefia.

3 Linea dicitur diuidi ſecundū proportionem habentem medium & duo extrema, quando eadē eſt proportio totius ad maiorem ſui ſectionem, quæ eſt maioris ad minorem.

Euclid. ex Zamb. *Diffinitiones.*

SImiles figuræ rectilineæ ſunt, quæ & angulos æquales habent * ad unum, & quæ circa angulos æquales ſunt latera proportionalia. 2 Reciprocæ autem figuræ ſunt, quādo in utra

Κατὰ μί. αν, ſigillatim.

que figura antecedentes & conſequentes termini rationales fuerint. 3 Extrema & media ratione, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit ſicut tota ad maius ſegmentum, ſic maius ad minus. 4 Altitudo uniuſcuiuſque figuræ, eſt à uertice ad baſin perpendicularis deducta. 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus conſtare dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quantitatem.

THEON ex Zamb. *Sit enim α β ad γ δ rationem habens datam, ueluti duplã aut triplam aut quamlibet aliam, & γ δ ad ε ζ, eandem quoq; datam. Dico quòd ipſius α β & ε ζ ratio, conſtat ex α β ad γ δ, & ex γ δ ad ε ζ. Vel quòd ipſius α β ad γ δ rationis quantitas multiplicata in ipſius γ δ ad ε ζ rationis quantitatem, efficit ipſius α β ad ε ζ rationem. Sit enim primum α β quàm γ δ maior, & γ δ ipſa ε ζ: & ſit quidem α β, ipſius γ δ dupla, & γ δ ipſius ε ζ tripla: quoniam igitur γ δ ipſius ε ζ tripla eſt, ipſius autem γ δ, dupla eſt α β: igitur α β ipſius ε ζ ſexicupla eſt: quoniam ſi triplum alicuius duplicamus, fit ſexicuplum, hoc enim eſt propriè compoſitio. Vel ſic. Quoniam α β dupla eſt ipſius γ δ, diuidatur α β in ipſi γ δ æqualia, hoc eſt α η, & η β. Et quoniam γ δ ipſius ε ζ tripla eſt: æqualis autem eſt α η ipſi γ δ: & α η igitur ipſius ε ζ tripla eſt. Id propterea, & η β ipſius ε ζ tripla eſt. Tota igitur α β, ipſius ε ζ ſexicupla eſt. Ipſius igitur α β ad ε ζ ratio connectitur per γ δ medium limitem, compoſita ex ipſius α β ad γ δ & γ δ ad ε ζ ratione. Similiter autem & ſi minor fuerit γ δ, utraq; ipſarum α β & ε ζ, idipſum colligitur. Sit enim rurſus α β ipſius γ δ tripla, at γ δ ipſius ε ζ ſit dimidia: & quoniam γ δ ipſius ε ζ dimidia eſt, ipſius autẽ γ δ tripla eſt α β: igitur α β ſeſquialtera eſt ipſius ε ζ: ſi enim alicuius dimidium triplicamus, habebit ipſum ſemel & dimidium. At quoniam ab ipſius γ δ tripla eſt, & γ δ ipſius ε ζ dimidia eſt, qualium eſt α β æqualium ipſi γ δ trium, talium eſt ε ζ duorum. Quare ſeſquialterum eſt α β ipſius ε ζ. Igitur ratio ipſius α β ad ε ζ, connectitur per γ δ medium limitẽ: compoſita ex ipſius α β ad γ δ, & γ δ ad ε ζ ratione. Sed iam rurſus ſit γ δ utraq; ipſarum α β & ε ζ maior, & ſit quidẽm α β ipſius γ δ dimidium, & γ δ ipſius ε ζ ſeſquitertium. Quoniam igitur qualium eſt α β duorũ, talium eſt γ δ quatuor, qualium autem γ δ quatuor, talium ε ζ trium: & qualium igitur α β duorum, talium ε ζ trium: connectitur igitur rurſus ratio ipſius α β ad ε ζ, per γ δ medium limitem, quæ duorum eſt ad tria: ſimiliter quoq; & in pluribus, & in reliquis caſibus. Et manifeſtum eſt quòd ſi à compoſita ratione queuis una compoſitarum auferatur, uno ſimplicium eiecto, reliqua compoſitarum aſſumetur.*

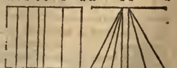




Euclid. ex Camp. Propoſitio 1.

SI duarum rectilinearum ſuperficierum, æquidiſtantium laterum ſiue triangulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earum ad alteram, quanta ſua baſis ad baſin alterius.

CAMPANVS. Sint duo parallelogramma a b c, d e f, ęqualis altitudinis: dico eſſe proportionem eorum ſicut b c ad e f: ponam illa duo parallelogrãma ſuper lineam unã, quę ſit g m: eruntq; propter hoc quòd ſunt æqualis altitudinis, inter lineas æquidiſtãtes, quarũ ſit altera k n, deinde ex linea g m, ſumã g c multiplicẽ ſecũdũ quẽcũq; numerũ uoluero, ad b c, & diuidã eam in partes ęquales b c, in pũctis h & b, à quibus & pũcto g, ducã ęquidiſtãtes lineę a b,



quæ ſunt g K & h l: & complebo ſuperficies æquidiſtantiũ laterũ, K h & l b: eritq; unaquęq; earum

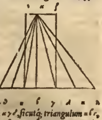
per

per 36 primi,æqualis a c:quare ſicut linea g c eſt multiplex lineæ b c:ita ſuperficies c k,ſuperficiei a c.Si ſimiliter quoq; ad lineam e f,ſumam ex linea g m,lineam f m multiplicem ſecundum quemcunque numerum uoluero ad e f,& complebo ſuperficiem æquidiſtantium laterum ducta linea m n æquidiſtanter lineæ d e,eritq; ſuperficies n f ita multiplices ſuperficiei d f,ſicut linea m f lineę e f.Et quia per 36 primi ſi linea g c eſt maior linea f m,ſuperficies k c eſt maior ſuperficie f,& ſi minor, minor, & ſi æqualis, æqualis,erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, eadem proportio baſis b c ad baſin e f,quæ eſt ſuperficiei a c ad ſuperficiem d f,quod eſt propoſitum. De triangulis unius altitudinis idem probabis & eodem modo per 38 primi, ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad baſes ſumes multiplices,ad uertices triangulorum.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

Triangula & parallelogramma,quæ ſub eadem ſunt altitudine,ad ſe inuicem ſunt ut baſes.

THEON *ex Zamb.Sint triangula quidem αβγ,& αγδ,parallelogramma uerò εγ,& γζ,ſub eadem altitudine exiſtentia perpendiculari ſcilicet ab α,in βδ,ducta.Dico quòd eſt ſicut βγ,baſis ad γδ,baſin:ſic eſt αβγ,triangulum ad αγδ,triangulũ,& εγ,parallelogrammum ad γζ,parallelogrammũ.Producatur inquã(per 2 poſtulatũ)δβ,ex utraq; in θλ,ſigna,& ponatur(per 2 primi)ipſi quidem βγ baſi,æquales,quotcunq; βη,& ηθ,ipſi autem γδ,baſi æquales quotcunq; δκ,& κλ.Conectanturq; αη,αθ,ακ,& αλ.Et quoniam γβ,βη,& ηθ,ſibiinuicem ſunt æquales,& triangula quoq; αθη,αηβ,& αβγ.ſibiinuicem ſunt æqualia(per 38 primi)Quod multiplex igitur eſt θγ baſis,ipſius βγ,baſis,tam multiplex eſt & triangulũ αθγ,trianguli αβγ.Id propterea,quàm multiplex eſt λγ,baſis,ipſius δγ baſis,tam multiplex eſt & αλγ,triangulũ,ipſius αδγ,trianguli,& ſi æqualis eſt θγ,baſis,ipſi γλ,baſi æquum eſt(per 38 primi)triangulũ αθγ,triangulo αγλ,& ſi baſis θγ,excedit baſim γλ,excedit & triangulũ αθγ,triangulum αγλ,& ſi minor,minus (per 6 diffinitionẽ quinti) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus duabus quidẽ baſibus hoc eſt βγ,& γδ,duobus autẽ triangulis hoc eſt αβγ,& αγδ,ſumptæ ſunt æquè multiplices,ipſius quidem βγ,baſis,& ipſius αβγ,trianguli,baſis uidelicet θγ,& triangulũ αθγ,ipſorum autem γδ,baſis & αδγ,trianguli:alia quæuis æquè multiplicia,hoc eſt baſis γλ,& triangulum αλγ,& demonſtratum eſt quòd ſi excedit baſis θγ,baſin γλ,excedit quoq; & triangulum αθγ,triangulum αλγ,& ſi æqualis,æquale:et ſi minor,minus,Eſt igitur ſicut baſis βγ ad baſin γδ,ſic triangulum αβγ,ad triangulũ αγδ(per ſextam diffinitionem quinti.)Et quoniam(per 41 primi)ipſius quidem triãguli αβγ,duplum eſt parallelogrammum εγ,ipſius autem αγδ,trianguli duplum eſt(per eandem)parallelogrammum ζγ,partes autem eodem modo multiplicium(per 15 quinti)eandem habent rationem:eſt igitur ſicut triangulũ αβγ,ad triangulum αγδ,ſic parallelogrammũ εγ,ad parallelogrammũ γζ,Quoniã igitur patuit ſicut quidem baſis βγ,ad baſin γδ,ſic triangulum αβγ ad triangulum αγδ,ſicutq; triangulum αβγ,ad triangulum αγδ,ſic parallelogrammum εγ ad parallelogrammum ζγ,et ſicut igitur(per 11 quinti)baſis βγ,ad baſin γδ,ſic parallelogrammum εγ,ad parallelogrammũ ζγ.Trianguli igitur & parallelogramma ſub eadem altitudine exiſtentia,ad ſe inuicem ſunt ſicut baſes:quod demonſtrare oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

SI linea recta duo trianguli latera ſecans,reliquo fuerit æquidiſtans,eam duo illa latera proportionaliter ſecare.Si uerò proportionaliter ſecet,eam reliquo lateri æquidiſtare neceſſe eſt,

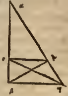
CAMPANVS.Sit triangulus a b c,cuius duo latera a b & a c ſecet linea d e,ęquidiſtanter tertio lateri quod eſt b c,dico quòd erit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c,& ecõuerſo,ſi fuerit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c, linea d e erit æquè diſtãs lineæ b c,protraham enim duas lineas e b & d c, eritq; per 37 primi,triãgulus e d b,æqualis triãgulo d e c,propter id quod ipſi ſunt ambo ſuper lineã d e,inter lineas æquidiſtantes,itaq; per ſecundam partẽ 7 quinti,proportio triãnguli a d e ad utrunq; illorũ,erit una, ſed proportio eius,per pręmiſſam ad triangulũ e d b,eſt ſicut lineæ a d ad lineã d b,& ad triãgulũ d e c,ſicut lineę a e ad lineã e c.Nã ipſe cũ utroq; illorũ eſt æqualis altitudinis,quare erit proportio a d ad d b,ſicut a e ad e c,quod eſt primũ.Et ſi hoc fuerit,erit per pręmiſſã ipſius a d e ad utrũq; illorũ proportio una,quare per ſecundã partẽ 9 quinti,ipſi ſunt adinuicẽ æquales,& quia ipſi ſunt ſuper eandẽ baſin,uidelicet lineã d e,& ex eadem parte: erit per 39 primi,



linea d e æquidiſtans lineæ b c: quod eſt ſecundum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

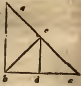
Si trianguli ad unum laterū ducta fuerit aliqua recta linea, parallelus proportionaliter ſecat ipſius trianguli latera: & ſi triāguli latera proportionaliter ſecta fuerint, ipſas ſectiones connectens recta linea, parallelus ad reliquum erit ipſius trianguli latus.



THEON ex Zamb. *Trianguli enim αβγ, parallelus ad latus βγ, agatur δε. Dico quòd eſt ſicut βδ, ad δα, ſic eſt γε, ad εα. Connectantur enim βε, et γδ, æquale igitur eſt (per 37 primi) triangulū βδε, triangulo γδε: in eadē enim ſunt baſi δε, & in eiſdem parallelis δε, & βγ. Aliud autem quoddā triangulū αδε, æqualia autē (per 7 quinti) ad idem eandē habēt rationem. Eſt igitur ſicut triangulū βδε, ad triangulū αδε, ſic triangulū γδε, ad triangulum αδε. Sed ſicut quidē triangulū βδε, ad triangulū αδε, ſic eſt βδ, ad δα, ſub eadem namq; altitudine perpendiculari, ſcilicet ab ε in αβ, ducta cùm ſint, ad ſeinuicē ſunt ſicut baſes (per 1 ſexti.) Ac propterea ſicut triangulū γδε, ad triangulū αδε, ſic γε, ad εα, & ſicut igitur (per 11 quinti) βδ, ad δα, ſic γε, ad εα. Sed iam ipſius αβγ trianguli, latera αβ, & αγ, proportionaliter ſecentur, ſicut βδ, ad δα, ſic γε, ad εα, & connectatur δε. Dico quòd parallelus eſt δε, ipſi βγ. Eiſdē namq; diſpoſitis, quoniā eſt ſicut βδ, ad δα, ſic γε, ad εα, ſed ſicut quidē βδ, ad δα, ſic triangulū βδε, ad triāgulū αδε, (per 1 ſexti) ſicut autē γε, ad εα, ſic triangulū γδε, ad triangulū αδε, (per eandē) & ſicut igitur (per 11 quinti) triangulū βδε, ad triangulū αδε, ſic triangulum γδε, ad triangulū αδε. Vtrūq; igitur ipſorū βδε, & γδε, triangulorū, ad αδε, eandem habet rationem (per 9 quinti.) Aequale igitur (per eandem) eſt triangulū βδε, triangulo γδε, & in eadem ſunt baſi δε, æqualia autem triāgula & in eadem baſi exiſtentia, etiam in eiſdem ſunt parallelis (per 39 primi) parallelus igitur eſt δε, ipſi βγ. Si trianguli ad unum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea, proportionaliter ſecat trianguli latera: & ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint, ipſas ſectiones coniungens recta linea, parallelus erit ad reliquum trianguli latus: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

Si ab aliquo angulorum triāguli linea recta ad baſin ducta, angulum illum per æqualia ſecet, duas partes ipſius baſis reliquis eiuſdem trianguli lateribus proportionales eſſe. Si uerò duæ partes baſis quas linea ab angulo ducta diſtinguit, reliquis trianguli lateribus proportionales fuerint, lineam illam angulum per æqualia diuidere neceſſariò comprobatur.



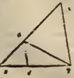
CAMP. Sit trigonus a b c, cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia, dico quòd proportio b d ad d c, eſt ſicut b a ad a c, & econuerſo: protrahā enim b e, æquidiſtantem a d, & producam c a, quouſq; concurrat cum b e, in puncto e, eritq; per primam partem 29 primi, angulus e b c, æqualis angulo b a d: & per ſecūdam partem eiuſdem, angulus c, angulo d a c: quare angulus e, eſt æqualis angulo e b a, ergo per ſextam primi, e a eſt æqualis a b: & ideo per primam partem ſeptimi quinti, proportio e a ad a c, eſt ſicut b a ad a c: ſed per præmiſſam, e a, ad a c, eſt ſicut b d ad d c. ergo b a ad a c, ſicut b d ad d c, quod eſt primum. Secunda pars quæ eſt conuerſa primæ partis, probabitur conuerſo modo. Manente enim eadem diſpoſitione, ſi fuerit proportio b a ad a c, ſicut b d ad d c, quia per præmiſſam e a ad a c eſt ſicut b d ad d c, erit eadem proportio e a ad a c, quæ eſt b a ad a c, ergo primam partem 9 quinti e a & a b ſunt æquales. quare per 5 primi duo anguli e & e b a, ſunt æquales: Igitur per primam & ſecūdam partem 29 primi, angulus b a d, eſt æqualis angulo d a c: quod eſt ſecundum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

Si trianguli angulus bifariàm ſecetur, diſpeſcens autem angulum recta linea ſecuerit & baſin baſis ſegmenta, eandem habebunt rationē reliquis ipſius trianguli lateribus: & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis ipſius triāguli lateribus, à uertice ad ſectionē coniuncta

iuncta recta linea biſariàm diſpeſcit ipſius trianguli angulum.

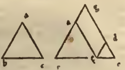
THEON ex Zāb. *Sit triangulū α β γ, ſeceturq́; (per 9 primi) angulus β α γ, biſariàm per rectam lineam α δ. Dico quòd eſt ſicut β δ, ad γ δ, ſic eſt β α, ad α γ. Excitetur enim (per 31 primi) per γ, ipſi δ α, parallelus γ ε, & extenſa β α, ei concurrat in ε, & quoniam in parallelos α δ & ε γ, recta linea α γ, cecidit, angulus igitur α γ ε, (per 29 primi,) æqualis eſt angulo γ α δ. Sed angulo γ α δ, is qui eſt ſub β α δ, ſupponitur æqualis, & angulus igitur β α δ, ei qui ſub α γ ε, eſt angulo, eſt æqualis. Rurſus quoniam in parallelos α δ, & ε γ, recta linea cecidit β α ε (per 28 primi) angulus exterior β α δ, æqualis eſt angulo interiori α ε γ: oſtenſum autē eſt quòd angulus α γ ε, angulo β α δ, eſt æqualis, & angulus α γ ε igitur, angulo α ε γ, eſt æqualis, quare & latus α ε, lateri α γ, (per 6 primi) eſt æquale. Et quoniam trianguli β γ ε, ad unum latus ε γ, parallelus acta eſt α δ, proportionalis igitur eſt (per 2 ſexti,) & (per 11 quinti) ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α, ad α ε. Aequalis autem eſt, α ε, ipſi α γ. eſt igitur ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α ad α γ. Sed eſto ſicut β δ, ad δ γ. ſic β α, ad α γ, & connectatur α δ. Dico quòd biſariàm ſecatur angulus β α γ, per rectam lineam α δ. Eiſdem namq; diſpoſitis, quoniam eſt ſicut β δ, ad δ γ, ſic eſt β α, ad α ε, ſed ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α, ad α ε, (per ſecundā ſexti,) trianguli enim β γ ε, ad unum latus ε γ, acta eſt parallelus α δ, & ſicut igitur β α, ad α γ, ſic β α, ad α ε, (per 9 quinti,) æqualis igitur eſt α γ, ipſi α ε, quare & angulus qui ſub α ε γ, (per quintam primi,) ei qui eſt ſub α γ ε, eſt æqualis. Sed qui eſt ſub α ε γ, (per 29 primi) exteriori qui eſt ſub α β δ, eſt æqualis, angulus autem α γ ε, ei qui uiciſſim eſt ſub γ α δ, angulo eſt æqualis: igitur β α δ, æqualis eſt angulo γ α δ. Angulus igitur β α γ, biſariàm diſcinditur ſub α δ, recta linea. Si trianguli angulus igitur biſariàm ſecetur, eum autē diſpeſcens recta linea ſecuerit & baſin: baſis ſegmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus, & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus, à uertice ad baſin cōiuncta recta linea biſariàm ſecat ipſius trianguli angulum: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

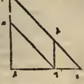
4 Vniuſcuiuſque duorum triangulorū, quorū anguli unius angulis alterius ſunt æquales, latera æquos angulos continentia ſunt proportionalia.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquianguli: ſitq; angulus a æqualis angulo d: & angulus b, angulo e: & angulus c angulo f: dico quòd proportio d e ad a b, & d f ad a c: eſt ſicut e f ad b c: ponam enim ambos triangulos ſuper lineam unam quæ ſit e c, ita quòd duo anguli unius qui erunt ſuper hanc lineam, ſint æquales duobus alterius, qui erunt ſuper eandem: non quidem medius medio aut extremus extremo: ſed medius unius, extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, ſitq; a f c, ipſe idem triangulus qui erat a b c: & quia angulus a f c eſt æqualis angulo e, & angulus d f e angulo c per hypotheſin: erit per primā partem 28 primi, linea a f æquidiſtans d e, & d f æquidiſtans a c: complebo igitur ſuperficiem æquidiſtantium laterum, quæ ſit g f: eritq; per 34 primi, g a æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per ſecundam huius g a ad a c, ſicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c ſicut e d ad d g: erit per 7 quinti d f ad a c: & per eandem e d ad f a, ſicut e f ad f c: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 4.*

4 Aequiangulorum triangulorum proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales angulos, & ſimilis ſunt rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur.



THEON ex Zamb. *Sint triangula æquiangula α β γ & δ γ ε, æquum habentia angulum qui ſub α β γ ei qui ſub δ γ ε eſt angulo, & angulum qui ſub β α γ ei qui ſub γ δ ε, & inſuper angulum qui ſub α γ β ei qui ſub δ ε γ. Dico quòd triangulorum α β γ & δ γ ε latera ſunt proportionalia, quæ circum æquales ſunt angulos: eiuſdemq́; rationis, quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam β γ, ipſi γ ε. Et quoniam anguli α β γ & α γ β duobus rectis ſunt minores (per decimamſeptimam primi)*

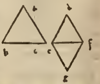
æqualis

æqualis autem eſt angulus αγβ, ei qui eſt ſub δγε angulo: anguli igitur αβγ & δγε, duobus rectis ſunt minores. Igitur βα & εδ productæ, in congreſſum ueniunt. Congrediãtur, conueniantq́; in ζ: & quoniã per hypotheſin angulus δγε, angulo αβγ, eſt æqualis: parallelus eſt (per 28 primi) βζ ipſi γδ. Rurſus quoniã per hypotheſin, angulus αγβ æqualis eſt angulo δεγ: parallelus eſt, per 13 primi, αγ ipſi ζε. Parallelogrãmum igitur eſt, ζαδγ. Aequalis igitur eſt ζα, ipſi δγ, & αγ ipſi ζδ. Et quoniã per 2 ſexti, triãguli βζε ad latus unũ ζε parallelus acta eſt αγ: eſt igitur ſicut βα ad αζ, ſic βγ ad γε. Aequalis autẽ eſt αζ ipſi γδ. Sicut igitur, per 11 quinti, βα ad γδ, ſic βγ ad γε: & uiciſsim, per 16 quinti, ſicut αβ ad βγ, ſic δγ ad γε. Rurſus quoniam parallelus eſt γδ ipſi βζ: eſt igitur, per 2 ſexti, ſicut βγ ad γε, ſic ζδ ad δε. Aequalis autem eſt ζδ ipſi αγ. Sicut igitur βγ ad γε, ſic αγ ad δε: uiciſsim igitur, per 16 quinti, ſicut βγ ad γα, ſic γε ad εδ. Quoniam igitur demonſtratum eſt, quòd ſicut αβ ad βγ, ſic δγ ad γε: ſicut autem βγ ad γα: ſic γε ad εδ: ex æquali igitur, per 22 quinti, ſicut βα ad αγ, ſic γδ ad δε. Proinde æquiangulorum triangulorũ proportionalia ſunt, quæ circum æquales angulos ſunt latera, eiuſdemq́; rationis, quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur: quod fuit demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

OMnium duorum triangulorũ, quorum cũctorum laterum ſeſe reſpicientium eſt proportio una, anguli lateribus proportionalibus contenti, æqui ſibijnuicem eſſe probantur. 5

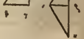
CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa prioris. Nec fecit ex ea & præmiſſa unam concluſionem, ſicut fecit in 2 & 3 huius: quia nec eadem figuratione, nec eiſdem medijs demonſtratur, quibus præcedens. Sint itaq; duo trianguli a b c, d e f, ſitq; proportio a b ad d e, & a c ad d f, ſicut b c ad e f, dico quòd angulus a, eſt æqualis ãgulo d, & angulus b angulo e, & angulus c angulo f. Conſtituã ſuper lineam e f, in oppoſita parte trianguli d e f, angulum f e g æqualem angulo b, & angulum e f g æqualẽ angulo c, eritq; per 32 primi, angulus g, æqualis angulo a: ergo per præmiſſam, proportio a b ad e g, & a c ad f g, ſicut b c ad e f, quare a b ad d e, ſicut ad e g, & a c ad d f, ſicut ad f g, igitur per ſecũdam partem 9 quinti, d e, eſt æqualis e g, & per eandem d f, æqualis f g, quare per 8 primi, duo trianguli d e f, & g e f, ſunt æquianguli, quia ergo triangulus g e f, eſt etiam æquiangulus triangulo a b c, conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

Si duo triangula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. 5

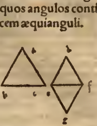
THEON *ex Zamb. Sint bina triangula αβγ & δεζ, latera proportionalia habentia: ſicut αβ ad βγ, ſic δε ad εζ: ſicutq́; βγ ad γα, ſic εζ ad ζδ. Et præterea ſicut βα ad αγ, ſic εδ ad δζ. Dico quòd æquiangulũ eſt αβγ triangulum, triangulo δεζ: æqualesq́; habebũt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: hoc eſt, angulum αβγ angulo δεζ: & angulum βγα angulo εζδ, & inſuper angulum βαγ, angulo εδζ. Conſtituatur per 23 primi, enim ad rectam lineam εζ, ad ſignaq́; in ea εζ, angulo quidem αβγ æqualis angulus ζεη, angulo autẽ αγβ æqualis qui eſt ſub εζη. Reliquus igitur angulus qui ſub βαγ, reliquo qui ſub εηζ eſt æqualis: æquiangulum igitur eſt triangulum αβγ, triangulo ζεη. Triangulorũ igitur αβγ & εηζ proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales ſunt angulos, per 4 ſexti, eiuſdemq́; triangulis latera ſubtenduntur. Eſt igitur ſicut αβ ad βγ, ſic ηε ad εζ. Sed ſicut αβ, ad βγ, ſic ſupponitur δε ad εζ. Igitur ſicut δε ad εζ, ſic ηε ad εζ, utrũq; igitur ipſorũ δε & ηε, ad εζ eandẽ habet rationẽ. Aequalis igitur, per 9 quinti, eſt δε, ipſi εη. Id propterea & δζ, ipſi ζη eſt æqualis. Quoniã igitur æqualis eſt δε ipſi εη, cõmunis autẽ εζ, duæ igitur δε & εζ duabus ηε & εζ ſunt æquales, & baſis δζ baſi ζη eſt æqualis. Angulus igitur δεζ, per 8 primi, angulo ηεζ eſt æqualis, & triangulum δεζ (per 4 primi) triangulo ηεζ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus δζε angulo ηζε, & angulus εδζ angulo εηζ. Et quoniam angulus ζεδ angulo ηζε eſt æqualis, ſed angulus ηεζ angulo αβγ: & angulus αβγ igitur ei qui ſub ζεδ angulo eſt æqualis. Id propterea & angulus αβγ angulo δζε eſt æqualis: & inſuper angulus qui ad α & qui ad δ. Aequiangulum igitur eſt triangulum αβγ, triangulo δεζ. Si bina triangula igitur, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, ſub quibus eiuſdẽ rationis latera ſubtẽduntur: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

6 OMnes duo triãguli, quorum unus angulus unius uni angu
lo alterius æqualis, lateraq́ illos duos æquos angulos conti
nentia proportionalia, ſunt inter ſeinuicem æquianguli.

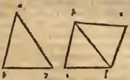
CAMPANVS. Maneat prior diſpoſitio, & ſit ſolũ
angulus b, æqualis angulo d e f, & proportio a b ad d e, ſicut b c ad e
f: dico adhuc duos triangulos a b c, d e f eſſe æquiangulos. Cùm ſit
prima per 4 huius propter hypotheſes præmiſſæ concluſionis, a b
ad e g, ſicut b c ad e f: erit a b ad d e, ſicut a b ad e g: quare per ſecun-
dam partem nonæ quinti d e, eſt æqualis e g. Quia ergo duo latera
d e & e f trigoni d e f ſunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigo-
ni g e f, & angulus e unius angulo e alterius, quia uterq; eſt æqualis
angulo b: ipſi erunt per quartam primi, æquianguli: & quia e g f eſt
etiam æquiangulus a b c, patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 6.*

6 Si bína triangula unum angulũ uni angulo æqualem habuerint, & cir-
cũ æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erũt triãgula, &
ęquales habebũt angulos, ſub quibus eiuſdẽ rationis latera ſubtẽdũtur,

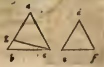
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, & δ ε ζ, unum angulum qui ſub β α γ, uni angulo qui
ſub ε δ ζ, æqualem habentia, & quæ circum æquales angulos
latera proportionalia, ſicut β α, ad α γ, ſic ε δ, ad δ ζ. Dico q.
triangulum α β γ, æquiangulũ eſt ipſi triangulo δ ε ζ, & æqua
lem habebit angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum α γ β, an
gulo δ ζ ε. Conſtituatur enim (per 23 primi,) ad rectã lineam δ
ζ, ad ſignaq; in ea δ ζ, utriq; ipſorum β α γ & ε δ ζ, æqualis an
gulus ζ δ η, angulo autem α γ β, æqualis angulus δ ζ η, reliquus
igitur angulus qui ad β, reliquo angulo qui ad η eſt æqualis.
Aequiangulum igitur eſt triangulum α β γ, triangulo δ η ζ.* Proportionaliter igitur eſt, ſicut β α, ad α γ, ſic
*η δ, ad δ ζ, (per 4 ſexti.) Receptum autem eſt, quòd ſicut β α, ad α γ, ſic ε δ, ad δ ζ, & ſicut igitur (per 11
quinti) ε δ, ad δ ζ, ſic η δ, ad δ ζ. Aequalis igitur eſt (per 9 quinti) ε δ, ipſi δ η. Et communis δ ζ. Duæ iam ε
δ, & δ ζ, duabus η δ, & δ ζ, ſunt æquales, & angulus ε δ ζ, (per hypotheſin) angulo η δ ζ, eſt æqualis. Ba-
ſis igitur ε ζ, (per 4 primi) baſi η ζ eſt æqualis, & triangulum δ ε ζ, (per eandem) triangulo η δ ζ eſt æqua-
le, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.
Aequalis igitur eſt angulus δ ζ ε, angulo δ ζ η, & qui ad η, ei qui ad ε. Sed angulus qui ſub δ ζ η, ei qui ſub α
γ β, eſt æqualis, & angulus α γ β, igitur ei qui ſub δ ζ ε, eſt æqualis. Receptum autem eſt, quòd angulus β α γ,
ei qui ſub ε δ ζ eſt, angulo æqualis eſt, & reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ad ε, eſt æqualis, æquiãgulum
igitur eſt triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur unum angulũ uni angulo æqualem ha-
buerint, circum verò æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt ipſa triãgula, & æquales
habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

7 SI fuerint duo triãguli, quorum unus angulus unius uni angu
lo alterius æqualis, duoq́ ſuorũ reliquorũ angulorum lateri
bus proportionalibus cõtenti, duorũ uerò demum reliquo-
rũ uterq; aut neuter recto ãgulo minor, neceſſe eſt illos duos
triangulos omnibus ſuis angulis inter ſe inuicem æquiangulos eſſe.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f, ſitq; angulus a, æqua
lis angulo d, & proportio a c ad d f, ſicut c b ad f e, & uterq; duo-
rum angulorum b & e, aut neuter, ſit minor recto, dico eos eſſe
ęquiãgulos. Si enim angulus c unius, eſt ęqualis angulo f alteri⁹,
patet propoſitũ per præmiſſam. Sin autẽ, ſit c maior, fiatq; angu-
lus a c g, æqualis eidẽ, eritq; per 32 primi, triangulus a g c, æquian
gulus triangulo d e f, quare per quartã huius, proportio a c, ad f:
ſicut

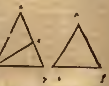


ſicut g e, ad d f, ſed ſic fuit b c ad e f, ergo per nonam quinti, g c & b c, ſunt æquales, ergo per quintam primi angulus b, eſt æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non eſſe minores duobus rectis. quod eſſe non poteſt per 17 primi. Quód ſi uterque fuerit minor recto, erit angulus a g c maior recto per 13 primi: quare & angulus e ſibi æqualis, eſt etiam recto maior, quod eſt contra hypotheſin: quare deſtructo oppoſito remanet propoſitum. Oportet autem utrũq; angulorum reliquorum, aut neutrum, eſſe minorem recto: poſſibile enim eſt in eodem triangulo, ut in triangulo a b c, lineam g c eſſe æqualem b c: & ideo erit a c ad utramq; earum una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c æquianguli, quamuis unus angulus unius ſit æqualis uni angulo alterius, imò idem ut angulus a: & proportio lineæ a c prout eſt latus magni ad a c prout eſt latus parui: ſicut b c latus magni ad g c latus parui: utraq; enim æqualis, & hoc eſt, propter hoc quod angulus g minoris, eſt maior recto: & angulus b minoris minor. Nam in omni triãgulo duum æqualium laterum uterq; angulorum qui ſunt ad baſin, eſt minor recto.

Euclid. ex Camp. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uerò utrunque ſimul aut minorem aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia ſunt latera. 7

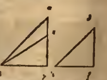
THEON *ex Zamb. Sint bina triangula αβγ & δεζ, unum angulum uni angulo æqualem habentia, eum ſcilicet qui ſub βαγ ei qui eſt ſub εδζ. Circum autem alios angulos αβγ & δεζ, latera proportionalia ſicut αβ ad βγ, ſic δε ad εζ.* Reliquorum uerò qui ad γ, ζ, primo utrunq; ſimul maiorem recto. Dico *quòd æquiangulum eſt αβγ triangulum, ipſi δεζ triangulo: & æqualis erit angulus αβγ, angulo δεζ: & reliquus qui ad γ, reliquo qui ad ζ. Si enim inæqualis eſt angulus αβγ, ei qui ſub δεζ eſt angulo, alter eorũ maior eſt: ſit maior angulus αβγ, & conſtituatur (per 23 primi) ad αβ rectam lineam, ad ſignumq; in ea β, ipſi δεζ angulo æqualis angulus αβη. Et quoniam æqualis eſt angulus qui ad α ei qui eſt ad δ, & angulus αβη ei qui ſub δεζ: reliquus igitur angulus αηβ reliquo angulo δζε eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum αβη, triangulo δεζ. Eſt igitur (per 4 ſexti) ſicut αβ ad βη, ſic δε ad εζ. Sicutq; δε ad εζ* recipitur, ſic αβ ad βγ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) αβ ad βγ, ſic αβ ad βη. Igitur (per 9 quinti) αβ, ad utrunq; ipſorũ βγ & βη, eandem habet rationem, æqualis igitur eſt βγ ipſi βη. Quare per quintam primi, & angulus qui ad βηγ, angulo qui ſub βγη eſt æqualis: ſed minor recto ſubijciatur angulus qui ad γ: minor igitur recto eſt angulus qui ſub βηγ. Quare (per 13 primi) & * altrinſecus ipſi angulus αηβ, maior eſt recto: & oſtẽſum eſt quòd æqualis eſt ei qui ad ζ: & qui ad ζ igitur, maior eſt recto Subijcitur autem minor recto, quod eſt abſurdum. Igitur inæqualis minimè eſt angulus αβγ, angulo δεζ. Aequalis autem eſt & qui ad α ſignũ ei qui ad δ: & reliquus qui ad γ igitur, reliquo qui ad ζ eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulũ αβγ, triangulo δεζ. Sed rurſus ſupponatur uterq; eorum qui ad γ ζ, non minor recto. Dico rurſus quòd & ſic eſt æquiangulum triangulum αβγ, triangulo δεζ. Eiſdem nempè diſpoſitis, ſimiliter demonſtrabimus quòd æqualis eſt βγ, ipſi βη: quare & angulus qui ad γ, ei qui ſub βηγ eſt æqualis.*



ὑπόκει-ται

ἐφεξῆς

At non minor recto eſt angulus qui ad γ: neq; igitur minor recto eſt angulus qui eſt ſub βηγ. Trianguli igitur βηγ (per 17 primi) duo anguli duobus rectis non ſunt minores, quod eſt impoßibile. Non igitur rurſus inæqualis eſt angulus αβγ, angulo δεζ, æqualis igitur: eſt autem angulus qui ad α, ei qui ad δ æqualis. Reliquus igitur qui ad γ, reliquo qui ad ζ eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum αβγ, triangulo δεζ. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ uerò utrunq; ſimul uel minorem uel non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia ſunt latera: quod oportuit demonſtraſſe.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

SI ab orthogonη angulo recto, ad baſin linea perpendicularis ducatur, fient duo trianguli partiales toti triangulo & ſibi inuicem ſimiles. 8

CORRE-

CORRELARIVM.

Vndeetiam manifeſtum eſt,quia in omni triangulo rectangulo,ſi ab eius angulo recto ad baſin perpendicularis ducatur,erit ipſa perpēdicularis inter duas ſectiones ipſius baſis proportionalis:itemq́ utrūq; latus inter totam baſin atq; ſibi conterminalem baſis portionem.

Campanvs.Sit trigonus a b c,orthogonus,eiusq́ angulus a,rectus,à quo ducatur a d perpendicularis ad baſin,dico quòd uterque duorum triangulorum partium,qui ſunt a b d,a d c,ſimilis eſt totali triangulo a b c,& unus eorum alteri:eſt enim uterque ipſorum æquiangulus totali per 32 primi,eo quòd uterque eſt orthogonius & in uno angulo communicat cum totali, quare & ſibi inuicem ſunt æquianguli,ita quòd angulus b eſt æqualis angulo d a c, & angulus b a d angulo c,& duo anguli qui ſunt ad d,ſibi inuicem,& angulo a totali æquales, quare per 4 huius,latera æquos eorum angulos reſpicientia,ſunt proportionalia:ergo per diffinitionem ſunt ſimiles, quod eſt propoſitum. Vtrunq; correlarium ex his euidenter apparet.



Euclid.ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis agatur,quę ad perpendicularē triangula,ſimilia ſunt toti & adinuicem.

THEON *ex Zamb. Sit triangulū rectangulū α β γ,rectum habens eum qui ſub β α γ,angulū,& excitetur(per 12 primi)ab α in β γ,perpendicularis α δ. Dico quòd ſimile eſt utrunq; ipſorum α β δ,& α δ γ triangulorū,toti α β γ,& inſuper adinuicē. Quoniā enim(per 4 poſtulatū)æqualis eſt angulus β α γ,angulo α δ β,rectus enim uterque eſt,cōmunis autē eſt ipſorū duorū triangulorū α β γ,& α β δ,angulus qui ad β,reliquus igitur angulus α γ β,reliquo β α δ,eſt æqualis(per 32 primi.)Aequiangulū igitur eſt triangulum α β γ,triangulo α β δ. Eſt igitur(per 4 ſexti)ſicut γ β,ſubtendens angulū rectum α β γ,triāguli ad β α,ſubtendentem rectum angulū ipſius α β δ trianguli:ſic eadem α β,ſubtendens angulū qui ad γ,trianguli α β γ,ad β δ,ſubtendentem æqualem angulū β α δ,ipſius α β δ,trianguli,& inſuper α γ,ad α δ,ſubtendentē angulū qui ad β,communē duorum triangulorū. Triangulū igitur α β γ,triāgulo α β δ,æquiangulū eſt(per 7 ſexti) & quæ circum æquales angulos ſunt, latera proportionalia habet. Simile igitur eſt triangulū α β γ,triangulo α β δ,(per 1 diffinitionē ſexti.)Similiter iam oſtēdemus quòd & triangulo α δ γ,ſimile eſt triangulū α β γ,utrunque igitur ipſorū α β δ,& α δ γ,triangulorū ſimile eſt toti α β γ. Dico etiam quòd & adinuicem ſunt ſimilia triangula α β δ,& α δ γ,Quoniam enim rectus angulus β δ α,recto angulo α δ γ,eſt æqualis(per 4 poſtulatum)ſed et angulus β α δ,ei qui ad γ oſtenſum eſt,quod eſt æqualis:reliquus igitur qui ad β,reliquo qui ſub δ α γ,eſt æqualis. Aequiangulū igitur eſt triangulū α β δ,triangulo α δ γ,eſt igitur ſicut β δ,ipſius α β δ,trianguli ſubtendens angulū qui ſub β α δ,ad δ α ipſius α δ γ,trianguli ſubtendentē angulum qui ad γ,æqualem ei qui ſub β α δ,ſic ipſa α δ,trianguli α β δ,ſubtendens angulum qui ad β,ad δ γ,ſubtendentem angulum qui ſub δ α γ,ipſius trianguli α δ γ,æqualem ei qui ad β,& inſuper β α ad α γ,ſubtendens rectos angulos. Simile igitur eſt triangulum α β δ,triangulo α δ γ. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in baſin perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularem ſimilia ſunt toti & adinuicem:quod demonſtraſſe oportuit.*

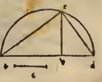


CORRELARIVM. *Ex hoc manifeſtum eſt,quòd ſi in rectangulo triangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis agatur:acta,ipſius baſis ſegmētis media proportionalis. Et inſuper ipſius baſis & uniuſcuiuſq; ſegmentorū,latus quod ad ſegmentum,medium proportionale eſt:quod erat demonſtrādum.*

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 9.*

DVabus lineis propoſitis tertiam inter eas ſub proportionalitate continua collocare.

Campanvs. Sint duæ lineæ propoſitæ a b & c, inter quas uolo unam lineam in proportionalitate cōtinua collocare. Adiungā unam earum alteri,ſitq́; tota ex eis cōpoſita a d,ita quòd b d,ſit æqualis c,& ſuper totam deſcribo ſemicirculum a e d,& produco b e uſque ad circunferentiam perpendicularem ad lineam a d, dico lineam b e, eſſe quam quærimus: produco enim li-



neas e a & e d, eritq́ per 30 tertij, angulus e totalis, rectus: quare per primam partē correlarij præmiſſæ, proportio a b ad b e, ſicut b e ad b d: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate ſubiungere. 10

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propoſitæ a b & c: quibus uolo tertiam in continua proportionalitate ſubiungere. Coniungo lineam c angulariter ut contingit, cùm linea a b ſitq́ a d, ei æqualis. & produco lineā a b uſq́ ad e, donec fiat b e æqualis a d: & protracta linea b d, à puncto e duco lineam ſibi æquidiſtantem, quam & lineam a d: produco quouſq́ concurrant in puncto f, dico igitur lineam d f, eſſe quam quærimus: eſt enim per ſecundam huius, proportio a b ad b e, ſicut a d ad d f: ſed a b ad b e, eſt ſicut a b ad a d, per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d, ſicut a d ad d f: quod eſt propoſitum.

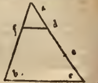


CAMPANI *additio.* Quòd ſi propoſitis tribus lineis uelimus inuenire quartam, ad quam ſit proportio tertiæ ſicut primæ ad ſecundam: ex prima & ſecunda fiat linea una, & toti compoſitæ tertia angulariter adiungatur, & à communi termino primæ & ſecundæ, ducatur linea ad extremitatem tertiæ. & ab altero termino ſecundæ ducatur huic lineæ æquidiſtans: quouſq́ concurrat cum tertia in continuum rectumq́ protracta. eritq́ per ſecundam huius, linea quam hæc æquidiſtans abſcindet: quæ quæritur, quemadmodum ſi in hac figura fuerit prima a b, ſecunda b e, tertia a d, erit quarta d f.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

AB aſſignata linea, quotamcūq́ iubearis, partem abſcindere. 11

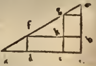
CAMPANVS. Sit a b linea aſſignata, ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abſcindere, coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinitę quantitatis, quę ſit a c: à qua reſeco tres æquas portiones, quæ ſunt a d, d e, & e c, & produco lineas c b & d f, ſibi æquidiſtantes: dico a f eſſe tertiam a b: eſt enim per ſecundam huius, proportio c d ad d a, ſicut b f ad f a, quare coniūctum c a ad d a, ſicut b a ad f a. Cùm igitur c a ſit tripla ad d a, patet a f eſſe tertiam a b: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.* 12

DVabus lineis propoſitis, altera indiuiſa, altera per partes diuiſa, indiuiſam quidem admodum diuiſæ diuidere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ quas angulariter ut contingit coniungam a b & a c, ſitq́ a b diuiſa in tres uel qualeſcunque portiones: ſignatis in ea punctis d & e, uolo ſecundum eaſdem portiones diuidere lineam a c: cùm igitur ipſas angulariter coniunxero, protraham lineam b c & æquidiſtantes ei d f & e g, dico iſtas æquidiſtantes diuidere lineam a c in partes proportionales partibus a b, protraham enim f a æquidiſtantem a b, quæ ſecet e g in puncto k, eritq́ per ſecundam huius, proportio g f ad f a: ſicut e d ad d a, & c g ad g f: ſicut h k ad k f, quare & ſicut b e ad e d, per 34 primi & ſecundam partem 7 quinti, quod eſt propoſitum. Oportet autem ſecundam huius toties repetere: quot erunt partes lineæ a b, minus una. At uerò 34 primi & ſeptimam quinti, minus duabus.



Quinque ſequentes, ex Zamberto Euclidis propoſitiones, præpoſtero ordine, quatuor ex Campano præcedentibus reſpondent, nona undecimæ, decima duodecimæ, undecima & duodecima decimæ cū additione, decimatertia nonæ.

Euclid.

Euclid.ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 9.

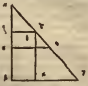
9 Data recta linea, imperatam partem abſcindere.



THEON ex Zamb. Sit data recta linea α β, oportet iam ex ipſa α β, imperatã partem abſcindere. Imperetur tertia, & ducatur ab α recta linea α γ, faciens angulum cum α β, & ſumatur contingens ſignum ſuper α γ, ſitq; illud δ. & ponatur ipſi α δ, (per 2 primi) æqualis δ ε, & ε γ, & connectatur β γ, & per δ, ipſi β γ, (per 31 primi) parallelus excitetur δ ζ. Quoniam igitur trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta eſt ζ δ, parallelus, proportionalis igitur eſt (per 2 ſexti) ſicut γ δ, ad δ α, ſic β ζ ad ζ α, dupla autem eſt γ δ, ipſius δ α, dupla eſt igitur & β ζ, ipſius ζ α. Tripla enim eſt β α, ipſius α ζ. Data igitur recta linea α β, imperata tertia pars ablata eſt α ζ: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 10.

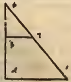
10 Datã rectam lineam non ſectam, datę rectæ lineę ſectæ ſimiliter ſecare.



THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea non ſecta α β, ſecta verò ſit α γ, oportet iam lineam α β, nõ ſectam, ſecare ſimiliter lineæ α γ, ſectæ. Sit linea α γ, ſecta in ſignis quidem δ ε, & ſitæ ſint, ut angulum contingentem comprehendant, & connectatur β γ, et per δ ε, ipſi β γ, paralleli excitentur δ ζ, & ε η, (per 31 primi) & per δ, ipſi α β, parallelus excitetur δ θ κ, (per eandem) parallelogrammũ igitur eſt utrunq; ipſorum ζ θ, & θ β, æqualis igitur eſt quidẽ δ θ, ipſi ζ η, & θ κ ipſi η β, & quoniã trianguli δ κ γ, ad unum laterũ κ γ, recta linea acta eſt θ ε, proportionaliter igitur parallelus (per 2 ſexti) ſicut γ ε, ad ε δ, ſic κ θ, ad θ δ, æqualis autem eſt κ θ, ipſi β η, & θ δ, ipſi η ζ. Eſt igitur (per 2 quinti) ſicut γ ε, ad ε δ, ſic β η, ad η ζ. Rurſus quoniam trianguli α η ε, ad unũ latus η ε, parallelus acta eſt ζ δ, proportionaliter igitur eſt (per 2 ſexti) ſicut ε δ, ad δ α, ſic η ζ, ad ζ α. patuit autem quod ſicut γ ε, ad ε δ, ſic β η, ad η ζ. Eſt igitur ſicut quidem γ ε, ad ε δ, ſic β η, ad η ζ, ſicut autem ε δ, ad δ α, ſic η ζ, ad ζ α. Data igitur recta linea non ſecta α β, datæ rectæ lineæ ſectæ α γ, ſimiliter ſecta eſt: quod facere oportebat.

Euclid.ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 11.

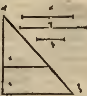
11 Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire.



THEON ex Zamb. Sint duæ datæ rectæ lineæ, β α, & α γ, & ſitæ ſint angulum comprehendentes contingentem, oportet ipſis β α, & α γ, tertiam proportionalem inuenire. Producantur enim α β & α γ, ad ſigna δ ε, & ponãtur (per 2 primi) ipſi α γ, æqualis β δ, & connectatur β γ, & per δ (per 31 primi) ipſi β γ, parallelus excitetur δ ε. Quoniã igitur triãguli α δ ε, ad unũ latus δ ε, acta eſt, parallelus β γ, proportionaliter eſt (per 2 ſexti) ſicut α β, ad β δ, ſic α γ ad γ ε, æqualis autem eſt β δ, ipſi α γ, eſt igitur ſicut α β, ad α γ, ſic α γ, ad γ ε. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & α γ, tertia proportionalis eis inuenta eſt γ ε: quod oportebat facere.

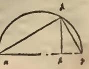
Euclid.ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 12.

12 Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.



THEON ex Zãb. Sint datæ tres rectæ lineæ α β γ, oportet ipſis α β γ quartam proportionalem inuenire. Ponãtur duæ rectæ lineæ δ ε, & δ ζ: angulum contingentem comprehendentes eum qui eſt ſub ε δ ζ, & ponatur (per 2 primi) ipſi quidẽ α, æqualis δ η, ipſi autem β, æqualis η ε, & inſuper ipſi γ, æqualis δ θ, & coniuncta η θ, parallelus ei excitetur (per 31 primi) per ε, ſitq; ε ζ. Quoniam igitur trianguli δ ε ζ, ad unum latus ε ζ, acta eſt parallelus η θ, igitur (per 2 ſexti) eſt ſicut δ η, ad η ε, ſic δ θ, ad θ ζ, æqualis autem eſt δ η, ipſi α, & η ε, ipſi β, & δ θ, ipſi γ: eſt igitur ſicut α ad β, ſic γ ad θ ζ. Tribus igitur datis rectis lineis α β γ, quarta proportionalis inuẽta eſt θ ζ: quod oportebat facere.

Euclid.ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 13.



13 Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

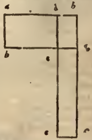
THEON ex Zamb. Sint duæ rectæ lineæ α β et β γ, oportet iam ipſarũ

αβ, & βγ, mediã proportionalẽ inuenire. Diſponatur (per 14 primi) in rectas lineas, deſcribatuŕq; ſuper αγ, ſemicirculus αδγ, & excitetur (per 11 primi) à ſigno β, ipſi αγ, ad angulos rectos βδ, et connectantur αδ, & δγ. Quoniam (per 31 tertij) in ſemicirculo angulus, qui eſt ſub αδγ, rectus eſt, & quoniam in rectangulo triangulo αδγ, à recto angulo in baſin perpendicularis deducta eſt δβ, igitur (per correlarium octauæ ſexti) δβ, ipſius baſis ſegmentis αβ, & βγ, media proportionalis eſt. Duabus igitur datis rectis lineis αβ & βγ, media proportionalis inuenta eſt δβ: quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 13.

SI duæ ſuperficies æquidiſtantiũ laterum, quarũ unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint 13
latera duos æquos angulos continentia mutekeſia eſſe. Si uerò latera duos æquos angulos cõtinentia, mutekeſia fuerint, duas ſuperficies æquales eſſe neceſſe eſt.

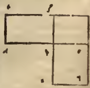
CAMPANVS. Sint duæ ſuperficies a b c d & c e f g, æquidiſtantium laterum & æquales, ſitq; angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem b c ad e g, eſſe ſicut e c ad c d, & ſi proportio b c ad c g fuerit ſicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc ęquales. dico illas duas ſuperficies æquidiſtãtiũ laterum, eſſe æquales. Coniungam enim eas angulariter, uidelicet angulũ c unius, cũ angulo c alterius, ita quod duo latera earũ quæ ſunt b c & c g fiant linea una erũtq; ſimiliter duo reliqua latera d c & c e linea una, alioqui ſequeretur per pręſentẽ hypotheſin, quæ eſt angulũ c unius eſſe æqualẽ angulo c alterius, & per 15 primi, partem eſſe æqualẽ toti, complebo itaq; ſuperficiẽ æquidiſtantiũ laterum, productis lineis a d & f g, quouſq; concurrant in h, eritq; per primam partem 7 quinti, utriuſq; ſuperficiei a d c & c f ad ſuperficiem c h proportio una, et quia per primam huius proportio ſuperficiei a c ad ſuperficiem c h, ſicut lineæ b c ad lineam c g, & ſuperficiei c f ad eandem ſuperficiem c h, ſicut e c ad c d, manifeſta eſt prima pars propoſitæ concluſionis. Secũda pars ſic patet, per primam enim huius, eſt proportio b c ad c g, ſicut a c ad c h, & e c ad c d, ſicut c f ad eandẽ c h, & quia poſitum eſt quòd proportio b c eſt ad c g ſicut e c ad d: erit utriuſq; duarum ſuperficierum a c & e g ad ſuperficiem c h una proportio, ergo per primam partem 9 quinti, a c, eſt æqualis c f: ſicq; patet ſecunda pars.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 8. *Propoſitio* 13.

Aequalium, & unum uni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circũ æquales angulos & quorum parallelogrammorum unum uni angulo æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia. 13

THEON ex Zamb. *Sint æqualia parallelogramma αβ, & βγ, æquales habentia angulos qui ad β, & conſtituãtur (per decimamquartam primi) in rectas lineas δβ & βε, in rectas lineas igitur ſunt ζβ, & βη. Dico quòd ipſorum αβ, & βγ, reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, hoc eſt quod ſicut eſt βδ, ad βε, ſic eſt ηβ, ad βζ. Compleatur namq; parallelogrammum ζε. Quoniam igitur (per hypotheſin) æquum eſt αβ, parallelogrammum ipſi βγ, parallelogrãmo, aliud autem quoddam ζε, eſt igitur (per ſeptimam quinti) ſicut αβ, ad ζε, ſic βγ, ad ζε. Sed ſicut quidem αβ, ad ζε, ſic δβ, ad βε, ſicutq; βγ, ad ζε, ſic ηβ, ad βζ, & ſicut igitur (per 11 quinti) δβ, ad βε, ſic ηβ, ad βζ. Ipſorum igitur αβ, & βγ, parallelogrammum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos.*



Verùm ſint latera reciproca quæ circũ æquales ſunt angulos, eſtoq; ſicut δβ ad βε, ſic ηβ ad βζ. Dico quòd æquale eſt parallelogrammum αβ ipſi βγ, parallelogrammo. Quoniam enim eſt ſicut δβ, ad βε, ſic ηβ, ad βζ, ſed ſicut quidem δβ, ad βε, ſic (per 1 ſexti) αβ, parallelogrammum ad ζε, parallelogrammũ, ſicut autem ηβ, ad βζ: ſic βγ parallelogrammum ad ζε, & ut igitur (per 11 quinti) αβ, ad ζε, ſic βγ ad ζε, æquum

igitur

igitur eſt α β, parallelogrammum, ipſi β γ, parallelogrammo. Aequalium igitur & æquiangulorum parallelogrammorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos: & quorum æquiangulorum parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoq; ſunt æqualia: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint, latera duos angulos æquos continentia erunt mutekeſia. Si uerò latera duos æquos angulos continentia fuerint mutekeſia, duo trianguli æquales eſſe comprobantur.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, c d e, æquales, ſitq; angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem a c ad c e, eſſe ſicut d c ad c b: & ſi fuerit proportio a c ad c e, ſicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illos duos triangulos eſſe æquales. Coniungam enim eos angulariter ita quòd latera a c & c e, fiant linea una, eruntq; ſimiliter b c & c d, linea una, aliter ſequeretur partem eſſe æqualem toti per 15 primi, & protraham lineam b e, eritq; per primam partem 7 quinti, utriuſq; dictorum triangulorū ad triangulum c b e, proportio una, & quia per primam huius, primi eorum ad ipſum eſt, ſicut a c ad c e, & ſecundi eorum ad eundem ſicut d c ad c b, manifeſta eſt prima pars propoſitę concluſionis. Secunda pars econuerſo probatur, quia a c ad c e eſt ſicut primi trianguli ad triangulum b c e & d c ad c b, ſicut ſecūdi ad eundem, per primam huius, & quia poſitum eſt ut ſit a c ad c e, ſicut d c ad c b, erit utriuſq; dictorum triangulorum ad triangulū b c e una proportio, quare per primam partem 9 quinti, ipſi ſunt æquales, ſicq; patet ſecunda pars.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 15.*

15 Aequalium & unum uni ęqualem habentiū angulum triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, & quorum unū uni angulum æqualem habentium triāgulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia.

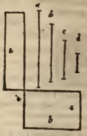
THEON *ex Zamb. Sint æqualia triangula α β γ, & α δ ε, unum uni æqualem habentia angulū, eum ſcilicet qui ſub β α γ: ei qui ſub δ α ε. Dico quòd ipſorum α β γ, & α δ ε, triangulorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos, hoc eſt ſicut γ α, ad α δ, ſic ε α, ad α β. Conſtituantur enim (per 14 primi) in rectas lineas γ α, ipſi α δ. In directum igitur eſt ε α, ipſi α β, & connectatur β δ. Quoniam igitur (per hypotheſin) æquum eſt triangulum α β γ, triangulo α δ ε, aliud autem quoddam β α δ, eſt igitur (per 7 quinti) ſicut triangulū β α γ, ad ipſum β α δ triangulum, ſic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Sed ſicut quidem α β γ, ad β α δ, ſic γ α, ad α δ, ſicut autem (per primā ſexti) ε α δ, ad β α δ, ſic ε α, ad α β, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ α ad α δ, ſic ε α, ad α β. Triangulorum igitur α β γ, & α δ ε, reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Verùm reciproca ſint latera ipſorum α β γ, & α δ ε, triangulorū, eſtoq; ſicut γ α, ad α δ, ſic ε α, ad α β. Dico quòd æquum eſt triangulum α β γ, triangulo α δ ε. Connexa enim rurſus β δ, quoniam eſt ſicut γ α, ad α δ, ſic ε α, ad α β, ſed ſicut quidem γ α, ad α δ, ſic triangulum α β γ, ad triangulum β α δ: ſicut autem ε α, ad α β, ſic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ: ſicut igitur triangulum α β γ, ad triangulum β α δ, ſic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Vtrunq; igitur ipſorum α β γ, & ε α δ, ad β α δ, eandem habet rationem. Aequum igitur eſt (per nonam quinti) triangulum α β γ triangulo ε α δ. Aequalium igitur & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum unum uni æqualem habentium angulum triangulorū reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoq; ſunt æqualia, quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 SI fuerint quatuor lineæ ꝓportionales, quod ſub prima & ultima rectangulū cōtinetur, æquum erit ei quod ſub duabus reliquis. Si uerò quod ſub prima & ultima cōtinetur, ęquū fue-

rit ei quod duabus reliquis continetur rectangulũ, quatuor lineas proportionales eſſe conuenit.

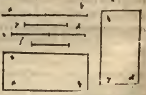


CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a b c d proportionales, ſitq; proportio a ad b, ſicut c ad d, dico quòd ſuperficies contenta ſub a & d, æqualis eſt ſuperficiei contentæ ſub b & c, & ſuperficies cõtenta ſub a & d, eſt æqualis ſuperficiei contentæ ſub b & c. Et ſuperficies contenta ſub a & d eſt æqualis ſuperficiei contentæ ſub b & c, dico quòd proportio a ad b eſt ſicut c ad d. Fiant enim ſuperficies contenta ſub a & d, & ſuperficies contenta ſub b & c. Si ergo eſt proportio a ad b ſicut c ad d, latera illarum ſuperficierum erunt mutekeſia, ſed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraq; eſt rectorum angulorum, quare per ſecundam partem 13 huius, ipſi ſunt æquales: quod eſt primum. Secundũ patet per primam partem euſdem, ſi enim ipſæ ſunt æquales, quia omnes anguli earum ſunt recti, latera earum erunt mutekeſia, quare proportio a ad b, ſicut c ad d, quod eſt ſecundum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 16.*

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs continetur rectangulo. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulũ æquum fuerit ei quod ſub medijs continetur rectangulo, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt. 16

THEON ex Zamb. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β, γ δ, ε, ζ, ſicut α β ad γ δ, ſic ε ad ζ. Dico quòd ſub ipſis α β, & ζ, comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Excitetur enim (per 11 primi) ab α γ, ſignis, ipſis α β, et γ δ, rectis lineis, ad angulos rectos α η, & γ θ, & ponatur (per ſecundam primi) ipſi ζ, æqualis α η, ipſi autem ε, æqualis γ θ, compleanturq; η β, & θ δ, parallelogramma. Et quoniam eſt ſicut α β ad γ δ, ſic eſt ε, ad ζ, æqualis autem eſt ε, ipſi γ θ, & ζ, ipſi α η, eſt igitur ſicut α β, ad γ δ, ſic γ θ, ad α η. Igitur (per 14 ſexti) β η, & δ θ, parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrãmorum æquiangulorum reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoq; ſunt æqualia. Aequum igitur eſt parallelogrammum β η, ipſi δ θ, parallelogrammo, & eſt β η, id quod ſub α β, & ζ, æqualis enim eſt α η, ipſi ζ. At δ θ, id eſt quod ſub γ δ, & ε, æqualis enim eſt γ θ, ipſi ε. Igitur quod ſub α β, & ζ, cõtinetur rectangulũ: æquum eſt ei quod ſub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Sed iam quod ſub α β, & ζ, comprehenditur rectangulum, æquum eſto ei quod ſub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Dico quòd quatuor rectæ lineæ proportionales erunt, ſicut α β, ad γ δ, ſic ε, ad ζ. Eiſdem nanq; conſtructis quoniam quod ſub α β, & ζ, æquũ eſt ei quod ſub γ δ, & ε, et eſt quidem quod ſub α β & ζ, ipſum β η, æqualis enim eſt α η, ipſi ζ, quod autem ſub γ δ, & ε, eſt ipſum δ θ, æqualis enim eſt γ θ, ipſi ε, igitur β η, æquum eſt ipſi δ θ, & æquiangula ſunt. Aequalium autem & æquiangulorum parallelogrammorum (per 14 ſexti) reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Eſt igitur (per 10 quinti) ſicut α β, ad γ δ, ſic γ θ, ad α η, æqualis autem eſt γ θ, ipſi ε, & α η, ipſi ζ: eſt igitur ſicut α β, ad γ δ, ſic ε, ad ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis cõprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs comprehenditur rectangulo, & ſi quod ſub extremis comprehenditur rectangulum, æquum fuerit ei quod ſub medijs continetur rectangulo, ipſæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonſtrare.*

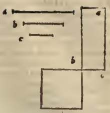


Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.

SI fuerint tres lineæ proportionales, quod ſub prima & tertia rectangulum continetur, æquum erit ei quod à ſecũda quadrato deſcribitur. Si uerò quod ſub prima et tertia cõtinetur, æquum ei quadrato quod à ſecunda producitur, ipſæ tres lineæ proportionales erunt. 16

CAMPA-

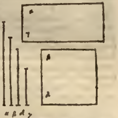
CAMPANVS. Sit proportio lineæ a ad lineam b, ſicut lineę b ad lineam c, dico quòd ſuperficies contenta ſub a & c, æqualis eſt quadrato b, & ſi ſuperficies contenta ſub a & c eſt ęqualis quadrato b, dico quòd proportio a ad b eſt ſicut b ad c, hoc autem eſt euidens per præcedentem, poſita alia linea quæ ſit æqualis b, ita quòd b ſit in ratione ſecundæ & tertiæ.



Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propoſitio 17.*

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quòd ſub extremis comprehēſum rectangulū, æquū eſt ei quod à media quadrato. Et ſi quòd ſub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media quadrato, ipſæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ.* Dico quòd *ſub α γ, comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ex β quadrato.* Ponatur *(per 2 primi) ipſi β, æqualis δ. Et quoniam eſt (per hypotheſin) ſicut α ad β, ſic β ad γ, æqualis autē eſt β, ipſi δ, eſt igitur (per 7 quinti) ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs continetur rectangulo (per 16 ſexti.) Igitur quod ſub α γ, æquum eſt ei quod ſub β δ. Sed quod ſub β δ, id eſt quod fit ex β, æqualis enim eſt β, ipſi δ. Igitur quod ſub α γ, comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod ex β, quadrato. Sed iam quod ſub α γ, eſto æquale ei quod ex β.* Dico quòd eſt *ſicut α, ad β, ſic β, ad γ. Eiſdem nanq; constructis, quoniam quod ſub α γ, æquum eſt ei quod ex β, ſed quod ex β, id eſt quod ſub β δ, æqualis enim eſt β, ipſi δ, igitur quod ſub α γ, æquū eſt ei quod ſub β δ. Si autē quod ſub extremis æquū fuerit ei quod ſub medijs, quatuor rectæ lineæ proportionales ſunt (per 16 ſexti.) Eſt igitur ſicut α, ad β, ſic δ, ad γ. Aequalis autem eſt β, ipſi δ, ſicut igitur α ad β, ſic β, ad γ. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis cōprehenditur rectangulū, æquum eſt ei quod à media quadrato. Et ſi quod ſub extremis comprehenditur rectangulū, æquū fuerit ei quod à media quadrato, tres rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonſtrare.*



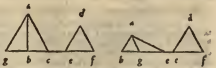
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

17 SI fuerint duo trĭăguli ſimiles, proportio alterius ad alterū eſt tanquā proportio cuiuſlibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIVM.

Manifeſtum etiam ex hoc, quia omnium trium linearum continuè proportionalium quanta eſt prima ad tertiam, tanta erit ſuperficies conſtituta ſuper primam ad ſuperficiem cōſtitutam ſuper ſecundam, cùm fuerit ei ſimilis in lineatione & creatione.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d e f ſimiles, eruntq́ per primam diffinitionem, æquiāguli, & laterū proportionaliū. Sit ergo angulus a, æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c, angulo f, eritq́ proportio a b ad d e, & a c ad d f, ſicut b c ad e f, dico quòd proportio trĭăguli a b c ad trĭăgulum d e f, eſt ſicut proportio b c ad e f duplicata. Subiūgatur enim ſecundum doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f, tertia in cōtinua proportionalitate quæ ſit c g, protracta aut reſecata c b, ſi c g fuerit ea maior aut minor: & producatur linea g a, eritq́ per ſecundam partem 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f, propter id quod

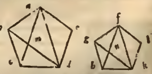


proportio a c ad d f eſt ſicut e f ad c g, et angulus c æqualis angulo f: quare per ſecundam partem 7 quinti, trianguli a b c ad utrunque illorum erit una proportio: ſed per primã huius proportio trianguli a b c ad triangulum a g c, eſt ſicut b c ad g c. At uerò proportio b c ad c g, ſicut b c ad e f duplicata, per 10 deſcriptionem quinti: ergo proportio trianguli a b c ad triangulũ d e f, eſt ſicut proportio b c ad d f duplicata, quod eſt propoſitum. Si autem c g ſit æqualis b c, erit per ſecundam partem 14 huius, triangulus a b c æqualis triangulo d e f: æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata uel triplicata uel quotieſcunque ſumpta. Iſtam eandem paſſionem poſſemus eodem modo & per eadem media demonſtrare de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſimilibus, ſumpta ſolum 13 præſentis, loco 14. Non demonſtrat autem eam, quia per ſequentem demonſtratur uniuerſaliter de omnibus ſuperficiebus ſimilibus. Quare per correlarium, quod uniuerſaliter proponitur de omnibus ſuperficiebus ſimilibus, nondum patet niſi de triangulis, ſed demonſtrata ſequente, patens erit de omnibus. Poſuit autem ipſum hic & non in ſequente, quia eſt correlarium huius, nõ autem ſequentis: ex modo enim demonſtrationis huius, ſua ueritas manifeſtata eſt, non ex modo illius.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

OMnes duæ ſuperficies ſimiles multiangulæ, ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles atque numero æquales, eſtque proportio alterius earum ad alteram, ſicut cuiuslibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius, proportio duplicata. 18

CAMPANVS. Sint gratia exempli, duo pentagoni a b c d e, f g h k l ſimiles, dico quòd ipſi ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles numero æquales, & quòd proportio alterius eorum ad alterũ, eſt ſicut a b ad f g proportio duplicata: ducantur enim lineæ duæ a c & a d, itemque f h & f K, eritque per præſentem hypotheſin & per 6 huius, triangulus a b c, æquiangulus triangulo f g h, & triangulus a e d, triangulo f l k. Similiter quoque per hanc communem ſcientiam. Si ab æqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur æqua ſunt, erit triangulus a c d, æquiangulus triangulo f h K. Nam ipſi pentagoni, poſiti ſunt æquianguli, & laterum proportionalium: & quia trianguli in quos diuiduntur ſunt adinuicem æquianguli, ut probatum eſt, erunt etiam & ſimiles per 4 huius, & diffinitionem ſimilium ſuperficierum, quare cùm ipſi ſint numero æquales, patet primum. Secundum ſic: protrahantur b d, quæ ſecẽt a c in puncto m, & g K quæ ſecẽt f h in puncto n, eritque triangulus b c d, æquiangulus triangulo g h K per 6 huius & præſentem hypotheſin, quare & triangulus a b m triangulo f g n, & a m d, f n K, ergo per 4 huius, proportio b m ad g n, eſt ſicut a m ad f n: & a m ad f n, ſicut m d ad n K: quare per 11 quinti, b m ad g n, ſicut m d ad n K, ergo permutatim b m ad m d, ſicut g n ad n k. Sed per 1 huius, a b m ad a m d & b c m ad c m d, ſicut b m ad m d, & per eandem f g n ad f n k, et g n h ad h n k, ſicut g n ad n K, ergo per 13 quinti, a b c ad a c d, ſicut f g h ad f h K quare permutatim a b c ad f g h, ſicut a c d ad f h K. Eadem ratione probabis, quòd & ſicut a c d ad f l K, ergo per 13 quinti totius



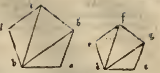
pentagoni ad totum pentagonum, ſicut a b c ad f g h, per præmiſſam igitur eſt proportio pentagoni a c d ad pentagonum f h K, ſicut proportio a b ad f g duplicata: quod eſt propoſitũ. Ex quo rurſus patet correlariũ præcedentis. Aliter poteſt demõſtrari ſecundũ: cùm enim triãguli in quos pentagoni diuidũtur ſint adinuicem ſimiles, erit per præcedentẽ proportio a b c ad f g h ſicut b c ad g h duplicata, et a c d ad f h k, ſicut c d ad h k duplicata, et a e d ad f l K: ſicut d e ad kl duplicata. quia igitur omnes hæ proportiones duplicatæ, ſunt æquales, propter hoc quod poſitũ eſt ſimplas eſſe æquales: erit per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum, ſicut lateris unius ad ſuum relatiuum latus alterius proportio duplicata.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

Supra datam lineam, datæ ſuperficiei ſimilem ſuperficiem deſcribere. 19

CAMPANVS. Sit data linea a b, ſupra quam uolo conſtituere ſuperficiem ſimilem datæ ſuperficiei, quæ ſit pentagona, & ſit c d e f g: diuido hunc pentagonum in triangulos ductis lineis d f, & d g, & ſuper punctum a conſtituo angulum æqualem angulo c, ducta linea a h, & ſuper punctum b, conſtituo alium angulum, qui ſit a b h, æqualem angulo c d g, protracta linea b h, quouſque concurrat cum a h in puncto h, eritque per 32 primi angulus a h b, æqualis angulo c g d, & ideo per 4 huius, latera duorum triangulorum g c d & h a b, proportionalia. Facio quoque angulũ h b K, ducta linea b K, æqualẽ angulo g d f: & angulũ K b l, ducta linea b l, æqualem angulo

angulo d g f, & angulum b K l ducta linea K l, æqualem angulo d f e, eritq; perfectus pentagonus qui conſtituendus erat ſuper lineam a b, eſt enim æquiãgulus dato pentagono propter æqualitatem angulorum triangulorum, in quos eſt uterq; diuiſus, ſed & laterum proportionalium, propter proportionalitatem laterum ipſorum triangulorum, quæ ex 4 huius euidenter apparet, quare per diffinitionem ſimilium ſuperficierum, pentagonus conſtitutus ſuper lineam a b, eſt ſimilis pẽtagono dato: quod eſt propoſitum.

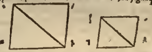


Tres ex Zamberto ſequentes propoſitiones, tribus præcedentibus ex Campano, conuerſo ordine reſpondent prima ultimæ, media primæ, & ultima mediæ.

Euclid. ex Zamb. *Problema 6.* *Propoſitio 18.*

18 A data recta linea, dato rectilineo ſimile ſimilitérque poſitum rectilineum deſcribere.

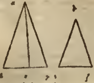
THEON ex Zamb. *Sit data quidem recta linea αβ, datum uerò rectilineum γε, oportet iam à data αβ recta linea, ipſi γε rectilineo ſimile ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcribere* Connectatur *δζ, & conſtituatur (per 23 primi) ad αβ, rectam lineam, ad ſignaq; in ea αβ, ei qui ad γ, eſt angulo æqualis angulus ηαβ ei autem qui eſt ſub γδζ, æqualis angulus αβη: reliquus igitur qui ſub γζδ, ei qui ſub αηβ, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt ζγδ triangulum, ipſi ηαβ, triangulo (per 4 ſexti,) proportionaliter igitur eſt ſicut ζδ, ad ηβ, ſic ζγ, ad ηα, & γδ, ad αβ.* Rurſus conſtituatur *(per 23 primi) ad βη, rectam lineam, ad ſignaq; in ea βη, ei qui ſub δζε, eſt angulo æqualis angulus βηθ, ipſi autem ζδε, qui eſt ſub ηβθ.* Reliquus *igitur qui ad ε, reliquo qui ad θ eſt æqualis, æquiangulũ igitur eſt triangulũ ζδε, triangulo ηβθ, proportionaliter igitur eſt (per 4 ſexti) ſicut ζδ, ad ηβ, ſic ζε, ad ηθ, & εδ, ad θβ: oſtenſum autem eſt quòd ſicut ζδ, ad ηβ, ſic ζγ, ad ηα, & γδ, ad αβ, & ſicut igitur (per 11 quinti) γζ, ad αη, ſic γδ ad αβ, & ζε ad ηθ, & inſuper εδ ad θβ. Et quoniam æqualis eſt angulus γζδ, angulo αηβ, & angulus δζε, angulo βηθ, totus igitur qui ſub γζε, toti qui ſub αηθ, eſt æqualis. Propterea & qui ſub γδε, ei qui ſub αβθ æqualis. Eſt autem & qui ad γ, ei qui ad α æqualis, & qui ad ζ, ei qui ad η, æquiangulum igitur eſt αθ, ipſi γε, & ea quæ circum æquales angulos ſunt latera, ei proportionalia habet. Simile igitur eſt (per primam diffinitionem ſexti) αθ rectilineum, ipſi γε rectilineo. A data igitur recta linea αβ, dato rectilineo γε, ſimile ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcriptum eſt αθ: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 19.*

19 Similia triangula, adinuicem in dupla ſunt ratione laterum ſimilis rationis.

THEON ex Zamb. *Sint ſimilia triangula αβγ, & δεζ, æqualem habentia eum qui ad β angulum, ei qui ad ε, ſicutq; αβ, ad βγ, ſic δε ad εζ, ita ut βγ, & εζ, ſimilis rationis ſint.* Dico quòd *triangulum αβγ, ad triangulum δεζ, duplicem habet rationem, quàm βγ, ad εζ. Sumatur nanq; (per 10 ſexti,) ipſorum βγ, & εζ, tertia proportionalis βη, ut ſit ſicut βγ, ad εζ, ſic εζ, ad βη connectaturq; αη.* Quoniam *igitur eſt ſicut αβ ad βγ, ſic δε ad εζ, uiciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut αβ ad δε, ſic βγ, ad εζ. Sed ſicut βγ ad εζ, ſic eſt εζ, ad βη, & ſicut igitur (per 11 quinti) αβ ad δε, ſic εζ ad βη. Igitur (per 15 ſexti) αβη, & δεζ, triangulorũ reciproca latera, quæ circum æquales angulos. Quorũ autem unũ uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos ea quoq; ſunt æqualia (per eandem) Aequale igitur eſt triangulum αβη, triangulo δεζ: & quoniam eſt ſicut βγ, ad εζ, ſic εζ, ad βη: ſi autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem habebit rationem, quàm ad ſecundam, igitur βγ, ad βη, duplicem rationem habet, quàm ad εζ, (per 10 diffinitionem quinti. Sicut autem γβ, ad βη ſic (per 1 ſexti) αβγ triangulum ad αβη triangulum. Triangulum igitur αβγ ad αβη (per eandem diffinitionem) duplicem rationem habet, quàm βγ ad εζ. Aequale autem eſt triangulum αβη, triangulo δεζ. Igitur & triangulum αβγ, ad triangulum δεζ duplicem rationẽ habet, quàm βγ ad εζ. Similia igitur triangula, adinuicem in duplici ratione ſunt ſimilis rationis laterum: quod oportebat demonſtrare.*



CORRE-

CORRELARIVM. *Ex hoc utiq; manifeſtum eſt, quòd ſi tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ſicut prima ad tertiam, ſic quòd à prima triangulum ad id quod eſt à ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptum: quoniam oſtenſum eſt quòd ſicut γβ ad βκ, ſic triangulum αβγ ad triangulum δεζ: quod oportebat demonſtrare.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 20.

Similia polygona, in ſimilia triangula diuiduntur, & inęqualia numero, & * æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicẽ rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.

ὁμόλογα

THEON ex Zamb. *Sint ſimilia polygona, αβγδε & ζηθκλ: ſimilis autem rationis, eſto αβ ipſi ζη. Dico quòd αβγδε & ζηθκλ polygona, in ſimilia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis: & polygonum αβγδε ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quàm αβ ad ζη. Connectantur βε, εγ, ηλ, & λθ: & quoniam polygonum αβγδε (per hypotheſin) ſimile eſt polygono ζηθκλ: æqualis eſt angulus βαε ei qui ſub ηζλ eſt angulo, & eſt ſicut βα ad αε, ſic ηζ ad ζλ. Quoniam igitur duo triangula ſunt αβε & ζηλ unum angulum uni angulo æqualem habentia: circum autem æquales angulos latera proportionalia, æquiangulum igitur eſt (per ſextam ſexti) triangulum αβε triangulo ζηλ: quare et ſimile.*

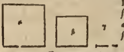
ὁμόλογα



Aequalis autem eſt & angulus αβε, angulo ζηλ: eſt autem & totus αβγ, toti ζηθ æqualis, propter ſimilitudinem polygonorum. Reliquus igitur angulus εβγ, reliquo angulo ληθ eſt æqualis: & quonia ob ſimilitudinem ipſorum αβε & ζηλ triangulorum, eſt ſicut εβ ad βα, ſic λη ad ηζ, ſed & propter ſimilitudinem polygonorum eſt ſicut αβ ad βγ, ſic ζη ad ηθ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut εβ ad βγ, ſic λη ad ηθ: & circum æquales angulos εβγ & ληθ, latera proportionalia ſunt: æquiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum εβγ, triangulo ληθ. Quare & triangulum εβγ, ipſi triangulo ληθ eſt ſimila. Id propterea etiam (per 1 ſexti diffinitionem) triangulum εγδ, ſimile eſt triangulo λθκ. Polygona igitur αβγδε & ζηθκλ, in ſimilia triangula diuiſa ſunt, & æqualia numero. Dico inſuper quòd ſimilis rationis ſunt totis, hoc eſt, quod ſunt proportionalia, & quidem antecedentia αβε, εβγ & εγδ: ſequentia autem illorum ζηλ, ληθ & λθκ, & quòd polygonum αβγδε, ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quàm ſimilis rationis latus, ad ſimilis rationis latus, hoc eſt, αβ ad ζη. Connectantur enim αγ & ζθ: & quoniam propter ſimilitudinem polygonorum, æqualis eſt angulus αβγ angulo ζηθ, & eſt ſicut αβ ad βγ, ſic ζη ad ηθ: æquiangulum eſt igitur (per ſextam ſexti) triangulum αβγ triangulo ζηθ: æqualis igitur eſt angulus βαγ, angulo ηζθ, & qui ſub βγα, ei qui ſub ηθζ: & quoniam æqualis eſt angulus βαμ angulo ηζν: patuit autem quòd angulus αβμ angulo ζην eſt æqualis: & reliquus igitur angulus αμβ, reliquo ζνη eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum αβμ, triangulo ζην. Similiter quoq; oſtẽdemus quòd & triangulum βμγ, æquiangulũ eſt triangulo ηνθ, proportionaliter igitur eſt (per 3 ſexti) ſicut quidem αμ ad μβ, ſicut ζν ad νη. Sicut autẽ βμ ad μγ, ſic ην ad νθ. Quare ex æquo (per 22 quinti) ſicut αμ ad μγ, ſic ζν ad νθ. Sed ſicut αμ ad μγ, ſic triangulum αβμ ad triangulũ μβγ, & αμε ad εμγ, ad ſeinuicẽ enim ſunt, ſicut baſes (per 1 ſexti) Et ſicut unũ antecedentiũ ad unum ſequentiũ (per 12 quinti) ſic omnia antecedẽtia ad omnia ſequẽtia. Sicut igitur (per cõuerſionẽ primæ diffinitionis ſexti) triãgulũ αμβ ad triãgulũ βμγ, ſic αβε ad γβε. Sed ſicut αμβ ad βμγ, ſic αμ ad μγ: & ſicut igitur (per 11 quinti) αμ ad μγ: ſic triangulũ αβε ad triangulũ εβγ. Propterea & ſicut ζν ad νθ, ſic triãgulũ ζηλ ad triãgulũ ηλθ. Eſtq; ſicut αμ ad μγ, ſic ζν ad νθ, & ſicut igitur (per 11 quinti) triangulũ αβε ad triangulũ βεγ, ſic triãgulũ ζηλ ad triangulũ ηλθ & uiciſsim (per 16 quinti) ſicut triangulum αβε ad triangulũ ζηλ: ſic triangulũ βεγ ad triangulum ηλθ. Similiter quoq; oſtendemus connexis βδ & ηκ, quòd & ſicut triangulum εβγ ad triangulum ληθ, ſic triangulum εγδ ad triangulũ λθκ. Et quoniam eſt ſicut triangulum αβε ad triangulũ ζηλ ſic triangulũ εβγ ad triangulum ληθ, & etiam triangulũ εγδ ad triangulum λθκ, & ſicut igitur (per 12 quinti) unũ antecedentium ad unũ ſequentium: ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Eſt igitur ſicut triangulum αβε ad triangulum ζηλ, ſic polygonum αβγδε ad polygonum ζηθκλ. Sed triãgulũ αβε ad triangulũ ζηλ, duplã rationem habet, quàm αβ ſimilis rationis latus ad ζη ſimilis rationis latus. Similia enim triãgula in duplici ratiõe ſunt ſimilis rationis laterũ (per 19 ſexti) & polygonũ igitur αβγδε ad polygonũ ζηθκλ, duplã habet rationẽ, quã αβ ſimilis rationis lat⁹ ad ζη ſimilis rationis latus. Similia igitur polygona

lygona in ſimilia triangula diuiduntur, & * inæqualia numero, & æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplam rationem habet, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus: quod demonſtrare oportebat. ὁμόλογα

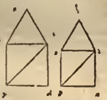
PRIMVM CORRELARIVM. Proinde in uniuerſum manifeſtum eſt, quòd ſimiles rectilineæ figuræ adinuicem in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterum, & ſi ipſarū α β & ζ η proportionalem accipiamus ξ, ipſa α β ad ξ duplam habet rationē, quam α β ad ζ η: habet autē et polygonū ſiue quadrilaterū ad quadrilaterū duplā rationē, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt α ζ ad ζ η: patuit autē hoc in triāgulis. Similiter autē & in ſimilibus quadratis oſtēdetur, quod in duplici ratione ſunt ſimilis rationis laterū, patuit autem & in triāgulis.



II CORR. Proinde etiā in uniuerſum eſt manifeſtū, quòd ſi tres rectæ lineæ proportionales fuerint, erit ſicut prima ad tertiam: ſic quæ à prima ſpecie ad eam quæ à ſecunda ſimilis & ſimiliter deſcripta eſt.



ALITER. Demonſtrabimus aliter & expeditius, ſimilis rationis eſſe triangula. Inſtituātur enim rurſus α β γ δ ε, & ζ η θ κ λ polygona: & cōnectātur β ε, β δ, γ ε, η λ, & λ θ. Dico quòd eſt ſicut triangulum α β ε ad ζ η λ: ſic ε β γ ad λ η θ, & γ δ ε ad θ κ λ. Quoniam enim ſimile eſt triangulum α β ε triangulo ζ η λ: igitur (per 19 ſexti) triangulum α β ε ad ζ η λ duplam habet rationē quàm β ε ad η λ. Id propterea & triangulū β ε γ, ad triangulum η λ θ duplam habet rationē, quàm β ε ad η λ. Eſt igitur ſicut triangulum α β ε ad triangulū ζ η λ, ſic triangulum β ε γ, ad η λ θ. Rurſus quoniam triangulum ε β γ, ſimile eſt triāgulo λ η θ: igitur ε β γ ad λ η θ duplam habet rationem quàm γ ε recta linea ad θ λ. Id propterea & triangulum ε γ δ duplam rationē habet ad triangulum λ θ κ, quàm γ ε ad θ λ. Eſt igitur ſicut triangulum β ε γ ad λ η θ, ſic γ δ ε ad λ θ κ. Patuit autem & ſicut ε β γ ad λ η θ: ſic α β ε ad ζ η λ: & ſicut igitur (per 12 quinti) α β ε ad ζ η λ, ſic β ε γ ad η λ θ, & ε γ δ ad λ θ κ: & ſicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum conſequentium: ſic omnia antecedentia ad omnia conſequentia: & reliqua ut in priore demonſtratione: quod oportebat demonſtrare.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI fuerint uni ſuperficiei ſimiles, quaslibet ſuperficies ſibiinuicē ſimiles eſſe eſt.

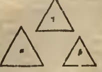
CAMPANVS. Sit uterq; pentagonorum a b c d e f, ſimilis pentagono g h K: dico eos eſſe ſimiles ſibinuicem. Eſt enim uterq; eorum æquiangulus pentagono g h K per conuerſionem diffinitionis ſimilium ſuperficierum: quare ſunt æquianguli adinuicem. Similiter quoque per conuerſionem eiuſdem diffinitionis, proportio a b ad g h, ſicut a e ad g k, & g h ad d e, ſicut g K ad d f: ergo per æquam proportionalitatem, a b ad d e, ſicut a e ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, connnentia æquos angulos, eſſe proporionalia. Per diffinitionem itaq; ſimilium ſuperficierum, ipſi ſunt ſimiles adinuicem: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 21.

21 Quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & adinuicem ſunt ſimilia.

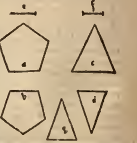
THEON ex Zamb. Sit utrunq; ipſorum α β rectilineorum, ſimile ipſi γ. Dico quòd & α ipſi β eſt ſimile. Quoniam enim ſimile eſt α ipſi γ, æquiangulum eſt & ei (per conuerſionem primæ diffinitionis ſexti) et quæ circū æquales angulos ſunt latera, proportionalia habet. Rurſus quoniam β ſimile eſt ipſi γ: æquiangulum igitur eſt & ei per eādem & quæ circū æquales ſunt angulos latera proportionalia habet: utrunque igitur ipſorum α β, ipſi γ æquiangulum eſt (per 6 ſexti) & quæ circa æquales ſunt angulos latera habet proportionalia, quare per eādem & α ipſi β æquiangulum eſt, & quæ circum æquales ſunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur eſt β ipſi α: quod oportebat demonſtrare.



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 21.*

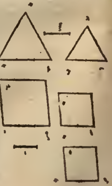
SI fuerint quotlibet lineę proportionales, atq; ſuper binas & binas ſimiles ſuperficies deſignentur, ipſæ quoque ſuperficies erunt proportionales. Si uerò ſuper binas & binas, ſimiles ſuperficies conſtitutæ fuerint proportionales, ipſas quoq; lineas proportionales eſſe neceſſe eſt. 21



CAMPANVS. Sint quatuor lineæ proportionales, a, b, c, d, ſitq; proportio a ad b, ſicut c ad d: dico quòd ſi ſuperficies ſimiles conſtituantur ſuper a & b, utpote duo pentagoni ſimiles, & aliæ ſimiles conſtituantur ſuper c & d, utpote duo anguli ſimiles, erit proportio pẽtagonorum ſicut triãgulorum. Quòd ſi fuerint pentagoni ſimiles & ſimiliter trianguli ſimiles, fueritq; proportio pentagoni ad pentagonũ ſicut trianguli ad triangulum: dico quòd erit proportio a ad b ſicut c ad d. Subiungantur enim lineis a & b, e, & lineis c & d, f, in cõtinua proportionalitate, ſicut docet 10 huius: eritq; per 22 quinti, & per æquam proportionalitatẽ a ad e, ſicut c ad f: quia ergo per correlariũ 17 huius, proportio pentagonorum eſt ſicut a ad e, & triangulorum ſicut c ad f: erit proportio pentagonorum ſicut triangulorum: & hoc eſt primum. Secũdum ſic patet. Sint duo pentagoni ſimiles, & duo trianguli ſimiles, ſitq; proportio pentagonorum, ſicut triangulorum: dico quòd proportio a ad b, eſt ſicut c ad d. Sit enim c ad g, ſicut a ad b: hoc enim qualiter fiat, dictum eſt ſupra 10 huius, & ſuper g fiat ſicut docet 19 huius, ſuperficies ſimilis illi quæ eſt conſtituta ſuper lineam c: eritq; per præmiſſam, ſimilis ei quæ conſtituta eſt ſuper lineam d: eritq; etiam per primam partem huius 21, quæ proportio pentagoni a ad pentagonum b: eadem trianguli c ad triangulum g: ſed eadem erat etiam trianguli c ad triangulum d: ergo per ſecundam partem 9 quinti, triangulus d, eſt æqualis triangulo g. Et quia ſunt ſimiles, erit linea g æqualis lineæ d, per primam partem 17 huius, cùm ſuper lineas c d & g ſint trianguli: uel ſecundum partem 18: cùm fuerint quæuis aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quoteslibet ſumpta, niſi ex æquali: erit itaq; c ad d ſicut a ad b: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 22.*

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, etiam quæ ab eis rectilinea ſimilia ſimiliterque deſcripta, proportionalia erunt. Et ſi ab ipſis rectilinea, proportionalia fuerint: ipſę quoque rectæ lineæ proportionales erunt. 22



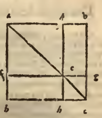
THEON ex Zamb. *Sint quatuor rectæ lineæ αβ, γδ, εζ, & ηθ, ſicut αβ ad γδ, ſic εζ ad ηθ. Deſcribanturq́; (per 18 ſexti) ab ipſis αβ & γδ, ſimilia ſimiliterq́; poſita rectilinea καβ & λγδ. Ab ipſis autem εζ & ηθ, per eandem ſimilia ſimiliterq́; poſita rectilinea μζ & νθ. Dico quòd eſt ſicut καβ ad λγδ, ſic eſt μζ ad νθ. Sumatur enim inquã (per 12 ſexti) ipſarum αβ & γδ, tertia proportionalis ξ: ipſarũ autẽ εζ & ηθ, tertia proportionalis ο, & quoniã eſt ſicut αβ ad γδ, ſic εζ ad ηθ, ſicut autem γδ ad ξ, ſic ηθ ad ο: ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut αβ ad ξ, ſic εζ ad ο. Sed ſicut quidẽ αβ ad ξ, ſic & καβ ad λγδ (per correlarium ſecundum 20 ſexti.) Sicut autem εζ ad ο, ſic μζ ad νθ. Sed iam eſto, ſicut καβ ad λγδ, ſic μζ ad νθ. Dico quòd eſt ſicut αβ ad γδ, ſic εζ ad ηθ. Fiat enim (per 22 ſexti) ſicut αβ ad γδ, ſic εζ ad πρ, & deſcribatur (per 8 ſexti) ex πρ, utriq; ipſorum μζ et νθ ſimile, ſimiliterq́; poſitum σρ. Quoniam igitur eſt ſicut αβ ad γδ, ſic εζ ad πρ, & deſcripta*

ſcripta ſunt, ab ipſis quidem αβ, et γδ, ſimilia ſimiliterq́; poſita καβ, & λγδ, ab ipſis autē εζ, & ηθ, ſimilia ſimiliterq́; poſita μζ, et νθ, eſt igitur ſicut καβ, ad λγδ, ſic μζ, ad ρθ, & ſicut igitur (p 11 quinti) μζ, ad ρθ, ſic μζ, ad νθ. Igitur (per 9 quinti) ad utrunq; ζμ ipſorum ρθ, & νθ, eadem habet rationem, equale igitur eſt ρθ, ipſi νθ. Eſt autem ei & ſimile ſimiliter poſitum: equalis igitur eſt ηθ, ipſi πρ. Et quoniam eſt ſicut αβ, ad γδ, ſic εζ, ad πρ, equalis autem eſt πρ, ipſi ηθ, eſt igitur ſicut αβ, ad γδ, ſic εζ, ad ηθ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq́; deſcripta, proportionalia erunt, & ſi ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq́; deſcripta proportionalia fuerint, & ipſæ rectæ lineæ proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.

LEMMA. *Quod autem ſi rectilinea æqualia & ſimilia fuerint ſimilis rationis latera ipſorum æqualia inuicem ſunt, ſic demonſtrabimus. Sint æqualia & ſimilia rectilinea νθ, & σρ, ſitq́; ſicut θη, ad γρ, ſic ρπ ad πσ. Dico quòd æqualis eſt ρπ, ipſi ηθ. Si autem inæquales ſunt, earum altera maior eſt, ſit maior ρπ, quàm θη, & quoniam eſt ſicut ρπ, ad πσ, ſic θη, ad ηκ, & uiciſſim quoq; (per 16 quinti) ſicut ρπ, ad θη, ſic πσ, ad ηκ, maior autem eſt ρπ, ipſa θη, maior igitur & πσ, quàm ηκ. Quare & ρσ, maius eſt ipſo θκ, ſed & æquale (per hypotheſin) quod eſt impoſſibile, inæqualis igitur minimè eſt πρ, ipſi θη, æqualis igitur: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.

22 CVnctæ ſuperficies æquidiſtantium laterum, quæ circa diametrum conſiſtunt, toti parallelogrammo atque ſibi inuicem ſunt ſimiles.

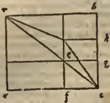


CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d cuius diame-
22 ter a c, conſiſtant ſuperficies g h & f k æquidiſtantium laterum circa diametrum, dico eas eſſe ſimiles toti parallelogrammo & ſibi inuicem, eſt enim per ſecundam huius, b g ad g c, & d h ad h c, ſicut a e ad e c, ergo coniunctim b c ad c g, & d c ad c h, ſicut a c ad c e, quare per 11 quinti, b c ad c g: ſicut d c ad c h, ſed etiam ſicut a b ad e g, cùm a b ſit æqualis d c, & e g, ad h c, eodē modo erit a d ad e h, ſicut a b ad e g, & d c ad h c: quia ergo iſta parallelogramma ſunt æquiangula, conſtat per diffinitionem ſimilium ſuperficierum g h eſſe ſimile b d. Simili quoq; modo probatur f k eſſe ſimile eidem, propter hoc quod b a ad a k & d a ad a f, eſt ſicut c a ad a e per ſecundam huius & coniunctam proportionalitatem, quare per 20 huius, f k eſt etiam ſimile d h: ſitq; patet totum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.

23 Si in ſuo ſpatio parallelogrammum partiale diſtinctū toti parallelogrammo ſimile atque ſecundum ſuum illius eſſe fuerit, circa eiuſdem diametrum conſiſtit.

CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d ſit diſtinctum parallelogrammum f g, quod ſit ei ſimile, & ſecundū ſuum eſſe id eſt participans cum eo in angulo c, dico quòd parallelogrammum f g cōſiſtit circa diametrum parallelogrammi b d, & eſt hæc conuerſa præcedentis: producam enim a e c, quæ ſi fuerit diameter parallelogrāmi b d, conſtat propoſitum. Sin autem ſit a h c diameter eius, & ducatur h k: æquidiſtans f c, eritq; per præmiſſam parallelogrammū f k, ſimile parallelogrāmo b d, ergo per conuerſionē diffinitionis ſimiliū ſuperficierū proportio b c ad k c, eſt ſicut d c ad f c: ſed per eandem conuerſionē dictæ diffinitionis, proportio b c ad g c eſt ſicut d c ad f c: propter id quod parallelogrammum f g, poſitum eſt ſimile parallelogrammo b d,

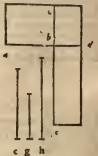


o

ergo per 11 quinti, proportio b c ad g c, eſt ſicut b c ad k c, utraq; enim eſt ſicut d c ad f e, quare per ſecundam partem nonæ quinti, g c eſt æqualis K c pars uidelicet toti quod eſt impoſſibile, Erit igitur a e c diameter parallelogrammi b d, quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Campano *Propoſitio 24.*

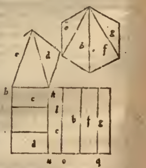
Omnium duarum ſuperficierum æquidiſtantium laterum, quarum unus angulus unius uni angulo alterius, æqualis proportio alterius ad alteram, eſt quæ producitur ex duabus proportionibus ſuorū laterum duos æquos angulos continentium. 24



Campanvs. Sint duæ ſuperficies æquidiſtantiū laterum a c & e d, ſitq; angulus b unius, æqualis angulo b alterius, dico quòd proportio unius ad alteram producta eſt ex proportione a b ad b d, & c b ad b e, diſponā enim has duas ſuperficies penitus ſicut diſpoſui eas in 3 huius, adiuncto ad utranque parallelogrammo c d, & ponam ut proportio lineæ f ad lineam g, ſit ſicut a b ad b d, & g ad h ſicut c b ad b e: qualiter enim hoc fiat, dictum eſt ſuprà 10 huius, eritq; per per primam huius & 11 quinti, a c ad c d, ſicut f ad g, & c d ad d e, ſicut g ad h, quare per 22 quinti, erit in æqua proportionalitate a c ad d e ſicut f ad h: & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, ut dictum eſt in fine expoſitionis 11 diffinitionis quinti: erit ut a c ad d e producatur ex eiſdem: quare conſtat propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 25.*

Datæ ſuperficiei ſimilem, aliiq; propoſitæ æqualem deſignare. 25



Campanvs. Sint propoſitæ duæ ſuperficies rectilineæ: A pentagona, B hexagona: uolo facere unam ſuperficiem ſimilem A, & æqualem B, utranq; propoſitarū ſupeficierum reſoluo in triangulos. A quidem in triangulos a c d. B uerò in triangulos e b f g, & ſuper baſin trianguli a, quæ ſit h k: conſtituo ſecundum doctrinam 44 primi, ſuperficiē æquidiſtantiū laterū rectangulā æqualē c: quæ ſit h l, & l m æqualē a, & m n æqualē d, ut ſit tota ſuperficies: æquidiſtantiū laterū h n, conſtituta ſuper baſin k: æqualis pentagono h. Eodem mòdo ſuper lineam k n quæ eſt ſecundum latus huius ſuperficiei h n, conſtituo aliam ſuperficiem rectāgulam æqualem hexagono b: quia facio k o æqualem e, & o p æqualem l b, & p q æqualem f, & q r o æqualē g: ut ſit tota rectāgula ſuperficies n r æqualis hexagono B, & pono per 9 huius, lineam ſ t, proportionalem inter lineam h k & lineam k r, & ſuper eam ſecundū doctrinam 19 huius, conſtituo ſuperficiem u ſimilem ſuperficiei A, dico ipſam eſſe quam quærimus, & æqualem ſuperficiei B. Cùm enim tres lineæ h k ſ t & k r ſint continuè proportionales, & ſuper primam & ſecundam ſint conſtitutæ ſuperficies ſimiles, uidelicet a & u, erit per correlarium 17 huius, A ad u, ſicut h K ad k r: quare (per primam huius) ſicut h n ad n r, & ideo per primam partem 7 quinti, ſicut A ad n r, & propter hoc per ſecundam partem eiuſdem ſicut A ad B: itaq; per ſecundā partem 9 quinti, u eſt æqualis B: quod eſt propoſitū. Hoc etiam poſſumus ex permutata proportionalitate facilè probare: quia cùm ſit A ad n ſicut h n ad n r, & permutatim a ad h n, ſicut u ad r n: & quia A eſt æqualis h o, erit u æqualis n r: quare u eſt etiam æqualis B per hāc communem ſcientiam: quæcunq; uini & eidem ſunt æqualia, inter ſeſe ſunt æqualia. Non eſt autē neceſſarium ut ſuperficies h l, l m, & m n æquidiſtantium laterū æquales triangulis c a d, aut ſuperficies k o, o p, p q, q r, æquales triangulis e b f h, ſint rectangulæ: ſed ut angulus extrinſecus ſuperficiei l m, ſit æqualis angulo intrinſeco ſuperficiei l h, & extrinſecus m n intrinſeco m l. Similiter quoque ut extrinſecus ſuperficiel



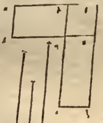
ficiei K o, ſit æqualis intrinſeco ſuperficiei h n, & extrinſecus o p intrinſeco k o, ſicq́ de cęteris. Cũ enim ſic fuerit, erit unaquaq; linearum K n & ſibi oppoſita h m, itemq́ h r, & ſibi oppoſita n q, linea una per ultimam partem 29 primi, & per 14 eiuſdem, quoties oportuerit æqualiter repetitas propter id quod omnes ſuperficies h l, l m, & m n, itemq́ K o, o p, p q, & q r, ſunt æquidiſtantium laterum, & angulus extrinſecus cuiuſque ſequentis eſt æqualis intrinſeco eam præcedentis: quare duæ ſuperficies h n & n r, erunt æquidiſtantium laterum & inter lineas æquidiſtantes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Quatuor ex Zamberto ſequentes propoſitiones, pręcedentibus quatuor ex Cpãno ordine peruerſo reſpondent, prima tertiæ, ſecunda primæ, tertia quartæ, quarta ſecundæ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 23.*

23 Aequiangula parallelogramma rationem adinuicem habent compoſitam ex lateribus.

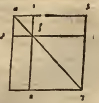
THEON *ex Zamb. Sint æquiangula parallelogramma α γ & γ ζ, æqualem habentia angulum β γ δ, angulo ε γ η. Dico quòd parallelogrammũ α γ, ad parallelogrammũ γ ζ, rationẽ habet compoſitã ex lateribus, hoc eſt, ex ea, quam habet β γ ad γ η, & ex ea quam habet δ γ ad γ ε. Ponatur enim (per 14 primi) ut ſit in rectas lineas β γ, ipſi γ η, in rectas lineas igitur eſt (per eandẽ) δ γ, ipſi γ ε. Compleaturq́; parallelogrammum δ η, & ponatur quædã recta linea κ, & fiat (per 12 ſexti) ſicut quidem β γ ad γ η, ſic κ ad λ: ſicutq́; δ γ ad γ ε, ſic λ ad μ: proportiones igitur ipſius κ ad λ, & ipſius λ ad μ, eædẽ ſunt ipſis rationibus laterũ β γ ad γ η, & ipſius δ γ ad γ ε. Sed ipſius κ ad μ ratio, componitur ex ratione ipſius κ ad λ, & ipſius λ ad μ. Quare & κ ad μ rationem habet cõpoſitam ex lateribus. Et quoniã eſt ſicut β γ ad γ η, ſic α γ parallelogrãmum ad γ θ (per 1 ſexti) ſed ſicut β γ ad γ η, ſic κ ad λ: & ſicut igitur (per 11 quinti) κ ad λ, ſic α γ ad γ θ. Rurſus quoniã eſt ſicut δ γ ad γ ε, ſic γ θ parallelogrãmũ ad γ ζ parallelogrãmũ: ſed ſicut δ γ ad γ ε, ſic λ ad μ: & ſicut igitur (per eandem) λ ad μ, ſic γ θ parallelogrãmũ, ad γ ζ parallelogrãmũ. Quoniã igitur oſtenſum eſt quòd ſicut quidem κ ad λ, ſic α γ parallelogrammũ ad γ θ parallelogrammũ, ſicut autẽ λ ad μ, ſic γ θ parallelogrammũ ad γ ζ parallelogrammum: ex æquo igitur (per 22 quinti) ſicut κ ad μ, ſic α γ parallelogrammũ ad γ ζ parallelogrammũ. At κ ad μ rationẽ habet cõpoſitam ex lateribus, & α γ parallelogrammũ igitur ad γ ζ rationẽ habet confectam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma adinuicem rationẽ habent compoſitam ex lateribus: quod demonſtraſſe oportebat.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 24.*

24 Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma ſimilia ſunt toti & inuicem.

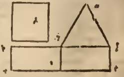
THEON *ex Zamb. Sit parallelogrammum α β γ δ, dimetiens uerò illius α γ, circum autem α γ, parallelogramma ſint ε η & θ κ. Dico quòd utrunq; ipſorum ε η & θ κ parallelogrammorum ſimile eſt toti α β γ δ & ad inuicem. Quoniam enim trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta eſt parallelus ε ζ, proportionaliter eſt (per 2 ſexti) ſicut β ε ad ε α, ſic γ ζ ad ζ α. Rurſus per eandem, quoniam trianguli α δ γ ad unum latus γ δ acta eſt parallelus ζ η: proportionale eſt per 2 ſexti, ſicut γ ζ ad ζ α, ſic δ η ad η α. Sed ſicut γ ζ ad ζ α, ſic oſtenſa eſt & β ε ad ε α. Et ſicut igitur (per 11 quinti) β ε ad ε α, ſic δ η ad η α: et cõpondẽo igitur (per 18 quinti) ſicut β α ad α ε, ſic δ α ad α η: & permutatim (per 16 quinti) ſicut β α ad α δ, ſic ε α ad α η: parallelogrãmorũ igitur α β γ δ, & ε η, proportionalia ſunt latera quæ circu cõmunẽ angulũ β α δ ſunt: & quoniã parallelus eſt η ζ ipſi δ γ æqualis eſt (per 29 primi) angulus α η ζ, angulo α δ γ, & qui ſub η ζ α, ei qui ſub δ γ α, & communis duorum triangulorum α δ γ & α ζ η, angulus qui ſub δ α γ. Aequiangulũ igitur eſt triangulũ δ α γ triangulo α η ζ. Idq́; propterea & triangulũ α β γ æquiangulum eſt triangulo α ε ζ, & totum α β γ δ parallelogrammum ipſi ε η parallelogrãmo æquiãgulũ eſt: proportionaliter igitur eſt (per 4 ſexti) ſicut α δ ad α γ, ſic α η ad α ζ, ſicutq́; δ γ ad γ α, ſic η ζ ad ζ α. Sicut aũt α γ ad γ β, ſic α ζ ad ζ ε, & inſuper ſicut γ β ad β α, ſic ζ ε ad ε α. Et quoniã oſtenſum eſt ſicut quidẽ δ γ ad γ α, ſic ζ η ad ζ α: ſicut uerò α γ ad γ β, ſic α ζ ad ζ ε: ex quo igitur eſt (per 22 quinti) ſicut δ γ ad γ β, ſic η ζ ad ζ ε. Parallelogrãmorũ igitur α β γ δ, & ε η, proportionalia ſunt*

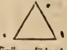


laters: quæ circũ æquales angulos. Simile igitur eſt (per primã diffinitionẽ ſexti) parallelogrãmum αβ γδ, parallelogrãmo ιη. Id propterea & parallelogrammũ αζγδ, parallelogrammo αθ eſt ſimile: utrunq; igitur ipſorum ιη & θη parallelogrammorũ, ipſi αζγδ parallelogrammo ſimile eſt. Quæ autẽ eidem rectilineo ſimilia, & ſibi inuicem ſunt ſimilia (per 21 ſexti) igitur & ιη parallelogrammũ ipſi ηθ parallelogrammo ſimile eſt. Omnis igitur parallelogrãmi, quæ circa dimetientẽ parallelogramma, ſimilia ſunt toti & ad inuicẽ: quod erat demonſtrandũ. Euclid. ex Zãb. Probl. 7. Propoſit. 25.

Dato rectilineo ſimile, & alij dato æquale idem conſtituere.

THEON ex Zamb. *Sit quidẽ datum rectilineũ cui oportet ſimile conſtituere αβγ, cui autẽ oportet æquale δ oportet iam ipſi αβγ ſimile, ipſi autẽ δ æquale, idẽ cõſtituere, prætendatur (per 44 primi) igitur ad βγ ipſi triangulo αβγ æquale: parallelogrammũ βε & ad γε ipſi δ æquale parallelogrammũ γμ in angulo qui ſub ζγε, qui æqualis eſt ei qui ſub γβλ. In rectam lineã igitur eſt (per 14 primi) βγ ipſi γζ & λε ipſi εμ. Sumatur q; (per 13 ſexti) ipſarũ βγ & γζ media proportionalis ηθ, deſcribaturq; (per 18 ſexti) ex ηθ ipſi αβγ ſimile, ſimiliterq; poſitũ κηθ. Et quoniã eſt ſicut βγ ad ηθ, ſic ηθ ad γζ, ſic autẽ tres fuerint rectæ lineæ proportionales ſicut prima ad tertiã, ſi quæ à prima eſt ſpecies ad eã quæ à ſecũda ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt: igitur (per correlariũ ſecundum 20 ſexti) ſicut βγ ad γζ, ſic triangulũ αβγ ad triangulũ κηθ. Sed ſicut βγ ad γζ, ſic βε parallelogrãmum ad εζ parallelogrãmum. Et ſicut igitur (per 1 ſexti) triangulũ αβγ ad κηθ, ſic βε parallelogrammũ ad εζ parallelogrammum, uiciſsim quoq; igitur (per 16 quinti) ſicut triangulũ αβγ ad βε parallelogrãmũ, ſic triangulũ κηθ ad parallelogrãmum εζ: æquale autẽ eſt triangulũ αβγ parallelogrammo βε: æquale igitur eſt triangulum κηθ ipſi εζ parallelogrammo: ſed parallelogrammũ εζ ipſi δ eſt æquale, & κηθ igitur ipſi δ eſt æquale, eſt autẽ κηθ ipſi αβγ ſimile. Dato igitur rectilineo αβγ ſimile & alij duo δ æquale. Idẽ κηθ conſtitutum eſt, quod facere oportebat.* 25

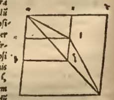




Euclid. ex Zamb. Theor. 19. Prop. 26

Si à parallelogrãmo parallelogrãmũ auferatur, ſimile toti & ſimiliter poſitũ cõmunem angulũ habens ei, circum eundẽ dimetientẽ eſt toti. 26

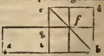
THEON ex Zamb. *A parallelogrãmo enim αβγδ, parallelogrãmum auferatur αζ, ſimile ipſi αβγδ, & ſimiliter poſitũ, cõmunẽ angulũ habens ei qui ſub δαβ. Dico quòd circum eandẽ diametrũ eſt αβγδ ipſi αζ. Nõ enim, at ſi poſsibile eſt, ſit eorũ dimetiens αηγ, & excidetur (per 31 primi) ab θ utraq; ipſarũ αδ & βγ parallelus θη. Quoniã igitur circũ eandẽ dimetientẽ eſt αβγδ ipſi αη ſimile eſt (per 24 ſexti) αβγδ ipſi αη: eſt igitur ſicut δα ad αβ, ſic ηα ad αθ (per conuerſionẽ 1 diffinitionis ſexti.) Eſt autẽ propter ſimilitudinẽ ipſorum γβδ & ιη, ſicut δα ad αβ, ſic ηα ad αε. Igitur (per 9 quinti) ηα ad utrũq; ipſarũ αθ, & αε eandem habet rationẽ: æqualis igitur eſt αθ ipſi αε, minor maiori, quod abſurdũ eſt. Igitur αβγδ non eſt circa eandẽ dimetientẽ ipſi αη. Circa eundẽ igitur dimetientẽ eſt αγβδ, parallelogrãmum ipſi αζ parallelogrãmo. Si à parallelogrãmo igitur parallelogrammũ auferatur, ſimile toti & ſimiliter poſitum cõmunem angulũ habens ei, circa eandẽ dimetientẽ eſt toti: quod oſtendere oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

SV per dimidium datæ lineæ parallelogrammũ deſignatum maius eſt eo parallelogrãmo cui datæ lineæ applicatio, deeſt ad cõpletionem lineæ ſimile & ſuper diametrum conſiſtens ſuper dimidium collocati. 26

CAMPANVS. Sit data linea a b, ſuper cuius dimidium c b, conſtituatur parallelogrammum c d, cuius diameter b e, & ad lineam a b applicetur parallelogrammum a f, cuius unum latus ſecet e c in puncto g, ita quòd ad complementum totius lineæ a b deſit ſuperficies f b, quæ ſit ſimilis ſuperficiei c d, & conſiſtens circa diametrum eius: dico tunc quòd parallelogrammum c d eſt maius parallelogrammo a f. Eſt enim, per primã huius, a g: æquale g b, & per quadrageſimã tertiã primi c f æquale f d, ergo per hanc communem ſcientiã ſi æqualibus æqualia addas, tota quoq; fient



æqua-

ęqualia, erit gnomo conſtans ex tribus parallelogrammis quę ſunt c t, f b, et f d, æqualis parallelogrammo a f, quare parallelogrammũ c d, eſt maius parallelogrammo a f, in parallelogrammo e f, quod eſt propoſitum. Idem etiam eſſet ſi ſuperficies a f fieret altior ſuperficie c d: ut uidere potes in ſecũda figura, in qua etiam per primam huius a g: eſt æquale g b: demptis itaque utrinq; duobus ſupplemẽtis ſuperficiei f b: excedet parallelogrammum c d, parallelogrammum a f in parallelogrammo f e.

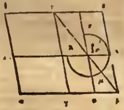


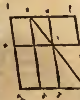
Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 27.*

27 Omnium parallelogrammorũ ad eandẽ rectam lineam * proiectorũ deficientiumq́; * ſpecie parallelogrammis, ſimilibus ſimiliterq́; poſitis ei quòd à dimidia deſcriptum eſt, maximum eſt quod à dimidia proiectũ parallelogrammum ſimile exiſtens * ſumpto.

παραβαλλομένων applicatorũ. εἴδεσι, id eſt figuris. ἐλλείμματι, id eſt defectui.

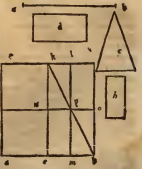
THEON ex Zamb. *Sit recta linea α β, & ſecetur (per 10 primi) biſariàm in γ, prætendatur quoque (per 18 ſexti) ad α β, rectam lineam, parallelogrammum α δ deficiens ſpecie parallelogrammo δ β, ſimili, ſimiliterq́; deſcripto ei quod à dimidia ipſius α β, hoc eſt γ β. Dico quòd omnium ad α β, comparatorum parallelogrammorum & deficientium ſpecie parallelogrammis ſimilibus ſimiliterq́; poſitis ipſi δ β, maximũ eſt α δ. Prætendatur enim ad α β, rectam lineam parallelogrammũ α ζ deficiens ſpecie parallelogrãmo ζ β, ſimili ſimiliterq́; poſito ipſi δ β. Dico quòd maius eſt α δ ipſo α ζ. Quoniam enim ſimile eſt δ β, parallelogrammum ipſi ζ β, parallelogrammo: circum eandẽ igitur ſunt demetientem (per 26 ſexti) excitetur eorum dimetiens δ β, & deſcribatur figura. Quoniam igitur (per 42 primi) æquũ eſt ζ γ, ipſi ζ ι, commune apponatur ζ β, totum igitur γ θ toti α ι, eſt æquale. Sed γ θ, ipſi γ ε, eſt æquale (per 36 primi) quoniam et recta α γ, rectæ γ β æqualis. Igitur ε γ, ipſi & ι κ, eſt æquale. Commune apponatur γ ζ totum igitur α ζ, toti λ μ ν, gnomoni eſt æquale. Quare parallelogrammũ δ β, hoc eſt α δ, ipſo α ζ, parallelogrammo maius eſt, omnium igitur ad eandem lineam conſiſtentium parallelogrammorũ & deficientiũ ſpecie parallelogrãmis, ſimilibus ſimiliterq́; poſitis ei quod à dimidia deſcribitur: maximum eſt quod dimidia comparatum eſt: quod oportebat demonſtrare.* ALITER *Sit enim rurſus α β, diſſecta biſariàm in γ, & comparatum α λ deficiens ſpecie ipſo λ β. Comparetur q́; rurſus ad α β, parallelogrammum α ι, deficiens ipſo ι β, ſimili ſimiliterq́; poſito ipſi λ β, quod à dimidia ſit ipſius α β. Dico quòd à dimidia comparatũ, α λ maius eſt ipſo α ι. Quoniam enim ſimile eſt ι β, ipſi λ β, circum eandẽ dimetiẽtem ſunt (per 26 ſexti) Sit eorum dimetiens ι β deſcribaturq́; figura, & quoniam æquũ eſt λ ζ, ipſi λ θ, quoniam & rectæ ζ ε, rectæ ε β, eſt æqualis: maius igitur eſt λ ζ, ipſo α ι, æquum autẽ eſt λ ζ ipſi δ λ, maius igitur eſt et δ λ ipſo α ι, cõmune eſto ι δ totũ igitur α λ, toto α ι, maius eſt: quod demonſtrare oportebat.*





Euclid. ex Camp. *Propoſitio 27.*

27 TRilatera ſuperficie propoſita ęquũ ei ſuper quãlibet aſſignatã lineã parallelogrãmũ deſignare cui deſit ad complẽdã lineã aliј ſuperficiei propoſitæ ſimile parallelogrãmũ quod ſecundum eiuſdẽ ſuum eſſe parallelogrammo ſuper dimidiam datę lineę collocato minime maius exiſtat.



CAMPANVS. Sit aſſignata linea a b, & propoſitus triangulus c, propoſitumq́; parallelogrammum d, uolo ſuper lineam a b, deſignare parallelogrammum æquale triangulo c, ita quòd deſit ad complen-

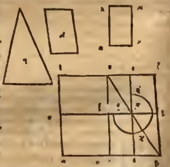
dam lineam a b parallelogrammum ſimile d: & ſit ita conditionatum quòd triangulus c nõ ſit maior parallelogrãmo ſimili d, collato ſuper dimidiũ lineæ a b, altoquin ad impoſſibile laboraretur, per præmiſſam. Diuido igitur lineã a b per æqualia in pũcto e & ſecundũ doctrinã 19 huius ſuper eius medietatem b e conſtituo parallelogrammũ c f ſimile d, & cõplebo ſuper totã lineã a b: parallelogrammũ b g. Quia igitur c nõ eſt maior parallelogrãmo e f, ſed æqualis ei aut minor ſicut poſitũ eſt, ſi fuerit ei æqualis, erit parallelogrammũ e g quale intenditur per 36 primi coadiuuante prima parte 9, & per diffinitionẽ ſimiliũ ſuperficierũ & 20 huius. Si autẽ minor, ſit minor in ſuperficie aliqua, cui æqualis & ſimilis d fiat ſecundum doctrinã 25 huius quæ ſit h, eritq; h ſimilis e f per 20 huius, quare per cõuerſionẽ diffinitionis, æquiangula ſibi & proportionaliũ laterũ, protraham igitur in parallelogrãmo e f diametrũ b K, & reſecabo latera k f, & e K ſuperficiei e f, ad menſurã laterũ ſuperficiei h, protractis lineis l m & n o æquidiſtantibus lateribus ſuperficiei e f, ſecantibus ſe in pũcto p, ut ſuperficies k p ſit æqualis & ſimilis ſuperficiei h, eritq; per 23, huius punctũ p, in diametro K b: protracta itaq; o n uſq; ad a g, dico parallelogrammũ a p eſſe quale proponitur. Deeſt enim ſibi ad complementũ lineę a b parallelogrammũ p b, quod per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrãmo d. Sed ipſum etiã parallelogrammũ a p eſt æquale triangulo c. Eſt enim per primã huius, a n æquale n b, ergo per 43 primi, & hanc cõmunẽ ſcientiam ſi æqualibus æqualia addas, tota quoq; fient æqualia, parallelogrammũ a p, eſt æquale gnomoni n b l, & quia iſte gnomo eſt æqualis triangulo c propter id quod parallelogrammũ e f poſitum fuit eſſe maius triangulo c in parallelogrammo h, quod eſt æquale parallelogrammum k p: patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 28.* *Propoſitio 28.*

Ad datã rectã lineã dato rectilineo æquale parallelogrammum comparare, deficiens ſpecie parallelogrammo ſimili dato. Oportet iam datũ rectilineum cui* expedit æquum comparare, nõ maius eſſe eo quod à dimidia comparatum ſimilibus exiſtentibus ſumptis, & eius quod à dimidia & cui expedit ſimile deficere. 28

δεῖ, oportet.

THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea α β, datum uerò rectilineũ cui oportet æquum prætendere ad α β, ſitq; illud γ, nõ maius exiſtẽs, eo quòd à dimidia cõparatũ eſt ſimilibus exiſtẽtibus ſumptis, cui autẽ expedit ſimile deficere δ, oportet iã ad datã rectã lineã α β, dato rectilineo γ æquale parallelogrãmũ prætẽdere deficiẽs ſpecie parallelogrãmo ſimili exiſtẽte ipſi δ. Secetur (per 10 primi) α β biſariã in ſigno ε. Deſcribaturq; (per 18 ſexti) ab ε β ipſi δ, ſimile ſimiliterq; poſitũ ε β ζ η. Cõpleaturq; α η, parallelogrãmũ. Iã α η, aut æquũ eſt ipſi γ, aut eo maius per determinationẽ. Si quidẽ igitur æquũ eſt α η, ipſi γ, quærimus factũ iã eſt. Cõparatũ ſiquidẽ eſſet ad datã rectã lineã α β dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ α η deficiẽs ſpecie parallelogrammo η β ſimili ipſi δ. Si autẽ non, eſt maius θ ε, quàm γ, æquale autẽ θ ε, ipſi η β, maius igitur & η β, quã γ. Quo autẽ maius eſt η β, quã γ, tali exceſſui (per 25 ſexti) æquale, ipſi δ, ſimile ſimiliterq; poſitũ idẽ cõſtituatur κ λ μ ν. Sed ipſi η β ipſum δ eſt ſimile, & κ μ, igitur ipſi η β, eſt ſimile. Eſto igitur ſimilis rationis κ λ, ipſi η ε, & λ μ, ipſi η ζ. Et quoniã æquũ eſt η β ipſis γ κ μ, maius igitur eſt η β, quàm κ μ. Maior igitur η ε, quàm κ λ, & η ζ, quàm λ μ, ponatur (per 3 primi) ipſi quidẽ κ λ æqualis η ξ, ipſi autẽ λ μ, æqualis η ο, & cõpleatur parallelogrãmũ ξ η ο π. Aequũ igitur eſt & ſimile η π ipſi κ μ. Sed κ μ, ipſi η β eſt ſimile, & η π igitur ipſi η β, eſt ſimile. Circũ eundẽ dimetientẽ (per 26 ſexti) igitur, eſt η π, ipſi η β. Sit eorũ dimetiẽs η π β, & deſcribatur figura. Quoniã igitur æquũ eſt β η, ipſis γ & κ μ quorũ η π ipſi κ μ, eſt æquale: reliquꝰ igitur υ φ χ, gnomõ reliquo γ eſt æqualis et quoniã æquũ eſt ο ρ, ipſi ρ ζ, cõmune apponatur π β. Totũ igitur ο β, toti ξ β, eſt æquale. Sed ξ β ipſi τ ε, eſt æquale: quoniã & latus α ε, lateri ε β, eſt æquale, & τ ε, igitur ipſi ο β, eſt æquale, Cõmune applicetur ξ ζ, totũ igitur τ π toti φ χ υ, gnomoni æquũ eſt. Sed φ χ υ gnomõ ipſi γ, oſtẽſum eſt quòd eſt æqualis, et τ π igitur: ipſi γ æquũ eſt. Ad datã rectã lineã igitur α β, dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ cõparatũ eſt τ π deficiẽs ſpecie parallelogrãmo π β, ſimili exiſtẽti ipſi δ, quoniã π β, ipſi η π, ſimile eſt: quod erat propoſitũ.*

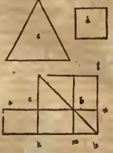


Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.

SV per datã lineã datę ſuperficiei trilaterę æquũ parallelogrãmũ cõſtituere, quod addat ſuper cõpletionẽ datę lineę ſuperficiem æquidi- 30

æquidiſtantium laterū, datę ſuperficiei ęquidiſtantiū laterum ſimilem.

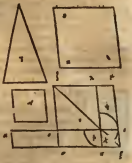
CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b, & datus triangulus c, datumq́ parallelogrammum d, uolo ſuper lineam a b conſtituere parallelogrammum æquale triangulo c, quod addat ſuper totam lineam a b, parallelogrammū ſimile d. Diuido lineam a b per æqualia in puncto e, & ſuper eius medietatem e b, facio e f ſimilem d, ſecundum quod docet 19 huius, & ſecundum doctrinam 25 huius, facio k l, cuius diameter g h, ſimilem d & ęqualem duabus ſuperficiebus e f & c, eritq́ per 20 huius k l ſimilis e f. Superpoſita igitur ſuperficie k l ſuper ficiei e f, ita quòd ambæ communicent in angulo g, erit per 25 huius ſuperficies e f, conſiſtens circa diametrū ſuperficiei k l: quare punctum b eſt in diametro g h, complebo igitur parallelogrammum a h: quod dico eſſe quale proponitur, quod conſtat protractis linea f b uſq; ad m, & linea e b, uſq; ad n. Eſt enim per primā partē huius, a k æquale k b, & ideo per 43 primi eſt etiam æquale n f, addito ergo utriq; e h, erit per communem ſcientiam a h æquale gnomoni e h f, ſed iſte gnomo eſt æqualis triangulo c, quia parallelogrammum K l poſitum fuit æquale duabus ſuperficiebus c & e f, ergo parallelogrammū a h eſt æquale c, & addit ad complementum lineæ a b parallelogrammū m n, quod per 22 & 20 huius eſt eſt ſimile parallelogrammo d, quare conſtat perfectum eſſe quod uolumus.



CAMPANI *additio.* Poſſumus autē ad lineā datā adiungere parallelogrammum æquale, non ſolum trilateræ ſuperficiei poſitæ, ſed & cuiuslibet rectilineę figurę propoſitæ quæcūq; ipſa fuerit: cui deſit ad cōplendā lineā datā ſuperficies ſimilis ſuperficiei ęquidiſtantiū laterū propoſitæ ſicut docet præmiſſa, obſeruata conditione eius ne laboretur ad impoſſibile per antè præmiſſam, uel quod addat ſuper completionē lineæ ſuperficiē æquidiſtāntum laterū ſimilem ſuperficiei propoſitæ, ſicut proponit concluſio præſens. Propoſitam enim ſuperficiē cui æquale parallelogrammum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad completionē lineæ parallelogrammū ſimile parallelogrammo dato reſoluemus in triangulos, & ipſis mediantibus deſcribemus ſuperficiē æquidiſtantium laterum, totali ſuperficiei propoſitæ æqualem, hoc autem qualiter fiat & ſi ſcire uolueris, require 25 huius. Dehinc ſuper duplum baſis eius ęqualis altitudinis triangulū conſtituemus, quem (ſi 44 primi diligenter inſpexeris) parallelogrammo prius deſignato inuenies eſſe æqualem, quare & ſuperficiei propoſitę, huic ergo triangulo ſi æquale parallelogrammum ad lineam datam adiunxeris, quod addat ad complementū lineæ aut minuat parallelogrammū ſimile parallelogrammo dato, ſecundum quod docet hæc & præmiſſa: quod propoſitum erat, te perfeciſſe non dubites.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 29.*

29. Ad datā rectā lineā, dato rectilineo æquale parallelogrammū prætendere excedēs ſpecie parallelogrāmo ſimili dato.



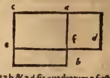
THEON ex Zamb. *Sit quidē data recta linea αβ, datū uerò rectilineū cui expedit ad αβ, æquale parallelogrammū prætēdere γ. Cui autē oportet ſimile prætendere δ, oportet iam ad αβ, rectā lineam ipſi γ, rectilineo æquū parallelogrammū pretēdere, excedens ſpecie parallelogrāmo ſimili ipſi δ. Secetur (per 10 primi) αβ, bifariam in ε, & deſcribatur (per 16 ſexti) ex εβ ipſi δ ſimile ſimiliterq́; poſitum parallelogrammū βζ, & ambobus quidē βζ γ æquale, ipſi, autē δ, ſimile ſimiliterq́; poſitū, idem cōſtituatur ηθ. Simile igitur eſt ηθ, ipſi βζ. Similis autē rationis eſto κθ, ipſi ζλ, et κη, ipſi ζε. Et quoniam maius eſt ηθ, ipſo ζβ, maius igitur eſt quidē κθ, ipſa ζλ, & κη, ipſa ζε. Extēdantur ζλ, & ζε, & ipſi quidem κθ, æqualis eſto ζλμ, ipſi autem κη, æqualis eſto ζεν. Cōpleaturq́; μν. Igitur μν, ipſi ηθ, æquū & ſimile, ſed ηθ, ipſi ελ, eſt ſimile. Igitur (per 26 ſexti) μν ipſi ελ, eſt ſimile, circū igitur eandē diametrum conſiſtunt ελ & μν. Excitetur eorum dimetiens ζξ, & deſcribatur figura, quoniam igitur æquum eſt ζθ ipſis ελ & γ, ſed ηθ, ipſi μν, eſt æquale, & μν igitur ipſis ελγ, eſt æquale. Commune auferatur ελ, reliquus igitur ψχφ gnomon ipſi γ eſt æqualis. Et quoniam αε ipſi εβ, eſt æqualis, æquū eſt (p 39 primi) et αν ipſi νζ, hoc eſt (p 43 primi) ipſi λο commune ap-*

ponatur ι ζ, totum igitur α ζ, æquum eſt ipſi φ χ ψ, gnomoni. Sed φ χ ψ gnomon æqualis eſt ipſi γ. Igitur α ζ ipſi γ eſt æquale. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato rectilineo γ, æquale parallelogrammum comparatum eſt α ζ, excedens ſpecie parallelogrammo π ο ſimili exiſtente ipſi δ. Igitur δ, ſimile eſt ipſi β ζ, & β ζ, ipſi ο π, eſt ſimile, circum enim eandem dimetientem conſiſtunt: quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 29.

QVamlibet lineam propoſitam, ſecundum proportionem habentem medium duoque extrema ſecare. 29

Campanvs. Sit propoſita linea a b: quam uolo diuidere ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema. Ex ipſa deſcribo quadratum b c: & ad eius latus a c adiungo ſecundum quod docet præmiſſa, parallelogrammum c d æquale quadrato b c: quod ſit ſimile b c, ſitque latus parallelogrammi c d, quod æquidiſtat a c: d e, & ſecet lineam a b in puncto f. Dico, lineam a b eſſe diuiſam in puncto f ſicut proponitur. Eſt enim ad quadratum, propter id quod eſt ſimile b c, quare a f, eſt æquale f d, ſed & f e eſt æqualis a b: propter id quod eſt æqualis a c per 34 primi; & quia c d æquale b c: dempto ab utroque c f: erit a d æquale e b, & angulus f unius angulo f alterius. ergo per 13 huius latera ſunt mutekeſia: ergo e f ad f d ſicut a f ad f b: & quia e f eſt æqualis a b, & f d a f, erit a b ad a f ſicut a f ad f b: ergo per diffinitionẽ eſt diuiſa ut proponitur. Idẽ etiã poteſt demõſtrari ex 11 ſecundi. Diuidatur enim a b in puncto f: ſecundum quod docet 11 ſecundi, ſitque e b quod continetur ſub tota a b & eius parte f b: ita quod f e ſit æqualis a b & a d ſit quadratum a f: eſt itaque per prædictã 11 ſecundi e b, æquale a d. Quod reſtat arguere ut prius per 13 huius, uel ſic: cum a b ſit diuiſa in puncto f ſecundum quod docet 11 ſecundi: quod ſit ex a b prima in f b tertiam eſt æquale quadrato a f ſecundæ: ergo per ſecundam partem 16 huius proportio a b primæ ad a f, ſecundam eſt ſicut a f ſecundæ ad f b tertiam: per diffinitionem itaque diuiſa eſt a b ut proponitur.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 20.*

τμῆσ, ſecare. τμῆσ.

Data rectam lineam terminatã, extrema ac media ratione* diſpeſcere. 20

THEON *ex Zamb. Sit data recta linea terminata α β, oportet iam ipſam α β, rectam lineam extrema et media ratione* diſpeſcere. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum β γ. Compareturque (per 29 ſexti) ad α γ, ipſi β γ, æquum parallelogrammum γ δ excedens ſpecie α δ, ſimili ipſi β γ. Quadratum autem eſt ζ γ, quadratum igitur eſt & α δ, & quoniam æquũ eſt β γ, ipſi γ δ, commune auferatur γ ε, reliquum igitur β ζ, reliquo α δ eſt æquale, eſt autem & æquiangulum. Igitur (per diffinitionem 2 terty, & per 14 ſexti) ipſorũ β ζ, & δ α, reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Eſt igitur ſicut ζ ε, ad ε δ, ſic α ε, ad ε β. Aequalis autem eſt ζ ε, ipſi α β, hoc eſt ipſi α ζ. Ipſa autem ε δ, ipſi α ε. Eſt igitur ſicut ζ α, ad α ε, ſic α ε, ad ε β, maior autem eſt (per 34 primi) α β, quàm α ε: maior igitur eſt & α ε, quàm ε β. Igitur α β, recta linea extrema & media ratione ſecta eſt, in ε, & maius ſegmentum ipſius eſt α ε: quod feciſſe oportuit.*



ALITER. *Sit data recta linea α β, oportet ipſam iã α β, extrema, & media ratione ſecare, ſecetur enim α β, in γ, (per 11 ſecundi) ut quod ſub α β, & β γ, æquum ſit ei quod ex γ α, quadrato. Quoniam igitur quod ſub α β & β γ, æquum eſt ei quod ex γ α, eſt igitur (per 17 huius) ſicut β α, ad α γ ſic α γ, ad γ β. Igitur α β, media & extrema diuiſa eſt ratione in γ: quod oportebat facere.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 30.

SI fuerint duo anguli ſuper unum angulum conſtituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus aliis eorum lateribus æquidiſtẽt, fuerintque illa quatuor latera ſecundum æquidiſtãtiam relata, proportionalia, illos duos triangulos ſuper unam lineam rectam conſtitutos eſſe, neceſſe eſt. 30

Campanvs. Sint duo auguli a b c, d c e conſtituti ſuper angulum a c d. ſitque a c æquidiſtans d e & d c: a b, & ſit proportio a c ad d e, ſicut a b ad d c, dico quòd duæ baſes eorum b c & c e, ſunt linea una. Eſt enim angulus a æqualis angulo d: quia uterque eorum eſt æqualis angulo c a d per primam partem 29 primi, igitur per præſentem hypotheſim

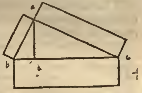
ſin & 6 huius: ipſi trianguli ſunt æquianguli, & angulus b eſt æqualis angulo d c e, & angulus a c b angulo e, quare per 31 primi, tres ãguli qui ſunt ad c ſunt æquales duobus rectis, ipſi enim æquantur tribus angulis utriuslibet duobus triangulorum, ergo per 14 primi b c, eſt linea una, quod eſt propoſitum.



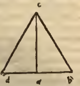
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

31 IN omni triangulo rectãgulo ſuperficies lateris quod ſubtenditur angulo recto, æqualis eſt ſuperficiebus duorũ laterum, angulum rectum continẽtium pariter acceptis, cùm fuerint ſimiles ei in lineatione & creatione.

CAMPANVS. Quod proponit penultima primi de ſuperficiebus quadratis, proponit hic penultima ſexti de omnibus ſuperficiebus ſimilibus, unde hæc eſt illa tanto uniuerſalior, quanto ſuperficies laterata quadrato. Sit itaque triangulus rectangulus a b c, cuius angulus a ſit rectus. Dico quòd ſuperficies conſtituta ſuper latus c b, eſt æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper a b & a b, cùm omnes tres ſuperficies fuerint ſimiles in figura & ſitu. Ducam perpendicularem a d ad lineam b c, eritq; per ſecũdam partem correlarij 8 huius, proportio b c ad c a, ſicut c a ad d c, & c b ad b a, ſicut b a ad d b. Si itaque ſuper quamlibet trium linearum b c, c a & a b fiat ſuperficies ſimilis alijs in figura & ſitu, erit per correllarium 17 huius, proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad conſtitutã ſuper c a ſecundam, ſicut b c primæ ad d c tertiam: & item eiuſdem ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad conſtitutam ſuper a b ſecundam, ſicut b c primæ ad d b tertiam per idem correlarium. Quare per conuerſam proportionalitatem ſuperficiei a c ad ſuperficiẽ c b, ſicut c d ad c b, & ſimiliter ſuperficiei a b ad ſuperficiem b c, ſicut b d ad ſuperficiem b c, & ponatur a c prima, & c b ſecunda & quarta: & c d ſuperficies tertia, & a b ſuperficies quinta, & b d ſuperficies ſexta, & arguatur per 24 quinti, quod proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c ad duas ſuperficies cõſtitutas ſuper c a & c b ſimul: eſt ſicut b c ad c d & d b ſimul, quia igitur b c eſt æqualis duabus lineis c d & d b ſimul ſumptis, erit ſuperficies conſtituta ſuper b c æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper c a & a b ſimul ſumptis: quod eſt propoſitum.



CAMPANI *additio.* Conuerſam quoque huius poſſumus facilè demonſtrare per modum demonſtrationis ultimæ primi: ſit enim triangulus a b c, ſitq; ſuperficies conſtituta b c æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper duas lineas a b & a c ſibi ſimilibus. Dico quòd angulus a eſt rectus, ponã enim angulum c a d rectum & lineam a d æqualem a b, & claudo ſuperficiem ducta linea d c, eritq; per hanc 31 ſuperficies conſtituta ſuper c d æqualis duabus conſtitutis ſuper duas lineas c a & a d ſibi ſimilibus, quare etiam conſtitutæ ſuper b c ſibi ſimili, hæc enim poſita eſt æqualis duabus conſtitutis ſuper a b & a c ſibi ſimilibus: erit ergo linea b c æqualis c d, quare per 8 primi, angulus a eſt rectus: quod eſt propoſitum.



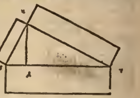
Sequentes duæ ex Zamberto propoſitiones, duabus præcedentibus ex Campano præpoſtero ordine reſpondent. *Euclid. ex Zamb.* *Thorema 21.* *Propoſitio 31.*

31 In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum ſubtendente latere ſpecies, æqualis eſt eis quæ ab rectum angulum cõprehendentibus lateribus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis.

THEON ex Zamb. *Sit triangulum α β γ, rectum habens angulum qui ſub β α γ. Dico quòd quæ ex β γ ſpecies, æqualis eſt eis quæ ex β α et α γ ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. Excitetur (per 12 primi) perpẽdicularis α δ. Quoniã igitur in triãgulo rectãgulo α β γ, ab α recto angulo β γ, in baſin perpẽdicularis acta eſt α δ triãgula α β δ & α δ γ, quæ ad perpẽdicularẽ, ſimilia ſunt toti α β γ, & ſibi inuicẽ (p 8 ſexti quoniã ſimile eſt α β γ ipſi α β δ: eſt igitur ſicut γ β ad β α, ſic α β ad β δ. At quoniã tres rectæ lineæ proportiõales ſunt, eſt igitur (p correlariũ ſecũdũ 20 ſexti) ſicut prima ad tertiã, ſic quæ à prima ſpecies ad eã quæ à ſecũda ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Sicut igitur γ β ad β δ, ſic ſpecies quæ ex β γ ad eã quæ β α, ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Id propterea et ſicut β γ ad γ δ ſic ſpecies quæ ex β ad eã quæ ex γ α.*

Quare

Quare ſicut βγ ad βδ & δγ, ſic quæ ex βγ ſpecies ad ea quæ ſub ζα et αγ, ſimiles ſimiliterq́; deſcriptæ ſunt. Aequalis aũt eſt αγ ipſi βδ et δγ: æqualis igitur eſt ſpecies quæ ex βγ eis quæ ex βα & αγ ſunt ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq́; deſcriptis. In rectãgulis igitur triangulis, quæ ad rectũ ãgulum ſubtendentẽ ſpecies, æqualis eſt eis quæ ad rectum angulũ cõprehendentibus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq́; deſcriptis: quod demonſtraſſe oportuit.



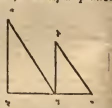
ALITER. Quoniã (per correlariũ primũ 20 ſexti) ſimiles figuræ in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterum, igitur quæ ex βγ, eſt ſpecies ad eam quæ ex βα, duplã rationẽ habet quã γβ ad βα: habet aũt et quod ex βγ quadratũ ad id quod ex βα quadratũ duplã rationẽ quàm γβ ad βα: & ſicut igitur quæ ex γζ ſpecies ad eam quæ ex βα ſpeciẽ, ſic quadratum quod ex γβ ad quadratũ quod ex βα. Id propterea & ſicut ſpecies quæ ex βγ ad ſpeciẽ quæ ex γα, ſic quadratum quod ex βγ ad quadratum quod ex γα. Quare & ſicut ſpecies quæ ex βγ ad ſpecies quæ ex βα & αγ, ſic quadratũ quod ex βε ad quadrata quæ ex ζα & αγ. Quadratũ aũt quod ex ζγ, æquũ eſt eis quæ ex βα & αγ, quadratis (per 47 primi) æqualis igitur eſt ſpecies quæ ex ζγ eis quæ ex βα & αγ. ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq́; deſcriptis.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 32.

Si duo triãgula cõponantur ad unum angulũ, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut quæ eiuſdẽ rationis eorũ latera ſint etiã parallela, reliqua ipſorũ triangulorũ latera in rectam lineam erunt. 32

THEON ex Zamb. Sint bina triangula αζγ & δγι, duo latera βα & αγ duobus lateribus δγ et δι, proportionalia habentia, ſicut quidem αβ ad αγ, ſic δε ad δι: parallelũ autẽ αβ ipſi δι, & αγ ipſi δι. Dico quòd in rectam lineam eſt βγ ipſi γι. Quoniam enim parallelus eſt αβ ipſi δι, & in eas incidit

ἐναλλάξ recta linea αγ, anguli igitur (per 29 primi) * utrobiq; qui ſub βαγ & αγδ ſibi inuicem ſunt æquales. Id propterea & angulus γδι angulo αγδ eſt æqualis. Quare angulus βαγ angulo γδι eſt æqualis: & quoniã duo triãgula ſunt αβγ, et δγι, unum angulũ qui ad α, uni angulo qui ad δ æqualẽ habentia, circum autẽ æquales angulos latera proportionalia, ſicut quidẽ βα ad αε, ſic γδ ad δι: æquiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum αβγ triangulo δγι. Aequalis igitur eſt angulus αβγ ãgulo δγι. Patuit autẽ quòd angulus αγδ æquus (per 29 primi) angulo βαγ. Totus igitur angulus αγι duobus αζγ & ζαγ eſt æqualis. Cõmunis apponatur angulus αγβ. Igitur anguli αγι & αγζ eis qui ſunt ſub γαβ, αγζ & γβα ſunt æquales. Sed ãguli ζαγ, γβα, & αεβ (per 32 primi duobus rectis ſunt æquales, & anguli igitur αγι, & αγζ duobus rectis ſunt æquales. Ad



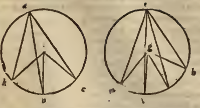
ἐφεξῆς aliquam autẽ rectam lineã αγ, ad ſignumq́; in ea ε, duæ rectæ lineæ βγ & γι, nõ ad eaſdem partes ductæ, æquos * utrobiq; ſub αγι, & αγβ, duobus rectis æquales efficiunt angulos (per 14 primi) in rectã lineã igitur eſt βγ ipſi γι. Si bina igitur triangula componantur ad unum angulum, duo latera duabus lateribus proportionalia habẽtia, ut eorum ſimilis rationis latera etiam parallela ſint, reliqua ipſorũ triangulorum latera in rectam lineam erunt: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 32.

SI in circulis æqualibus ſupra centrum ſiue ſupra circunferentiam anguli conſiſtant, erit angulorum proportio tanquam proportio arcuum illos angulos ſuſcipientium. 32

CAMPANVS. Sint circuli a b c, cuius centrũ d, & e f g cuius centrum h: æquales, ſuper quorũ cẽtra fiant duo anguli b d c & f h g, & ſuper eorũ circunferentias alij duo qui ſint b a c, & f e g, dico quòd proportio angulorum tam eorũ qui ſunt ſuper centra, quàm eorum qui ſuper circunferentias, eſt ſicut arcus b c ad arcum f g. Continuabo enim illis duobus arcubus alios arcus æquales: ſiue ſecundum eundẽ numerum ſiue ſecundum diuerſos, ſitq; arcus k b æqualis b c, & uterq; duorum arcuum l m & f l, æqualis f g: & producam lineas K d, K a, m h, l h, m e, & l e: eruntq́, per 26 tertij, anguli qui ſunt ad d adinuicem æquales: ſimiliter quoq; & qui ſunt ad h, adinuicẽ æquales. Idẽ etiam de ijs qui ſunt ad a, & de ijs qui ſunt ad e: ſicut igitur arcus K c eſt multiplex arcus b c: ita ãgulus K d c ãguli b d c, & ãgulus k a c ãguli b a c, ſimiliter

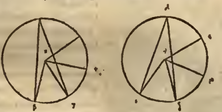
ſimiliter ſicut arcus m g eſt multiplex arcus f g, ita angulus m h g anguli f h g, & angulus m e g anguli f e g, ſed ſi arcus k c eſt æqualis arcui m g, angulus K d c eſt æqualis angulo m h g, & angulus K a c angulo m e g, & ſi maior, maiores, & ſi minor, minores per 26 tertij: per diffinitionem itaq; incontinuæ proportionalitatis, proportio arcus b c ad arcū f g, eſt ſicut anguli b d c ad angulum f h g, & ſicut anguli b a c ad angulū f e g, quod eſt propoſitum. Idem intellige in eodem circulo.



Euclid. ex Zamb. *Theor. 23* *Propoſit. 33.*

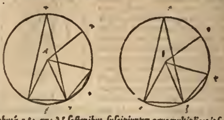
33 In æqualibus circulis anguli eandē habent rationē ipſis circunferentijs in quibus conſiſtūt, & ſi ad centra & ſi ad circūferentias fuerint conſtituti, tum etiam ſectores, utputa ad centra conſtituti.

THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli αβγ, δεζ, ad eorūq; cētra ηθ, anguli ſint βηγ, & εθζ: ad eorū circūferentias uerò anguli qui ſub βαγ, et εδζ. Dico q; eſt ſicut circūferētia βγ, ad circūferentiā εζ, ſic eſt angulus βηγ, ad angulū εθζ, & āgulus βαγ ad āgulū εδζ, & inſuper ηβγ ſector ad θεζ ſectorē. Ponatur (per 28 tertij) ipſi quidē βγ, circūferentiæ æquales quotcunq; ordine hoc eſt γκ, & κλ, ipſi aūt εζ, quotcunq; æquales circūferentiæ ζμ & μν. Cōnectanturq; ηκ, ηλ, θμ, & θν. Quoniā igitur æquales ſunt βγ, γκ, & κλ, circūferentiæ adinuicē, æquales (per 27 tertij) quoq; ſunt anguli βηγ, γηκ, & κηλ. Quotuplex igitur eſt βλ, circūferentia ipſius βγ circūferentiæ, totuplex eſt āgulus βηλ, āguli βηγ. Id propterea etiā quotuplex eſt νε, circūferentia ipſius εζ circunferētiæ, totuplex eſt angulus νθε, ipſius εθζ. Si igitur æqualis eſt circūferentia βλ, ipſi circūferētiæ εν, æqualis eſt & angulus βηλ angulo εθν, & ſi maior eſt βλ circunferentia quā εν circunferentia, maior eſt & angulus βηλ, angulo νθε, et ſi minor, minor. Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus, duabus, inquā circūferentijs βγ & εζ, binisq; angulis hoc eſt βηγ, & εθζ, ſuſcipiuntur quidē ipſius βγ circunferentiæ atq; ipſius anguli βηγ, æquè multiplices hoc eſt βλ circūferētia & angulus βηλ, ipſius aūt εζ circūferentiæ et anguli εθζ, circūferētia εν, & āgulus εθν.*



Oſtenſum aūt eſt quòd ſi circunferentia βλ excedit circunferentiam εν, angulus quoq; βηλ excedit angulū εθν, & ſi æqualis, æqualis. et ſi minor, minor. Eſt igitur (per 6 diffinitionē quinti) ſicut βγ circūferentia ad εζ, circūferentiā: ſic angulus βηγ ad angulū εθζ. Sed ſicut angulus βηγ, ad angulū εθζ ſic angulus βαγ ad angulū εδζ, duplus enim eſt (per 20 tertij) uterq; utriuſq;. Et ſicut igitur βγ, circunferentia ad εζ circunferentiā, ſic angulus βηγ, ad angulū εθζ, & angulus βαγ ad angulū εδζ. In æqualibus igitur circulis anguli eandē habēt rationem ipſis circunferentijs, & ſi ad centra & ſi ad circūferentias cōſtituti fuerint: quod demonſtraſſe oportuit. Dico etiā quòd & ſicut βγ circunferentia ad εζ circūferentiā, ſic ηβγ ſector ad θεζ ſectorē. Cōnectantur βγ & γκ, & aſſumptis ſuper βγ, & γκ, circūferentijs ξο ſignis, cōnectātur βξ, ξγ, γο, & οκ. Et quoniā (per 15 diffinitionē primi) duæ βη, & ηγ, duab. γη et ηκ, ſunt æquales, æqualesq; angulos cōprehendūt, et baſis βγ ipſi γκ eſt æqualis: triangulū igitur ηβγ (per 4 primi) triangulo ηγκ eſt æquale. Et quoniā æqualis eſt βγ circūferentia γκ circūferētiæ, et reliqua igitur quæ in totū circulū αβγ circūferētia reliquæ quæ in eūdē totū αβγ, circulū circūferētiæ eſt æqualis. Quare et āgulus βξγ ipſi γοκ eſt æqualis. Simile igitur (per 10 diffinitionē tertij) eſt βξγ ſegmentum, ipſi γοκ, eſt ſegmento, & in æqualibus ſunt rectis lineis βγ & κγ. Quæ autem ſuper æqualibus rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſiſtunt, ea ad inuicem ſunt æqualia (per 24 tertij) ſegmentum igitur βξγ ipſi γοκ ſegmento eſt æquale, eſt autē & triangulum ηβγ triangulo ηγκ æquale. Totus igitur ſector ηβγ, toti ηγκ ſectori eſt æqualis. Id propterea & ηκλ, ſector, utrique ipſorum ηβγ, & ηγκ, eſt æqualis. Tres igitur ſectores ηβγ, ηγκ, & ηκλ ſibi inuicem ſunt æquales. Id propterea

pterea & δ ε ζ, δ ζ ν, & θ μ ν, ſectores, ſibi inuicem ſunt æquales. Quotuplex igitur eſt β λ, circunferẽtia ipſius β γ circunferentiæ, totuplex eſt & α β λ, ſector ipſius α β γ, ſectoris. Id propterea & quotuplex eſt ν ε, circunferentia ipſius ε ζ, circunferẽtiæ, totuplex eſt & δ ε ν ſector ipſius δ ε ζ, ſectoris. Si igitur æqualis eſt β λ, circunferentia ipſi ε ν circunferentiæ, æqualis eſt & α β λ, ſector ipſi ε δ ν, ſectori. Et ſi excedit β λ, circunferentia ipſam ε ν circunferentiam, excedit quoq; & α β λ, ſector ipſum δ ε ν, ſectorem, & ſi deficit, deficit. Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus, duabus inquam β γ, & ε ζ, circunferentijs, duobusq; α β γ, & ε δ ζ, ſectoribus, ſuſcipiuntur æque multiplices ipſius quidem β γ circunferentiæ & ipſius α β γ ſectoris, hoc eſt β λ, circunferentiæ & α β λ, ſector ipſius autem ε ζ circunferentiæ & ipſius δ ε ζ, ſectoris, circunferentia nempe ε ν, & ſector δ ε ν. Et oſtenſum eſt quòd ſi circunferentia β λ excedit ipſam circunferentiam ε ν, excedit quoq; & α β λ, ſector ipſum ε θ ν, ſectorẽ, & ſi æqualis, æqualis: & ſi deficit, deficit. Eſt igitur (per conuerſionẽ 5 diffinitionis ſexti) ſicut circunferentia β γ, ad ε ζ, ſic α β γ, ſector ad δ ε ζ, ſectorem.



CORRELARIVM. *Et manifeſtum eſt quòd ſicut ſector ad ſectorem, ſic angulus ad angulum.*

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber ſeptimus.*

Ex Campano triplex principiorum genus. *Primum.* *Diffinitiones.*

VNitas, eſt qua unaquæq; res una dicit̃. 2 Numerus, eſt multitudo ex unitatibus cõpoſita 3 Naturalis ſeries numerorũ dicitur, in qua ſecundum unitatis additionem fit ipſorum cõputatio. 4 Differentia numerorũ, appellatur numerus quo maior abũdat à minore. 5 Numerus primus dicitur, qui ſola unitate metit̃. 6 Numerus cõpoſitus dicitur, quem alius numerus metit̃. 7 Numeri cõtra ſe primi dicuntur, qui nullo numero excepta ſola unitate numerant̃. 8 Numeri adinuicem cõpoſiti ſiue communicantes dicuntur, quos alius numerus q̃ unitas metitur, nullusq; eorum eſt ad alium primus. 9 Numerus per aliũ multiplicari dicitur, qui toties ſibi coaceruat̃, quoties in multiplicante eſt unitas. 10 Productus uerò dicitur, qui ex eorũ multiplicatione creſcit. 11 Numerus aliũ numerare dicitur, qui ſecundũ aliquem multiplicatus illum ꝓducit. 12 Pars, eſt numerus numeri minor maioris, cùm minor maiorẽ numerat. Et qui numerat̃, numerãtis multiplex appellat̃. 13 Denominãs, eſt numerus ſecundũ quẽ pars ſumit̃ in ſuo toto. 14 Similes dicunt̃ partes, quę ab eodẽ numero denominant̃.

Prima

15 Prima ſimpla numeri pars, eſt unitas. 16 Quando duo numeri partem habuerint communẽ, tot partes maioris dicetur eſſe minor, quoties eadem pars fuerit in minore: totæ uerò, quoties ipſa fuerit in maiore.

17 Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem, in eo quod eſt maioris pars uel partes. Maioris uerò ad minorẽ, ſecundum quòd eum continet & eius partem uel partes. 18 Cùm fuerint quotlibet numeri continuè proportionales, dicetur proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, ad quartũ uerò triplicata. 19 Cùm continuatæ fuerint eædem uel diuerſæ proportiones, dicetur proportio primi ad ultimum, ex omnibus compoſita. 20 Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem, pars uel partes ipſius minoris quæ in maiore ſunt. Maioris autem ad minorem, totũ uel totũ & pars uel partes, prout maior ſuperfluit. 21 Similes ſiue unæ alij eædem dicuntur proportiones, quę eandem denominationem recipiunt. Maior uerò, quæ maiorem. Minor autem, quæ minorem. 22 Numeri uerò quorum proportio una, proportionales appellantur. 23 Termini ſiue radices dicuntur, quibus in eadem proportione minores ſumi impoſſibile eſt.

Petitiones.

1 Cuiuslibet numero, quotlibet poſſe ſumi æquales prout libet, uel multiplices. 2 Quolibet numero, aliquem quantumlibet ſumere poſſe maiorem. 3 Seriem numerorum, in infinitum poſſe procedere.

4 Nullum numerum in infinitum poſſe diminui.

Communes animi conceptiones.

1 Omnis pars, minor eſt ſuo toto. 2 Quicunque eiuſdẽ ſiue æqualium fuerint æquè multiplices, ipſi quoq; erunt æquales. 3 Quibus idem numerus æquè multiplex fuerit, ſiue quorũ æquè multiplices fuerint æquales, & ipſi etiam erunt æquales. 4 Omnis numeri pars, eſt unitas ab ipſo denominata. 5 Omnis pars eſt minor, quæ maiorem habet denominationem, maior uerò quæ minorem. 6 Quilibet numerus totus eſt ab unitate, quota pars ipſius eſt unitas. 7 Quicunq; numerus in unitatẽ ducitur, ſeipſum producit, & in ſeipſum numerat. Vnitas quoq; in quemcunq; ducta, producit eundem. 8 Quicunque numerus numerat duos, numerat quoq; compoſitum ex illis. 9 Quicunq; numerus numerat aliquem, numerat omnem numeratũ ab illo.

10 Quicũq; numerus numerat totũ & detractũ, numerat reſiduum.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITMETICORVM ELEmentorum, *Liber ſeptimus.*

Euclid. ex Zamberto. *Diffinitiones.*

VNitas eſt, qua unumquodq; eorum quæ ſunt, unum dicitur. 2 Numerus autem, ex unitatibus cōpoſita multitudo. 3 Pars, eſt numerus numeri minor maioris, quando dimetitur maiorem. 4 Partes autem, quando nō metitur. 5 Multiplex uerò, maior minoris, quādo eum metitur minor. 6 Par numerus eſt, qui biſariàm diuiditur.

7 Impar uerò, qui biſariàm non diuiditur, uel qui unitate differt à pari. 8 Pariter par numerus eſt, quem par numerus metitur per numerum parem. 9 Pariter autem impar eſt, quem par numerus metitur per imparem numerum. 10 Impariter uerò par eſt, quem impar numerus dimetitur per numerum parem. 11 Impariter uerò impar numerus eſt, quem impar numerus metitur per imparem numerum.

12 Primus numerus eſt, quem unitas ſola metitur. 13 Primi adinuicem ſunt numeri, quos unitas ſola dimetitur communi menſura.

14 Cōpoſitus numerus eſt, quem numerus aliquis metitur. 15 Cōpoſiti autem adinuicem numeri, ſunt, quos numerus aliquis communi dimenſione metitur. 16 Numerus numerū multiplicare dicitur, quādo quotæ ſunt in ipſo unitates, toties componitur multiplicatus, & gignitur aliquis. 17 Quando autem bini numeri ſeſe adinuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus, planus appellatur. Latera uerò illius, multiplicantes ſeſe inuicem numeri. 18 Quando uerò tres numeri ſeſe multiplicantes adinuicem fecerint aliquem, factus, ſolidus appellatur: latera uerò illius, multiplicantes ſeſe inuicem numeri. 19 Quadratus numerus eſt, qui æquè æqualis, uel qui ſub duobus æqualibus numeris cōtinetur. 20 Cubus uerò, qui ęquè æqualis æquè, uel qui ſub tribus æqualibus numeris continetur. 21 Numeri proportionales ſunt, quādo primus ſecundi, & tertius quarti æquè fuerit multiplex, uel eadē pars uel eædem partes. 22 Similes plani & ſolidi numeri ſunt, qui proportionalia habēt latera. 23 Perfectus numerus eſt, qui ſuīpſius partibus eſt æqualis.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI à maiore duorum numerorum minor detrahatur donec minus eo ſuperſit, ac deinde de minore ipſum reliquum donec minus eo relinquatur, itemq; à reliquo primo reliquū ſecūdū quouſq; minus eo ſuperſit, atq; in huiuſcemodi cōtinua detractione nullus fuerit reliquus qui ante relictū numeret uſq; ad unitatem, eos duos numeros contra ſe primos eſſe neceſſe eſt.

Campanus

CAMPANVS. Sint duo numeri a b & c d, c d, minor: detrahaturq; c d ex a b quoties poteſt, & ſit reſiduum e b, qui erit minor c d, alioqui poſſet ex ipſo adhuc detrahi c d, detrahatur et ipſe e b ex c d, quoties poteſt, ſitq; reſiduum f d, ſed & f d detrahatur ex e b quoties poteſt, & ſit reſiduū g b, quod ſit unitas, dico tunc numeros a b & c d, eſſe cōtra ſe primos. Si enim ſunt compoſiti, numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus præter unitatem, qui ſit h, & quia h numerat c d, numerabit a e per penultimam conceptionē, & quia idem numerat a b, numerabit etiam e b per ultimam conceptionem: ergo & c f per penultimam, quare & f d per ultimam, ergo & g e per penultimam, igitur & g b per ultimam, & quia g b eſt unitas, ſequitur numerum eſſe partē unitatis uel ſibi æqualem, quod eſt impoſſibile. Erunt igitur a b & c d, contra ſe primi, quod eſt propoſitum.

a .... e ... g . b
c ..... f ... d
h ..

CAMPANI additio. Quòd ſi duo numeri a b & c d ſint contra ſe primi, non erit in hac mutua detractione ſtatus antequàm ad unitatē perueniatur. Et eſt iſtud conuerſum eius quod autor proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit ſtatus antequàm perueniatur ad unitatem, ſitue g b ſit numerus qui detrahatur ab f d, & nihil ſit reſiduum: igitur g b numerat f d, ergo per penultimam conceptionē, numerat & e g, et quia etiam numerat ſeipſum, numerabit per antepenultimam conceptionem totum e b, ergo per penultimam numerat c f. Sed oſtenſum eſt prius quòd numerat f d, ergo per antepenultimā numerat totum c d, quare per penultimam numerat a e, & quia oſtenſum eſt prius quòd etiam numerat e b, ſequitur per antepenultimam ut etiam numerat a b: quia igitur numerus g b numerat utrūq; duorum a b & c d, numeri a b & c d ſunt compoſiti: non igitur contra ſe primi, quod eſt contra hypotheſin. Per hanc ergo uiam, propoſitis quibuſq; duobus numeris, inueſtigamus utrum ipſi ſint contra ſe primi, ſi enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem, ipſi ſunt contra ſe primi. Si autem ſit ſtatus antequàm perueniatur ad unitatem, ipſi ſunt compoſiti.

a .... e ... g . b
c .... f ... d

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

1 Si duobus numeris inęqualibus expoſitis, ſublato ſemper minore, à maiore reliquus minimè metiatur præcedentem quoad aſſumpta fuerit unitas, qui à principio numeri, primi adinuicem erunt. Stifelius — 52

THEON ex Zamb. *Duobus nanq; inæqualibus numeris propoſitis α β & γ δ, ſublato ſemper minore à maiore, reliquus minimè metiatur præcedentem, quoad ſumpta fuerit unitas.* Dico quòd ipſi *α β & γ δ primi adinuicem ſunt, hoc eſt quod ipſos α β & γ δ unitas ſola dimetitur. Si autem α β & γ δ non ſunt primi adinuicem, eos aliquis numerus metietur: metiatur, eſtoq; ε, & γ δ ipſum β ζ metiens, relinquat ſe minorem ζ α: at α ζ ipſum δ η metiens, relinquat ſe minorē η γ: & η γ ipſum ζ θ metiens, relinquat unitatem θ α. Quoniam igitur ε ipſum δ γ metitur, & γ δ ipſum β ζ metitur, igitur & ε ipſum β ζ metitur: metitur autem & totum β α, & reliquum igitur α ζ metietur. At α ζ ipſum δ η metitur, & ε igitur ipſum δ η metietur: metitur autem & totum δ γ, & reliquum igitur γ η metietur. At γ η ipſum ζ θ metitur, & ε igitur ipſum ζ θ metietur, metitur autem & totum ζ α, & reliquam igitur α θ metietur unitatē, numerus exiſtens, quod eſt impoßibile. Igitur ipſos α β & γ δ, nullus numerus metietur. Igitur α β & γ δ, primi adinuicem ſunt: quod demonſtrare oportebat.*

ε ..
δ ... η .. γ
β ..... ζ .. θ . α

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

2 PRopoſitis duobus numeris adinuicem compoſitis, maximū numerum communem eos numerantem inuenire. Stifelius — 52

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quia omnis numerus duos numeros numerans, numerat numerum maximum ambos numerantem.

CAMPANVS. Sint duo numeri compoſiti a b & c d, minor c d, quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem, uolo inuenire maximum numerum eos communiter numerantem. Secundum modum & ſimilitudinem prioris, minuo minorem de maiori, quoad poſſum, uidelicet c d de a b, & ſit reſiduum e b: itemq; e b de c d quoad poſſum, & ſit reſiduum f d, & quia huius diminutio non po

a .... e ...... b
c ...... f ... d
g ...

teſt fieri infinities per ultimam petitionem, nec poteſt etiam ad unitatem peruenire in propoſito per præcedentem, quia tunc eſſent numeri propoſiti contra ſe primi, quod eſt contra hypotheſin: ſit ut cùm detraxero f d ex e b quoad potero, quod nihil ſit reſiduum: dico tunc f d eſſe maximum numerum numerantem a b & c d. Quòd enim numeret eos, patet per penultimam & antepenultimam conceptionem, alternatim quoties oportuerit repetitas, ſicut in demonſtratione conuerſę pręcedentis. Numerat enim f d, e b, quia cùm ab ipſo detrahitur quoad poteſt, nihil ſit reſiduum, ergo & c f per penultimam cõceptionem, igitur & c d per antepenultimam, quare & a e per penultimam, igitur & a b per antepenultimam. Quòd autem nullus maior f d, numeret a b, & c d, ſic patet. Si enim fieri poteſt, ſit numerus g maior f d, numerans utrunq; duorum numerorum a b & c d: quia igitur g numerat c d, numerabit per penultimam conceptionem a e, & quia numerat a b, numerabit per ultimam f d, maior uidelicet, minorem: quod eſt impoſſibile. Ex hoc ſecundo proceſſu liquet correlarium.

a . . . . e . . . . . b
c . . . . . . f . . . d
g . . . .

Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 2.*

Duobus numeris datis non primis adinuicem, maximã eorum communem dimenſionem inuenire.

THEON ex Zamb. *Sint dati bini numeri non primi adinuicem, αβ & γδ: oportet iam ipſorum αβ & γδ, maximam dimenſionem inuenire. Si quidem γδ ipſum αβ metitur, metitur autem & ſeipſum. Igitur γδ, ipſorum γδ & αβ communis dimenſio eſt, & manifeſtum eſt quòd maxima, nullus enim maior ipſo γδ, ipſum γδ metietur. Si autem γδ non metitur ipſum αβ, ipſorum αβ & γδ ſublato (per primã ſeptimi) ſemper minore à maiore, ſumetur numerus aliquis qui metietur præcedentem, unitas quidem non ſumetur. Si autem non, erunt αβ & γδ primi adinuicem, quod non ſupponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem, & γδ quidem ipſum αβ metiens, (per primam ſeptimi) relinquat ſe minorem αε: αε autem ipſum γδ metiẽs, relinquat ſe minorem γζ, & γζ ipſum αε metiatur. Quoniam igitur γζ ipſum αε metitur, & αε ipſum δζ metitur: igitur γζ ipſum δζ metietur, metitur & ſeipſum, & totũ igitur γδ metietur. At γδ ipſum βε metitur, & γζ igitur ipſum βε metitur: metitur autem & εα, igitur & totum βα metietur, metietur quoque ipſum γδ, igitur γζ ipſos αβ & γδ metitur. Igitur γζ ipſorum αβ & γδ communis dimenſio eſt. Dico enim quòd & maxima, ſi γζ ipſorum αβ & γδ non eſt maxima communis menſura, metietur ipſos αβ & γδ numeros aliquis numerus maior exiſtens, ipſo γζ metiatur, eſtóq; η. Et quoniam η ipſum γδ, & γδ ipſum βε metitur, & η igitur ipſum βε metitur. Metitur autem & totum αβ, & reliquum igitur αε metietur: at αε ipſum δζ metitur, & η igitur ipſum δζ metietur: metietur autem & totum γδ, & reliquũ igitur γζ metietur, maior minorem, quod eſt impoßibile. Igitur ipſos αβ & γδ numeros numerus non metietur, maior exiſtens ipſo γζ. Igitur γζ ipſorum αβ & γδ maxima eſt communis menſura: quod oportebat facere.*

β . . . . α
δ . . . . γ

β . . . . . ε . . . . α
δ . . . . ζ . . γ

β . . . . ε . . . . α
η . . .
δ . . . . ζ . . γ

CORRELARIVM. *Ex hoc manifeſtum eſt, quòd ſi numerus binos numeros metitur, & maximam communem eorum dimenſionem metietur.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

PRopoſitis tribus numeris adinuicem compoſitis, maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

CAMPANVS. Priuſquam hanc tertiam concluſionem demonſtremus, demonſtrandum arbitramur ipſius antecedens, uidelicet propoſitis tribus numeris, qualiter poterimus certificare an ipſi ſint adinuicem compoſiti. Sint itaque tres numeri a b c, de quibus uolo uidere utrum ipſi ſint adinuicem compoſiti: per primam igitur inquiro, an duo primi qui ſunt a & b ſint adinuicem primi, quòd ſi ſic, non erunt a, b, c, adinuicem compoſiti per diffinitionem. Si autem a & b ſunt adinuicem compoſiti, ſit per præcedentem d maximus numerus eos numerans, qui ſi numerat c, erunt per diffinitionem, a, b, c, adinuicem compoſiti. Si autem non numerat ipſum, ſed ipſi c & d quidem ſunt contra ſe primi, non erunt a, b, c, adinuicem compoſiti: nam quicunque numeraret eos, numeraret etiam d per correlarium pręcedentis, ſicq; eſſent d & c compoſiti, quod eſt

a . . . .
b . . . .
c . . .

a . . . .   d . . . .
b . . . .   e . .
c . . . .
c . . . .
c . . . . . .

contra

contra hypotheſin. Si autem c & d ſunt compoſiti, erũt etiam a, b, c, adinuicem compoſiti. Sit enim per præmiſſam e, maximus numerans c & d, qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b, quare per diffinitionem a b c, ſunt adinuicem compoſiti. Simili quoq; modo ſcietur, propoſitis quotlibet pluribus quàm tribus, an omnes ſint adinuicem compoſiti. Propoſitis itaq; tribus qui ſunt adinuicem cõpoſiti, qui etiam ſint a, b, c, uolo inuenire maximum numerum numerãtem omnes. Sumo ſecundum doctrinam præmiſſæ, d maximũ numerãtem a & b, qui ſi numerat c, ipſe eſt quem quærimus: alioqui per correlarium præcedentis ſequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat c, erũt tamen c & d adinuicem compoſiti per hypotheſin & correlarium præcedẽtis & diffinitionem: ſit igitur maximus eos numerãs e, dico e eſſe maximum numerantem a, b, c. Quod enim eos numeret, patet per hanc ultimam hypotheſin, quæ eſt ipſum eſſe maximum numerantem c & d, & per penultimam conceptionem. Et quòd nullus eo maior numeret eos, ſic patet: ſit enim ſi poteſt fieri, f maior e, qui numeret a b c, qui cùm numeret a & b, numerabit per correlarium præmiſſæ d, & quia etiam numerat c, numerabit per idem correlarium e, maior uidelicet minorem, quod eſt impoſſibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e, numerans a b c: quod eſt propoſitum.

a ....
b ....
c ...

a .... d ....
b .... e ..
c ....
c ....
c ......

a .... d ....
b .... e ..
e .... f ...
c ......

CAMPANI *additio.*

Simili quoque modo inuenietur maximus numerus, numerans quotlibet plures tribus adinuicem compoſitos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere, quia idem eſt modus & ars in tribus & pluribus.

Ex ultimo autem huius demonſtrationis proceſſu, poſſumus etiam iſtud correlarium huic tertiæ concluſioni adijcere.

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt quòd omnis numerus numerans quotlibet adinuicem cõpoſitos, numerat maximum numerantem eos omnes, & etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 3.*

Tribus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem menſuram inuenire.

THEON ex *Zamb. Sint dati tres numeri non primi adinuicem α β γ, oportet iam ipſorũ α β γ, maximam communem dimenſionẽ inuenire. Sumatur ipſorum α β, maxima cõmunis menſura δ, (per 2 ſeptimi.) Iam ipſe δ, ipſum γ aut metitur aut nõ metitur, metiatur primum: metitur autem ipſos & α β. Igitur δ metitur ipſos α ϐ γ. Igitur δ, ipſorũ α β γ, communis dimenſio eſt. Dico iam quòd & maxima. Si autem δ ipſorum α ϐ γ non eſt maxima communis mẽſura, metietur ipſos α β γ, numeros aliquis numerus maior ipſo δ. Metiatur, & eſto ε. Quoniam enim ε metitur ipſos α β γ, metietur igitur & ipſos α β. Igitur & ipſorum α β, maximam communem menſuram metietur, (per correlarium ſecundæ ſeptimi.) Ipſorum autem α ϐ, maxima communis menſura eſt δ. Igitur γ ipſum δ metietur, maior minorem, quod eſt impoßibile (per conſtructionem.) Ipſos igitur α β γ numeros, numerus aliquis non metietur, maior exiſtens ipſo δ. Igitur δ ipſorum α β γ, maxima communis dimenſio eſt. Non metiatur iam δ ipſum γ. Dico quòd primum δ & γ, non ſunt primi adinuicem. Quoniam enim α ϐ γ, (per hypotheſin) nõ ſunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus. At ipſos α ϐ γ metiens, metietur & ipſos α β, & ipſorum α β maximam menſuram δ metietur (per correlarium ſecundæ ſeptimi.) Metitur autem & γ. Ipſos igitur δ γ numeros, numerus aliquis metietur: igitur δ & γ, non ſunt primi adinuicem. Sumatur (per 1 ſeptimi) igitur ipſorum δ γ, maxima cõmunis menſura ε, & quoniam ε ipſum δ metitur, at δ ipſos α ϐ, metitur, & ε igitur ipſos α β, metitur: metitur autem & γ. Igitur ε ipſos α ϐ γ, metitur. Igitur ε ipſorum α β γ, communis dimenſio eſt. Dico autem quòd & maxima. Si autem ε ipſorum α β γ, non eſt maxima menſura, ipſos α ϐ γ numeros metietur, aliquis numerus maior exiſtens ipſo ε, metiatur, & eſto ζ. Et quoniam ζ ipſos α β γ metitur, & ipſos α ϐ metitur, & ipſorum α β, igitur communem maximam*

α ....
β ....
γ ....
δ ..
ε ...

α ....
β ....
γ ....
δ ....
ε ..
ζ ...

menſuram metietur (per correlarium ſecundæ ſeptimi.) Ipſorum autem α β, maxima communis menſura eſt δ. Igitur ζ ipſum δ metitur: metitur autem & γ. Igitur ζ ipſos δ γ, metitur & ipſorum δ γ, maximam communem menſuram metietur (per idem.) At ipſorum δ γ, maxima communis menſura eſt ε. Igitur ζ ipſum ε metitur, maior minorem, quod eſt impoßibile. Ipſos igitur α β γ, numeros numerus aliquis non metitur maior exiſtens ipſo ε. Igitur ε ipſorum α β γ, maxima communis dimenſio eſt: quod feciſſe oportuit.

α ....ε
β ....
γ ....
δ ......
ε ..
ζ ...

CORRELARIVM.

Proinde manifeſtum eſt, quòd ſi numerus aliquis tres numeros metitur, & maximam eorum communem dimenſionem metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicem, maxima communis dimenſio inuenietur & correlarium ſuccedet.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

OMnium duorum numerorum inęqualium, minor maioris aut pars, aut partes. 4

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, b minor, dico quòd b eſt pars uel partes a. Aut enim b numerat a, aut non: ſi numerat, pars eius eſt per diffinitionem. Si non numerat ipſum, aut ergo ſunt adinuicem primi, aut non: ſi non ſunt adinuicem primi, habebunt per diffinitionem partem communem, quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur eſſe b per diffinitionem: ſi autem ſint adinuicem primi, quia tamen omnis numeri pars eſt unitas ab ipſo denominata, patet idem per unitates.

a ....
b ....
b ......
b ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 4.*

Omnis numerus, omnis numeri minor maioris aut pars eſt, aut partes. 4

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri α βγ, & ſit minor βγ. Dico quòd βγ ipſius α, aut pars eſt aut partes. Ipſi enim α βγ, aut primi adinuicem ſunt, aut non: ſint primum α βγ, primi adinuicem. Diuiſo etenim βγ in eas quæ in ipſo ſunt unitates, erit unaquæque unitas earũ quæ in βγ, pars aliqua ipſius α: proinde partes ſunt βγ, ipſius α. Non ſint autem ipſi α βγ, primi adinuicem. Iam βγ ipſum α aut metitur, aut non metitur. Si quidem igitur βγ ipſum α metitur, pars eſt βγ ipſius α. Si autem non, ſumatur (per ſecundam ſeptimi) ipſorum α βγ, maxima communis menſura, ſitq́; δ. Diuidatur βγ in æquales ipſi δ, hoc eſt βε, εζ & ζγ. Et quoniam δ ipſum α metitur, pars eſt δ ipſius α: æqualis autem eſt δ unicuiq; ipſorum βε, εζ & ζγ: & unuſquiſq; igitur ipſorum βε, εζ & ζγ, ipſius α eſt pars. Quare partes eſt βγ ipſius α. Omnis igitur numerus, omnis numeri minor maioris aut pars eſt aut partes: quod demonſtrare oportebat.*

α ....
β ....γ
β ......γ
β...ε...ζ...γ
δ ...

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

SI fuerint quatuor numeri, quorũ primus tota pars ſecundi quota tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti tota pars ſecundi & quarti pariter acceptorum, quota primus ſecundi. 5

CAMPANVS. Volẽs Euclides hos libros de numeris aliquo præcedẽtium non indigere, ſed per ſeipſos ſtare, partem eius quod propoſuit per primã quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc quintam huius ſeptimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a b c d, ſitq́ b tota pars a, quota d, c: dico quòd b & d pariter accepti ſunt tota pars a & c pariter acceptorũ, quota b eſt a: diuiſis enim a & c ſecundum quantitatem b & d, argumentare ſicut in prima quinti erit enim ut totidẽ ſint partes a, quot c per poſitionem, & ut aggregatum ex prima parte a & prima c, ſit ęquale aggregato ex b & d: ſimiliter quoq; & aggregatum ex ſecunda parte a & ſecũda c, & quia hæc aggregatio toties poteſt fieri quoties continetur b in a, ſequitur ut numerus ęqualis aggregato ex b & d, toties contineatur in aggregato ex a & c, quoties b continetur in a: quare conſtat propoſitum.

a .... c ......
b .... d ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 5.*

Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uterque utriuſque eadem pars erit, quæ unus unius. 5

THEON ex Zamb. *Numerus enim α, numeri βγ eſto pars, & alter δ alterius εζ eadem pars, quæ eſt α ipſius βγ. Dico quòd uterque α δ, utriuſq; βγ & εζ eadem pars eſt, quæ & α ipſius*

ε ......

ε, ipſius ζ γ. Quoniam enim α pars eſt ipſius β γ, eadēq; pars eſt δ ipſius ε ζ. quot igitur ſunt in ipſo β γ numeri æquales ipſius α, tot ſunt & in ipſo ε ζ numeri æquales ipſi δ. Diuidatur, inquam, β γ in æquales ipſi α, hoc eſt β η & η γ, & ε ζ in æquales ipſi δ, hoc eſt ε θ, & θ ζ, erit iam æqualis multitudo ipſorum β η & η γ, multitudini ipſorum ε θ & θ ζ. Et quoniam æqualis eſt β η ipſi α, & ε θ ipſi δ, igitur β η & ε θ, α δ ſunt æquales. Id propterea enim η γ ipſi α eſt æqualis, & θ ζ ipſi δ: ipſi igitur η γ θ ζ ipſis α δ æquales ſunt. Quot igitur ſunt ipſo β γ numeri æquales ipſi α, tot ſunt & in β γ & ε ζ æquales ipſi α, δ. Quotuplex igitur eſt β γ ipſius α, totuplex eſt & uterque β γ & ε ζ, utriuſq; α, δ. Quæ igitur pars eſt α ipſius β γ, eadem pars eſt, & uterq; α, δ, utriuſq; β γ & ε ζ: quod oportebat demonſtrare.

β.......η.......γ
δ....
ε....θ....ζ

Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

SI fuerint quatuor numeri, quorū primus totæ partes ſecundi quotæ tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti totę partes ſecundi & quarti pariter acceptorū, quotę primus ſecundi.

CAMPANVS. Quod propoſuit præmiſſa de parte, proponit iſta de partibus. Sint itaq; ut prius quatuor numeri a, b, c, d, ſitq; ut b ſit tot & totæ partes a, quot & quotæ d eſt c: dico quòd b & d pariter accepti erunt tot & totæ partes a & c pariter acceptorum, quot & quotæ b eſt a. Dico autem tot & totas, quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur, quorum alter numerator dicitur, alter denominator: ut cùm dicimus tres quintæ, ternarius numerat, quinarius denominat. Quia igitur b eſt partes a, ſit ut ſint partes eius numeratæ ab h & denominatæ à k, eritq; ſimiliter per poſitionem, d partes c numeratæ ab h & denominatæ à k. Vna itaq; partium b ſit e, & una partium d ſit f, eritq; per hypotheſin, e pars b denominata ab h. & pars a denominata à k. Similiter quoq; & f erit pars d ſecundū h, & pars c ſecundum k. Compoſitus igitur ex e & f ſit g, eritq; per præmiſſam, g pars b & d pariter acceptorum, ſecundum h, itemq; per eandem erit pars a & c pariter acceptorum, ſecundum K: quare per 16 diffinitionem, erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorum numeratæ ab h & denominatæ à k, eo quòd eorum communis pars eſt g minoris ſecundum h & maioris ſecundum K, & quia ſic erat b, a, conſtat propoſitum.

a...... c...........
b.... d ....
g
e..f....
h.. k...

CAMPANI *annotatio*. Potes autē & per hanc & præmiſſam, quod proponit de quatuor numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quòd ſi quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur, fuerintq; ſinguli ſingulorū tota pars aut partes, quota uel quotæ primus ſecundi, erunt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum, quota uel quotæ primus ſecundi, quod facilè probatur per hanc & præmiſſam, quoties oportuerit repetitas. Et ſi crederemus eſſe intentionem Euclidis aſſumere ex prius demonſtratis, aliqua ad demonſtrationem eorum quę hic proponit, ex 13 quinti facilè demonſtraſſemus hanc ſextam. Nunc autē quia uidetur oppoſitum (aliter enim ſuperuacuè propoſuiſſet multa de numeris, quæ demonſtrata ſunt in quinto de quantitatibus in genere) neceſſe habuimus proprijs uti demonſtrationibus tanquam ex prioribus nihil ſumentes, ſolis huius ſeptimi contenti principijs: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones, propoſito proprias non inconuenienter huius ſeptimi principio appoſuimus.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 6.

6 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uterq; utriuſq; eædem partes erunt, quæ unus unius.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α β, numeri γ eſto partes, & alter δ ε, alterius ζ eædem partes, quæ α β ipſius γ. Dico quòd & uterq; α β & δ ε, utriuſq; γ, ζ, eædem partes ſunt, quæ α β ipſius γ. Quoniā enim quales partes eſt α β ipſius γ, eædem partes eſt & δ ε ipſius ζ: quot igitur partes ſunt in ipſo α β ipſius γ, tot partes & in δ ε, ipſius ζ. Diuidatur quidem α β in partes ipſius γ, hoc eſt α η & η β, necnō δ ε in partes ipſius ζ, hoc eſt δ θ, & θ ε. Erit multitudo ipſorū α η, η β æqualis multitudini ipſorū δ θ, θ ε: & quoniam qualis pars eſt α η ipſius γ, talis pars eſt & δ θ ipſius ζ: qualis igitur pars eſt α η ipſius γ, talis pars eſt et uterq; α η & δ θ utriuſq; γ, ζ. Id propterea & qualis pars η β ipſius γ, talis pars eſt & uterque η β & θ ε, utriuſq; γ ζ. Quales igitur partes ſunt α β ipſius γ, tales partes ſunt et uterq; α β & δ ε, utriuſque γ, ζ: quod oportebat demonſtrare.*

α...η...β
γ.........
δ....θ....ε
ζ..........

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

SI fuerint duo numeri quorum unus alterius pars, detraha- 7
turq́ ab ambobus ipſa pars, erit reliquus tota pars reliqui, quota totus totius.

CAMPANVS. Quod proponit hic Euclides de numeris, propoſuit ſuperius in quinta quinti de quātitatibus in genere. Sit ita ut quota pars eſt totus a totius b, totus ſit c detractus ab a, d detracti a b: dico quòd tota erit e reſiduus a f reſidui b, quota eſt totus a totius b, & hæc eſt quaſi conuerſa quintæ. Sit enim per petitionem, e tota pars g, quota c eſt d, eritq́ per 5, tota pars a compoſiti ex g & d, quota c, d: quare & quota eſt a, b: igitur per ſecundam conceptionem compoſitus ex g & d eſt æqualis b: demptio itaq́ ab utroq́ numero, d, erit g ęqualis f, quare erit e tota pars f, quota eſt a, b, tota enim erat e, g: quod eſt propoſitum.

g

b
f........d....
a
e. ...c..

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 7.*

Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati, & reliquus reli- 7
qui pars erit qualis totus totius.

THEON *ex Zamb. Numerus enim αβ numeri γδ pars eſto, qualis ablatus αε ablati γζ. Dico quòd & reliquus εβ reliqui ζδ eadem eſt pars, qualis eſt totius αβ totius γδ. Qualis enim pars eſt αε ipſius γζ, talis pars eſto & εβ ipſius γη. Et quoniam qualis pars eſt αε ipſius γζ, talis pars eſt & εβ ipſius γη, qualis igitur pars eſt αε ipſius γζ, talis eſt (per 5 ſeptimi) & αβ ipſius ζη. Qualis autem pars eſt αε ipſius γζ, talis pars ſupponitur αβ ipſius γδ. Qualis pars igitur eſt αβ ipſius ζη, talis pars eſt αβ ipſius γδ: igitur αβ, utriuſq́ ipſorum ηζ & γδ eadem pars eſt: æqualis igitur eſt ζη ipſi γδ. Communis auferatur γζ. Reliquus igitur ηγ, reliquo ζδ eſt æqualis. Et quoniam qualis pars eſt αε ipſius γζ, talis pars eſt εβ ipſius ηγ, æqualis autem eſt ηγ ipſi ζδ, qualis igitur pars eſt αε ipſius γζ, talis pars eſt & εβ ipſius ζδ. Sed qualis pars eſt αε ipſius γζ, talis pars eſt & αβ ipſius γδ: qualis igitur pars eſt εβ ipſius ζδ, talis pars eſt & αβ ipſius γδ. Et reliquus igitur εβ, reliqui ζδ talis eſt pars, qualis totus αβ totius γδ: quod oportebat demonſtrare.*

η....γ.........ζ....δ
α....ε..β

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

SI à duobus numeris (quorum alter alterius partes) propo- 8
ſitis partes illæ ſubtrahantur, erit reliquus reliqui eædem partes quæ eſt totus totius.

CAMPANVS. Hæc eſt quaſi conuerſa ſextæ, ut ſi ſit quot & quotæ partes eſt totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b, ad detracti a b, erit e reſiduus a, tot & totæ partes f reſidui b, quot & quotæ eſt a b. Sit enim g una partium a, & h una partium c, eritq́ propter hypotheſin, g tota pars a, quota h, c, & tota b, quota h, d: detrahatur h de g, & remaneat k, eritq́ k per præmiſſam, tota pars e, quota g, a, & tota f per eandem, quota g, b: quia igitur e & f habent partem communem quę eſt k, erit per 16 diffinitionem, e partes f tot quidem quota pars eſt K, e, & totæ, quota eſt K, f. & quia tot & totæ erat a, b patet propoſitum.

b
f... d......
a
e.. c....
g.. k.
h..

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 8.*

Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati, & reliquus reli- 8
qui, eædem partes erit, quæ totus totius.

THEON *ex Zamb. Numerus enim αβ, numeri γδ partes eſto, quæ ablatus αε, ablati γζ. Dico quòd reliquus εβ, reliqui ζδ eædem partes eſt, quæ totus αβ totius γδ. Ponatur enim ipſi αβ æqualis ηθ, quæ igitur partes eſt ηθ ipſius γδ, eædē partes eſt & αε ipſius γζ. Diuidatur quidē ηθ in ipſius γδ partes, hoc eſt ηκ & κθ & αε in ipſius γζ partes, hoc eſt αλ & λε, erit autem æqualis multitudo ipſorum ηκ & κθ multitudini ipſorū αλ & λε, & quoniā qualis pars eſt ηκ ipſius γδ, talis pars eſt & αλ ipſius γζ: maior autem eſt γδ ipſo γζ, maior igitur eſt et ηκ ipſo αλ, ponatur ipſi αλ æqualis μη. Igitur qualis pars eſt ηκ ipſius γδ, talis pars eſt*

α...λ.....β
γ..........ζ...δ
η... μ. κ....ν. θ

pars eſt & η μ ipſius γ ζ. & reliquus igitur μ κ (per 7 ſeptimi) reliqui ζ δ eadem pars eſt ſicut totus η κ totius γ δ. Rurſus quoniam qualis pars eſt η θ ipſius γ δ talis pars eſt & ι λ ipſius γ ζ, maior autē eſt γ δ ipſo γ ζ. maior igitur eſt & θ κ ipſo ι λ, ponatur ipſi ι λ æqualis κ ν. Qualis igitur pars eſt η θ ipſius γ δ, talis pars eſt & η ν ipſius γ ζ, & reliquus igitur ν θ (per 7 ſeptimi) reliqui ζ δ eadē pars eſt, quæ totus η θ totius γ δ: patuit autem quòd & reliquus μ κ reliqui ζ δ eadem pars eſt, qualis totus η κ totius δ γ: & uterq; igitur μ κ & ν θ (per 5 ſeptimi) ipſius δ ζ eædem partes eſt, quæ totus θ η totius γ δ. Aequalis autem eſt uterq; ſimul μ κ & ν θ ipſi ι ε. At θ κ ipſi β α, & reliquus igitur ι ε, reliqui ζ δ eædem partes eſt, quæ totus η β totius γ δ: quod oportebat demonſtrare.

α . . . . . . λ . . . . ι . . . β

η . . . μ . ν . . . . γ . θ

γ . . . . ζ . . . δ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 SI fuerint quatuor numeri, quorum primus ſecūdi tota pars quota tertius quarti, erit permutatim tota pars aut partes primus tertij, quota pars aut partes ſecundus quarti.

CAMPANVS. Sit a primus tota pars b ſecundi, quota c tertius d quarti: ſintq; a & b minores c & d: aliter enim eſſet econuerſo et quod proponit: dico quòd quota pars uel partes eſt a, c, tota uel totæ eſt b, d: diuidantur enim, b quidem ſecundum quantitatem a, d uerò ſecūdum c, eruntq; per præſentem hypotheſin, tot partes b, quot d: & quia unaquæq; partium b eſt æqualis a, & unaquæq; d, c, eſt autem a, c, pars aut partes per præſentem hypotheſin, & per quartam huius, erit unaquæq; partium b ſuæ comparis ex partibus d ut prima primæ ſecundæ: ſicq; de cæteris tota pars aut partes quota uel quotæ eſt a, c, per 5 igitur uel 6 ſub diſiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ eſt a, c: quod eſt propoſitum.

b . . . . . . d . . . .

a . . .   c . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 9.*

9 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uiciſſim qualis pars eſt uel partes primus tertij, eadem pars erit uel partes ſecundus quarti.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α numeri β γ eſto pars, & alter δ alterius ε ζ eadem pars, qualis eſt α ipſius β γ: minorem eſto α ipſo δ. Dico quòd & uiciſſim qualis pars eſt α ipſius δ uel partes, eadem pars eſt uel partes β γ ipſius ε ζ. Quoniā enim qualis pars eſt α ipſius β γ, talis pars eſt & δ ipſius ε ζ, quot igitur ſunt in β γ numeri æquales ipſi α, tot ſunt & in ε ζ æquales ipſi δ. Dirimatur quidem β γ in ipſi α æquales, hoc eſt β η & η γ, & ε ζ in ipſi δ æquales, hoc eſt ε θ & θ ζ, eſt iam æqualis multitudo ipſorum β η & η γ, multitudini ipſorum ε θ et θ ζ: & quoniam æquales ſunt β η & η γ numeri adinuicem, & ε θ & θ ζ numeri, ſibijnuicem ſunt æquales, & æqualis eſt multitudo ipſorum β η & η γ multitudini ipſorum ε θ & θ ζ: æqualis igitur pars eſt β η ipſius ε θ uel partes, eadem pars eſt η γ ipſius θ ζ uel eædem partes. Itaq; qualis pars eſt β η ipſius ε θ uel partes, talis pars eſt (per 2 quinti & 5 ſeptimi) & uterq; β γ utriuſq; ε ζ uel eædem partes, taqualis autem eſt η β ipſi α, & ε θ ipſi δ. Qualis igitur pars eſt α ipſius δ uel partes, eadem pars eſt & β γ ipſius ε ζ uel eædem partes: quod oportebat demonſtrare.*

α . . . .

β . . . . η . . . . γ

δ . . . . .

ε . . . . . θ . . . . . ζ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 SI fuerint quatuor numeri, quorū primus totæ partes ſecundi quotæ tertius quarti, erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quotæ ſecundus quarti.

CAMPANVS. Sint quatuor numeri ut prius, quorum ſimiliter minores ſint a & b, ſitq; a totæ partes b, quotæ c eſt d: dico quòd quota pars aut partes eſt a, c, tota uel totæ eſt b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui ſunt a & c: eruntq; per præſentē hypotheſin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; ex partibus a eſt tota pars b, quota quælibet ex partibus c eſt d (hoc enim habemus ex noſtra hypotheſi) erit permutatim per præmiſſam, ut quota pars aut partes eſt b, d, tota uel totæ ſit unaquæq; ex partibus a ſuæ comparis ex partibus c: per quintam igitur uel 6 ſub diſiūctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ eſt a, c: quod eſt propoſitum.

a . . . .   b . . . . . .

c . . . . d . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 10.*

10 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uiciſſim

ciſſim quæ partes eſt primus tertij uel pars, eædem partes erit & ſecundus quarti uel eadem pars.

THEON ex Zamb. *Numerus enim αβ, numeri γ partes eſto, & alter δε, alterius ζ eædem eſto partes, ſit autem αβ, ipſo γ δ minor. Dico quòd & uiciſsim quales partes eſt αβ ipſius δε, uel pars eædē partes eſt & γ ipſius ζ uel eadem pars. Quoniam enim quales partes eſt αβ ipſius γ, eædem partes eſt & δε ipſius ζ, quot igitur ſunt in ipſo αβ partes ipſius γ, tot & in δε ſunt partes ipſius ζ. Diuidatur quidē αβ in ipſius γ partes (æquales) hoc eſt αη & ηβ. Itidemq; δε in ipſius ζ partes (æquales) hoc eſt δθ & θε, erit iam æqualis multitudo ipſorum αη & ηβ, multitudini ipſorū δθ & θε. Et quoniam qualis pars eſt αη ipſius γ, eadem pars eſt & δθ ipſius ζ, uiciſsim quoq; (per præcedentem) qualis pars eſt αη ipſius δθ uel partes, eadem pars eſt & γ ipſius ζ uel eædem partes. Id propterea qualis pars eſt ηβ ipſius θε uel partes, talis pars eſt & γ ipſius ζ uel partes. Quare qualis pars eſt αη ipſius δθ uel partes, eadem pars eſt & αβ ipſius δε uel eædem partes (per diffinitionem) Sed (per 6 ſeptimi) qualis pars eſt αη ipſius δθ uel partes, talis pars oſtenſus eſt & γ ipſius ζ, uel eædem partes, & (per 12 quinti) quales igitur partes eſt & αβ ipſius δε uel pars, eædem partes eſt & γ ipſius ζ uel eadem pars: quod oportebat demonſtrare.*

ζ . . . .
δ . . . . . θ . . . . . ε
γ . . . . . .
α . . η . . β

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

SI fuerint quatuor numeri proportionales, quorum primus ſecundo & tertius quarto ſit maior, erit ſecundus tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertij. Quòd ſi ſecundus fuerit tota pars aut partes primi quota uel quotæ quartus tertij, quatuor numeros proportionales eſſe conueniet. 11

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d, ſintq; a & c maiores. Dico quòd quota pars aut partes eſt b a, tota uel totæ eſt d, c, & econuerſo. Erit enim per conuerſionem diffinitionis ſimilium proportionum, ut quoties b in a, toties ſit d in c, & ſi qua pars aut partes b ſuperfluunt in a, tota pars aut partes d ſuperfluant in c, ſi itaq; cōtineatur b in a ſine ſuperfluitate partis, quia toties ſine ſuperfluitate continetur d in c, erit per diffinitionem ſimilium partium quota pars b a, tot ad c. Quod ſi quotieslibet continetur b a cum ſuperfluitate partis, toties cōtinetur d in c cum ſuperfluitate ſimilis partis, diſtincto a ſecundum b ut ſuperfluitate, atq; c ſecūdum d ut ſuperfluat f, erit tota pars e b quota f, d. At quia toties continetur b in differentia a ad e, quoties d in differentia c ad f, erit per communē ſciētiam toties e in a quoties f in c: cùm igitur a & b habeant e partem communem, ſimiliter c & d, f, ſitq; itaq; e in b quoties f in d, itemq; e in a quoties f in c, erit per 16 diffinitionem, b tot & totæ partes a, quot & quotæ d c. Si autem quotieslibet b continetur in a cum ſuperfluitate quotlibet partium, toties continetur d in c cum ſuperfluitate totidem & ſimilium partium, diſtincto a ſecundum b ut ſuperfluat e, ſimiliter c ſecūdum d ut ſuperfluat f, erit e tot & totæ partes b, quot & quotæ f, d. Sumpta itaq; una ex ipſis, argumentandum ut prius, ſicq; patet primum. Secundum ſic. Sit b, a, tota pars aut partes, quota uel quotæ d, c, dico quòd erit proportio a ad b, ſicut c ad d: ſi enim eſt tota pars, conſtat propoſitum. Si autem totæ partes, diuiſis eis ſecundum partes illas, patebit toties eſſe b in a, quoties d in c, & totam partem aut partes b, ſuperfluere in a, quota an quotæ d ſuperfluunt in c, per diffinitionem itaq; eſt proportio a ad b, ſicut c ad d, ſicq; liquet totum.

a . . . . . . c . . . .
b . . . d . . . .

a c
. . . . e . . . . f . . . .
b d
. . . .

a c
. . . . . . e . . . . f . .
b d
. . . .

Hæc undecima, in Zamberto nullam habet reſpondentem.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

SI à duobus numeris ſecūdum ſuas proportiones duo numeri detrahantur, erit proportio reliqui ad reliquū tanquam proportio totius ad totum. 12

CAMPANVS. Quod propoſuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic de numeris. Vt ſi ſit proportio totius a ad totum b ſicut c detractū ab a ad d detractum a b, erit e reſidui a ad f reſiduum b, ſicut a ad b. Si enim a ſit minor b, erit per præſentem hypotheſin & per conuerſionem diffinitionis

b
d . . . f . . . . .
a
c . . . e . . . .

nitionis, e tota pars aut partes d, quota uel quotæ eſt a, b: per 7 igitur uel 8, erit e tota pars aut partes f, quota uel quotæ eſt a, b: per diffinitionem igitur erit proportio una, quod eſt propoſitum. Quod ſi a ſit maior b, erit per primam partem pręmiſſæ quota pars aut partes b, a, tota uel totæ d, e, quare per 7 uel 8, tota uel totæ erit f, e, itaque per ſecundam partem præmiſſæ erit e ad f, ſicut a ad b, quare conſtat propoſitum.

b
d . . . f . . .
a
c . . . . . e . . . .

Campani *annotatio.* Cedunt autẽ huic, 7 & 8, hæc enim ſola quod ambæ illæ, continet. Volunt autem quidam ſecundam partem huius probare per 19 quinti, ſed ſi hoc intẽderet Euclides, cùm iſta proponat particulariter quod illa uniuerſaliter, uanè (illa demõſtrata in quinto) propoſuiſſet hanc hic in ſeptimo, & quia iterum non demõſtrant eam ſimpliciter per 19 quinti. At uerò nec modum demonſtrationis illius poſſunt affirmare ad demonſtrationẽ huius, cùm illa demonſtretur in quantitatibus in genere per proportionalitatem permutatam, quæ infrà demonſtratur in numeris. Exiſtimo autem, & rationabiliter conuinci uidetur Euclidem (quem uultum demonſtratoris arithmetici, gratia decimi, in quo ſine numerorũ aliqua præcognitione tranſire non poterat, conſtat aſſumere) idcirco plurima eorum quæ in quinto de quantitatibus in genere demonſtrauit, hic repetere demonſtranda de numeris, quoniam per alia principia propria uidelicet numerorum, quæ magis nota ſunt intellectui quàm ea per quæ proceſſit in quinto, ipſa demonſtrare intendit, principia enim quinti propter malitiam quãtitatum incommunicantiũ difficilia ſunt: principia uerò numerorum, magis ultrò ſe intellectui applicant faciliusq; quàm illa. Egent enim illa intellectu magis diſpoſito.

Hæc ſequens undecima Euclidis ex Zamberto propoſitio, duodecimæ præcedenti ex Campano reſpondet.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 11.*

12 Si fuerit ſicut totus ad totum, ſic ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit, ſicut totus ad totum.

THEON *ex Zamb. Eſto ſicut totus* αβ *ad totũ* γδ, *ſic ablatus* αε *ad ablatum* γζ. *Dico quòd & reliquus* εβ *ad reliquum* ζδ, *eſt ſicut totus* αβ *ad totum* γδ. *Quoniam enim eſt ſicut* αβ *ad* γδ *ſic* αε *ad* γζ, *qualis igitur pars eſt* αβ *ipſius* γδ *uel partes, eadẽ pars eſt &* αε *ipſius* γζ *uel eædem partes, & reliquus igitur* εβ *(per 8 ſeptimi) reliqui* ζδ *eadem pars eſt uel partes, quæ* αβ *ipſius* γδ*: eſt igitur (per 11 quinti) ſicut* εβ *ad* ζδ, *ſic* αβ *ad* γδ*: quod oportebat demonſtrare.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

13 SI fuerint quotlibet numeri proportionales, quantus erit unus antecedens ad ſuum conſequentẽ, tanti erunt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes cõſequẽtes pariter acceptos.

Campanvs. Quod proponit Euclides per 13 quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc de numeris. Vt ſi ſint a, b, & c, d, & e, f, proportionales, dico quòd quæ eſt proportio a ad b ea eſt quæ a, c, e, pariter acceptorum ad b, d, f pariter acceptos. Si enim a, c, e ſint minores b, d, f, erit per conuerſionẽ diffinitionis quota pars aut partes a b, tota uel totæ c, d, & e, f: per 5 ergo uel per 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes a, b, tota uel totæ a, c, e pariter accepti b, d, f pariter acceptorũ, quare per diffinitionem, proportio una. Si autem a, c, e, ſunt maiores b, d, f, erit per primam partem 11, quota pars uel partes b, a, tota uel totæ d, c & f, e, per 5 ergo uel 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes b, a, tota uel totæ b, d, f, pariter accepti a, c, e pariter acceptorum: itaq; per ſecundam partem 11, proportio a ad b ſicut a, c, e pariter acceptorum, ad b, d, f pariter acceptos: quod eſt propoſitum.

a . . . . c . . . e . . b . . . . d . . . . . . f . . . .

a . . . . c . . . . . .
b . . . . d . . . f . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 12.*

14 Si fuerint quotcunq; numeri proportionales, erit ſicut unus antecedentium ad unũ ſequentiũ, ſic omnes antecedẽtes ad omnes conſequẽtes.

THEON *ex Zãb. Sint quotcũq; numeri proportionales* α, β, γ, δ, *ſicut* α *ad* β *ſic* γ *ad* δ. *Dico quòd eſt ſicut* α *ad* β, *ſic ſunt* α *&* γ *ad* β *&* δ. *Quoniã enim (per hypotheſin) eſt ſicut* α *ad* β *ſic* γ *ad* δ, *qualis igitur pars eſt* α *ipſius* β *uel partes, eadẽ pars eſt &* γ *ipſius* δ *uel partes, & (per 5 ſeptimi) uterq; igitur* α, γ, *utriuſq;* β, δ, *eadẽ pars eſt uel eædem partes, quæ* α *ipſius* β*: eſt igitur (per 12 quinti) ſicut* α *ad* β, *ſic* α γ *ad* β δ*: quod erat demonſtrandum.*

. . d
. . . c
. . . . . b
. . . . a

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

SI fuerint quatuor numeri proportionales, permutatim quoque proportionales erunt. 14

Campanvs. Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutatæ, quam demonſtrauit Euclides per 16 quinti in genere, proponit hic demonſtrandum in numeris. Vt ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d, erit permutatim a ad c ſicut b ad d, erit enim a maior b aut minor, ſimiliter quoq; & maior c aut minor.

Sit itaq; primò minor utroq;, erit ergo per præſentem hypotheſin & conuerſionem diffinitionis a tota pars aut partes b, a . . b . . . . c . . . d . . . . . . quota uel quotæ c, d, per 9 itaq; uel 10, erit permutatim a tota pars aut partes c, quota uel quotæ b, d, quare per diffinitionem proportio una. Sit ſecundò a maior utroq;, erit per primã partem 11, ut quota pars aut partes eſt b, a, a . . . . . . b . . . c . . . . d . . tota uel totæ ſit d, c, quare per 9 uel 10 tota pars aut partes erit b, d, quota uel quotæ c, a. Igitur per ſecundam partem 11 erit a ad c, ſicut b ad d. Sit tertio a maior b, & minor c, eritq; per primam partem 11 tota pars aut partes b, a, a . . . . b . . c . . . . . . d . . . quota uel quotæ eſt d c, quare per 9 uel 10 quota uel quotæ eſt a c, tota uel totæ erit b d, per diffinitionem itaq; proportio una. Vltimò quoq; ſit a minor b, maiorq; c: eritq; ut tota pars aut partes ſit c, d, quota uel quotæ eſt a, b, a . . . b . . . . . . c . . d . . . . per 9 itaq; uel 10 erit tota uel totæ d, b, quota uel quotæ c, a, quare per ſecundam partem undecimæ, b ad d, ſicut a ad c, ſicq; conſtat propoſitum. Huic autem cedunt 9 uel 10, quia hæc ſola quod ambæ illæ proponit.

Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propoſitio 14.*

Si quatuor numeri proportionales fuerint, & uiciſſim proportionales erunt. 14

THEON *ex Zamb. Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ.* Dico quòd *& uiciſsim proportionales erunt, ſicut α ad γ, ſic β ad δ.* α . . . . β . . . . *Quoniam etim (per hypotheſin) eſt ſicut α ad β ſic γ ad δ, qualis igitur pars eſt* γ . . . . δ . . . *α ipſius β uel partes, eadẽ pars eſt & γ ipſius δ uel partes (per 6 ſeptimi.) Viciſsim igitur qualis pars eſt α ipſius γ uel partes, eadẽ pars eſt & β ipſius δ uel partes (per 9 ſeptimi & 10 eiuſdẽ.) Sicut igitur α ad γ, ſic β ad δ (per 11 quinti) quod erat demonſtrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

SI fuerint quotlibet numeri aliiq; ſecũdum eorum numerum, omnesq; duo ex prioribus ſecundũ proportionem omnium duorum ex poſterioribus, in proportione ęqualitatis proportionales erunt. 15

Campanvs. Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas, quam demõſtrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic demonſtrandum in numeris directæ proportionalitatis: æquam autẽ proportionalitatẽ quam demonſtrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectę proportionalitatis, non proponit demonſtrandũ in numeris, ſed eam demonſtrabimus infrà ſuper 19 huius: nec eſt neceſſariũ, ut prædemonſtremus in numeris, quod demonſtratũ eſt per 11 quinti de quantitatibus in genere, uidelicet ſi quotlibet proportiones in numeris fuerint uni æquales uel eædem, ipſas eſſe ſibi æquales uel eaſdem, hoc enim manifeſtum eſt per diffinitionem. Vt ſi a ad c & e ad f, a . . . . c . . . . . . e . . . . b . . . . d . . . f . . ſit ſicut b ad d, erit tam a c, quàm e f, tota pars aut partes, quota uel quotæ b, d, aut toties continebit a, c, & f, quoties b, d, & tota pars aut partes ſuperfluent e in a, & f in e, quota uel quotæ d in b, quia ergo quota pars aut partes eſt a c, tota uel totæ eſt e f, aut quoties a continet c toties e, f, & quota pars aut partes c ſuperfluunt in a tota uel totæ f in e, erit per diffinitionẽ a ad c ſicut e ad f. Sint igitur uti proponitur, numeri a b e, & alii totidem c, d, f, ſitq; a ad b,

a . . . . e . . . . b . . . . . . d . . . c . . . . . f . .

ſicut c ad d, & b ad e, ſicut d ad f: dico quòd erit in æqua proportionalitate a ad e, ſicut c ad f, erit enim per pręmiſſam a ad c, ſicut b ad d, ſed & b ad d, ſicut e ad f: quare a ad c, ſicut e ad f: igitur per eandem a ad e, ſicut c ad f, idem erit ſumptis pluribus, ſicq; conſtat propoſitum.

Campani *additio.* Quoniam autem Euclides cæteras quatuor ſpecies proportionalitatis quæ ſunt conuerſa, coniuncta, diſiuncta, euerſa, proponit demonſtrandas in numeris, conueniens arbitramur eas quas non autor tanquam facilè demonſtrabiles prætermiſit, demonſtrare.

Primùm

Primùm itaq; demonſtrabimus conuerſam,ut ſi ſit a ad b,ſicut c ad d:dico quòd erit ecõuerſo b ad

a........c...... .b....d...

a,ſicut d ad c:ſi enim fuerit a minor b,tunc quoq; erit c minor d,& tota pars aut partes a,b,quota uel quotæ c,d,quare per ſecundam partem 11,erit b ad a,ſicut d ad c:ſi autem fuerit a maior b,erit quoq; & c maior d,& per primam partem 11 b tota pars aut partes a,quota uel quotæ d,c,per diffinitionem igitur,b ad a,ſicut d ad c.

Diſiunctam proportionalitatem oſtendere.

Vt ſi ſit a b ad d,ſicut c d ad d,erit a ad b,ſicut c ad d,erit enim permutatim a b ad c d,ſicut b ad d per 12 ſicut a ad c,

a......... b... c...... d..

quia ergo a ad c,ſicut b ad d,erit permutatim a ad b,ſicut c ad d.

Coniunctæ proportionalitati demonſtrationem afferre.

Vt ſi ſit a ad b,ſicut c ad d,erit a b ad b,ſicut c d ad d:erit enim permutatim a ad c,ſicut b ad d:quare per 13 a b ad c d,ſicut b ad d,permutatim igitur erit a b ad b,ſicut c d ad d.

a......b...c....d..

Euerſam proportionalitatem reſtat in numeris ſtabilire.

Vt ſi ſit a b ad b,ſicut c d ad d,erit a b ad a,ſicut c d ad c,erit enim permutatim a b ad c d,ſicut b ad d,quare per 12 ſicut a ad c,permutatim igitur erit a b ad a,ſicut c d ad c,patet itaq; totum. Ex his quoq; leue eſt demonſtrare in numeris, quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere,uidelicet

a......b...c....d..

Si proportio primi ad ſecundum fuerit ſicut tertij ad quartum,quinti quoque ad ſecundum ſicut ſexti ad quartum,erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad ſecundum,ſicut tertij & ſexti pariter acceptorum ad quartum.

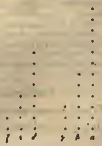
Vt ſi ſit a ad b,ſicut c ad d,itemq; e ad b,ſicut f ad d,erunt a & e pariter accepti ad b,ſicut c & f pariter accepti ad d:erit enim per conuerſam proportionalitatem b ad e,ſicut d ad f:quare per æquam proportionalitatem a ad e, ſicut c ad f, ergo coniunctim a & e ad e,ſicut c & f ad f,itaq; per æquam proportionalitatem a & e ad b,ſicut c & f ad d:quod eſt propoſitum. Eodemq; modo probabis econuerſo,ſi ſit b ad a, ſicut d ad c,itemq; b ad e,ſicut d ad f,erit b ad a & e,ſicut d ad c & f,erit enim per conuerſam proportionalitatem a ad b,ſicut c ad d:quare per æquam a ad e,ſicut c ad f,& coniunctim a & e ad e, ſicut c & f ad f:igitur econuerſo e ad a & e,ſicut f ad c & f,per æquam itaq; proportionalitatẽ erit b ad a & e,ſicut d ad c & f,quod erat propoſitum. Ex hoc quoq; manifeſtũ eſt,quòd ſi fuerit proportio quotlibet numerorum ad primum ſicut totidem aliorum ad ſecundum,erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad primum,ad primum,ſicut aggregati ex omnibus antecedentibus ad ſecundum,ad ſecundum. Itemq; econuerſo ſi fuerit proportio primi ad quotlibet numeros ſicut ſecundi ad totidem alios,erit primi ad aggregatum ex omnibus conſequentibus ad ipſum,ſicut ſecundi ad aggregatum ex omnibus conſequentibus ad ipſum.

a........e.... c...... f... b .... d...

Euclid.ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 14.*

14 Si fuerint quotcunq; numeri,& alij eiſdem æquales numero,* cum duobus ſumptis et in eadẽ ratione,& ex ęquali in eadem ratione erunt.

** σὺν δύο,bini, duo & duo.*



THEON ex Zamb. *Sint quotcũq; numeri α,β,γ & alij eiſdem æquales numero cum duobus ſumptis in eadem ratione δ,ε,ζ, ſicut quidem α ad β,ſic δ ad ε,ſicutq; β ad γ,ſic ε ad ζ. Dico quòd & ex æquali eſt ſicut α ad γ,ſic δ ad ζ. Quoniam enim(per hypotheſin)eſt ſicut α ad β,ſic δ ad ε,& uiciſsim igitur(per 13 ſextimi)eſt ſicut α ad δ,ſic β ad ε. Rurſus quoniam eſt ſicut β ad γ,ſic eſt ε ad ζ,uiciſsim igitur(per eandem)eſt ſicut β ad ε,ſic γ ad ζ,ſicut autem β ad ε,ſic α ad δ,& ſicut igitur(per 11 quinti) α ad δ,ſic γ ad ζ. Viciſsim igitur(per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad γ,ſic δ ad ζ:quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SI numeret unitas aliquem numerū quoties quilibet tertius aliquem quartum, erit quoq; permutatim, ut quoties unitas numerat tertium, toties ſecundus numeret quartum. 16

CAMPANVS. Vt ſi ſit unitas ad a, ſicut b ad c, erit permutatim unitas ad b, ſicut a ad c. Non ſuperfluit autem hæc, demonſtrata permutata proportione, non enim ex illa poteſt concludi quod hic proponitur. Nam illa demonſtrata eſt de quatuor numeris proportionalibus, unitas uerò non eſt numerus per diffinitionem. Hoc ergo modo pateat propoſitum. Diuidatur a per unitates, & c, ſecundum quantitatem b, eruntq; per præſentem hypotheſin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; partium a eſt unitas, & unaquæq; partium c eſt æqualis b, erit ut quoties unitas in b, toties unaquæq; partium a in ſua compari ex partibus c, per modum itaq; demonſtrationis quintę, ſequetur toties eſſe a in c, quoties unitas in b: quod eſt propoſitum.

unitas b..
.
a.... c........

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 15.*

Si unitas numerum aliquem metiatur, pariter autem alter numerus alium quempiam numerum metiatur, et uiciſſim pariter unitas tertium numerum metietur, & ſecundus quartum. 15

THEON ex Zamb. *Vnitas, inquam, α numerum aliquem βγ metiatur, pariter autem alius numerus δ, alium quempiam numerum εζ metiatur. Dico quòd & uicißim pariter α ipſum δ numerū metietur, & βγ ipſum εζ. Quoniam enim æquè α unitas ipſum βγ numerum metietur, & δ ipſum εζ: quot igitur ſunt in βγ nnitates, tot ſunt in εζ numeri æquales ipſi δ. Diuidatur, inquam, βγ in eas quæ in eo ſunt nnitates, hoc eſt βη, ηθ & θγ. Ipſe uerò εζ in ipſi δ æquales, hoc eſt εκ, κλ & λζ, eſt iam æqualis multitudo ipſorum βη, ηθ et θγ, multitudini ipſorū εκ, κλ & λζ, & quoniā βη, ηθ & θγ unitates ſibi innicē ſunt æquales, & εκ, κλ & λζ numeri ſibijnuicem ſunt æquales, & eſt æqualis multitudo ipſarum βη, ηθ & θγ unitatem multitudini ipſorum εκ, κλ & λζ numerorum, eſt igitur ſicut βη unitas ad εκ numerū, ſic eſt ηθ nnitas ad κλ numerū, & θγ unitas ad λζ numerum: erit igitur (per 12 ſeptimi) & ſicut unus antecedentium ad unum conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequētes. Eſt igitur ſicut βη unitas ad εκ nnumerum, ſic βγ ad εζ: æqualis autem eſt βη unitas ipſi α unitati, & εκ numerus ipſi δ numero: eſt igitur (per 11 quinti) ſicut α unitas ad δ numerum, ſic βγ ad εζ: pariter igitur α unitas ipſum δ numerum metitur, & βγ ipſum εζ: quod oportuit demonſtraſſe.*

α .
β.η.θ.γ
δ ..
ε..κ..λ..ζ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

SI duorum numerorum uterq; ducatur in alterum, qui inde producentur erunt æquales. 17

CAMPANVS. Sicut ſi ex a in b proueniat c, & ex b in a proueniat d, erunt c & d æquales. Cùm enim b multiplicatus per a producat c, erit per conuerſionem diffinitionis b in c, quoties unitas in a, ergo per præmiſſam, erit a in c, quoties unitas in b. Et quia toties eſt a etiam in d, quia ex b in a fit d, ſequitur ut toties ſit a in c quoties in d, per conceptionem igitur c & d ſunt æquales.

CAMPANI *annotatio.* Poſſumus quoq; hanc concluſionem alio modo proponere. Si duorum numerorum uterq; ducatur in alterum, idem numerus utrobiq; proueniet, ut ſi ex a in b proueniat c, idē etiam ex b in a proueniet. Quia enim ex a in b fit c, erit prius per conuerſionem diffinitionis b in c, quoties unitas in a. Et permutatim per præmiſſam a in c, quoties unitas in b, quia igitur a toties ſibi coaceruatur in c, quoties in b eſt unitas, ſequitur per diffinitionem quod ex b in a fit c.

unitas
.
a... b....
c............
d............

Euclid. ex Zamb. *Problema 14.* *Propoſitio 16.*

Sibini numeri multiplicantes ſe adinuicem, fecerint aliquos, geniti ex eis æquales adinuicem erunt. 16

THEON

THEON ex Zamb. Sint bini numeri α, β, & α quidem ipſum β multiplicans, efficiat γ, & β ipſum α multiplicans, efficiat δ. Dico quòd æqualis eſt γ ipſi δ. Quoniam enim α ipſum β multiplicans, γ fecit, & β igitur ipſum γ, metitur per eas quæ in α ſunt maiores: metitur autem & ε unitas ipſum α numerũ per eas quæ in eo ſunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipſorum α numerum metitur & β ipſum γ. Viciſſim igitur (per 15 ſeptimi) pariter ε unitas ipſum β numerum metitur, & α ipſum γ. Rurſus quoniã β ipſum α multiplicans, fecit ipſum δ, igitur α ipſum δ metitur per eas in ipſo β ſunt unitates. Metitur autẽ & ε unitas, ipſum β per eas quæ in eo ſunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipſum β numerum metitur, & α ipſum δ: pariter autem ε unitas ipſum β numerũ metitur, & α ipſum γ. Pariter igitur α, utrunq; γ δ, metitur: æqualis igitur eſt γ ipſi δ: quod erat demonſtrandum.

ε.
α..
β....
γ........
δ........

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

18 SI unus numerus in duos ducatur, tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum, quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CAMPANVS. Multiplicet a utrunq; duorum numerorum b & c, & proueniant d & e. Dico quòd erit proportio d ad e, ſicut b ad c: ſequitur enim per conuerſionem diffinitionis eius quod eſt multiplicari, ut b in d, & c in e ſit, quoties unitas in a: quare per diffinitionem, proportio d ad b, eſt ſicut e ad c: æqualiter enim eos cõnect, quia quoties a unitatem, ergo permutatim d ad e, ſicut b ad c: quod eſt propoſitum.

d...... e........
b... c....
a..
Vnitas

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 18.*

18 Si numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos, geniti ex eis eandem rationem habebunt quam multiplicati.

THEON ex Zamb. Numerus enim α duos numeros β, γ, multiplicãs, efficiat ipſos δ, ε. Dico quòd eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε. Quoniam enim α ipſum β multiplicans, ipſum δ fecit, & β igitur ipſum δ metitur per eas quæ in α ſunt unitates. Metitur autem & ζ unitas, ipſum α numerum, per eas quæ in eo ſunt unitates. Pariter igitur ζ unitas ipſum α numerum metitur, & β ipſum δ: eſt igitur ſicut ζ unitas ad α numerum, ſic eſt β ad δ. Propterea iam & ſicut ζ unitas ad α numerum, ſic γ ad ε: & ſicut igitur (per 11 quinti) β ad δ, ſic γ ad ε. Viciſſim igitur (per 15 ſeptimi) eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε. Si igitur numerus duos, & reliqua quæ ſequuntur: quod oportebat demonſtrare.

ζ.
α...
β....
γ.....
δ...........
ε...............

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

19 SI duo numeri unum multiplicent, erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicantium.

CAMPANVS. Ex conuerſione antecedentis præmiſſæ, concluditur hæc eadem paſſio quæ in præmiſſa, ut ſi uterq; duorum numerorum b & c multiplicet a, & proueniant d & e, erit d ad e, ſicut b ad c: erit enim per ante præmiſſam ut ex a in b & c fiant d & e: quare per præmiſſam d ad e, ſicut b ad c, quod eſt propoſitum.

d...... e........
a..

CAMPANI *annotatio.* Potes autem quod proponit per hanc & præmiſſam de duobus numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quod ſi unus multiplicet quotlibet erit productorũ & multiplicatorũ una proportio. Similiter quoq; ſi quotlibet multiplicẽt unum, erit productorum & multiplicantium una proportio, quod per hanc & præmiſſam quoties oportuerit repetitas, facilè probabis. Hic autem (ut ſuprà polliciti ſumus) demonſtrare uolumus æquam proportionalitatem in quotlibet numerus duorum ordinum indirectæ proportionalitatis, quam demonſtrat Euclides per 23 quinti, in quantitatibus in genere. Dicimus igitur

b... c....

Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirectè proportionales, extremi quoq; in eadem proportione proportionales erunt.

Vt ſi ſit a ad b, ſicut d ad f, & b ad e, ſicut c ad d, erit a ad e, ſicut c ad f: ducatur enim c in d & f, & proueniant g & h, eritq; per præmiſſam g ad h, ſicut d ad f, quare & ſicut a ad b, ducatur item f in d, & proueniat K: eritq; per hanc 19 g ad K, ſicut c ad f, & quia ex f in d fit k, fiet idem econ uerſo per 10 ex d in f, quia igitur ex c & d in f fiunt h & k, erit per hanc 19, h ad k, ſicut c ad d, quare ſicut b ad e, & quia iam oſtenſum eſt quòd eſt g ad h ſicut a ad b, erit per 15, a ad e, ſicut g ad K, ſed ſic erat etiam c ad f: eſt igitur a ad e, ſicut c ad f, quod eſt propoſitum. Idem probabis ſi fuerint in utroq; ordine numeri plures tribus, quemadmodum probatur in 23 quinti, de quantitatibus pluribus tribus.

g..............
h........
a.......... c....
b...... d...
c.... f..
k......

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes, fecerint aliquos, geniti ex eis eadem habebunt rationem quam multiplicantes. 18

THEON *ex Zamb. Duo enim α, β, numerum aliquem γ multiplicantes, efficiant ipſos δ, ε. Dico quòd eſt ſicut α ad β, ſic eſt δ ad ε. Quoniam α enim multiplicans ipſum γ, fecit ipſum δ, & γ igitur ipſum α multiplicans, facit ipſum δ. Id propterea γ ipſum β multiplicans, ipſum ε fecit. Numerus iã γ duos numeros α, β, multiplicans, fecit ipſos δ, ε. Eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic eſt δ ad ε: quod oportuit demonſtraſſe.*

α....
β.....
γ...
δ............
ε...............

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

SI fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur, æquum erit ei quod ex ductu ſecũdi in tertium. Si uerò quod ex primo in ultimum producetur, æquum eſt ei quod ex ſecundo in tertium, illi quatuor numeri ſunt proportionales. 20

CAMPANVS. Quod propoſuit Euclides per 15 ſexti, de quatuor lineis proportionalibus, proponit hic de quatuor numeris proportionalibus, uerbi gratia. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d, fiatq; ex a in d, e, & b in c, f: dico quòd e & f ſunt æquales, & ecõuerſo. Ducatur enim a in b, & fiat g, eritq; per 18 g ad e, ſicut b ad d, & quia per 17 ex b in a fit g, & ex eodẽ b in c, f, erit per 18 g ad f, ſicut a ad c: æquales igitur ſunt f & e, quod eſt primum. Nec oportet prædemonſtrare ſi unius numeri ad duos ſit una proportio, quod ſunt æquales, aut ſi ipſi ſunt æquales, quod unius ad ipſos ſit una proportio. Si enim eſt una proportio g ad e & ad f, aut ipſe erit tota pars uel partes e, quota uel quotæ idem eſt f, & tunc per conceptionem patet e & f eſſe æquales, aut toties g continebit e quoties f, & ſuperfluent in eo tota pars uel partes e, quota uel quotæ in eodem ſuperfluent f, & tunc etiam per conceptionem patet eos eſſe æquales. Quòd ſi ipſi fuerint æquales patet per conceptionem, quod aut g erit tota pars uel partes e quota uel quotæ f, & tunc per diffinitionem erit ipſius g ad utrunq; eorum proportio una, aut æqualiter continebit utrunq; cum ſuperfluitate ſimilium & tot numero partium, & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad utrunq; proportio una.

e...........
g.................
f...........
a...... e....
b... d..

Secundum ſic patet. Sit e productus ex a in d, æqualis f producto ex b in c: dico proportio a ad b eſt, ſicut c ad d, & eſt hæc conuerſa primæ partis. Sit enim ut prius g, qui fit ex a in b, & quia e & f ſunt æquales, erit g ad utrunq; eorum proportio una, & quia ut prius per 18, g ad f ſicut a ad c, & ad e ſicut b ad e, erit a ad c, ſicut b ad c, quare permutatim a ad b, ſicut c ad d.

CAMPANI *annotatio.* Non proponit autem Euclides de tribus numeris continuè proportionalibus, quòd ille qui ex ductu primi in tertium producitur, fit æqualis quadrato medij, & ſi ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit æqualis quadrato medij, quod illi tres numeri ſint continuè proportionales, ſicut proponit in 16 ſexti, de tribus lineis: hoc enim facilè demonſtratur per hanc 20, medio illorum trium numerorum, æquali aſſumpto, quemadmodum in ſexto de tribus lineis probatur per quatuor, aſſumpta quarta æquali mediæ.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 19.*

19 Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo & quarto fit, æquus eſt ei qui ex ſecundo & tertio. Et ſi qui ex primo & quarto fit numerus æqualis, fuerit ei qui ex ſecundo & tertio, ipſi quatuor numeri proportionales erunt.

THEON *ex Zamb. Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ: & α quidem ipſum δ multiplicans, efficiat ipſum ε, & β ipſum γ multiplicãs, efficiat ipſum ζ. Dico quòd æqualis eſt ε ipſi ζ. Ipſe autem α ipſum γ multiplicans, efficiat ipſum. Quoniam igitur α ipſum γ multiplicans, ipſum η fecit, multiplicans autẽ ipſum δ, ipſum ε fecit, numerus iam α duos numeros γ, δ, multiplicans, ipſos η, ε, fecit, & igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt η ad ε. Sicut autem γ ad δ, ſic α ad β: & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad β, ſic η ad ε. Rurſus quoniã α ipſum γ multiplicans, ipſum η fecit, ſed β ipſum γ multiplicans, ipſum ζ fecit, duo iam numeri α, β, numerum aliquem γ multiplicantes ipſos fecerunt η, ζ: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic η ad ζ, ſed ſicut α ad β, ſic η ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) η ad ε, ſic η ad ζ. Igitur η ad utrunque ipſorum ε, ζ, eandem habet rationem: æqualis igitur eſt ε ipſi ζ (per 7 quinti.) Sit uerò rurſus æqualis ε ipſi ζ. Dico quòd eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ. Eiſdem namq; diſpoſitis, quoniam α ipſos γ, δ, multiplicans, ipſos η, ε, fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic η ad ε: æqualis autem eſt ε ipſi ζ: eſt igitur ſicut η ad ε, ſic η ad ζ (per ſecundã partem ſeptimæ quinti.) Sed ſicut quidem η ad ε, ſic γ ad δ: ſicut igitur γ ad δ, ſic η ad ζ: ſicut autem η ad ad ζ, ſic α ad β, (per 18 ſeptimi) ſicut igitur (per 11 quinti) α ad β, ſic γ ad δ: quod oportebat demonſtrare.*

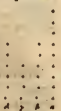


Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 20.*

20 Si tres numeri proportionales fuerint, qui ſub extremis æqualibus eſt ei qui à medio. Et ſi qui ſub extremis æqualibus fuerit ei qui à medio, ipſi tres numeri proportionales erunt.

THEON *ex Zamb. Sint tres numeri proportionales α, β, γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ. Dico quòd qui ex ipſis α, γ, æquus eſt ei qui ex β. Ponatur enim ipſi β æqualis δ: eſt igitur ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Igitur qui ex ipſis α, γ, æquus eſt ei qui ex β, δ, atqui ex β, δ, æquus eſt ei qui ex β: æqualis enim eſt β ipſi δ. Qui igitur ex α, γ, æquus eſt ei qui β.*

Sed qui ex α, γ, æquus eſto ei qui ex β. Dico quòd ſicut α ad β, ſic eſt β ad γ. Quoniam enim qui ex α, γ, æquus eſt ei qui ex β, qui uerò ex β, æquus eſt ei qui ex β, δ, eſt igitur (per 11 quinti) ſicut α ad β, ſic δ ad γ, æquus autem eſt β ipſi δ: eſt igitur ſicut α ad β, ſic β ad γ: quod erat demonſtrandum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 21.*

21 NVmeri ſecundum quamlibet proportionem minimi, numerãt quoslibet in eadem proportione, minor minorem & maior maiorem æqualiter.

CAMPANVS. Sint a & b, minimi numeri in ſua proportione, ſitq; c ad d, ſicut a ad b: dico quòd a numerat c, & b, d, æqualiter. Cùm ſit enim a ad b, ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d: erit igitur a, c tota pars uel partes, quota uel quotę b, d: ſi itaq; fuerit pars, conſtat propoſitum. At ſi partes, ſit e una partium a, & f una partium b, & quia tota pars eſt e, c per hypotheſin quota f, d, erit per diffinitionem proportio e ad c, ſicut f ad d, quare permutatim e ad f, ſicut c ad d, quare etiam ſicut a ad b: non ſunt itaq; a & b, minimi ſuæ proportionis, quod eſt contrarium poſitis.

c.... d..
a.. b.

c...... d...
a.... b..
e.. f.

Similiter quoq;.

Quotlibet numeri, ſiue in eadem proportione ſiue in diuerſis minimi, numerant omnes in eadem proportione quiſq; ſuum correlarium æqualiter.

Vt ſi ſint a,b,c, minimi in eadem proportione uel in diuerſis, ſintq; in eadem uel eiſdem d,e,f, ita quòd ſit d ad e, ut a ad b, & e ad f, ut b ad c: dico quòd a numerat d, & b, e, & c, f, æqualiter: quia enim eſt a ad b, ut d ad e, erit permutatim a ad d, ut b ad e: & quia b ad c, ut e ad f, erit etiam permutatim b ad e, ut c ad f, quare b ad e, & c ad f, ſicut a ad d, & quia a,b,c, ſunt minores d,e,f, erit b,e, & c,f, tota pars aut partes, quota eſt a,d. Si itaq; pars, conſtat propoſitum. At ſi partes, ſit g una partium a, & h una partium b, & k una c, eritq; per præſentem hypotheſin tota pars h,e, & K,f, quota g,d: quare per diffinitionem h ad e, & k ad f, ſicut g ad d, permutatim igitur erit g ad h, ut d ad e, & h ad k, ut e ad f: quare g ad h, ut a ad b, & h ad K, ut b ad c, quia ergo g,h,k, ſunt minores a,b,c, & in eadem proportione, ſequitur contrarium poſiti.

d. ....e.......f....
a.... b... c..

d......... e....... f....
a.... b... c..
g... h.. k.

Euclid. ex Zamb. *Problema 19.* *Propoſitio 21.*

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem minor minorem.

THEON *ex Zamb. Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipſis α, β, ipſi γδ & εζ. Dico quòd æqualiter γδ ipſum α metitur, & εζ ipſum β. Ipſe enim γδ, ipſius α non eſt partes. Si enim poſſibile eſto γδ ipſius α partes: & εζ igitur ipſius β eædem partes eſt, quæ & γδ ipſius α. Igitur quot ſunt in γδ, partes ipſius α, tot ſunt & in εζ, partes ipſius β. Diuidatur quidē γδ in ipſius α partes, hoc eſt γη & ηδ. Sicq; εζ in ipſius β partes, hoc eſt εθ & θζ, erit iam æqualis multitudo ipſorum γη & ηδ, multitudini ipſorum εθ & θζ: & quoniam æquales ſunt γη & ηδ numeri adinuicem, ſunt autem & εθ, θζ numeri inuicem æquales, eſtq; multitudo ipſorum γη & ηδ æqualis multitudini ipſorum εθ & θζ: eſt igitur (per 7 quinti) ſicut γη ad εθ, ſic ηδ ad θζ. Erit igitur (per 12 ſeptimi) & ſicut unus antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes ſequentes. Eſt igitur ſicut γη ad εθ, ſic γδ ad εζ. Igitur γη & εθ, ipſis γδ & εζ in eadem ratione ſunt, minores exiſtentes eis, quod eſt impoßibile. Supponuntur enim ipſi γδ & εζ minimi, eandem rationem habentium eis. Igitur γδ minime partes eſt ipſius α, pars igitur, & εζ ipſius β eadem pars eſt quæ & γδ ipſius α, pariter igitur γδ ipſum α metitur, & εζ ipſum β: quod oportebat demonſtrare.*

γ..η..δ
ε..θ.ζ
α........
β......

Huic ex Zamberto propoſitioni reſpondet id quod ſuprà, ad 19 addidit Campanus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 22.*

[illegible] bini Si fuerint tres numeri, & alij eiſdem æquales numero, *cum duobus ſumpti & in eadem ratione, fuerit autem perturbata eorum proportio, & ex æquali in eadem ratione erunt.

THEON *ex Zamb. Sint numeri α, β, γ, & alij eiſdē æquales numero δ, ε, ζ, cum duobus ſumpti, & in eadem ratione: ſit autem perturbata eorum proportio: ſicut quidem α ad β, ſic ε ad ζ, & ſicut β ad γ, ſic δ ad ε. Dico quòd & ex æquali eſt ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ζ. Quoniam enim eſt ſicut α ad β, ſic ε ad ζ, qui igitur ex α, ζ, (per 20 ſeptimi) æqualis eſt ei qui ex β, ε. Rurſus quoniam eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε, qui igitur ex δ, γ, æqualis eſt ei qui ex β, ε: oſtenſum autem eſt quòd qui ex α ζ, æquus eſt ei qui ex β, ε, & qui ex α, ζ igitur (per 20 ſeptimi) æquus eſt ei qui ex δ, γ. Eſt igitur (per 22 quinti) ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ: quod oportebat demonſtrare.*

α......
β....
γ...
δ.............
ε........
ζ......

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

SI fuerint duo numeri ſecūdum ſuam proportionem minimi, ipſi erunt adinuicem primi.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſecundum ſuam proportionem minimi: dico quòd ipſi ſunt contra ſe primi. Si enim nō, numeret eos c ſecundum d & e: eritq; per 18 d ad e, ſicut a ad b, & quia d & e ſunt minores a & b, ſequitur a & b non eſſe ſuæ proportionis minimos, qnod eſt contrarium poſitioni.

a ...... b .....
c ..
d .... e ...

Similiter quoque.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatione ſuarum proportionum (ſiue eadem ſiue diuerſæ fuerint) minimi, nullus numerus numerabit omnes.

a .... b .... c ......
d ..
e ..... f .... g ...

Vt ſi ſint a b c, minimi in continuatione ſuarum proportionum: dico quòd nullus numerabit omnes. Sin autē numeret eos d, a quidem ſecūdum e, b uerò ſecundum f, & c ſecundum g: eritq; per 18 e ad f, ſicut a ad b, & f ad g, ſicut b ad c, quia ergo e f g, ſunt minores a b c, & ſecundum proportionem eorum, non erunt a b c, quales poſiti ſunt, quod eſt inconueniens. Quanquam autem nullus numeret a b c, ſi fuerint minimi, poteſt tamen eſſe ut quoslibet duos ex eis numeret unus, ducto etenim quolibet numero in aliqnem ad ſe primum, ac utroq; eorum in aliquem tertium ad utrunq; primum, prouenient tres numeri quorum quiq; duo erunt compoſiti, nullus tamen numerabit omnes. Sint enim a b c, tres numeri quorū quiſq; ſit primus ad alios, ducaturq; a in b & c, & proueniat d & e, itemq; b in c: & proueniat f, dico quoſq; duos ex d e f, eſſe adinuicem compoſitos, tamen nullns numerabit omnes. Duos quoſque patet eſſe compoſitos: a enim numerat d & e, b uerò d, & f & c, e & f, quod autem nullus numeret omnes, patebit prius demonſtrato quòd a eſt maximus numerans d & e, b quoq; maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f. Hoc autem ſic conſtat, ſi enim a non eſt maximus numerans d & e, ſit itaque g, numeretq; d ſecundum h, & e ſecundum K, erit per ſecundam partem 20 a ad g, ſicut h ad b, itemq; per eandem a ad g, ſicut k ad c. Quia ergo a eſt minor g, erit b minor h, & k minor c, & quia h ad K, ſicut b ad c, utraque enim eſt ſicut d ad e per 18 bis aſſumptam, ſunt autem h & k minores b & c, erit per immediatè ſequentem, & per hāc hypotheſin, quòd b & c ſunt contra ſe primi, reperire minimis minores, quod quia eſt impoſſibile, erit a maximus numerans d & e. Eodemq; modo probabitur quòd b ſit maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f, ſi quis ergo numerat d e f, per correlarium ſecundæ ter aſſumptum ipſe numerabit a b c, ſed quiſque eorum primus erat ad reliquos: accidit igitur impoſſibile.

g ..... h .... K ...
e .... b ... c ..
f .... e .... f ......

Similiter quoqne.

Quotlibet numeri quos unus non numerat, ſecundum continuationem ſuarum proportionum ſunt minimi.

a .... b .... c ......
d ..... e .... f ...
g ..

Vt ſit ſint a b c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat: dico quòd ipſi ſunt in continuatione ſuarum proportionum minimi. Alioquin ſint minimi d e f. qui per 21 numerabunt a b c, quiſq; ſuum relatiuum ęqualiter: ſit ergo ut ſecundum g, eritq; per 17 nt uiceuerſa g numeret a b c, ſecundum d e f, quare accidit contrarium poſitioni.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 23.*

23 ## Primi numeri adinuicem, minimi ſunt eadem rationem habentium eis.

THEON ex Zamb. *Sint primi numeri adinuicem α β.. Dico quòd ipſi α β, minimi ſunt eandē rationem habentiū eis: ſi autem α & β non ſunt minimi eandē habentiū rationē eis, erūt aliqui numeri ipſis α β.*

minores in eadem ratione exiſtentes ipſis α β, ſint autem γ δ. Quoniam igitur minimi numeri eandem rationem habentium, eis metiuntur eãdem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorem (per 21 ſeptimi) hoc eſt antecedens ipſum antecedentem, & conſequens ipſum conſequentẽ, æqualiter igitur γ ipſum α metitur, & δ ipſum β. Quoties iam γ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ε, & δ igitur ipſum β metitur, per eas quæ in ipſo ε ſunt unitates, & quoniã γ ipſum α metitur per eas quæ in ipſo ε ſunt unitates, igitur & ε ipſum α metitur per eas quæ in ipſo γ ſunt unitates. Id propterea & ε ipſum β metitur, per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates. Igitur & ε ipſos α β, metitur primos exiſtẽtes adinuicem Quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem ſeptimi) Non erunt igitur aliqui numeri ipſis α β, minores in eadem ratione exiſtẽtes ipſis α β. Minimi igitur ſunt α β, & eandem rationem habentium eis: quod oportuit demonſtraſſe.

α .....
β ......
ε ..
γ ....
δ ...

Sequens ex Campano 23, præcedenti 23 ex Zamberto reſpondet: præcedens autem ex Campano 22, ſequenti ex Zamberto 24.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

Q Vilibet numeri contra ſe primi, ſunt ſecũdum ſuam proportionem minimi. 23

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ, ut ſi duo numeri ſint a & b contra ſe primi, ipſi erunt ſecundum ſuam proportionem minimi, ſin autem, ſint minimi in eadem proportione (ſi poſſibile eſt) c & d, cõſtat itaq; per 21 quod c numerat a, et d b æqualiter: ſit igitur ut ſecundum e, erit per 17 ut uiceuerſa e numeret a & b, a quidem ſecundum c, & b ſecundum d: non ſunt igitur a & b contra ſe primi, quod eſt contra hypotheſin.

a ...... b .....
e ..
c .... d ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 24.* *Conuerſa præcedentis.*

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, primi adinuicem ſunt. 24

THEON *ex Zamb. Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis α β. Dico quòd α β primi adinuicem ſunt. Si autem α β, adinuicem nõ ſunt primi, metietur aliquis numerus ipſos α β, metiatur, et eſto γ: & quoties quidẽ γ ipſum α metitur, tot unitates ſint in δ: quoties autem γ ipſum β metitur, tot unitates ſint in ε. Et quoniam γ ipſum α metitur per eas quæ in δ unitates exiſtunt, igitur & γ ipſum δ multiplicans ipſum α fecit: id propterea & γ ipſum ε multiplicans, ipſum β fecit: numerus igitur γ duos numeros δ ε, multiplicans ipſos α β fecit. Eſt (per 17 ſeptimi, & per 11 quinti) igitur ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad β: ipſi igitur δ ε ipſis α β in eadem ſunt ratione minores exiſtentes, quod eſt impoßibile. Ipſos igitur α β numeros numerus aliquis non metietur. Igitur ipſi α β, primi inuicem ſunt: quod demonſtraſſe oportuit.*

α ....
β ....
γ ....
δ ...
ε ..

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

S I fuerint duo numeri contra ſe primi, ſi quis unum eorũ numeret, ad alterum eſſe primus neceſſariò comprobatur. 24

CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi, c uerò numeret a. Dico quòd c primus eſt ad b, alioquin, numeret eos d, quæ per penultimam conceptionem numerabit etiã a, non ſunt ergo a & b contra ſe primi, d enim numerat ambos.

a .... b .....
c .. d ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 25.*

Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, unum eorum metiens ad reliquum primus erit. 25

THEON *ex Zamb. Sint bini numeri primi adinuicem α β. Ipſum autem α metiatur aliquis numerus γ. Dico quòd & γ β, primi adinuicẽ ſunt. Si autem γ β, nõ ſunt adinuicem primi, metietur ipſos γ β, aliquis numerus: metiatur & eſto δ. Et quoniã δ ipſum γ metitur, & γ ipſum α metitur, & δ igitur ipſum α metitur: metitur autẽ et β. Igitur δ ipſos α β metitur, primos adinuicẽ exiſtẽtes, quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem*

α ....
β ....
γ ...
δ ....

nitionem ſeptimi.)Ipſos igitur β γ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur γ β primi adinuicem ſunt: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

25 SI fuerint duo numeri ad alium quẽlibet primi, qui ex ductu unius in alterum producetur, ad eundẽ erit primus.

CAMPANVS. Sit uterque duorum numerorum a & b, primus ad c, & ex a in b ſit d. Dico quòd d eſt primus ad c, aliter enim numeret eos e d, quidẽ ſecundum f eritq́ per ſecundam partem 20 a ad e, ſicut f ad b, & quia a & c ſunt primi, & e numerat c, ipſe erit per 24 primᵘ ad a, quare per 23 a & e, ſunt ſecundum ſuam proportionem minimi: ſequitur ergo per 21, ut e numeret b, & quia poſitum eſt quòd ipſe numeret c, non erunt b & c contra ſe primi: quod eſt contra hypotheſin.

a ... b ....
c .....
d ....
e ... f ......

Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 26.

26 Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint, & ex eis genitus ad eundem primus erit.

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β, ad aliquem numerum γ primi ſint, & α ipſum β multiplicans, ipſum δ efficiat. Dico quòd ipſi γ δ, primi ſunt adinuicem. Si autem γ δ, non ſunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus, metiatur, et eſto ε. Et quoniam ε α, primi adinuicem ſunt, ipſum autẽ γ metitur aliquis numerus ε, igitur ε α (per 25 ſeptimi) primi ſunt adinuicẽ. Quoties iam ε metitur ipſum δ, tot unitates ſint in ζ: & ζ igitur ipſum δ metitur, per eas quæ in ε ſunt unitates. Igitur ε ipſum ζ multiplicãs ipſum δ fecit. Sed & α ipſum β multiplicãs ipſum δ fecit: æqualis igitur eſt qui ex ε ζ, ei qui ex α β. Si autem qui ſub extremis æquus fuerit ei qui ſub medijs, quatuor numeri proportionales ſunt (per 19 ſeptimi) Eſt igitur (per 11 quinti) ſicut ε ad α ſic eſt β ad ζ. Ipſi autem α ε, primi: ipſi autẽ primi, & minimi: minimi autem numeri (per 21 ſeptimi) eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorem, hoc eſt antecedens antecedentem, & conſequens conſequentem. Igitur ε ipſum β metitur: metitur autem & γ, igitur ε ipſos γ β, metitur primos exiſtẽtes adinuicem, quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem ſeptimi) Ipſos igitur γ δ, numeros numerus aliquis non metietur. Ipſi igtur γ δ primi adinuicem ſunt: quod oportebat demonſtrare.

α .. β ...
γ .....
δ .....
ε ...
ζ ..

Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

26 SI fuerint duo numeri contra ſe primi, qui ex uno eorum in ſeipſum producitur, ad reliquum eſt primus.

CAMPANVS. Sint contra ſe primi a & b, & ex a in ſe fiat c. Dico quòd c primus eſt ad b: ſit enim d, æqualis a, eritq́; d primus ad b, & ex a in d, fiet c, per pręmiſſam: igitur patet c primum eſſe ad b: quod propoſuimus.

a ... b ....
c ....
d ...

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 27.

27 Si duo numeri primi adinuicem fuerint, qui ex uno eorum fit, ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamb. Sint bini numeri primi adinuicẽ α β, & α ſeipſum multiplicans, ipſum γ efficiat. Dico quòd ipſi β γ, primi adinuicẽ ſunt. Ponatur enim ipſi α æqualis δ. Et quoniam α β, primi adinuicem ſunt, æqualis autem eſt α ipſi δ & δ β: igitur primi adinuicem ſunt: uterq; igitur ipſorum δ α, ad β primus eſt, & qui ex δ α, igitur ſit ad β primus eſt (per 36 ſeptimi) Qui autem ex δ α, fit numerus, eſt γ, igitur γ β, primi adinuicem ſunt: quod erat demonſtrandum.

α ... β ....
γ ....
δ ...

Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

27 SI duobus numeris ad alios duos comparatis, uterque ad utrũque fuerit primus, qui ex duobus prioribus ad eũ qui ex duobus poſterioribus producetur, erit primus.

Campanus

Campanvs. Sint a & b priores, c & d poſteriores: ſitq́ uterq; duorum a et b, primus ad utrunq; duorum c et d, & ex a in b ſit e, & ex c in d f: dico quòd e primus eſt ad f. Hoc autem 25 ter aſſumpta euidenter concludit. Cùm enim fiat e ex a in b, quorum uterq; primus eſt a ad c & ad d, erit per ipſam e primus ad c, & item per ipſam primus ad d. Quia itẽ f fit ex c in d, quorum uterq; primus eſt ad e, erit rurſus per ipſam f primus ad e: quod eſt propoſitum.

a .. b .....
e ....
c ... c ....
f ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propoſitio 28.*

Si bini numeri ad binos numeros uterq; ad utrunq; primi fuerint, & qui ex eis fient, primi adinuicem erunt. 28

Theon *ex Zamb. Bini enim numeri α β, ad binos numeros γ δ uterq; ad utrunq; primi ſint: & α quidem ipſum β multiplicans, efficiat ipſum ε, & γ ipſum δ multiplicãs, efficiat ipſum ζ. Dico quòd ε ζ, primi ſunt adinuicẽ. Quoniã enim uterq; ipſorum α β, ad ipſum γ primus eſt, & qui ex α β, igitur fit (per 26 ſeptimi) ad γ primus eſt: qui autem fit ex α β, eſt ε, igitur ε γ primi ſunt adinuicem. Id propterea et ipſi ε δ, primi ſunt adinuicem: & uterq; igitur ipſorum γ δ, ad ε primus eſt, & qui ex γ δ, igitur ad ε primus eſt, (per eandem.) Qui autem fit ex γ δ, eſt ζ. Igitur ε ζ, primi ſunt adinuicem: quod erat demonſtrandum.*

α ...
β .....
ε ....
γ ..
δ ....
ζ ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 28.*

Si fuerint duo numeri cõtra ſe primi, ducaturq́; eorũ uterque in ſeipſum, erunt inde producti cõtra ſe primi. Itẽq; ſi in utrunq; productorum ſuum ducatur principium, erunt quoq; producti contra ſe primi. 28

Campanvs. Sint a & b, contra ſe primi, ducaturq́; uterq; in ſe, & proueniant ex a quidem c, ex b uerò d, itemq́; ducatur a in c, & proueniat e, & b in d, & proueniat f: dico c et d eſſe contra ſe primos, itemq́; e et f, contra ſe primos. Eſt enim per 26 c primus ad b: per eandẽ igitur erit d primus ad a & ad c, ſicq́; conſtat primum, quod eſt c & d eſſe contra ſe primos. Reliquum ſic, eſt enim uterque duorum numerorum a & c, primus ad utrunque duorum b & d, itaq; per 27 erit e primus ad f, quod eſt reliquum. Non ſolum autem erit e primus ad f, ſed etiam per 25, ad b & ad d, itemq́; per eandem f ad a & c. Sicq́; ſi infinities duceretur utrunq; productorum in ſuum principium, eſſent omnes producti contra ſe primi, & non ſolum, ſed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

a ..
c ....
e ....
b ...
d ....
f ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propoſitio 29.*

Si bini numeri primi adinuicẽ fuerint, & multiplicans uterq; ſeipſum fecerit aliquos, qui ex eis fiunt, primi adinuicẽ erũt. Et ſi qui in principio genitos multiplicãtes fecerint aliquos, & illi quoq; primi adinuicẽ erunt, & ſemper circa extremos hoc continget. 29

Theon *ex Zamb. Sint bini numeri primi adinuicem α β, & α ſeipſum multiplicans, efficiat γ, ipſum uerò γ multiplicans, efficiat ε. At β ſeipſum multiplicans efficiat δ, ipſum autem δ multiplicans efficiat ζ. Dico quòd γ δ & ε ζ, primi ſunt adinuicem. Quoniam enim α β, primi adinuicem ſunt, & α ſeipſum multiplicans fecit ipſum γ, igitur γ β, primi ſunt adinuicem (per 27 ſeptimi.) Quoniam igitur γ β primi ſunt adinuicem, & β ſeipſum multiplicans ipſum δ fecit, igitur γ δ primi ſunt adinuicem. Rurſus quoniam α β primi adinuicem (per eandem) & β ſeipſum multiplicãs, ipſum δ fecit. Igitur α δ, primi ſunt adinuicem (per eandẽ.) Quoniam igitur bini numeri α γ ad binos numeros β δ, uterq; ad utrũq; primi (per 27 ſeptimi) & qui ex α γ, igitur fit ad eum qui ex β δ, primus eſt, qui autem ex α γ, eſt ε, qui ex δ β, uerò eſt ζ: igitur ε ζ, primi ſunt adinuicem: quod oportuit demonſtraſſe.*

α ...
γ ....
ε ....
β ....
δ ....
ζ ....

Euclid. ex

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*

29 S I fuerint duo numeri cōtra ſe primi, qui ex ambobus coaceruatur, ad utrūq; eorum erit primus. Si uerò ex ambobus coaceruatus ad utrūq; eorū fuerit primus, duo quoque numeri adinuicem erunt primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra ſe primi, dico quòd ex eis compoſitus a b, ad utrunq; eorum erit primus, & econuerſo: nam ſi d numerat totum a b & alterum eorum numerabit per communem ſcientiam & reliquum: quare non erunt contra ſe primi, ſed hoc poſitum fuerat, patet ergo primum. Secundum ſic. Sit a b primus ad utrunq; ſuórum componentium qui ſunt a & b, dico quòd a & b, ſunt contra ſe primi. Poſito enim quòd d numeret utrunque duorum numerorum a & b, ſequitur per communem ſcientiam, quod etiam numeret a b ex eis compoſitum, quare ad neutrum duorum numerorū a & b, erit a b primus, ſed poſitum erat quod eſſet ad utrunque, accidit igitur impoſſibile.

a ... b. ....
d ..

CAMPANI annotatio. Eodem quoq; modò ſi coaceruatus ex duobus, primus fuerit ad alterum, primus quoque erit ad reliquum: ideóq; & coaceruari inter ſe. Sit enim compoſitus ex a b, primus ad a, dico quòd erit etiam primus ad b, alioqui numeret eos d, qui per conceptionem numerabit & a, cùm numeret totum & detractum: hoc autem inconueniens, erat enim compoſitus ex a & b, primus ad a.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propoſitio 30.*

30 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, & uterq; ſimul ad alterū ipſorum primus erit. Et ſi uterq; ſimul ad unum aliquem eorum primus fuerit, & qui in principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Componantur enim bini numeri primi adinuicem, αβ & βγ. Dico quòd & uterq; αβγ, ſimul ad alterum ipſorum αβ, βγ, primus eſt. Si autem γα & αβ primi adinuicem non ſunt, metietur eos aliquis numerus: metiatur, & eſto δ. Quoniam igitur δ ipſos γα & αβ metitur, & reliquum igitur βγ metietur. Metitur autem & βα. Igitur δ ipſos αβ & βγ metitur, primos exiſtentes adinuicē, quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem 7.) ipſos igitur γα & αβ numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur γα & αβ, primi adinuicem ſunt. Id propterea iam & ipſi γα & βγ, primi ſunt adinuicem. Igitur αγ, ad utrunq; ipſorum αβ & βγ primus eſt. Sint rurſus γα & αβ, primi adinuicem. Dico quòd ipſi αβ & βγ primi adinuicem ſunt. Si enim ipſi αβ, βγ, primi non ſunt adinuicem, metietur ipſos αβ & βγ, numerus aliquis, metiatur & eſto δ, & quoniam δ utrunq; ipſorum αβ & βγ metitur: & totum igitur γα, metietur: metitur autem & ipſum αβ. Igitur δ, ipſos γα, & αβ primos adinuicē exiſtētes metietur, quod (per 13 diffinitionem ſeptimi, eſt impoßibile. Ipſos igitur αβ & βγ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur αβ & βγ, primi adinuicem ſunt: quod oportuit demonſtraſſe.*

α .... β ..... γ
δ ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*

30 O Mnis numerus compoſitus, ab alio primo numeratur. Zamb. 33

CAMPANVS. Sit a, quilibet numerus compoſitus. Dico quòd aliquis primus numerat ipſum, quia enim eſt cōpoſitus, numerabitur ab aliquo numero qui ſit b: qui ſi fuerit primus, uerum erit quod dicitur: ſi autem compoſitus, ſit c qui numerat eum, qui etiam per communem ſcientiam numerabit a: ſi ergo ipſe fuerit primus, cōſtat quod dicitur. At ſi compoſitus, neceſſariò numerabit eum alius qui ſit d, qui etiam per communem ſcientiā numerabit a, de quo ratiocinare ut prius. Quia ergo quoties occurrit compoſitus, neceſſe eſt minorem aſſumere, qui compoſitum occurrentē numeret, ſequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primū, alioquin accidet impoſſibile & contrarium petitioni, numerum in infinitum decreſcere.

a ....
b ....
c ......
d ...

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

31 Omnis numerus, aut eſt primus, aut à primo numeratur. Zamb. 34

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus, dico ipſum eſſe primum, uel numerari à primo, quia ſi non eſt primus, erit compoſitus, quilibet autem talis, ab aliquo primo numeratur per præmiſſam: a igitur uel primus eſt, uel à primo numeratur: quod proponitur.

a .....
a ....
...

Euclid. ex

Euclid. ex Camp. Propoſitio 32.

Zamb. 31 Omnis numerus primus, ad omnẽ quem non numerat, eſt primus. 32

CAMPANVS. Sit a numerus primus non numerans b, dico quòd a & b, ſunt contra ſe primi: ſi enim c numerat eos, non eſt uerùm quòd a ſit primus.

a ..... b ....
c ..

Euclid. ex Camp. Propoſitio 33.

Zamb. 32 Si numerus ex duobus productus, ab aliquo primo numeretur, neceſſe eſt eundem primum alterum, illorum duorum numerare. 33

CAMPANVS. Sit c productus ex a in b, & ſit d numerus primus qui ponatur numerare c: dico quòd d numerat a uel b, numeret enim c, ſecundum e: ſi ergo non numerat a, erit primus ad ipſum per præmiſſam, & ideo erunt ſecundum ſuam proportionem minimi per 23, & quia a ad d, ſicut e ad b, per ſecundam partem 20, ſequitur ut d numeret b per uigeſimam primam: quod eſt propoſitum.

a .... b ......
c ....
d ... e ....

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd ſi aliquis numerus numerat productum ex duobus, uel ſi eidem fuerit commenſurabilis, commenſurabilis quoq; erit alteri eorum.

Campanus 30 31 32 33 Quatuor præcedentes ex Campano, Euclidis propoſitiones, quatuor ſequentibus ex Zamberto propoſitionibus hoc præpoſtero ordine reſpondent.

Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 31.

31 14 31 32 Zambertus Omnis primus numerus, ad omnem numerum quem non metitur primus eſt. 31

THEON ex Zamb. *Sit primus numerus α, & ipſum β non metiatur. Dico quòd ipſi β α, primi adinuicem ſunt. Si autem ipſi α β, non ſunt adinuicẽ primi, aliquis numerus eos metietur, metiatur γ ipſe γ, non eſt unitas. Quoniam igitur γ ipſum β metitur, & α non metitur ipſum β, igitur γ ipſi α non eſt idem. Et quoniam γ ipſos α β, metitur & α igitur metitur primum exiſtentem, non exiſtens ei idem, quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem ſeptimi.) Ipſos igitur α β, numerus aliquis non metietur. Igitur ipſi α β, primi adinuicem ſunt: quod oportuit demonſtraſſe.*

α .... β ....
γ .....

Euclid. ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 32.

Si bini numeri multiplicantes ſe adinuicem fecerint aliquem, factum autem ex eis metitur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur. 32

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α β, multiplicantes ſe adinuicem, ipſum efficiant γ, ipſum autem γ metiatur aliquis numerus primus δ. Dico quòd δ, unum ipſorum α β, metitur. Ipſum α nõ metiatur, eſtq; primus δ. Igitur α δ, primi adinuicem ſunt (per præcedentem) Et quoties δ ipſum γ metitur, tot unitates ſint in ε. Quoniam igitur δ ipſum γ metitur per eas quæ in ε ſint unitates: igitur δ ipſum ε multiplicans, ipſum γ efficit. Atqui & α ipſum β multiplicãs, ipſum efficit γ: æqualis igitur eſt qui ex δ ε, ei qui ex α β. Eſt igitur (per 19 ſeptimi) ſicut α ad δ, ſic ε ad β. Ipſi autem δ α primi ſunt, primi autem et minimi: minimi uerò metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, & minor minorem (per 21 ſeptimi) hoc eſt antecedens antecedentem, ſequens ſequentem. Igitur δ ipſum β metitur. Similiter quoq; oſtendemus quòd & ſi δ ipſum β non metiatur, metietur & α. Igitur δ, unum ipſorum α β metitur: quod erat demonſtrandum.*

ε ....
δ ...
γ ....
β ......
α ..

Euclid. ex Zamb. Theorema 31. Propoſitio 33.

Oĩs cõpoſitus numerus, ſub alicuius primi numeri dimẽſionẽ cadit. 33

THEON ex Zamb. *Sit compoſitus numerus α. Dico quòd α ſub alicuius primi numeri dimẽſionem cadit. Quoniam enim α cõpoſitus eſt, metietur eũ aliquis numerus (per 14 diffinitionẽ ſeptimi) metiatur, & eſto β, & ſi β primus eſt, manifeſtum iã eſt quòd quærimus (per eãdẽ.) Si autẽ cõpoſitus, metietur eũ aliquis numerus (per eandẽ) metiatur, & eſto γ. Et quoniã γ ipſum β metitur & β ipſum α metitur, & γ igitur ipſum α metitur, & ſi quidẽ γ primus eſt manifeſtũ iã eſt id quod quæritur. Si autẽ cõpoſitus, eũ aliquis numerus metietur: tali uerò facta cõſideratiõe, ſumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedẽtem, qui & ipſum α metietur. Si autẽ non ſumetur, metiẽtur ipſum α numerũ infiniti numeri, quorum alter altero minor eſt, quod eſt impoßibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui*

γ ...
β ....
α ....

rus qui metietur præcedentem, qui & ipſum α metietur. Omnem igitur compoſitum numerum, primus aliquis numerus dimetitur: quod oportuit demonſtraſſe.

ALITER *Sit compoſitus numerus α. Dico quòd eum aliquis primus numerus metitur. Quoniam cõpoſitus eſt ipſe α, metietur eum aliquis numerus (per 14. diffinitionem ſeptimi) & ſit minimus metientiũ eum β. Dico quòd β primus eſt. Si autem β, primus non eſt, metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat ſub dimenſionem ipſius γ. Igitur γ ipſo β minor eſt, & quoniam γ ipſum β metitur, & β ipſum α metitur, & γ igitur ipſum α metitur minor exiſtens ipſo β ipſum α metientium minimo, quod abſurdum eſt. Igitur β non eſt compoſitus, ſed primus.*

α . . . .
β . . .
γ . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propoſitio 34.*

34 Omnis numerus, aut primus eſt, aut eum aliquis primus metitur.

THEON *ex Zamb. Sit numerus α. Dico quòd α, aut eſt primus, aut eum aliquis numerus primus metitur. Si quidem primus eſt α, factum iam eſt id quod quæritur. Si autem compoſitus, eum aliquis numerus primus metietur (per 33 ſeptimi) Omnis igitur numerus, aut primus eſt, aut eum aliquis primus numerus metitur: quod oportuit demonſtraſſe.*

α . . .
α . . . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 34.*

34 NVmeros ſecundum proportionem numerorum aſſignatorum minimos inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, maximum numerum duos cõmuniter numerantem, ſecundum minimos illius proportionis eos numerare.

CAMPANVS. Sint a et b numeri propoſiti, ſecundum quorum proportionem uolumus inuenire minimos, ſi ergo fuerint contra ſe primi, ſunt quales inquirimus: per 23. ſi autem compoſiti: ſumatur (ut docet ſecunda) maximus eos cõmuniter numerans qui ſit c, numeretq́ eos ſecundum d & e, eruntq́ in eadem proportione per 18, quos dico eſſe quales quærimus. Sin autem, ſint f & g, qui per 21 numerabunt a & b æqualiter, ſit igitur ut ſecũdum h, eritq́ per ſecundam partem 20 c ad h ſicut f ad d, uel ſicùt g ad e: quare c eſt minor h, itaq; cùm h numeret a & b, non fuit c maxima eos numerans, ſed erat poſitum quod ſic: ergo contra hypotheſin.

a . . . . . . b . . . .
c . .
d . . . e . . . .
f . . g . . .
h . . . . .

CAMPANI *additio.*

Numeros ſecundum continuitatẽ proportionum numerorum aſſignatorum minimos reperire.

CORRELARIVM.

Vnde etiam manifeſtum eſt, maximum numerum quotlibet cõmuniter numerantem, ſecundum minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt ſi ſint a b c, ſecundum quorum proportiones uolumus minimos inuenire, ſiue fuerint in eadem proportione, ſiue in diuerſis, ſi nullus numerus numerat eos omnes, ipſi ſunt quos quærimus, per 23. hoc enim ibi demõſtratum eſt. Si autem unus numerat omnes, ſumatur ut docet tertia, maximus eos cõmuniter numerans qui ſit d, numeretq́ eos ſecũdum e f g, qui erunt in eadem proportione per 18, dico eos eſſe quos quærimus, alioqui ſint h K l, qui per 21 numerabunt a b c, æqualiter, ſit ut ſecundum m, eritq́ per ſecundam partem 20 d ad m, ut h ad e, uel K ad f, uel l ad g. Minor eſt igitur d quàm m, quare cùm m numeret a b c, non fuit d maximus eos numerans, quare ſequitur impoſſibile: fuit enim d, maximus numerans a b c.

a . . . . . . b . . . . c . . . .
d . .
e . . . f . . . . g . . . . . .
h . . k . . . l . . . . .

Euclid. ex Zamb. *Problema 3.* *Propoſitio 35.*

35 Numeris datis quotcunque, inuenire minimos eaſdem rationes habentium eis.

THEON ex Zamb. *Sint dati quotcunq; numeri α β γ. Oportet iam inuenire minimos eaſdem rationes habentium eiſdem α β γ. Ipſi enim α β γ, aut primi adinuicem ſunt, aut non. Siquidem ipſi α β γ, primi ſunt adinuicem, minimi ſunt eandem rationem habentium eis (per 23 ſeptimi) Si autem non ſumatur (per 3 ſeptimi) ipſorum α β γ, maxima communis dimenſio δ, & quoties δ unumquenq; ipſorum α β γ metitur, tot unitates ſint in unoquoq; ipſorum ε ζ η, & unuſquiſq; igitur ipſorum ε ζ η, unumquenq; ipſorum α β γ, metitur per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates. Igitur ipſi ε ζ η, ipſos α β γ: æque metiuntur. Igitur (per 18 ſeptimi) ipſi ε ζ η, ipſis α β γ, in eadẽ ſunt ratione. Dico iã quòd et minimi. Si enim ipſi ε ζ η, non ſunt minimi eãdem rationem habentium eiſdem α β γ: erũt aliqui numeri ipſis ε ζ η, minores in eadem ratione exiſtentes ipſis α β γ. Sint θ κ λ, æque igitur θ metitur ipſum α, et uterq; ipſorum κ λ, utrunq; ipſorum β γ. Quoties autem θ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ipſo μ, & uterq; igitur (per 21 ſeptimi) ipſorum κ λ, utrunq; ipſorum β γ metitur per eas quæ in μ ſunt unitates. Et quoniã μ ipſum α metitur per eas quæ in κ λ ſunt unitates, et μ igitur ipſum α metitur per eas quæ in θ ſunt unitates. Id propterea μ utrunq; ipſorum β γ, metitur per eas quæ in utrunq; ipſorũ κ λ, ſunt unitates. Igitur μ, ipſos α β γ, metitur. Et quoniam θ ipſum α metitur p eas quæ in μ ſunt unitates, igitur θ ipſum μ multiplicãs, ipſum α fecit. Id propterea et ε, ipſum δ multiplicãs, ipſum effecit α. Aequalis igitur eſt qui ε δ, ei qui ex θ μ (per 17 ſeptimi) Eſt igitur (per 19 ſeptimi) ſicut ε ad θ, ſic eſt μ, ad δ, maior autẽ ε, ipſo θ: maior igitur eſt & μ ipſo δ, & metitur ipſos α β γ, quod eſt impoßibile Supponitur nanq; δ, ipſorum α β γ, maxima cõmunis dimenſio. Igitur nõ erunt aliqui numeri, minores ipſis ε ζ η, in eadem exiſtentes ratione ipſis α β γ. Igitur ε ζ η, minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α β γ: quod feciſſe oportuit.*

α ......
β ....
γ ....
δ ..
ε ...
ζ ....
θ ......
κ ..
λ ...
λ ....
μ ...

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

QVilibet duo numeri minimos numeros, ſuæ proportionis maior minorem & minor maiorem multiplicãtes minimum ab ipſis numeratum producunt. 35

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt minimum, quem duo numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, minimiq; in eorum proportione c & d eritq; per primã partẽ 20, ut ex a in d, & b in c: fiat idem numerus qui ſit e, quem dico eſſe minimũ numeratum ab a & b, aliter enim, ſit f, quem numerent a & b ſecũdũ g & h, eritq; per ſecũdam partem 20, h ad g ſicut a ad b, & ſicut c ad d, & per 18 erit c ad h, ſicut e ad f, cùm itaq; per 21 c numeret h, e numerabit f, maior minorem, quia ergo hoc eſt impoſſibile conſtat uerum eſſe quod dicitur.

a .... b ......
c .. d ...
e ....
f ....
g ... h .....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

PRopoſitis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire. 36

CORRELARIVM.

Manifeſtum etiam ex hoc eſt, minimũ numerum quem quotlibet numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint propoſiti numeri a b c d. Volo inuenire minimum numerũ numeratum ab eis. Inuenio itaq; primo minimum numeratum ab a & b: quod ſi a numerat b, nõ erit alius quàm b: ſi autẽ non numerat eum nec econuerſo, ſi ipſi ſunt cõtra ſe primi, ex uno in alterũ prouenit, erit minimus per 23, & præmiſſam.

a ....
b ......
c ..
d ...
e ....
f ....
g ....
h ....

Quòd ſi ſunt communicantes, ſumantur minimi eorum proportione, ut docet 34 & maiore in minorem eorum multiplicato, proueniat e, qui erit minimus numeratus ab eis per præmiſſam. Simili quoq; modo inueniatur minimus numeratus ab e et c, qui ſit f, eritq; f minimus numeratus ab a b c, ſed & minimus quem numerant f & d, ſit g eritq; g minimus: quem numerant numeri propoſiti, quod enim omnes ipſum numerent patet per conceptionem: ſed ſi non eſt minimus, ponatur

ergo

ergo h, quem quia numerant a & b, numerabit etiam ipſum e, per correlarium præmiſſæ: per idem quoq; correlariū, numerabit ipſum f, ſed & g maior itaq; numerat minorem: quod eſt impoſſibile.

CAMPANI additio.

Hæc & præmiſſa proponuntur in alio loco ſub tribus concluſionibus, quarum prima æquiualet præmiſſæ, ſecunda componitur ex correlarijs ambobus, tertia proponit de tribus: quod hæc de quotlibet numeris. Eſt itaq; prima.

Datis duobus numeris, minimum ab eis numeratum inuenire. Zamb. 36

Dati numeri ſint a & b, quorum minor ſi numerat maiorem, eſt maior quē quærimus, alioqui maior eorum numeraret minorē ſe. Si autem neuter neutrū numeret, ſi ipſi ſunt contra ſe primi, erit qui ex a in b prouenit (qui ſit c) minimus omnium quem numerant a & b. Nam ſi minorem eo numerauerint, eſto d, quem numerent ſecundum e & f, eritq; per ſecundam partem 20 a ad b, ſicut f ad e, & quia a et b ſunt ſuæ proportionis minimi per 23, numerabit a f, per 21, & quia per 18 eſt c ad d ſicut a ad f, nam ex b in a & f fiunt c & d, ſequitur c numerare d, ſed erat d minor c, quare impoſſibile. Si autem a & b ſint communicantes, negociare propoſitum ut in 35.

a ... b ....
c ....
d ....
e .. f .....

Secunda trium concluſionum ex ambobus correlarijs eſt confecta. Zamb. 37

Si plures numeri numerum unum numerent, neceſſe eſt ut minimus quem numerant, eundem numerum numeret.

Vt ſi ſit quilibet numerus quem numerat a & b, d: minimusq; ab eiſdem numeratus c, erit ut c numeret d, cùm enim ſit d maior c, ſi c non numerat ipſum, numerabit tamē aliquid eius, ſitq; plurimum quod numerat e, & reſiduum ſit f, eritq; f minus c, quia igitur a & b numerant c: numerabunt per communem ſcientiam et e, ſed numerabunt d, itaq; per aliam communem ſcientiam numerabunt f: inconueniens ergo ſequitur quòd c non fuit minimus quē numerant a & b. Idem quod conuinces & eodem modo de quolibet numerato à quotlibet plurimis, ſcilicet quod minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eundē numeret. Vltima triū concluſionū.

a ..   b ...
d
e .... f ...
c ......

Propoſitis tribus numeris, minimum numerorum ab eis numeratorum inuenire. Zamb. 38

Tres numeri propoſiti ſint a b c, minimusq; quem numerant a & b ſit d, qui ſumetur ut prima trium concluſionum docet. Si igitur c numerat d, ſcito d eſſe quem quęrimus. Si enim a b c, minorem eo numerant, ſit e, quem per pręmiſſam concluſionem numerabit d, quod eſt impoſſibile. Si autem c non numerat d, ſumatur e minimus numeratus ab eis. Quòd autem e numeretur ab a b c, patet, quia c numerat ipſum, & d ſimiliter, ergo & a b, qui numerant d, quare e numerabitur ab a b c. Eritq; e minimus quem numerant a b c. Sin autem, ſit f, quem per præmiſſam concluſionem numerabit d, ſed c numerat f, quia a b c, numerat eum: quare c d numerabunt eum: ideo per pręmiſſam e numerabit eum, maior minorem: quod eſſe non poteſt. Idem inuenies & eodem modo, quotlibet propoſitis.

a ... b .... c ......
d ....
e ....

a ... b .... c ....
d............
e ....
f.................

Duæ præcedentes ex Campano propoſitiones, 35 ſcilicet & 36, tribus ex Zamberto ſequentibus Euclidis propoſitionibus ſic reſpondent, ut correlarium 35 ex Campano, 37 ex Zamberto reſpondeat: 36 autem ex Campano, ſit ad 36 & 38 ex Zamberto propoſitiones uniuerſales.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propoſitio 36.*

Duobus numeris datis, inuenire quem minimum metiuntur numerum.

36

THEON ex Zamb. *Sint dati bini numeri α β, oportet iam inuenire quem minimum numerum metiuntur. Ipſi α β certe aut primi ſunt adinuicem, aut non. Sint prius α β, primi adinuicem, & α, ipſum β multiplicās, efficiat ipſum γ, & β igitur ipſum α multiplicans, ipſum effecit γ (per 16 ſeptimi) Igitur ipſi α β ipſum γ metiuntur. Dico iam quòd & minimum. Si autem non, ipſi numeri α β, metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem γ, metiantur & eſto δ, & quoties α, ipſum δ metitur, tot unitates ſint in ε, quoties autem β, ipſum γ, metitur tot unitates ſunt in ζ. Igitur α, ipſum ε multiplicans, effecit ipſum δ, & β multiplicans, ipſum ζ, effecit ipſum δ, æqualis igitur eſt qui ex α ε, ei qui ex β ζ: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut α ad*

β,ſic eſt ζ ad ε,ipſi autē ε ζ,ſunt primi,primi autē(per 23 ſeptimi) et minimi,minimi uero metiuntur eandē rationē habētes æqualiter: maior maiorē, & minor minorē. Igitur(per 21 ſeptimi) ζ metitur ipſum ε,ſequens uidelicet ſequentē. Et quoniam α,ipſos β ε,multiplicans ipſos γ δ,fecit: eſt igitur(per 17 ſeptimi)ſicut β ad ε ſic γ ad δ. At β,ipſum ε metitur,metitur ergo & γ,ipſum δ,maior minorē, quod eſt impoſsibile. Igitur ipſi α β,non metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo γ, quando ipſi α β,primi adinuicem fuerint. Igitur γ,minimus eſt,qui ſub ipſorum α β,dimenſionem cadit. Non ſint primi ipſi α β adinuicem,& ſumantur(per 35 ſeptimi)minimi numeri eandem rationē habentium ipſi α β,ſintq́ ζ ε,æqualis igitur eſt qui ex α ζ,ei qui ex β ε(per 19 ſeptimi)& α ipſum ε multiplicans:efficiat ipſum γ, & β igitur ipſum α multiplicans effecit ipſum γ. Igitur α β,ipſum γ,metiuntur. Dico iam quòd & minimum, ſi non,metiuntur ipſi numeri α β,aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo γ, metiantur & eſto δ, & quoties quidem α,ipſum δ,metitur: tot unitates ſint in η. Quoties autem β,ipſum δ, metitur, tot unitates ſint in θ,igitur α η multiplicans,effecit ipſum δ,ipſe β uerò ipſum θ,multiplicans,effecit ipſum δ, æqualis igitur eſt qui ex α η,et qui ex β θ. Eſt igitur(per 19 ſeptimi)ſicut α,ad β,ſic eſt θ,ad η. Sicut autem α,ad β,ſic ζ ad ε,& (per 11 quinti)igitur ſicut ζ,ad ε,ſic θ ad η,ipſi autem ζ ε: minimi uerò eandem rationem habentes æque metiuntur: maior maiorem & minor minorē (per 21 ſeptimi)Igitur ε,ipſum η metitur,& quoniam α,ipſos ε η multiplicans,ipſos fecit γ δ,eſt igitur(per 17 ſeptimi)ſicut ε ad η,ſic eſt γ,ad δ. At ε,ipſum η metitur, & γ igitur ipſum δ metitur maior minorem,quod eſt impoſsibile. Ipſi igitur α β,non metientur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo γ. Igitur γ,minimus exiſtens: ſub ipſorum α β,dimenſionem cadit: quod oportuit facere.

α . . .   β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . . .

ζ . .   α . . . .
ε . . .   β . . . . . .
γ . . . .
δ . . . .
η . .
θ . . .

Euclid.ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 37.

Si bini numeri numerum aliquem menſi fuerint,& minimus qui ſub eorum dimenſionem cadit,eundem metietur. 37

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β,numerum aliquem γ δ metiantur,minimus uerò ſit ε. Dico quòd ε quoq; ipſum γ δ,metitur. Si autem ε,ipſum γ δ,non metitur ipſum δ ζ,metiens ipſe ε,relinquat ſeipſo minorem,hoc eſt γ ζ,& quoniam ipſi α β, ipſum ε metiuntur,at ε,ipſum δ ζ,& ipſi α β,igitur ipſum δ ζ,metientur,metiūtur autem & totum γ δ,& reliquum igitur γ ζ,metientur minorem exiſtē tem ipſo γ,quod eſt impoſsibile. Haud igitur non metitur ε,ipſum γ δ,metitur ergo: quod erat demonſtrandum.

α . .
β . . .
ε . . . . . .
γ . . . . ζ . . . . δ

Euclid.ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 38.

Tribus numeris datis,inuenire quem minimum numerū metiuntur. 38

THEON ex Zamb. Sint dati numeri α β γ,oportet iam inuenire,quem minimum numerū metiūtur. Suſcipiatur enim(per 36 ſeptimi)minimus numerus δ,qui ſub ipſorum α β,dimenſionem cadat. Iam γ, ipſum δ,aut metitur,aut non metitur,metiatur prius,metiuntur autem & ipſi α β,ipſum γ. Igitur ipſi α β γ, ipſum δ,metiuntur. Dico quòd & minimum. Si autem non: ipſi α β γ,numeri metientur numerum minorem ipſo δ,metiantur ε. Quoniam ipſi α β γ,ipſum ε metiūtur,igitur & α β,ipſum ε metiuntur,& minimus igitur quē ipſi α β metiuntur, metietur ipſum ε,per 37 ſeptimi. At minimus quem ipſi α β metiuntur,eſt δ. Igitur δ, ipſum ε metietur,maior minorem,quod eſt impoſsibile. Ipſi α β γ,igitur non metiētur numerum aliquem minorem exiſtentem ipſo δ. Igitur ipſi α β γ,minimum δ,metiuntur. Non metiatur rurſus γ,ipſum δ,& ſuſcipiatur (per 36 ſeptimi)minimus numerus ε,quem metiantur ipſi γ δ. Quoniā α β,ipſum δ,metiuntur,at δ ipſum ε metitur,& α β ipſum ε,igitur metiuntur,metitur autem & γ,ipſum ε, igitur ipſi α β γ,ipſum ε,metiuntur. Dico quòd & minimum,ſi autem non ipſi α β γ,metiuntur aliquē numerum minorem exiſtentem ipſo ε,metiantur ζ. Quoniam ipſi α β γ,ipſum ζ,metiuntur, et ipſi α β igitur ipſum ζ metiuntur,& minimus igitur quem α β,metiuntur,ipſum ζ, metietur(per 37 ſeptimi)minimus autem quem ipſi α β metiuntur eſt δ. Igitur δ ipſum ζ,metitur autem & γ,ipſum ζ. Igitur ipſi δ γ ipſum ζ metiuntur,quare(per eandē)& minimus quē ipſi γ δ,metiuntur: ipſum ζ,metietur. At minimus quem ipſi γ δ,metiūtur eſt ε. Igitur ε ipſum ζ metitur,maior minorem,quod eſt impoſsibile. Ipſi α β γ,igitur non metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo ε. Igitur ε minimus eſt,quem ipſi α β γ,metiuntur: quod oportebat facere.

α . . .
β . . . .
γ . . . . . .
δ . . . .
ε . . . .

α . . .
β . . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 37.*

37 SI numerus aliquis alium numerum numerat, erit in numerato pars à numerante denominata.

CAMPANVS. Huius ſenſus eſt quòd omnis numerus numeratus à ternario, habet tertiã, et numeratus à quinario habet quintã: ſicq; de cæteris, ut ſi b numeret a, erit in a pars denominata a b: numeret enim ipſum, quoties unitas in c, eritq; per 16 ut c quoq; toties numeret a, quoties unitas in b, quare tota pars eſt c a, quota unitas b: & quia unitas eſt pars omnis numeri ab ipſo denominata per communem ſcientiam, erit c pars a, denominata a b: quod eſt propoſitum.

unitas
c . . .   c . .
a . . . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propoſitio 39.*

38 Si numerum aliquis numerus metiatur, menſus cognominatam partem habebit metienti.

THEON *ex Zamb. Numerum enim α, numerus aliquis β, metiatur. Dico quòd α, cognominatã partem habet ipſi β. Quoties enim β, ipſum α metitur, tot unitates ſunt in γ. Quoniam β, ipſum α, metitur per eas quæ in γ ſunt unitates, metitur autem et δ, unitas ipſum γ, per eas quæ in eo ſunt unitates, æquè igitur (per 15 ſeptimi) δ unitas ipſum γ, numerum metitur, & β, ipſum α. Viciſſim igitur (per eandẽ) æquè δ unitas ipſum β metitur numerum, metitur uerò & γ, ipſum α. Qualitatis igitur pars eſt δ, unitas ipſius β numeri, talis pars eſt & γ, ipſius α. At δ unitas, pars eſt ipſius β ei cognominata, & γ igitur ipſius α, pars eſt cognominata ipſi β. Quare α, partẽ habet γ cognominatam ipſi β: quod erat demonſtrandum.*

α . . . .
β . . . .
γ . . .
δ .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 38.*

38 SI numerus aliquis partem quotamcunq; habeat, numerabit ipſum numerus ad illam partem dictus.

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ: cuius eſt intentio, quòd omnis numerus habens tertiam, numeratur à ternario, & habens quintam, à quinario, ſicque de cæteris, ut ſi b ſit pars à denominata a c, ſequitur ut c numeret a, quia enim b eſt pars à denominata a c, ſed & unitas eſt pars c denominata ab ipſo c per cõceptionem, ſequitur ut quoties unitas numerat c toties b numeret a, itaq; per 16 quoties unitas b, toties c numerat a, quare conſtat propoſitum. Aliter idem. Cùm ſit b pars a, ſit tota unitas c, eritq; per hanc communem ſcientiam, unitatem eſſe partem omnis numeri ab ipſo denominatam c, denominans b in a: & quia eſt b in a quoties unitas in c, euidenter ſequitur propoſitum per 16.

unitas
b . .   c . . .
a . . . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propoſitio 40.*

40 Si numerus partem habuerit quamlibet, eum numerus cognominatus parti, metietur.

THEON *ex Zamb. Numerus inquam α, partem habeat quamlibet β, & ipſi β, parti cognominatus ſit numerus γ. Dico quòd γ, ipſum α metitur. Quoniam enim β, ipſius α pars eſt cognominata ipſi γ, eſt autem & δ unitas ipſius γ, pars cognominata ei: qualis igitur pars eſt δ, unitas ipſius γ, numeri: talis pars eſt & β ipſius α, æquè igitur δ unitas ipſum γ numerum metitur: & β, ipſum α. Viciſſim igitur (per 15 ſeptimi) æquè δ, unitas ipſum β numerũ metitur & γ ipſum α, et γ igitur ipſum α metitur: quod erat demonſtrandum.*

α . . . .
β . . . .
γ . .
δ .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 39.*

39 NVmerorum minimum, propoſitarum denominationũ habentium partes inuenire.

CORRELARIVM.

Ex quo manifeſtum eſt quòd minimus numerus numeratus à quotlibet, eſt minimus habens partes denominatas ipſis.

CAMPANVS. Sint a b c d, denominantes partes propoſitas, & e minimus numeratus ab eis ſum

ptus ſecundum 36. Ipſum e dico eſſe quem quęrimus. Sint enim ſecundum quos numerant ipſum f g h K, eritq́ per 16 & hanc communem ſcientiam, unitas eſt pars omnis numeri ab ipſo dicta, ut uiceuerſa f g h k, numerent e ſecundum a b c d, quare ſitut partes eius ab illis dictæ: eſt igitur e habens partes propoſitarum denominationum. Minimus etiam, quoniam ſi alter fuerit ut l, ſint partes l dictæ ab eis m n p q, eruntq́ per 16 & prædictam communem ſcientiam a b c d, uiceuerſa partes l dictæ ab m n p q, quare non erat e minimus quem numerant, a b c d: quod eſt inconueniens.

e............
a .. f......
b ... g ....
c .... h ...
d ...... k ..

Campani annotatio. Habito minimo, ſi cura eſt habere ſecundũ, aut quotũcunq; libet, ſi ſecũdũ quidem, ſume duplum minimi, ſi tertium, triplũ, & ad hunc modũ in alijs. Cùm enim omnis multiplex ipſius e numeretur ab a b c d, per hanc communem ſcientiam omnis numerus numerans alium, numerat omnem numeratum ab illo: neceſſe eſt per 37 ut omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a b c d, ſi itaq; duplus e, non fuerit ſecundus habẽs partes propoſitarum denominationum, erit alius, quem ſicut ſequitur eſſe maiorem e, ſic ſequitur eſſe minorem duplo, & quia illum numerant a b c d, per 38, ſequitur per correlarium 36 quod e numeret eũdem, quód eſt impoſſibile: cùm enim numeret ſe, numeraret per hanc communem ſcientiam, omnis numerus numerans totũ & detractũ, numerat reſiduũ, differentiam illius ad ſe, quæ cùm ſit minor eo, maior numerus numeraret minorem, quod eſſe non poteſt. Sequitur itaq; duplum e, eſſe ſecundum numerũ habentem propoſitarum denominationum partes. Similiter quoq; argues triplum e eſſe tertium, probato duplo eſſe ſecundum, alioqui quia eſſet triplo minor & duplo maior, ſequeretur e numerare aliquem inter ipſius duplum & triplum, quod ut prius patet, eſt impoſſibile: probato autẽ triplo eſſe tertium: ad huius ſimilitudinem probabis quadruplum eſſe quartum: & ſic in cæteris.

l ....
m ....
n ....
p .....
q ...

Campani additiones.

Minimum numerum habentem partes propoſitarum denominationum ſumptarum continuè, reperire.

Vt minimum numerum habentem ſecundam, quæ ſecunda habeat tertiam, quæ etiam tertia habeat quartam, aut qualitercunq; contingat eas ab eiſdem uel diuerſis denominari. Multiplicare oportet denominatorem primæ partis in denominatorẽ ſecundę, & ex eis productũ in denominatorẽ tertiæ, productum quoq; in denominatorẽ quartæ, ſicq; de cæteris uſq; ad ultimam à prima, uel uſq; ad primam ab ultima: & qui prouenerit, erit qui inquiritur, ut propoſitio 60 uel 84. Hoc autem ita eſſe demonſtrariuè ſic habeto. Sint numeri partes propoſitas denominantes a b c, uolumus inuenire minimum numerum qui habẽat partem denominatam ab a, ita quòd illa pars habeat partem denominatam a b, ſed & hęc aliam dictam a c. Ducatur itaq; c in b, & proueniat e, & e in a, proueniat f, eum dico eſſe quẽ quærimus. Cùm enim f proueniat ex a in e, erit e pars f dicta ab a, ſed & propter hoc erit c pars e dicta a b, & quia unitas eſt pars c dicta ab ipſo c, patet f habere partes ut proponitur. Si ergo f non fuerit minimus, ſit g, ſitq́ h pars eius dicta ab a, et K pars h dicta a b, l quoq; pars K dicta a c, eritq́ per 18, f ad g, ut e ad h, & e ad h, ut c ad K, itemq́ c ad k, ut unitas ad l, quare permutatim f ad e, ut g ad h, & e ad c, ut h ad k, & c ad unitatem ut K ad l, ergo per 15, erit in proportione ęqualitatis f ad unitatem, ut g ad l, ergo permutatim erit f ad g: ut unitas ad l, quare cùm g ſit minor f, erit l minor unitate, ſequitur igitur impoſſibile partẽ numeri, minorem eſſe unitate: erit itaq; f minimus, habens partes ut proponitur. Quo inuento ſi cura fuerit habere ſecundum aut quotũcunq; libet, per minimi multiplices (ut prius dictum eſt) ſumendi erunt, hoc autem 39 proponitur in alio ſecundum hunc modum.

f..........................
e ....
c .... b ... a ..
unitas
.
g ....
h ....
K .....
l ..

Propoſitis partibus quotiſcunquelibet, minimũ numerum eas continentium inuenire.

Vt ſi partes propoſitæ ſint a b c, ſintq́ eas denominantes d e f, & ſumatur minimus quẽ numerant d e f, qui ſit g, hunc dico eſſe quem quærimus, erũt enim in eo propoſitæ partes per 37, qui ſi non fuerit minimus eas continens: ſit ergo h, quem numerabunt d e f, per 38, igitur non erit g minimus numeratus ab eis, quod eſt inconueniens, quia minimus erat.

a tertia d ...
b quinta e .....
c ſexta f ......
g ....
h ....

Campani annotatio. Intelligo uerò partes a b c, indeterminatè poni, non ſub quantitate certa: aliter enim non eſſet neceſſarium, ut minimus numerus, quem numerant d e f, eſſet

eſſet minimus continens partes propoſitas, plurimas enim contingit partes repetire, quas nume rus numeratus ab eorum denominatoribus non continet: uerbi gratia, Tres numeri qui ſunt 120, 90, & 712, ſunt eiuſdem numeri partes, primus quidem tertia, ſecūdus uerò quarta, & tertius quinta, nec tamen minimus quem numerant denominatores eorum qui eſt 60: partes iſtas: continet. Inſtandum igitur eſt (ſi partes ſub certa quantitate ponantur) primæ conſequētiæ huius demonſtrationis. Non enim ſequitur ut arguit per 37 ſi ternarius hunc numerat, ergo hic numerus poſitus eſt eius tertia, ſed ergo habet tertiā, quapropter idem eſt quod proponitur ſecundū utrunque modum, ſed ſecundū primum, conuenientius uidetur quod intenditur proponi. Attendere autem oportet cùm omnis pars habeat quantitatem, quod in eo contingit ponere quotlibet & quaslibet partes ſecundū quantitatem, & inquirere quis minimus eas continet, & ſub quibus denominationibus. Minimum autem eas continentē conſtat eſſe minimū numeratum ab eis, ſecundum quos uerò numerat: ſunt qui illas in illo denominant. Contingit iterū ponere quotlibet & quaslibet denominationes, & inquirere in quo minimo hę denominationes reperiuntur et ſecundum quas quantitates. Minimum quoq; conſtat eſſe minimum numeratū ab illis, ſecundū quos uerò numerant: ſunt qui quantitates determinant, utrobiq; autem idcirco inquiritur minimus, quia infiniti ſunt hinc quidem qui has partes continent: inde uerò in quibus hę denominationes reperiuntur. Contingit rurſus ponere quotlibet partes & totidem denominationes uel quotlibet denominationes & totidem partes, non autem quaslibet cum quibuslibet: ſed certas cum certis. Si enim ponam partes tres, quatuor, quinque, & denominationes earum 6, 7, 8, & inquiram quis numerus cōtinet has partes ſub iſtis denominationibus: ſimilis ero inquiſitori uano quærenti impoſſibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & non ut cōtingit, & inquirere quis numerus poſitas partes ſub poſitis denominationibus continet, non autem quos minimus, unicus enim eſt: nam ſiue propoſita fuerit una pars & una denominatio, ſiue plures & plures, non erit ſumere plures numeros quod propoſitum erit continentes. Solus enim eſt cuius ternarius eſt quinta: non plures. Solus quoque cuius ternarius octaua, & ſenarius quarta, non plures. Ideoq; proponētem partes & denominationes ipſarum in toto, non eſt quærere quis minimus continet has partes ſub iſtis denominationibus: ſed quis unus continet, proponentem autem partes tantum, contingit quærere quis minimas continet & à quibus in eo denominātur: ſolas quoq; proponentem denominationes, conuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autem uidetur partes per denominationes inquirere, quam denominationes per partes, diuerſitatem quidem denominationum, non partium, comitatur proportionum diuerſitas.

Euclid. ex Zamb. *Problema 17.* *Propoſitio 41.*

41 ## Numerum inuenire, qui minimus exiſtens habeat datas partes.

THEON *ex Zamb. Sint datæ partes α, β, γ, oportet iam numerum inuenire, qui minimus exiſtens habeat ipſas α, β, γ, partes. Sint (per 39 ſeptimi) ipſe α, β, γ, partes cognominatæ numeris δ, ε, ζ, & ſumatur (per 38 ſeptimi) η, minimus numerus, quem δ, ε, ζ, metiūtur. Quoniam igitur ipſi δ, ε, ζ, metiuntur η, cognominatam partem habet η, ipſis δ, ε, ζ, (per 39 ſeptimi.) Ipſis autem δ, ε, ζ, cognominatæ partes ſunt α, β, γ. Igitur η, habet partes α, β, γ. Dico quòd & minimus exiſtens. Si autem η, non exiſtat minimus habens ipſas α, β, γ, partes: erit aliquis numerus minor ipſo η, qui habebit ipſas partes α, β, γ. Sit (per 40 ſeptimi) θ, quoniam θ, habet ipſas partes α, β, γ, igitur numeri cognominati partibus α, β, γ, metientur ipſum θ, partibus autem α β γ, numeri δ, ε, ζ, cognominatæ ſunt. Igitur ipſi δ, ε, ζ, ipſum θ metientur, qui minor eſt ipſo η. Quod eſt impoßibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipſo η: qui habeat ipſas α, β, γ, partes: quod oportebat demonſtrare.*

a ſecunda d..
b tertia e...
c quarta f....
g ....
h ....

SEPTIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM *elementorum, Liber octauus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*

LAtera numerorum dicuntur, quorum multiplicatione numeri producuntur. 2 Superficialis appellatur numerus, qui ſub duobus lateribus continetur. 3 Solidus uerò qui ſub tribus, ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 4 Quadratus, eſt numerus ſuperficialis æqualibus lateribus conſiſtens. 5 Cubus, eſt ſolidus ęqualibus conſiſtens lateribus. 6 Similes dicuntur numeri ſuperficiales ſiue ſolidi, quorũ latera ſunt proportionalia.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI numerorum quotlibet continuæ proportionalitatis duo extremi fuerint contra ſe primi, eos omnes ſecundum ſuam proportionem minimos eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint continuè proportionales a, b, c, duoq; extremi qui ſunt a, c, ſint contra ſe primi, dico quòd in eadem proportione, non reperientur totidẽ minores. Si autem contingit, ſint d, e, f, eritq; per 15 ſeptimi, a ad c, ſicut d ad f, & quia a & c ſunt minimi in ſua proportione per 23 eiuſdem, ſequitur per 21 ut a numeret d, & c, f, maiores ſcilicet minores, quod eſſe non poteſt.

a . . . b . . . . . . c . . . .

d . . . e . . . . . f . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

SI fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, extremi uerò ipſorum primi adinuicẽ fuerint, minimi ſunt eandem rationem habentium eis.

THEON ex *Zamb. Sint quotcunq; numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, extremi autem ipſorum hoc eſt α, δ, primi ſunt adinuicem.* Dico quòd *ipſi α, β, γ, δ, minimi ſunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: ſint minores ipſis α, β, γ, δ, ipſi ε, ζ, η, θ, in eadem ratione exiſtentes eis. Et quoniam ipſi α, β, γ, δ, in eadẽ ſunt ratione ipſis ε, ζ, η, θ, & æqualis eſt multitudo ipſorum ε, ζ, η, θ, at α, δ, multitudini ipſorum α, β, γ, δ, æquè igitur eſt ſicut α ad δ, ſic ε, ad θ, primi ſunt adinuicem, primi uerò & minimi (per 24 ſeptimi) minimi autem numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem (per 21 ſeptimi.) Metitur igitur α, ipſum ε, maior minorem, quod eſt impoſſibile. Igitur ipſi ε, ζ, η, θ, minores exiſtentes ipſis α, β, γ, δ, in eadem non ſunt ratione ipſis. Igitur α, β, γ, δ, minimi ſunt eandem rationem habentium eis: quod oportebat demonſtrare.*

α . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

NVmeros quotlibet continuæ proportionalitatis, ſecundum proportionem datam, minimos inuenire.

Vnde

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtũ erit, quòd ſi fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis ſecundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati, quod ſi fuerint quatuor, erunt extremi cubi.

CAMPANVS. Sint datæ proportionis minimi, a & b ducaturq́ a in ſe, & fiat c, & in b, & fiat d, b, quoq; in ſe, & proueniat e, eruntq́ c, d, e, cõnnuè proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 ſeptimi. Et quia c & e ſunt contra ſe primi per 28 eiuſdem, erunt c, d, e, ſecundum datam proportionem minimi, per præmiſſam. Ducatur iterum a in omnes illos, & proueniãt f, g, h, & b in e, & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, K, continuè proportionales in proportione a, ad b, per 18 & 19 ſeptimi: minimi quoq; per 28 eiuſdem & præmiſſam. Hac uia & ratione inuenientur quinq;, uel ſex, uel quotlibet.

a..
b...
c....
d......
e.........
f........
g............
h.................
k...........................

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 2.

Numeros inuenire continuè proportionales minimos, quotcunq; imperauerit quiſpiam, in data ratione.

THEON ex Zamb. *Sit data ratio in minimis numeris, ipſius α ad β, oportet iam numeros inuenire continuè proportionales minimos quotcunq; imperauit quiſpiam in ipſius α ad β, ratione. Imperentur iam quatuor, & α, ſeipſum, multiplicans, efficiat γ, ipſum uerò β, multiplicans, efficiat ipſum δ: & inſuper β, ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat ε. Et inſuper α, ipſos γ, δ, ε, multiplicans, ipſos ζ, η, θ, faciat, at β, ipſum ε, multiplicans efficiat ipſum κ. Et quoniam α, ſeipſum multiplicans ipſum effecit γ, ipſum autem β, multiplicans fecit ipſum δ, numerus iam α, binos numeros α, β, multiplicans effecit γ, δ. Eſt igitur (per decimam ſeptimam ſeptimi) ſicut α, ad β, ſic eſt γ, ad δ. Rurſus quoniã α, ipſum β, multiplicans ipſum δ, fecit, at β, ſeipſum multiplicans ipſum fecit ε, uterq; igitur ipſorum α, β, ipſum β, multiplicans effecit utrunq; ipſorum δ, ε. Eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut α, ad β ſic eſt δ ad ε. Sed ſicut α, ad β, ſic eſt γ, ad δ, & ſicut igitur (per undecimam quinti) γ, ad δ, ſic eſt δ, ad ε. Et quoniã α, ipſos γ, δ, multiplicans ipſos ζ, η, fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ, ad δ, ſic eſt ζ, ad η. Sicut autem γ, ad δ, ſic erat α, ad β, & ſicut igitur (per 11 quinti) α, ad β, ſic eſt ζ, ad η. Rurſus quoniam α, ipſos δ, ε, multiplicans, ipſos effecit η, θ, eſt igitur (per eandem 17) ſicut δ ad ε, ſic eſt η ad θ, ſed ſicut δ ad ε, ſic eſt α, ad β, & ſicut igitur (per 11 quinti) α, ad β, ſic η, ad θ, & quoniam ipſi α, β, ipſum ε, multiplicantes: ipſos effecerunt θ, κ: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic θ, ad κ: patuit autem quòd ſicut α ad β, ſic ζ, ad η, et η ad θ, & ſicut igitur (per undecimã quinti) ζ ad η, & η ad θ, ſic eſt θ ad κ. Igitur ipſi γ, δ, ε & ζ, η, θ, κ, proportionales ſunt in ipſius α ad β ratione. Dico quod & minimi quoniã enim ipſi α, β, minimi ſunt eandem rationem habentium eis, minimi autem eandem rationem habentium primi ſunt adinuicem (per 21 ſeptimi,) ipſi α, β, igitur primi ſunt adinuicem, & uterq; ipſorum α, β, ſeipſum multiplicans, utrunq; ipſorum γ, ε, fecit: utrunq; autem ipſorum γ, ε, multiplicãs: utrunq; ipſorum ζ, κ, fecit. Igitur (per uigeſimam nonam ſeptimi) ipſi γ, ε, & ζ κ, primi ſunt adinuicem. Si autem fuerint quotlibet numeri continuè proportionales, extremi autem ipſorum primi adinuicem fuerint: minimi ſunt eandem rationem habentium eis, (per primam octaui.) Ipſi γ, δ, ε, igitur & ζ, η, θ, κ, minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α, β: quod oportuit feciſſe.*

α...
β....
γ..........
δ............
ε.................
ζ..........................
η..................................
θ..
κ..

PORISMA *ſiue correlarium. Proinde manifeſtum eſt quòd ſi tres numeri continuè proportionales minimi fuerint eandem rationem habentium eis, extremi eorum quadrati ſunt: ſi autem quatuor, cubi.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

SI numeri quotlibet continuè proportionales ſecundum ſuam

proportionem fuerint minimi, duos eorum extremos contra ſe primos eſſe neceſſariò comprobatur.

Campanvs. Hæc tertia eſt conuerſa primæ. Sint enim a, b, c, d, continuè proportionales, & ſecundum ſuam proportionem minimi, dico quòd a & d extremi, erunt ad inuicem primi, minimi enim in proportione a ad b, ſint e & f, eruntq́ per 22 ſeptimi contra ſe primi, per hos ergo duos ſecundum doctrinam præmiſſæ inueniantur totidẽ continuè proportionales & minimi quot ſunt numeri propoſiti, primo quidẽ tres qui ſunt g h k, deinde quatuor qui ſunt l, m, n, p, & ad hunc modũ continuè per additionem unius, quouſq; fiant tot quot ſunt numeri propoſiti, ut ſunt hic l, m, n, p: ſequitur ergo l, m, n, p, æquales eſſe a, b, c, d, eo quòd in eadem proportione ſunt utriq; minimi, & quia l & p ſunt contra ſe primi per 28 ſeptimi, erunt quoq; a & d illis æquales, contra ſeptimi: quod eſt propoſitum.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ..
f ...
g ....
h ......
k ....
l ....
m ....
n ....
p ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 3.* *Conuerſa primæ.*

Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, minimi eandem rationem habentium eis, eorum extremi primi ad inuicem erunt. 3

Theon *ex Zamb. Sint quotcunque numeri continuè proportionales, minimi eandem rationẽ habentiũ eis, α, β, γ, δ. Dico quòd extremi eorũ hoc eſt α, & δ, primi adinuicẽ ſunt. Sumãtur enim (per 2 octaui uel 35 ſeptimi) bini numeri minimi in ipſorũ α, β, γ, δ, ratione: hoc eſt ε ζ. Tres autẽ η θ κ, & ſemper deinceps uno plus, quoad aſſumpta multitudo æqua ſit multitudini ipſorum α, β, γ, δ. Suſcipiantur, ſintq́; λ μ ν ξ, Igitur (per 29 ſeptimi) eorum extremi λ ξ, primi adinuicẽ ſunt. Quoniam enim ε ζ, primi ſunt, uterq; autem eorũ ſe ipſum multiplicans utrunq; ipſorum η, κ, fecit utrunque autem ipſorũ η, κ: multiplicãs utrunq; ipſorum λ, ξ, fecit igitur (per 29 ſeptimi) ipſi η, κ, primi ſunt & λ ξ. Et quoniam ipſi α, β, γ, δ, minimi ſunt eandem rationem habentium eis, ſunt autem & λ, μ, ν ξ, minimi in eadem ratione exiſtens ipſis α, β, γ, δ, & æqualis multitudo ipſorum α, β, γ, δ, multitudini ipſorum λ, μ, ν, ξ, unuſquiſq; igitur ipſorum α, β, γ, δ, unicuiq; ipſorum λ, μ, ν, ξ, eſt æqualis, æqualis igitur eſt α, ipſi λ, & δ ipſi ξ, & quoniam ipſi λ, ξ, primi adinuicem ſunt, æqualis autem eſt λ ipſi α, & ξ, ipſi δ, igitur & ipſi α, δ, primi ſunt adinuicem: quod demonſtraſſe oportuit.*

α ....
β ....
γ ....
δ ....
ε ...
ζ ....
η ....
θ ....
κ ....
λ ....
μ ....
ν ....
ξ ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

Similitudinem aſſignatarum proportionũ in minimis numeris, ſecundum ipſas proportiones continuatim proportionalibus inuenire. 4

Campanvs. Aſſignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur, ut docet 34 ſeptimi, ſintq́ prima inter a & b, ſecunda inter c & d, tertia, inter e & f, ſic quoq; de pluribus ſi fuerint plures, uolo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g minimum quem numerant b & c, & quoties b numerat ipſum g, toties a numeret h, d quoque toties numeret k, quoties c g. Itaq; ſi e numerat k, ſit ut f numeret l, eruntq́ h, g, K, l, quos quærimus: cõſtat enim per 18 ſeptimi, quòd ſit h ad g, ſicut a ad b, & g ad k, ſicut c ad g, at k ad l, ſicut

a ......
b .....
c ....
d ...
e .....
f ...
h ....
g ....
K ....
l ....
m ....
n ....
p ....
q ....

cut e ad f. Minimi quoq;, nam ſi alij ſint minimi ut m n p q, oportebit per 21 ſeptimi, bis aſſumptam ut uterque duorum b & c numeret p, quare & g numerabit eundem per correlarium 35 ſeptimi, quod eſt inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l, minimi.

At uerò ſi e non numerat k, ſit m minimus numeratus ab eis ſcilicet e & K, quem quoties numerat k, toties h numeret n, & g toties p, eruntq; per 18 ſeptimi, n p m, in proportione h g k, quare n ad p, ut a ad b, & p ad m, ut c ad d, ſed quoties e numerat m, toties f numeret q, & erit per eandem m ad q, ſicut e ad f. Manifeſtum igitur quòd aſſignatę proportiones, continuatæ ſunt in quatuor numeris qui ſunt n p m q. Qui ſi non fuerint minimi, ſint (ſi poſſibile eſt) alij qui ſint r, ſ, t, x, quia itaq; per 21 ſeptimi, bis aſſumptā uterq; duorū numerorū b & c numerat s, ſequitur per correlariū 55 ſeptimi, ut g numeret eundē, quare etiā k numerabit: at quia per 21 ſeptimi, ut e numerat eundem, non erit m minimus quem numerant k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias ſine omni offendiculo continuare poteris.

a . . .   b . .
c . . . .   d . . .
e . . . . .   f . . . .
g . . . .
h . . . .
k . . . . . .
n . . . .
p . . . .
m . . . .
q . . . .
r . . . .
s . . . .
t . . . .
x . . . .

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 4.*

4 Rationibus datis quibuſcunq; in minimis numeris, numeros inuenire continuè proportionales minimos in datis rationibus.

THEON ex Zamb. *Sint datæ rationes in minimis numeris, ipſius α ad β, & ipſius γ ad δ, & ipſius ε ad ζ oportet iā numeros inuenire continuè proportionales minimos, in ipſius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Sumatur enim η, minimus numerus, quē metiantur β γ, & quoties quidē β, ipſum η, metitur, toties α, ipſum θ metiatur, quoties autē γ ipſum η metitur, toties δ, ipſum κ, metiatur. At ε ipſum κ aut metitur aut nō metitur. Metiatur primū. Et quoties ε ipsū κ metitur: toties ζ, ipſum λ metiatur, et quoniā α, ipſum θ, æquè metitur & β, ipſum η, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic eſt θ, ad η. Id propterea & ſicut γ ad δ, ſic η ad κ, et inſuper ſicut ε ad ζ, ſic κ ad λ, Igitur ipſi θ η κ λ, continuè ſunt proportionales, & in ipſius α ad β, & ipſius γ ad δ, & inſuper ipſius ε ad ζ, ratione. Dico quòd & minimi. Si autē ipſi θ η κ λ, non ſunt continuè proportionales minimi in ipſius α ad β, & γ ad δ, et ε ad ζ rationibus: erūt aliqui numeri minores ipſis θ η κ λ, in ipſius α ad β, et γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: ſint autem ν ξ μ ο. Et quoniā eſt ſicut α ad β, ſic ν ad ξ, ipſi autē α β, minimi, minimi autē (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem habentes æquè, maior maiorē & minor minorē, hoc eſt antecedēs antecedētē, et ſequēs ſequentē, igitur β, ipſum ξ metitur. Id propterea & γ, ipſum ξ metitur. Igitur γ β. ipſum ξ, metiuntur, & minimus igitur quē ipſi β γ, metiuntur (per 37 ſeptimi) ipſum ξ metietur: minimus autē quem ipſi β γ metiuntur, eſt η. Igitur η ipſum ξ metietur maior minorem, quod eſt impoßibile.*

α . . .
β . . . .
γ . .
δ . . .
ε . . . .
ζ . . . .
θ . . . . . .
η . . . .
κ . . . .
λ . . . .
ν . . . .
ξ . . . . . .
μ . . . .
ο . . . .

Non erūt igitur aliqui numeri minores (per 15 ſeptimi) ipſis θ η κ λ, continuè proportionales in ipſius α, ad β, & γ ad δ: & ε ad ζ, ratione. Non metiatur iam ε, ipſum κ, et ſumatur (p 36 ſeptimi) minimus numerus quem metiantur ipſi ε κ, & ſit ν, & quoties quidem κ, ipſum ν, metitur, toties uterq; ipſorum η θ utrunq; ipſorum ν ξ, metiatur. Quoties autem ε, ipſum ν, metitur, toties & ζ, ipſum ο, metiatur. Et quoniam θ ipſum ν, & η, ipſum ξ, æquè metitur: eſt igitur ſicut θ ad η, ſic eſt ν ad ξ. Sicut autē α ad β, ſic eſt θ ad η, & ſicut igitur (p 11 quinti) α ad β, ſic ξ ad γ. Id propterea etiam ſicut γ ad δ, ſic eſt ξ ad μ. Rurſus quoniam quoties ε, ipſum ν metitur, toties & ζ, ipsū ο: eſt igitur ſicut ε ad ζ, ſic eſt μ ad ο. Igitur ipſi ν ξ, μ ο, cōtinuè proportionales ſunt in ipſius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Dico quòd & minimi. Si autem ipſi ν ξ μ ο, nō ſunt cōtinuè proportionales

α . . . .   β . . . . . .
γ . .   δ . . .
ε . . . .   ζ . . . . .
θ . . . .
η . . . .
κ . . . .
ξ . . . .
ν . . . .
μ . . . .
ο . . . .
π . . . .
ρ . . . .
σ . . . .
τ . . . .

tionales

tionales minimi in ipſorum α β, γ δ, ε ζ rationibus, erunt aliqui numeri ipſis ξ ο, μ ν, minores, continuè proportionales in ipſorum α β, γ δ, ε ζ, rationibus. Sint π ρ σ τ. Et quoniã eſt ſicut π ad ρ, ſic eſt α, ad β, ipſi autem α β, minimi, minimi autem (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter antecedẽs antecedentem & ſequens ſequentem, igitur β, ipſum ρ metitur. Id propterea etiam γ, ipſum ρ, metitur. Igitur ipſi β, γ, ipſum ρ metiuntur, & minimus igitur (per 36 ſeptimi) quem ipſi β γ, metiuntur, ipſum metietur ρ. minimus autem quem ipſi β γ metiuntur, eſt ξ. Igitur ξ ipſum ρ metitur, eſtq́; ſicut ξ, ad ο. ſic eſt π, ad ρ, & π igitur ipſum σ metitur, metitur autem & ε, ipſum σ. Igitur ipſi ε π, ipſum σ, metiuntur, & minimus quem ipſi ε π, metiũtur, (per eandem) metietur ipſum σ. Minimus autem quem ipſi ε π, metiuntur: eſt μ. Igitur μ, ipſum σ metitur maior minorẽ, quod eſt impoßibile. Igitur non erunt aliqui numeri minores ipſis ξ ο, μ ν, continuè proportionales in ipſius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Igitur ipſi ξ ο, μ ν, continuè proportionales minimi ſunt in ipſorum α β γ δ ε ζ, rationibus: quod oportuit feciſſe.

Euclid. ex Camp. **Propoſitio 5.**

Omnium duorũ numerorũ compoſitorũ proportio unius ad alterum, eſt ex laterũ ſuorum producta proportionibus. 5

CAMPANVS. Quod proponit 24 ſexti de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum, proponit hæc de numeris compoſitis. Sint duo numeri compoſiti a b, latera a, ſint c & g, latera b, ſint e & f, dico itaque quòd proportio a ad b, conſtat ex ea quæ eſt c ad e & d ad f. Sit enim ut ex d in e, fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuerſionem diffinitionis laterum: erit per 18 ſeptimi, a ad g, ſicut c ad e, & per 19 eiuſdem g ad b, ſicut d ad f: quare per diffinitionẽ, proportio a ad b, cõpoſita eſt ex ea quę eſt c ad e, & ea quæ eſt d ad f, quod eſt propoſitũ.

a............
b....................
c..
d......
e....
f.....
g........................

CAMPANI annotatio. Nec eſt neceſſarium ut continuemus proportiones laterum (uidelicet eam quæ eſt c ad e & eam quæ eſt d ad f) in minimis numeris repertis, ſecundũ doctrinam præcedentis, ut docent quidam, hoc enim eſt propoſito præter neceſſarium. Arguunt enim poſito quòd illi minimi ſint h k l, ita quod ſit h ad k ſicut c ad e & k ad l, ſicut d ad f, proportionem h ad l eſſe compoſitam ex propoſitorum laterum proportionibus. Sumptoq́ g fieri ex d in e, arguunt a ad g, ut h ad K, quia ut c ad e, & g ad b ut K ad l, quia ut d ad f, ideoq́ ſecundum æquam proportionalitatẽ, & a ad b: ut h ad l, concludunt igitur a ad b, cõponi ex quibus h & l, uerũ quidem, ſed non neceſſarium aſſumpto.

a............
g..........................
b...................
c..
e....
d......
f....
h............
k.........................
l......................

Euclid. ex Zamb. **Theorema 3.** **Propoſitio 5.**

Plani numeri, adinuicem rationem habent compoſitam ex lateribus. 5

THEON ex Zamb. *Sint plani numeri α β, ipſius quidẽ α, Latera ſint γ δ, ipſius autem β, ſint ε ζ. Dico quòd α ad β, rationem habet ex lateribus compoſitam. Rationibus enim datis quas habent γ ad ε, & δ, ad ζ, ſuſcipiantur (per 4 octaui) numeri continuè proportionales minimi in ipſorum γ ε, & δ ζ, rationibus ſintq́; η θ κ. ut ſit ſicut γ ad ε, ſic eſt η, ad θ ſicutq́; δ, ad ζ, ſic θ, ad κ. Ipſi igitur η θ κ habent laterum rationes. Sed ipſius η ad κ ratio compoſita eſt ex ea quã habet η ad θ, & ex ea quã habet θ, ad κ, ipſi igitur η ad κ, rationẽ habet ex lateribus compoſitã. Dico igitur quòd eſt ſicut α ad β, ſic η ad θ, ipſe enim δ ipſum ε multiplicans: efficiat ipſum λ. Quoniam δ ipſum γ, multiplicans ipſum fecit α, multiplicans autem ipſum ε efficit λ, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt α, ad λ. Sicut autem γ ad ε, ſic η ad θ, & ſicut igitur (per 11 quinti) η, ad θ, ſic α ad λ. Rurſus quoniam ε ipſum δ, multiplicans ipſum fecit λ, ſed & ipſum ζ, multiplicans ipſum fecit β. eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut δ ad ζ, ſic eſt λ, ad β. Sed ſicut δ ad ζ, ſic eſt θ, ad κ, & ſicut igitur (per 11 quinti) θ, ad κ, ſic λ, ad β, patuit autem quòd ſicut η, ad θ, ſic eſt α ad λ. Aequè igitur eſt (per 14 ſeptimi) ſicut η ad κ, ſic eſt α, ad β, ipſe autem η ad κ, rationem habet compoſitam ex lateribus: & α igitur ad β, rationem habet compoſitam ex lateribus*

α.................
λ.....................
β..............................
γ...
δ......
ε....
ζ........
η.........
θ............
κ................

laterib. qđ feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

6 SI numerorum quotlibet continuè proportionalium primus ſecundum non numeret, nullus eorum numerabit ultimum.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, e, continuè proportionales, dico quòd ſi a non numeret b, nullus eorum numerabit e. Manifeſtum autẽ eſt quod ſi ipſum numeret, omnes numerabunt e, & ſimpliciter quilibet præcedens quemlibet ſequentem. Si autẽ non numerat ipſum, patet quòd d non numerabit e, nec ſimpliciter aliquis eorum proximè ſequentem e, quia ſunt poſiti cõtinuè proportionales. Sed quod nullus alius ut a numeret ipſum, ſic conſtat. Sumantur ſecundum doctrinam 2 huius, totidem minimi continuè proportionales in proportione eadẽ, quot ſunt ipſe c & omnes ſequentes, qui ſunt f, g, h, eruntq; per 3 huius & f & h, contra ſe primi, & quia per æquam proportionem c ad e ut f ad h, cùm f non numeret h, nec c numerabit e, eodem modo nec aliquis aliorũ, quare liquet: quod propoſitum eſt.

a . . . .
b . . . .
c . . . .
d . . . .
e . . . .
f . . . .
g . . . .
h . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 6.*

6 Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, primus autem ſecundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

THEON *ex Zamb. Sint numeri cõtinuè proportionales α, β, γ, δ, ε. Ipſe autẽ α, ipſum β, non metiatur. Dico quòd & alius nullus, nullum metietur. Quod quidem ipſi α, β, γ, δ, ε, continuè adinuicẽ ſeſe non metiuntur manifeſtum eſt: quia neq; α, ipſum β metitur, dico iam quòd neq; alius ullus, ullum alium metietur. Dico quòd neq; α, ipſum γ metietur, quod enim ſunt ipſi α, β, γ, tot ſumantur (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem rationem habentium ipſis α, β, γ, ſintq; ζ, η, θ. Et quoniam ipſi ζ, η, θ, in eadem ratione ſunt ipſis, α, β, γ, & eſt æqualis multitudo ipſorum α, β, γ, multitudini ipſorum ζ, η, θ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi, eſt ſicut α, ad γ, ſic eſt ζ, ad θ. Et quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic eſt ζ, ad η, non metitur autem α, ipſum β, igitur neq; ζ ipſum η, metitur. Igitur ζ, non eſt unitas. Si enim ζ, eſſet unitas, omnem numerum metiretur. Et ζ, θ, (per 3 octaui) primi ſunt adinuicem. Igitur neq; ζ, ipſum θ, metitur, & eſt ſicut ζ, ad θ, ſic α, ad γ, neque igitur α, ipſum γ metitur. Similiter quoq; oſtendemus, quòd neque alius ullus ullum metietur: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

7 SI numerorum continuè proportionaliũ primus ultimum numeret, idem ipſe & ſecundum uumerabit.

CAMPANVS. Sint qui prius, continuè proportionales, dico ſi a numerat e: ipſe numerabit b, alioqui ex præmiſſa non numeraret e, quod eſt contrariũ & impoſſibile. Non ſolum autẽ numerabit b: ſed & omnes, & quiſq; eorum: quemlibet ipſum ſequentem.

a . .
b . . . .
c . . . .
d . . . .
e . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 7.*

7 Si fuerint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, primus autem extremum metiatur, & ſecundum quoq; metietur.

THEON *ex Zamb. Sint quotcunq; numeri proportionales α, β, γ, δ, at α, ipſum δ metiatur. Dico quòd & α, ipſum β metietur. Si autem non metitur α, ipſum β, neq; alius ullus (per 7 octaui) alium ullũ metietur, quod (per hypotheſin) eſt impoßibile, ſupponitur enim α, ipſum δ metiri, metitur autem α, ipſum δ, metitur igitur & α, ipſum β: quod oportuit demonſtraſſe.*

α . . .
β . . . . . .
γ . . . .
δ . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 SI inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint, totidem inter omnes duos in eadẽ proportione relatos cadere neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint a & b, inter quos cadunt c & d in continua proportione habentes ſe in proportione e ad f, dico quòd totidem cadūt inter e & f & in eadem proportione, quot inter a & b. Sint enim g,h,k,l, totidē minimi: quot ſunt a & b qui inter eos cadunt, ſumpti quemadmodum docet 2 huius, continuè proportionales in eadem proportione, eruntq; per 3 g & l, contra ſe primi, & per æquam proportionalitatem erit g ad l, ſicut a, ad b, ideoq;, & ſicut e ad f, & quia ipſi ſunt in ſua proportione minimi per 23 ſeptimi, ſequitur per 21 eiuſdē ut g numeret e, & l, f æqualiter, toties igitur numeret h, m, & k, n, poſitisq; m & n inter e & f, conſtat per 18 ſeptimi, e, m, n, f eſſe continuè proportionales quemadmodum ſunt h,k,l, & ideo quemadmodum a,c,d,b, quare patet quod dictum eſt.

a..
c.. ..
d........
b...............
e...
m......
n...........
f.......................
g.
h..
K....
l........

CAMPANI annotatio. Ex hac conſtat nullam ſuperparticularem poſſe per æqualia diuidi, ſi enim hoc eſſet, oporteret inter duos numeros ſola unitate diſtātes numerū cadere medium, quod eſſe non poteſt: ideoq; tonus in muſica quem ſeſquioctaua cōtinet proportio, in duo uera ſemitonia diuidi non poteſt, ſed neceſſariò diuiditur in minus ſemitonium & maius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 8.*

Si inter duos numeros continuè proportionales ciderint numeri, quot in eos ciderint numeri, tot & inter eandem rationem habentes eis continuè proportionales cadent.

THEON *ex Zāb. Inter binos enim numeros α, β, cōtinuè proportionales cadāt numeri γ, δ. Fiatq; ſicut α, ad β, ſic ε, ad ζ. Dico quòd quot inter ipſos α, β, cōtinuè proportionales numeri cadunt, tot quoq; inter ipſos ε, ζ, continuè proportionales cadent. Quot enim ſunt multitudine ipſi α, β, γ, δ, tot ſumātur (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem rationem habentium eiſdē α, β, γ, δ, ſintq; η, θ, κ, λ. Igitur extremi ipſorum, hoc eſt η, λ, primi ſunt adinuicem (per 3 octaui.) Et quoniam ipſi α, γ, & δ, β, ipſis η, θ, & κ, λ, in eadem ſunt ratione, & æqualis eſt multitudo ipſorum α, γ, & δ, β, multitudini ipſorum η, θ, & κ, λ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut α, ad β, ſic eſt η, ad λ. Sicut autem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ut igitur η, ad λ, ſic eſt ε, ad ζ. Ipſi autem η, λ, primi ſunt, primi autem, & minimi, minimi uerò numeri, eandē rationem habentes eis æquè metiuntur maior maiorem & minor minorem (per 21 ſeptimi) hoc eſt antecedens antecedentē & ſequens ſequentem. Aequè igitur η, ipſum ε metitur, & λ, ipſum ζ. Quoties autē η, ipſum ε metitur, toties & uterq; ipſorum θ, κ, utrunque ipſorum μ, ν, metiatur. Ipſi igitur η, θ, κ, λ, ipſos ε, μ, ν, ζ, æquè metiuntur. Igitur (per 18 ſeptimi) ipſi η, θ, κ, λ, ipſis ε, μ, ν, ζ, in eadem ſunt ratione. Sed ipſi η, θ, κ, λ, ipſis α, γ, δ, β, in eadem ſunt ratione, & ipſi α, γ, δ, β, igitur, ipſis ε, μ, ν, ζ, in eadem ſunt ratione. Ipſi autem α, γ, δ, β, continuè ſunt proportionales, & ipſi ε, μ, ν, ζ, igitur continuè proportionales ſunt. Quod igitur inter ipſos α, β, continuè proportionales numeri ceciderunt, tot & inter ε, ζ, continuè proportionales cadunt: quod oportuit demonſtraſſe.*

α...
γ.........
δ.......................
β...
η.
θ...
κ.........
λ.......................
ε..
μ.........
ν.................
ζ..

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

SI inter duos numeros contra ſe primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint, inter utrūq; eorum & unitatem totidem continua proportionalitate cadere neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi, inter duos cadant in continua proportionalitate c & d. Dico quòd totidem erunt continuè proportionales inter a & unitatem, itemq; totidem inter b & unitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, ſumpti, ut docet 34 ſeptimi, ex quibus ſumantur tres continuè proportionales & minimi in eorum proportione

prout

prout docet 2 huius, qui ſint g, h, k, deinde quatuor, qui ſint l, m, n, p, & hoc toties fiat, uſquequo ſic ſumpti fiant totidem quot ſunt numeri propoſiti, ut ſunt hic l, m, n, p. Conſtat itaque (cùm ſint a, c, d, b, in ſua proportione minimi per primam huius, ſintque l, m, n, p, totidem minimi in eadem, nõ ſit autem poſſibile eſſe aliquid minus minimo) quòd numeri l, m, n, p, æquales erunt numeris a, c, d, b, quiſque ſuo relatiuo, eſt igitur l, æqualis a, & p, b. Manifeſtum autem eſt ex ſecunda huius quòd ex f in ſe fit k, & ex eodem in k, p, per diffinitionem igitur eius quod eſt multiplicari erit f, in k, k quoque in p, quoties unitas eſt in f, itaque unitas, f, K, p, ſunt cõtinuè proportionales, ſimiliter autem & unitas e, g, l. Sumptis ergo a & b loco l & p ſibi æqualiũ erũt inter a & unitatẽ g, & e, & inter b & unitatem k & f, continuè proportionales totidẽ, quot ſunt inter a & b: quod eſt propoſitum.

a........
l........
g....
a............
m............ e..
h......
n.................. f...
d..................
k.........
p..........................
b.........................

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 9.*

Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & inter eos cõtinuè proportionales ceciderint numeri, quot inter eos cõtinuè proportionales ceciderint numeri, tot quoque inter utrunque eorum & unitatẽ continuè proportionales cadent.

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicem α, β, & inter eos continuè proportionales cadant γ, δ, & ponatur ε unitas. Dico quòd quot inter α, δ, continuè proportionales ceciderint numeri, tot quoque inter utrunque ipſorum α, β, & ε, unitatem continuè proportionales numeri cadent. Sumantur (per 35 ſeptimi) bini numeri minimi in ipſorum, α, γ, δ, β, ratione exiſtentes, ſintque ζ, η, tres autem: ſintque θ, κ, λ, & ſemper ordinatim uno plus, quoad æqualis fiat multitudo ipſorũ, multitudini ipſorum α, γ, δ, β, ſumantur, ſintque μ, ν, ξ, ο. Manifeſtum iam eſt quòd ζ, ſeipſum multiplicans, fecit ipſum θ, ipſum autem θ multiplicans, ipſum effecit μ, & η, ſeipſum multiplicans, ipſum λ, effecit: ipſum autem λ multiplicans, ipſum ο fecit. Et quoniam ipſi μ, ν, ξ, ο, (per hypotheſin) minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis η, ζ, ſunt autem (per 1 octaui) & ipſi α, γ, δ, β, minimi eandem rationem habentium ipſis η, ζ, & æqualis eſt multitudo ipſorum μ, ν, ξ, ο, multitudini ipſorum α, γ, δ, β: unuſquiſque igitur ipſorum μ, ν, ξ, ο, unicuique ipſorum α, γ, δ, β, eſt æqualis. Aequalis igitur eſt μ ipſi α, & ο, ipſi β. Et quoniam ζ ſeipſum multiplicans, ipſum effecit θ, igitur (per 16 ſeptimi) ζ, ipſum θ metitur per eas quæ in ζ, ſunt unitates: metitur autẽ & ε, unitas ipſum ζ, per eas quæ in ipſo ſunt unitates, pariter igitur (per 15 ſeptimi) ε unitas, ipſum ζ numerũ metitur, & ζ, ipſum θ. Eſt igitur ſicut ε, unitas ad ζ, numerum, ſic eſt ζ ad θ. Rurſus quoniam ζ ipſum θ multiplicans, ipſum effecit μ, igitur θ ipſum μ, metitur per eas quæ in ζ ſunt unitates. Metitur autem ε, unitas ipſum ζ numerum, per eas quæ in ipſo ſunt unitates, æquè igitur (per eandem) ε, unitas ipſum ζ, metitur numerum, & θ ipſum μ. Eſt igitur ſicut ε, unitas ad ζ numerum, ſic eſt θ, ad μ. Oſtenſum autem eſt quòd & ſicut ε, unitas ad ζ, numerum, ſic eſt ζ, ad θ, & ſicut igitur (per 11 quinti) ε, unitas ad ζ numerum: ſic eſt ζ, ad θ, & θ ad μ. At μ, ipſi α, eſt æqualis, eſt igitur ſicut ε unitas ad ζ numerum, ſic eſt ζ, ad θ, & θ, ad α. Id propterea (per 7 & 11 quinti) & ſicut ε, unitas ad η, numerum: ſic η ad λ, & η ad β. Quot igitur inter ipſos α, β, continuè proportionales ceciderint numeri, tot & inter utrunque ipſorum α, β, & ipſum ε, unitatem continuè proportionales numeri cadunt: quod erat demonſtrandum.*

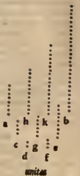
α.........................
μ.........................
θ.........
γ.............................. ζ...
ν...................................
κ............
ξ.......................................
δ...
λ................
ο...
β...

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 Si inter utrunque eorum & unitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate intereſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſintque c & d, c d inter a & unitatẽ, e quoque & f inter b & unitatem, continuè proportionales. Dico totidem eſſe inter a & b continuè proportionales. Hæc eſt conuerſa prioris, excepto quòd ad ſubiectum præmiſſæ, appoſitum erat a &

b eſſe contra ſe primos, quod non apponitur hic ad paſſionem, quapropter uniuerſalior eſt paſſio huius, ſubiecto illius. Quia igitur quoties unitas in d, toties eſt d in c & toties c in a, conſtat quòd ex d in ſe fit c, & ex eodem d in c a. Similiter quoq; ex f in ſe & in e, fient e & b. Ducatur itaq; d in f, & productus ſit g, itemq; idem d ducatur in g & e, & ſint producti h & k. Conſtat igitur ex 18 ſeptimi, quod c ad g, ut d ad f, & ex 19 quod g ad e, ut d ad f, quare c, g, e, ſunt continuè proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum ſunt a ad h ſicut c ad g, & h ad k ſicut g ad e, & per 19 K ad b ſicut d ad f, igitur ſunt a, h, K, b, continuè proportionales. Quare conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 8. Propoſitio 10. Conuerſa præcedentis.*

Si inter binos numeros & unitatē continuè proportionales numeri ceciderint, quot inter utrūq; ipſorum & unitatem cōtinuè proportionales ceciderint numeri, tot & inter eos continuè proportionales cadent.

THEON ex Zamberto. *Inter binos enim numeros α, β, & unitatem γ, continuè proportionales cadant numeri δ ε, & ζ, η. Dico quòd quot inter utrunque ipſorum α, β, & ipſam γ unitatem, continuè proportionales ceciderint numeri: tot quoque inter α, β, continuè proportionales cadent. Igitur δ, ipſum ζ, multiplicans, ipſum efficiat θ, uterque autem ipſorum δ, ζ, ipſum θ multiplicans, efficiat ipſos κ, λ. Et quoniam eſt ſicut γ, unitas ad δ numerum, ſic eſt δ, ad ε: æquè igitur γ, unitas ipſum δ, metitur numerū, et δ ipſum ε. Ipſa autem γ unitas, ipſum δ, numerum metitur, per eas quæ in ipſo ſunt δ unitates, & δ, igitur numerus ε metitur, per eas quæ in δ, ſunt unitates. Igitur δ, ſeipſum multiplicans, ipſum ε, fecit. Rurſus quoniam eſt ſicut γ, unitas ad δ numerum, ſic eſt ε ad α, æquè igitur γ, unitas ipſum δ, numerum metitur, et ε, ipſum α. At γ unitas, ipſum δ, numerum metitur per eas quæ in ipſo δ, ſunt unitates, & ε, igitur ipſum α, metitur per eas quæ in ipſo δ, ſunt unitates. Igitur δ, ipſum ε multiplicans, ipſum α fecit. Id propterea etiam ζ, ſeipſum multiplicans, ipſum η, fecit, ipſum autem η, multiplicans, ipſum β, fecit. Et quoniam δ, ſeipſum multiplicans ipſum ε, fecit ipſum autem ζ, multiplicans ipſum fecit θ, eſt igitur (per decimam ſeptimi) ſicut δ, ad ζ, ſic eſt ε ad θ. Id propterea etiam ſicut δ, ad ζ, ſic θ, ad η, Et ſicut igitur (per undecimā quinti) ε ad θ, ſic θ ad η. Rurſus quoniam δ utrunque, ipſorum ε, θ, multiplicans, utrūque ipſorum α, κ, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut ε ad θ, ſic α, ad κ. Sed ſicut ε, ad θ, ſic eſt δ, ad ζ, & ſicut igitur (per undecimam quinti) δ ad ζ, ſic α, ad κ. Rurſus quoniam uterque ipſorum δ, ζ, ipſum θ, multiplicans, utrunq; ipſorum κ, λ, fecit: eſt igitur (per decimam ſeptimam ſeptimi) ſicut δ, ad ζ, ſic κ ad λ. Sed ſicut δ ad ζ, ſic α, ad κ, & ſicut igitur (per undecimam quinti) α, ad κ, ſic κ ad λ. Inſuper quoniam ζ, utrunq; ipſorum θ, η, multiplicās, utrunq; ipſorum λ, β, fecit: eſt igitur (per decimam ſeptimam ſeptimi) ſicut θ ad η, ſic λ, ad β. Sicut autem θ ad η, ſic δ ad ζ: & ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ζ, ſic λ ad β. patuit autē quòd ſicut δ ad ζ, ſic α, ad κ, & κ ad λ, & λ ad β, igitur ipſi α, κ, λ, β: continuè ſunt proportionales. Quot igitur inter utrunque ipſorum α, β, & γ, unitatem, continuè proportionales cadunt numeri: tot & inter α, β, continuè cadunt, quod demonſtraſſe oportuit.*



Hæc undecima ex Campano, duabus ex Zamberto ſequentibus reſpondet.

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

10 SI fuerint ambo quadrati, erit proportio unius ad alterũ tanquam ſui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uerò ambo fuerint cubi, erit proportio alterius ad alterum tanquam ſui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo quadrati a & b, & duo cubi c & d, latera tam quadratorum quàm cuborum: ſint e, quidem a & c, f uerò, b & d. Dico quòd proportio a ad b erit ſicut e ad f duplicata, c uerò ad d ſicut eadẽ triplicata. Manifeſtũ enim eſt quòd ex e in ſe fit a, & ex ipſo e in a, c, ſic quoq; ex f in ſe fit b, & ex ipſo in b, d, ducatur igitur e in f, & proueniat g, & in g & b, & proueniant h & k, eritq; per 18 ſeptimi a ad g, ſicut e ad f, & per 19 g ad b, ſicut e ad f, igitur ex diffinitione, a ad b, ſicut e ad f duplicata: quod eſt primum. Secundũ eodem modo conſtat. Sunt enim per 18 iterum c ad h ſicut a ad g, & h ad k, ſicut g ad b, & per 19 K ad d, ſicut e ad f, quare c, h, K, d, ſunt etiã continuè proportionales in proportione e ad f, per diffinitionem igitur erit c ad d, ſicut e ad f, triplicata: quod eſt ſecundum.

c........
a....
e.. h............
g......
f... k....................
b.........
d..............................

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 11.*

11 Duorum numerorum quadratorum, unus medius proportionalis numerus. Et quadratus ad quartum duplam habet rationem, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α, β, & ipſius quidem α, latus ſit γ, ipſius uerò β, ſit latus δ. Dico quòd ipſorum α, β unus medius proportionalis eſt numerus, & α, ad β, duplam habet rationem quàm γ, ad δ. Ipſe enim γ, ipſum δ, multiplicans, ipſum efficiat ε. Et quoniam α, quadratus eſt, latus autem eius eſt γ, igitur γ, ſeipſum multiplicans ipſum effecit α, id propterea & δ, ſeipſum multiplicans ipſum β fecit. Quoniam igitur γ, utrunq; ipſorum γ, δ, multiplicans utrunq; ipſorum α, ε, effecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt α, ad ε. Rurſus quoniam γ, ipſum δ, multiplicans ipſum effecit ε, at δ, ſeipſum multiplicans ipſum effecit β, duo iam numeri γ, δ, unum & eundem multiplicantes δ, ipſos ε, β, effecerunt. Eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad β. Sed ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad ε) & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad ε, ſic eſt ε ad β. Ipſorũ igitur α, β, unus medius proportionalis eſt numerus ε. Dico iam quòd & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim tres numeri proportionales ſunt α, ε, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam rationem habet quàm α ad ε. Sicut autem α ad ε, ſic γ ad δ, Igitur α ad β, duplam rationem habet, quàm γ latus ad δ latus: quod oportuit demonſtraſſe.*

α..........
γ...
ε.............
δ....
β.................

Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 12.*

12 Duorum cuborum numerorũ, bini medij proportionales ſunt numeri. Et cubus ad cubum triplam rationẽ habet, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamb. *Sint bini cubi numeri α, β, & ipſius quidem α, latus eſto γ, ipſius autem β, latus eſto δ. Dico quòd ipſorum α, β, bini medij proportionales ſunt numeri, & α ad β, triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Igitur γ, ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat ε: ipſum autem δ, multiplicans, ipſum efficiat ζ, at δ ſeipſum multiplicans, ipſum η, faciat. Vterq; autem ipſorum γ, δ, ipſum ζ multiplicans, utrunq; ipſorum θ, κ, faciat. Et quoniã α cubus eſt, ipſius autem latus eſt γ, igitur γ ſeipſum multiplicans ipſum effecit ε, ipſum autem ε, multiplicans ipſum α confecit. Id propterea & δ ſeipſum multiplicans, ipſum η effecit: ipſum autem η, multiplicans, ipſum effecit β. Et quoniam γ utrunq; ipſorũ γ, δ, multiplicans, utrunq; ipſorum ε, ζ, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt ε, ad ζ. Id propterea etiam (per eandem) ſicut γ ad δ, ſic ζ ad η. Rurſus quoniam γ utrunq; ipſorum ε, ζ, multiplicans, utrunq; ipſorum α, θ, fecit: eſt igitur ſicut ε ad ζ, ſic α ad θ, ſicut autem ε, ad ζ, ſic γ ad δ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) γ, ad δ, ſic eſt α, ad θ. Rurſus quoniã uterq; ipſorum γ, δ, ipſum ζ multiplicans, utrunq; ipſorum θ, κ, fecit: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt θ ad κ.*

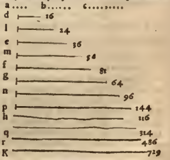
α........................
θ.................................
κ......................................
β...
γ...
δ....
ε.........
ζ.............
η................

Rurſus quoniam δ utrunq; ipſorum ζ, κ, multiplicans, utrunq; ipſorum α, ν, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut ζ ad κ, ſic eſt α ad β, ſicut autem ζ ad κ, ſic eſt γ ad δ, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ad δ, ſic β, ad β. Patuit autem quod & ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad ϑ, & θ, ad α, & κ, ad β. Ipſorũ igitur α, ζ, bini medij proportionales ſunt, hoc eſt ϑ λ. Dico iam quòd & α ad ζ triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim quatuor numeri proportionales ſunt α, ϑ, β, β. igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, triplam habet rationẽ quàm α ad θ, ſicut autem eſt α, ad ϑ, ſic eſt γ ad δ. Igitur α ad β triplam raationem habet quàm γ ad δ: quod oportuit demonſtraſſe.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

SI numerorum continuæ proportionalitatis quiſq; in ſeipſum ducatur, qui inde producẽtur ſub cõtinua ꝓportionalitate eſſe. Quod ſi itẽ in ipſos productos principia ſua ducantur, inde quoq; productos continuæ proportionalitatis eſſe, neceſſe eſt. Idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus. 12

Campanus. Sint a, b, c, cõtinuè proportionales, quorum quiſq; in ſe ducatur, & proueniãt ex a quidẽ, d. ex b, uerò e, ex c, f. Dico quòd d, e, f, ſunt continuè proportionales, quod ſi item a ducatur in d & proueniat g, b quoq; in e, & proueniat h, & c in f, proueniat K, dico etiam quod g, h, k, erunt continuè proportionales. Sit enim ex a in b, l, & ex c in eundem, m, eruntq; per 18 & 19 ſeptimi, d, l, e, m, f, continuè proportionales in proportione a, b, c, itaq; per æquam proportionalitatẽ arguè d ad e, ſicut e ad f: quod eſt primum.

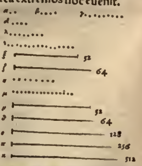


Reliquũ ſic: Ducatur a in l & proueniant n & p, e quoq; ducatur in e & m, & proueniant q & r, eruntq; per eaſdem g, n, p, h, q, r, k, continuè quoque proportionales in proportione primorum, per æquam igitur proportionalitatem conclude g ad h, ſicut h ad k: quod eſt reliquũ. Eadem erit ratio, quotieſcũq; primi in productos ducantur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 13.*

Si fuerint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, & multiplicãs unuſquiſq; ſeipſum fecerit aliquos, qui fiũt ex ipſis ꝓportionales erunt. Et ſi qui in principio genitos multiplicantes, fecerint aliquos, & ipſi quoq; proportionales erunt, & ſemper circa extremos hoc euenit. 13

Theon ex Zamb. *Sint quotlibet numeri continuè proportionales α, β, γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ, & ipſi quidem α, β, γ, ſe ipſos multiplicãtes, efficiant ipſos δ, ε, ζ, ipſos autem δ, ε, ζ, multiplicãtes, ipſos efficiant η, θ, κ. Dico quòd & ipſi δ, ε, ζ, & ipſi η, θ, κ, continuè ſunt proportionales. Ipſe nanq; α, ipſum β multiplicans, ipſum efficiat λ, uterq; autem ipſorum α, β ipſum λ multiplicans efficiat utrunque ipſorum μ, ν, & rurſus ipſe β, ipſum γ, multiplicans, ipſum efficiat ξ, uterq; autem ipſorum β, γ, ipſum ξ multiplicans, utrunq; ipſorum ο, π, faciat. Similiter iam ex præcedentis theorematis diſcurſu oſtendemus quod ipſi δ, λ, ε, & η, μ, ν, θ, continuè ſunt proportionales in ipſius α ad β, ratione, & ipſi ε, ξ, ζ, & θ, ο, π, κ ſunt proportionales in ipſius β, ad γ, ratione. Et eſt ſicut α, ad β, ſic eſt β ad γ, & ipſi δ, λ, ε, igitur, ipſis ε, ξ, ζ, in eadem ſunt ratione & inſuper ipſi η, μ, ν, θ, ipſis θ, ο, π, κ. & æqualis eſt quidem ipſorum δ, λ, ε, multitudo, multitudini ipſorum ε, ξ, ζ, ei autẽ quæ ipſorum eſt η, μ, ν, θ, ea quæ ipſorum eſt θ, ο, π, κ. Ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut quidem δ, ad ε, ſic eſt ε, ad ζ. Sicut autem η ad θ, ſic eſt θ ad κ: quod oportebat demonſtrare.*



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

13 SI quis quadratus numerus aliũ quadratũ numeret, latus quoq; ſuũ, latus illius numerare probatur. Si uerò latus ſuũ latus illius numeret, quadratus numerat quadratũ.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b quadrati, lateraq; eorũ c & d, dico quòd ſi a numerat b, c quoq; numerabit d, & conuerſo. Conſtat enim quod ex c in ſe fit a, ex d quoq; in ſe, b fiat igitur, e ex c in d eruntq; per 18 & 19 ſeptimi, a e b, continue proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b, idẽ ipſe per 7 huius, numerabit e, quare & c d, quod eſt primum. Conuerſa ſic patet, ſi c numerat d, a numerabit e, propter id quod proportio a ad e ſicut c ad d, & ſi numerat e, ipſe numerabit b, propter hoc quod ſunt continue proportionales.

a ....
c ......
b ....
c ..
d ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 14.*

14 Si quadratus numerus quadratũ numerũ menſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus metiatur, & quadratus quadratũ metietur.

THEON *ex Zamb. Sint quadrati numeri α β, latera uerò ipſorum ſint γ δ, at α ipſum β metiatur. Dico quòd & γ ipſum δ metietur. Igitur γ, ipſum δ multiplicans, efficiet ipſum ε. Igitur (per 17 & 18 ſeptimi, & 11 quinti, ac 15 octaui) ipſi α ε β, continuè proportionales ſunt in ipſius γ ad δ ratione. Et quoniam ipſi α ε β, cõtinue ſunt proportiõales, & metitur α ipſum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α ipſum ε. Eſtq; ſicut α ad ε, ſic γ ad δ, metitur igitur & γ ipſum δ. Sed iã metitur & γ ipſum δ. Dico quòd & α ipſum β metitur, eiſdẽ nanq; diſpoſitis ſimiliter oſtẽdemus quod ipſi α ε β, cõtinuè ſunt proportionales in ipſius γ ad δ, ratiõe: & quoniã eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad ε metitur autẽ γ ipſum δ, metitur igitur & α ipſum ε, & ſunt ipſi α ε β, cõtinuè proportionales, metitur igitur & α ipſum β. Si quadratus igitur, et quæ ſequuntur reliqua: quod oportebat demonſt.*

α ....
ε ....
β ....
γ ...
δ ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI cubus alium cubum numeret, latus quoq; ſuum latus alterius numerabit. Si uerò latus ſuum, latus alterius numeret, cubus numerabit cubum.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b cubi, lateraq; eorũ c & d, dico quòd ſi a numerat b, c quoq; numerabit d, & e cõuerſo ducatur enim b in ſe & fiat c, d quoq; in ſe, & fiat f, cõſtat igitur quòd ex c in e fit a, & ex d in g b, fiat itaq; f, ex c in d: eruntq; per 17 & 19 ſeptimi, e f g, continuè proportionales in proportione c ad d, ſed & h, & K, proueniant ex c in f & g: per eaſdem igitur erunt a h k b, cõtinue quoq; proportionales in eadem proportione, itaq; ſi a numerat b idẽ per 7 huius numerabit h, quare & c, d eſt enim c ad d, ſicut a ad h, conſtat igitur prima pars. Conuerſa patet, ſicut conuerſa prioris. Nam ſi c numerat d, a quoq; numerabit h, quem ſi numerat: neceſſe eſt ut numeret b.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 15.*

15 Si cubus numerus cubum numerũ mẽſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum fuerit, & cubus cubum metietur.

THEON *ex Zamb. Cubus enim numerus α, cubũ β metiatur, et ipſius quidem α, latus ſit γ, ipſius autem β ſit δ. Dico quòd γ ipſum δ metitur. Igitur γ, ſeipſum multiplicãs ipſum efficiat ε et inſuper γ, ipſum δ multiplicans ipſum efficiat ζ. At δ ſeipſum multiplicans ipſum efficiat η. Vterq; autem ipſorũ γ δ ipſum ζ multiplicans utrũq; ipſorũ θ κ faciat. Manifeſtũ iam eſt (per 17 & 18 ſeptimi et 12 octaui) quod ipſi α θ κ β, cõtinue ſunt proportionales, in ipſius γ ad δ, ratione. Et quoniã ipſi α θ κ β, cõtinue ſunt proportionales, & metitur α ipſum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α, ipſum θ, & eſt ſicut α ad θ, ſic eſt γ ad δ. Metitur igitur & γ ipſum δ. Sed iã metiatur γ ipſum δ. Dico quòd & α, ipſum β metitur. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis: ſimiliter oſtẽdemus quod ipſi α θ κ β cõtinue proportionales ſunt in ipſius γ ad δ, ratione: quoniam enim γ ipſum δ, metitur, eſtq; ſicut γ ad δ, ſic α ad θ, & α igitur ipſum θ metitur. Quare & α ipſum β metitur. Si cubus igitur numerus & reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.*

α ....
θ ....
κ ....
β ....
γ ..
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 SI numerus quadratus quendã aliũ quadratũ non numeret, nec latus ſuum, latus illius numerabit. Si uerò latus ſuũ, latus illius

non numeret, quadratus is quadratum illum numerare ex neceſſitate conuincitur.

Campanvs. Hæc 15 proponit negationes conuerti, quæ affirmationibus quas 13 huius conuerti propoſuit opponuntur. Vt ſi ſint duo numeri quadrati a & b, quorum latera c & d, ſi a non numerat b, c quoq; non numerabit d, econuerſo etiam ſi c non numerat d, nec a b. Sit enim primò ut a non numeret b, ſi itaq; c numerat d, per ſecundam partem 13 huius & a numerabit b, quod eſt contrarium poſitioni, ſicq; patet primum. Secundum quoq; ſic: ſit ut c non numeret d, itaq; ſi a numeret b, per primam partē 13 neceſſe eſt ut c numeret d, neceſſe eſt igitur ut c numeret ipſum, cùm numerat ipſum: quod eſt impoſſibile.

a.... b.........

c.. d...

Campani annotatio. Quemadmodū autem neceſſe eſt cōuerti negationes oppoſitas affirmationibus quas 13 demonſtrauit conuerti, ſic quoq; neceſſe eſt eas negationes quę opponuntur illis affirmationibus quas pręmiſſa conuerti demonſtrauit, conuertantur. Vnde ſi cubus non numerat cubū, nec latus eius numerabit latus illius: econuerſo quoq; ſi latus unius non numerat latus alterius, nec ipſe cubus numerabit alterum cubum: demonſtratur autē hoc per præmiſſam à deſtructione conſequentis, ſicut quod propoſitum eſt per 13, ideoq; hoc autor non propoſuit, ſed per id quod propoſitum eſt, ipſum dedit intelligi.

Hæ ſequentes ex Zamberto duæ propoſitiones pręcedenti ex Campano cum annotatione eiuſdem reſpondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 16.* *Conuerſa 14.*

Si quadratus numerus quadratum numerum menſus non fuerit, neque latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum non fuerit, neq; quadratus quadratum metietur. 16

Theon ex Zamb. *Sint quadrati numeri α β, eorum autem latera ſint γ δ. At α ipſum β non metiatur. Dico quòd neq; γ ipſum δ, metietur. Si autem γ ipſum δ metitur, metitur (per 14 octaui) & α ipſum β: non metitur autem (per hypotheſin) α ipſum β, neq; igitur γ ipſum δ metietur. Non metiatur autem rurſus γ ipſum δ. Dico quòd neq; α ipſum β, metietur. Si autem α ipſum β metitur, & γ (per 14 octaui) ipſum δ. Non metitur autem γ, ipſum δ (per hypotheſin) neque α igitur, ipſum β metietur: quod erat demonſtrandum.*

α ....
β ....
γ ...
δ ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 17.* *Conuerſa 15.*

Si cubus numerus cubum numerum non metiatur, neq; latus latus metietur. Et ſi latus latus non metiatur, neq; cubus cubum metietur. 17

Theon ex Zamb. *Cubus enim numerus α cubum numerum β non metiatur, & ipſius quidem α latus eſto γ, ipſius uerò β ſit δ. Dico quòd & γ ipſum δ non metietur. Si enim γ ipſum δ metitur, & α ipſum β metietur (per 15 octaui) non metitur autem α, ipſum β (per hypotheſin) neq; igitur γ ipſum δ metietur. Sed iam non metiatur γ ipſum δ. Dico quòd & α ipſum β non metietur, ſi enim α ipſum β metietur, & γ ipſum δ metietur (per 15 octaui) non metitur autem γ ipſum δ (per hypotheſin) neq; α igitur ipſum β metietur: quod oportuit demonſtraſſe.*

α ....
β ....
γ ......
δ ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

Si duo numeri ſuperficiales fuerint ſimiles, neceſſe eſt tertium numerū ſecundū proportionalitatē continuam eis intereſſe. Eritq; proportio unius numeri ad alterum ſibi ſimilem, uelut unius lateris ſui ad latus alterius ipſum reſpiciens proportio duplicata. 16

Campanvs. Sint duo numeri a & b, ſuperficiales & ſimiles, dico quòd inter ipſos cadet unus numerus in continua proportione, latera enim a ſint c & d, b uerò latera, ſint e & f, eruntq; ex conuerſione diffinitionis numerorum ſimilium, c ad e, ſicut d ad f, cōſtat autem quòd ex c in d fiat a, & ex e in f b, fiat itaq; g ex e in d, eritq; per 19 ſeptimi, a ad g, ſicut c ad e, & per 18 eiuſdem g ad b ſicut d ad f, quare a ad g, ſicut g ad b,

a ......
g ....
b ....
c ..
d ....
e ...
c ......

g ad b, eſt itaq; g, continua proportionalitate medius inter a & b, quod eſt propoſitum. Correlarium autē patet, cū ſit a ad b per diffinitionem ſicut a ad g duplicata, quæ eadē eſt illi quæ eſt c ad e,

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

17 SI ſecundum continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris interſit, illi duo numeri ſuperficiales ſunt & ſimiles.

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ. Vt ſi inter a & b ſit c ſub continua proportionalitate conſtitutus, a & b erunt ſuperficiales & ſimiles, ſunt enim d & e minimi in proportione qua continuaotur a c b, qui per 21 ſeptimi, numerabunt a & c æqualiter, ſitq; ut ſecundum f, & per eandem e & b æqualiter, ſitq; ut ſecundum g, erunt igitur per diffinitionem a & b ſuperficiales, & erunt etiam per diffinioonē d & f, latera numeri a, e quoq; & g latera numeri b. Quod autem ipſi ſint ſimiles, ſic habeto, cùm enim ex d in g, ſit c, & ex e in f, ſit idem c, erit per ſecundam partē 20 ſeptimi, d ad e, ſicut f ad g, per diffinitionem igitur a & b ſuot ſimiles, quod eſt propoſitū. Hoc autē ultimū quod eſt a & b eſſe ſimiles, poteſt etiā haberi per 19 & 18 ſeptimi, & per has hypotheſes quod a c b, ſunt continuē proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a & e ſecundum f, & c & b ſecundum g.

a ....
c ....
b ....
d ..
e ...
f ....
g ......

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

18 SI fuerint duo numeri ſolidi ſimiles, neceſſe eſt eis duos numeros ſecundum continuam proportionalitatem intereſſe, eritq; proportio unius ſolidi ad alterum ſibi ſimilem, uelut cuiuslibet ſui lateris ad latus alterius reſpiciēs ſe proportionaliter, proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſolidi ſimiles, dico quòd inter ipſos cadent duo numeri in cootinua proportione. Sint enim latera numeri a c d e: latera uerò b, ſint f g h, eruntq; ex conuerſione diffinitionis numerorum ſimilium, c ad f, & d ad g, ſicut e ad h. Sit igitur ex c in d, K & ex f in g l, eruntq; ex diffinitione, K & l, ſuperficiales & ſimiles, quare per 16 huius, unus oumerus cadit inter eos medius ſecundum proportionem c ad f, qui ſit m. Manifeſtum autem eſt quod ex e in k, ſit a & ex h in l b, ſi igitur ex e in m, & l fiant n & p, erūt per 18 ſeptimi, a ad n ſicut k ad m & n ad p, ſicut m ad l, quare a n p, ſunt cōtinue proportionales in proportione c ad f, & quia per 17 eiuſdem p ad b ſicut e ad h, & ideo ſicut c ad f, ſequitur ut quatuor numeri a n p b, ſint continue proportionales ſecūdum proportionem c ad f, ſunt itaq; inter a & b duo numeri n & p, medij in continua proportionalitate ſuorum laterum interpoſiti, quod eſt propoſitum. Correlarium autē patet, cū proportio a ad b ſit per diffinitionem ſicut a ad n triplicata quæ eſt eadem illi quę eſt c ad f.

a ....
n ....
p ....
b ....
c ..
d ....
e ..
f ...
g ......
h ...
K ....
m ....
l ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

19 SI eis ſecundum continuam proportionalitatē duo numeri interiacēt, quilibet duo numeri, ſolidi ſunt atq; ſimiles.

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ, ut ſi inter a & b ſint duo numeri c & d medij in conōnua proportione, erunt a & b ſolidi & ſimiles. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione continue proportionales: qui ſunt e f g, eruntq; per 17 e, & g, ſuperficiales et ſimiles: ſint ergo h & k, latera e, at l & m, latera g: eritq; per correlarium 16 huius e ad f, ſicut h ad l, aut ſicut K ad m. Manifeſtum autem eſt ex tertia quod e & g, ſunt contra ſe primi, ideoq; per 25 ſeptimi, in ſua proportione minimi, & quia per æquam proportionalitatem ſunt a ad d & c ad b, ſicut e ad g, ſequitur per 21 ſeptimi, ut ipſi numerent a & d æqualiter, quod ſit ſecundum o, & item c & b æqualiter, quod ſit ſecundum p. Quia igitur ex h in K ſit e, & ex e in n ſit a, ſequitur per diffinitionem ut a ſit ſolidus eiusq; latera h K n, ſimiliter quia ex l, in m ſit g, & ex g in p b, ſequitur etiam ut b, ſit ſolidus & eius latera l, m p. Ipſos autem eſſe ſimiles ſic conſtabit. Cùm ex g in n fiat d, & ex eodem in p b: erit per 18 ſepti-

a ....
c ....
d ....
b ....
e .... h .. k .. n ..
f ......
g .... m ... l ... p ...

mi, n ad p, ſicut d ad b, & quia ſic erant h ad l, & K ad m, per diffinitionem manifeſtum eſt a & b, eſſe ſimiles: quod eſt propoſitum.

Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propoſitiones, ſcilicet 16, 17, 18, 19, quatuor ſequentibus ex Zamberto propoſitionibus puta, 18, 19, 20, 21, hoc ordine reſpondẽt, prima primę, ſecunda tertiæ, tertia ſecundæ, quarta quartæ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

Duorum ſimilium planorum numerorum, unus medius proportionalis eſt numerus. Et planus ad planum duplam habet rationem, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 18

THEON *ex Zamb. Sint bini plani ſimiles numeri α β, & ipſius α, latera ſint γ δ, ipſius autẽ β ſint, ε ζ. Et quoniam ſimiles plani ſunt, qui proportionalia habent latera (per 22 diffinitionem ſeptimi) eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad ζ. Dico igitur quòd ipſorum α β, unus medius proportionalis eſt numerus, & α ad β duplam rationem habet, quàm γ ad ε, uel δ ad ζ, hoc eſt quàm ſimilis rationis latus, ad ſimilis rationis latus. Et quoniam eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad ζ, uiciſsim igitur eſt (per 13 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt δ ad ζ. Et quoniam α planus eſt, ipſius autem latera ſunt γ δ, igitur δ, ipſum γ multiplicans, ipſum α fecit. Id propterea etiam ε, ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit β. At δ, ipſum ε multiplicans, ipſum efficiat η, et quoniam δ, ipſum quidem γ multiplicans, ipſum effecit α, ipſum autem ε multiplicans ipſum fecit η, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt α ad η. Sed ſicut γ ad ε, ſic eſt δ ad ζ, & ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ζ: ſic α ad η. Rurſus quoniam ε, ipſum quidem δ multiplicans ipſum effecit η, ipſum autem ζ, multiplicans ipſum β fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut δ ad ζ, ſic eſt η ad β, oſtenſum autem eſt quòd & ſicut δ ad ζ, ſic eſt α ad η, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad η ſic eſt η ad β. Igitur ipſi α η β, continue ſunt proportionales. Ipſorum igitur α β unus medius proportionalis eſt numerus. Dico iam quòd & α ad β, duplam rationẽ habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt quàm γ ad ε, uel quàm δ ad ζ. Quoniam enim ipſi α η β cõtinue proportionales ſunt, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam habet rationem quàm ad η, & eſt ſicut α ad η, ſic eſt γ ad ε, & δ ad ζ, & α igitur ad β, duplam rationẽ habet quàm γ ad ε uel δ ad ζ: quod erat demonſtrandum.*

α ....
η ....
β ....
γ ..
δ ......
ζ ...
ε ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 19.*

Duorum ſimilium ſolidorum numerorum, bini medij proportionales ſunt numeri. Et ſolidus ad ſolidum ſimile triplam rationẽ habet, quã ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 19

THEON *ex Zamb. Sint bini ſimiles ſolidi numeri α β & ipſius quidem α, latera ſint γ δ ε, numeri ipſius autem β ſint ζ η θ, & quoniã (per 22 diffinitionem ſeptimi) ſimiles ſolidi latera habent proportionalia, eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ ad η, ſicut autẽ δ ad ε, ſic η ad θ. Dico quòd ipſorum α β, bini medij proportionales ſunt numeri, et quòd α ad β, triplam rationem habet, quàm γ ad ζ, uel δ ad η, uel inſuper ε ad θ. Igitur γ ipſum δ multiplicãs ipſum efficiat κ: at ζ ipſum η multiplicãs ipſum efficiat λ. Et quoniã ipſi γ δ, ipſis ζ η in eadem ſunt ratione, ex ipſisq; γ δ gignitur κ, ex ipſis autẽ ζ η, gignitur λ, igitur κ λ ſimiles plani ſunt numeri. Ipſorum igitur κ λ, unus medius proportionalis eſt numerus (per 18 octaui) ſit μ. Igitur μ ex ipſis δ ζ gignitur, quemadmodũ ex præcedenti patuit theoremate. Eſt igitur ſicut κ ad μ ſic eſt μ ad λ. Et quoniam δ ipſum quidem γ multiplicans, fecit ipſum κ, ipſum autem ζ multiplicans, fecit ipſum μ, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ζ ſic eſt κ ad μ, ſed ſicut κ ad μ, ſic μ ad λ. Ipſi igitur κ μ λ, continuè ſunt proportionales, in ipſius γ ad ζ, ratione Et quoniam eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ ad η, uiciſsim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut γ ad ζ, ſic eſt δ ad η. Rurſus quoniam eſt ſicut δ ad ε, ſic η ad θ, uiciſsim igitur (p 13 ſeptimi) eſt ſicut δ ad η, ſic eſt ε ad θ. Ipſi igitur κ λ μ cõtinue ſunt proportionales in ipſius γ ad ζ, & δ ad η ratione, & inſuper ipſius ε ad θ. Vterque iam ipſorum ε θ, ipſum μ multiplicans, utrunq; ipſorum ν ξ faciat, & quoniam α ſolidus eſt, latera autem eius ipſi γ δ ε, igitur ε eũ*

α ....
ν ....
ξ ....
β ....
γ ..
δ ..
ε ..
ζ ..
η ...
θ ...
κ ....
μ ......
λ ....

qui ex

qui ex γδ, multiplicans, ipſum effecit ε, at qui gignitur ex γδ, eſt ε. Igitur ι ipſum κ multiplicans, ipſum effecit α. Id propterea etiam θ ipſum qui gignitur ex ζη hoc eſt λ multiplicans, ipſum effecit β. Et quoniam ι, ipſum κ multiplicans ipſum α effecit, ſed et ipſum μ multiplicans, ipſum ν effecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut κ ad μ, ſic eſt α ad ν. Sicut autem κ ad μ, ſic eſt γ ad ζ, & δ ad η, & inſuper ι ad θ, ſicut igitur γ ad ζ, & δ ad η, & ι ad θ, ſic eſt α ad ν. Rurſus quoniam uterque ipſorũ ιθ ipſum μ multiplicans, utrunque ipſorũ νξ fecit, eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut ι ad θ, ſic eſt ν ad ξ. Sed ſicut ι ad θ, ſic eſt γ ad ζ, & δ ad η, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ad ζ, et δ ad η, & ι ad θ, ſic eſt α ad ν, & ν ad ξ. Rurſus quoniã θ, ipſum μ multiplicãs cõficit ipſum ξ, ſed & ipſum λ multiplicans, ipſum effecit β, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut μ ad λ, ſic ξ ad β.

α ....
ν ....
ξ ....
β ....
γ ..
δ ..
ε ..
ζ ..
η ...
θ ...
κ ....
μ ......
λ ....

Sed ſicut μ ad λ, ſic eſt γ ad ζ, & δ ad η, & ι ad θ, et ſicut igitur γ ad ζ, & δ ad η, & ι ad θ, ſic nõ ſolũ ξ ad β, ſed & α ad ν, & ν ad ξ. Igitur ipſi ανξβ, continuè ſunt proportionales in prædictis laterum rationibus. Dico inſuper quòd & α ad β, triplam rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt, quàm γ numerus ad ζ uel δ ad η, & inſuper quàm ι ad θ. Quoniam enim quatuor numeri continue ſunt proportionales, hoc eſt, ανξβ, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β triplam rationẽ habet, quàm α ad ν. Sed ſicut α ad ν ſic patuit γ ad ζ, δ ad η, & inſuper ι ad θ. Igitur α ad β, triplam rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt quàm γ numerus ad ζ numerum, & δ ad η, & ι ad θ: quod erat demonſtrandum. Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 20.

20 Si binorum numerorũ unus medius proportionalis fuerit numerus, ſimiles plani erunt ipſi numeri.

THEON ex Zamb. Duorum enim numerorum α β, unus medius proportionalis eſto γ, numerus. Dico quòd ipſi α β, ſimiles plani ſunt numeri. Sumantur (per 35 ſeptimi) enim minimi numeri eandem rationẽ habentium ipſis α γ β, duo: ſintque δ ε. Eſt igitur ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad γ, ſed ſicut α ad γ, ſic eſt γ ad β, & ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ε, ſic γ ad β. Aequè igitur δ ipſum α metitur, & ε ipſum γ, quoties autem δ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ζ, igitur ζ ipſum δ multiplicans ipſum effecit α. Ipſum autem ε multiplicans, ipſum fecit γ, quare α, planus eſt: latera autem eius ſunt δ ζ (per 22 diffinitionem ſeptimi) Rurſus quoniam ipſi δ ε minimi ſunt eandem rationem habẽtium ipſis γ β, æquè igitur (per 21 ſeptimi) δ ipſum γ, metitur & ε ipſum β. Quoties autem ε, ipſum β metitur, tot unitates ſint in ipſo η. Igitur ε ipſum β metitur per eas quæ in η, ſunt unitates, igitur η ipſum ε multiplicans, ipſum effecit β, igitur planus eſt (per 22 diffinitionem ſeptimi) latera autem eius ſunt ε η. Igitur ipſi α β, plani ſunt duo numeri. Dico inſuper quòd et ſimiles. Quoniã enim uterque ipſorum ζ η, ipſum ε multiplicans, utrunque ipſorum γ β effecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut ζ ad η, ſicut eſt γ ad β. Sicut autem γ ad β, ſic δ ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ε, ſic ζ ad η. Ipſi igitur α β ſimiles plani ſunt numeri, eorũ enim latera proportionalia ſunt: quod erat demonſtrandum. Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

α ....
γ ....
β ....
δ ...
ε ....
ζ ......
η ....

Hoc fiet, per 35 ſeptimi, ſumẽdo ipſorum aut α γ, aut γ β, maximam dimenſionem, per quam inueniẽtur duo in eandem ratione minimi, hoc eſt δ ε.

21 Si duorum numerorum duo medij proportionales fuerint numeri, ſimiles ſolidi ſunt ipſi numeri.

THEON ex Zãb. Duorũ enim numerorũ α β, duo medij proportionales ſint numeri γ δ dico quod ipſi α β, ſimiles ſolidi ſunt. Sumãtur enim (per 35 ſeptimi aut 2 octaui) minimi numeri eãdẽ rationẽ habentiũ eiſdẽ α γ δ β, tres, ſintque ε ζ η. Igitur (per 3 octaui) eorum extremi ε η, primi adinuicẽ ſunt, & quoniã ipſorũ ε η, unus medius proportionalis eſt numerus, ſimiles igitur plani ſunt (per 20 octa.) Sint

α ....
γ ....
δ ....
β ....
ε ....
ζ ....
η ....
θ ...
κ ...
λ ....
μ ....

Hoc fiet per 35 ſep. ſumendo ipſorũ aut α γ δ, aut γ δ β, maximã dimenſionẽ, per quã inueniẽtur tres in eadẽ ratione minimi. Aut ipſorũ uel α γ uel γ δ, uel δ β, ſumẽdo maximã dimẽſionẽ per quã ſumẽtur duo in eadẽ ratiõe minimi, per quos per 2 octaui ſumentur tres, hoc eſt ε ζ η.

Sint igitur ipſius quidem ε, latera θ κ, ipſius autem η, ſint λ μ. Manifeſtum igitur eſt ex hoc, quòd ipſi ε ζ η, continua proportionales ſunt in ipſius δ, ad λ ratione, & ipſius κ, ad μ. Et quoniam ipſi ε ζ η, minimi ſunt eandem rationem habẽtium ipſis α γ δ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut ε, ad η, ſic eſt α ad δ. At ε η, (per 3 octaui primi) ſunt, primi autem, & minimi, minimi uerò (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem rationẽ habentes æqualiter: maior maiorẽ, & minor minorẽ, hoc eſt antecedens antecedentẽ, et ſequẽs ſequentem: æquè igitur ε, ipſum α metitur, & η ipſum δ: quoties igitur ε, ipſum α, metitur tot unitates ſint in ipſo ν. Igitur ν, ipſum ε, multiplicans, ipſum effecit α. At ε, eſt ex δ κ. Igitur ν, eũ qui ex δ κ, gignitur multiplicãs ipſum effecit α. Solidus igitur eſt α, latera autem eius ſunt δ κ ν. Rurſus quoniam ipſi ε ζ η, minimi ſunt eandem rationem habẽtium ipſis γ δ β, æquè igitur ε, ipſum γ metitur, & η ipſum β. Quoties autem η, ipſum δ metitur: tot unitates ſint in ξ. Igitur η, ipſum β metitur per eas quæ in ξ, ſunt unitates. Igitur ξ, ipſum η multiplicans, ipſum effecit β. At η eſt ex λ μ. Igitur ξ, eum qui ex λ μ gignitur, multiplicans ipſum fecit β. Solidus igitur eſt β, latera autem eius ſunt λ μ ξ. Igitur ipſi α β, ſolidi ſunt. Dico inſuper quòd & ſimiles, quoniam ν ξ, ipſum ε multiplicantes, ipſos fuerunt α γ, eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut ν, ad ξ, ſic eſt α ad γ, hoc eſt ε, ad ζ. Sed ſicut ε ad ζ, ſic eſt δ ad λ, & κ ad μ, & igitur (per 11 quinti) δ ad λ, ſic κ ad μ & ν ad ξ, & ſunt quidem ipſi θ κ ν latera ipſius α, ipſi uerò ξ λ μ, latera ſunt ipſius β. Igitur ipſi α β, numeri ſolidi ſunt ſimiles: quod oportuit demonſtraſſe.

α ....
γ ....
δ ....
β ....
ε ....η
ζ ....
κ ....
θ ...
α ...
ν ...
λ ....
μ ....
ξ ....

Euclid. ex Camp. — Propoſitio 20.

SI trium numerorũ continuè proportionaliũ primus fuerit quadratus, tertium quoq; quadratum eſſe. 20

CAMPANVS. Sint tres numeri continuè proportionales a b c, ſitq; a quadratus. Dico quòd c eſt etiam quadratus: ſunt enim per 17 a & c ſuperficiales & ſimiles: cùm igitur a ſit quadratus per hypotheſin, erit c quadratus.

a .... b ...... c ....

Euclid. ex Zamb. — *Theorema 20.* — *Propoſitio 22.*

Si tres numeri continuè proportionales fuerint, primusq; fuerit quadratus, & tertius quadratus erit. 22

THEON *ex Zamb. Sint tres numeri continuè proportionales α β γ, primus autẽ ſit quadratus. Dico quòd & tertius quadratus eſt, quoniam enim ipſorum α γ (per 20 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus β, igitur α γ, ſimiles plani ſunt, at quadratus eſt α, quadratus igitur eſt & γ: quod eſt demonſtrandum.*

α ....
β ....
γ ....

Euclid. ex Camp. — Propoſitio 21.

SI quatuor numerorum continuè proportionalium primus fuit cubus, quartum cubum eſſe neceſſe eſt. 21

CAMPANVS. Sint quatuor numeri continuè proportionales a b c d ſitq; a cubus, dico quòd d eſt etiam cubus, conſtat enim per 19 quòd a & d ſunt ſolidi ſimiles, & quia a eſt cubus per hypotheſin, erit etiam d cubus.

Euclid. ex Zamb. — *Theorema 21.* — *Propoſitio 23.*

Si quatuor numeri continuè proportionales fuerint, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit. 23

THEON *ex Zamb. Sint quatuor numeri proportionales continuè α β γ δ, ſit autem α, cubus, dico quòd & δ, cubus erit. Quoniam enim ipſorum α δ, duo medij proportionales ſunt numeri β γ. Ipſi igitur α δ, ſimiles ſunt ſolidi numeri, at α cubus eſt, cubus igitur eſt & δ: quod demonſtraſſe oportuit.*

α ....
β ....
γ ....
δ ....

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

22 SI duorum numerorum, quorum proportio ſicut quadrati ad quadratum, fuerit unus quadratus, alterum quoq; quadratum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum quadratorum qui ſunt c, & d, ſitq; a uel b quadratus: dico reliquũ eſſe quadratũ. Cùm enim c & d, ſint quadrati, ſequitur eos eſſe ſuperficiales. Ideoq; per 16 cadet unus medius inter eos in continua proportione: quare per 8 inter a & b, per 26 igitur conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 24.*

24 Si bini numeri rationẽ habuerint, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, primus autem fuerit quadratus, & ſecundus quadratus erit.

THEON *ex Zamb. Bini enim numeri α β adinuicẽ rationẽ habeant, quam quadratus numerus γ ad quadratum numerũ δ. Ipſe autem α quadratus ſit, dico quòd & β quadratũ eſt. Quoniam ipſi γ δ, ſunt quadrati, ipſi γ δ, igitur ſimiles plani ſunt. Ipſorum igitur γ δ (per 18 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus. Et ſi ſicut γ ad δ, ſic α ad β. Ipſorum igitur, α β, unus medius proportionalis eſt numerus. At α quadratus eſt, et β igitur quadratus eſt: quod erat demonſtrandum.*

α ....
......
β ....
γ ....
....
δ ....

Camp. 22
Zamb. 24

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

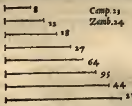
23 SI duorum numerorum quorum proportio unius ad alterum ſit, ſicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus, & alterum cubum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum cuborum qui ſunt c & d, ſitq; a uel b cubus: dico reliquum eſſe cubũ. Neceſſe eſt enim quod c & d ſint ſolidi ſimiles, quippe omnes cubi ſunt ſimiles & ſolidi, itaq; per 18 inter ipſos cadẽt duo medij in continua proportione: totidem igitur per 8 cadent inter a & b, itaq; per 21 manifeſtũ eſt quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 25.*

25 Si bini numeri adinuicem rationẽ habuerint, quam cubus numerus ad cubum numerũ, primus autem cubus fuerit, & ſecundus cubus erit.

THEON *ex Zamb. Bini enim numeri α β, adinuicẽ rationem habeant, quam cubus numerus γ ad cubũ numerum δ, cubus autẽ eſto α. Dico quòd & β cubus eſt. Quoniam enim ipſi γ δ, cubi ſunt, ſunt igitur (per 19 octaui) ipſi γ δ, ſimiles ſolidi, ipſorũ igitur γ δ, bini medij ſunt proportionales (per 21 octaui) quot autem inter ipſos γ δ, cõtinuè proportionales cadũt, totidem & inter eandẽ rationẽ habentes cadũt numeri. Quare & inter α β duo medij proportionales cadunt (per 8 octaui) cadant ipſi ε ζ. Quoniam igitur quatuor numeri α ε ζ β, continue proportionales ſunt, & α cubus eſt, cubus igitur eſt (per 23 octaui) & β: quod erat demonſtrandum.*



Camp. 23
Zamb. 24

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

24 NVmerorum ſuperficialium ſimiliũ eſt proportio unius ad alterum, ſicut proportio quadrati ad quadratum.

CAMPANVS. Sint a & b ſuperficiales ſimiles, dico quòd unus ad alterum eſt proportio, ſicut quadrati ad quadratum, erit enim per 16 inter eos unus numerus medius in continua proportione qui ſit c, ſumptis itaq; tribus minimis in proportione eorũ qui ſunt d e f, erũt per correlarium 2, d & f quadrati: &

a ....
c ....
b ....
d ....
e ......
f ....

quia per æquam proportionalitatem eſt a ad b ſicut, d ad f, conſtat uerum eſſe quod proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 26.*

Similes plani numeri adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. 26

THEON *ex Zamb. Sint ſimiles plani numeri α β. Dico quòd α ad β rationē habet, quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Quoniam ipſi α β, ſimiles plani ſunt, inter ipſos igitur α β, unus medius proportionalis cadit numerus (per 18 octaui) Cadat, & ſit γ, aſſumātur q́; (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandē ipſis α β γ, habentium rationem, ſintq́; δ ε ζ: ipſi igitur ipſorum extremi, hoc eſt δ ζ, ſunt quadrati. Et quoniam eſt ſicut δ ad ζ, ſic α ad β, & ipſi δ ζ, ſunt quadrati, igitur α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum: quod demonſtrare oportebat.*

α ....
γ ....
β ....
δ ....
ε ....
ζ ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 25.*

OMnium duorum ſolidorū ſimilium eſt proportio unius ad alterum, ſicut alicuius cubi ad aliquem cubum. 25

CAMPANVS. Sint a & b ſolidi ſimiles, dico quòd eſt proportio unius eorum ad alterum eſt, ſicut alicuius cubi ad aliquem alium cubū. Sunt quidem per 18 inter eos duo numeri medij ſecundum continuam proportionem, qui ſint c & d, & in eorum proportione ſint minimi quatuor e f g h, quorum e & h erunt cubi per correlarium ſecūdæ: quia igitur per æquam proportionalitatem eſt a ad b, ſicut e ad h, liquet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 27.*

Similes ſolidi numeri adinuicem rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum. 25

THEON *ex Zamb. Sint ſimiles ſolidi numeri α β. Dico quòd α ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum. Quoniam enim ipſi α β, ſimiles ſolidi ſunt, inter ipſos igitur α β (per 19 octaui) bini cadunt numeri proportionales, cadūt, & ſint γ δ. Accipianturq́; (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem habētium rationem ipſis α γ δ β, ſintq́; ipſis æquales multitudine ε ζ η θ. Ipſi igitur ε θ, eorum extremi cubi ſunt: eſtq́; ſicut ε ad θ ſic α ad β. Et α igitur ad β rationē habet, quā cubus numerus ad cubum numerum: quod oportuit demonſtraſſe.*

α ....
γ ....
δ ....
β ....
ε ....
ζ ....
η ....
θ ....

EVCLIDIS MEGARENSIS
GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM
elementorum, Liber nonus.

Ex Campano. *Diffinitiones.*

Scheubelius fo 4

PAr numerus, eſt qui poteſt in duo æqualia diuidi. 2 Impar numerus, eſt qui in duo æqualia diuidi non poteſt, additq́ ſupra parē unitatem. 3 Pariter par eſt, quē cuncti pares eum numerantes, paribus uicibus numerāt. 4 Pariter impar eſt, quem cuncti pares eū numerantes, imparibus uicibus numerant. 5 Pariter par & impariter eſt, quē pares eum numerantes, quidam paribus, quidam imparibus uicibus numerant. 6 Impariter impar, quem cuncti impares 1

pares

pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant. 7 Perfectus numerus appellatur, qui in omnibus partibus ſuis quibus numeratur, eſt æqualis. 8 Abundans dicitur, qui omnibus ſuis partibus minor eſt. 9 Diminutus uerò, qui maior.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI fuerint duo numeri ſuperficiales ſimiles, qui ex ductu alterius in alterũ producetur, numerũ quadratũ eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint a & b ſuperficiales ſimiles, ex quorũ multiplicatione proueniat c, dico c eſſe quadratum: fiat enim d ex a in ſe, eritq; per 18 ſeptimi, d ad c, ſicut a ad b, & quia inter a & b cadit medius ſecundum continuam proportionalitatem per 16 octaui, ſequitur per 8 eiuſdẽ, ut unus quoq; cadat inter d & c, itaq; cùm d ſit quadratus, erit per 20 eiuſdem, c quoq; quadratus: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

Si bini ſimiles plani numeri ſeſe inuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus ex eis quadratus erit.

THEON ex Zamb. *Sint bini ſimiles plani numeri α β, & α ipſum β multiplicans, ipſum γ efficiat. Dico quòd γ quadratus eſt, ipſe enim α ſeipſum multiplicans, ipſum δ efficiat, ipſe igitur δ, quadratus eſt. Quoniam igitur α ſeipſum quidem multiplicans ipſum δ fecit, ipſum autem β multiplicans ipſum γ fecit: eſt (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Et quoniam ipſi α β, ſimiles plani ſunt numeri, unus medius (per 18 octaui) proportionalis cadit numerus ipſorum α, β. Si autem inter binos numeros cõtinuè proportionales, numeri proportionales ceciderint, quot inter ipſos cadunt, totidem quoq; (per 8 octaui) & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipſos γ δ, unus medius proportionalis numerus cadit: eſt autem ipſe δ, quadratus, quadratus igitur eſt γ: quod oſtendere oportuit.*

γ ....
....
δ ....
β ....
......
α ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

SI ex ductu alterius in alterum tetragonus producatur, duo quilibet numeri ſunt ſuperficiales ſimiles.

CORRELARIVM.

Ex his itaq; patens eſt, quia ſi tetragonus in tetragonum ducatur, qui ex eis producetur, tetragonũ eſſe. Si uerò ex ductu tetragoni in numerum aliquem, tetragonus producatur, illũ numerum aliquem eſſe tetragonum. Itemq; ſi ex ductu tetragoni in numerum aliquem, non tetragonus producatur, eum numerum aliquem nõ tetragonum eſſe. Si uerò tetragonus in numerum aliquem nõ tetragonum ducatur, qui inde producetur, non tetragonum eſſe neceſſe eſt.

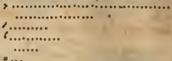
CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa prioris. Vt ſi ex a in b fiat c, fueritq; quadratus, erunt a & b, ſuperficiales ſimiles. Sit enim d ex a in ſe, eritq; per 18 ſeptimi, d ad c, ſicut a ad b. Per 16 autem octaui, cùm d & c ſint ſuperficiales ſimiles, eo quòd ſunt ambo quadrati, erit inter eos unus numerus medius ſecundum continuam proportionem: per 8 itaq; eiuſdẽ erit etiam unus inter a & b, igitur per 17 eiuſdem, a & b ſunt ſuperficiales ſimiles: quod eſt propoſitum. Prima pars correlarij patet per præmiſſam, ſunt enim omnes tetragoni, ſuperficiales ſimiles. Secunda patet ex hac, cùm ſit ſolus tetragonus ſimilis tetragono. Tertia pars patet, ex prima ipſius correlarij parte, à deſtructione conſequentis. Quarta uerò patet ex eiuſdem parte ſecunda, à deſtructione conſequentis.

c ....
....
d ....
b ....
....
a ..

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

Si bini numeri inuicem ſeſe multiplicantes, quadratum fecerint, ſimiles plani ſunt.

THEO N ex Zamb. *Bini enim numeri α β,inuicem ſeſe multiplicantes,quadratum efficiant γ. Dico quòd & ipſi α β,ſimiles plani ſunt numeri. Ipſe enim α ſeipſum multiplicans,ipſum δ efficiat: δ igitur quadratus eſt. Et quoniam α ſeipſum quidē multiplicans ipſum δ fecit,ipſum autē β multiplicans ipſum γ fecit,eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β,ſic δ ad γ: & quoniam δ quadratus eſt,ſed & γ,ipſi igitur δ γ, ſimiles plani ſunt,ipſorū igitur δ γ (per 18 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus,& eſt ut δ ad γ,ſic α ad β. Ipſorū igitur α β (per 8 octaui) unus medius eſt proportionalis. Si autem binorum numerorū unus medius proportionalis eſt numerus (per 18 octaui) ſimiles plani ſunt numeri: ipſi igitur α β ſimiles plani ſunt: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

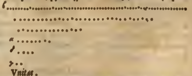
SI numerus cubus in ſeipſum ducatˀ,q inde ꝑduceˀ erit cubus.

CAMPANVS. Sit a cubus ex quo in ſe ducto fiat b, dico b eſſe cubum: ſit enim c latus cubicum a, ex c uerò in ſe, fiat d, patet itaq; quòd ex c in d, fit a: ſunt igitur unitas c d a, continue proportionales, quod ex 18 ſeptimi, & præſentibus hypotheſibus manifeſtum eſt, & quia eſt a ad b, ſicut unitas ad a, eo quòd quoties unitas eſt in a toties a in b, erūt inter a & b, duo numeri medij ſecundū proportionalitatē continuā per 8 octaui, cùm igitur ex hypotheſi ſit a cubus, erit per 21 eiuſdē, b quoq; cubus: quod oportebat demōſtrare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

Si cubus numerus ſeipſum multiplicās aliquē fecerit, factus cubus erit.

THEO N ex Zamb. *Cubus enim numerus α,ſeipſum multiplicās,ipſum efficiat β. Dico quòd β cubus eſt,accipiatur enim ipſius α,latus γ,& γ ſeipſum multiplicans,ipſum efficiat δ,manifeſtum iam eſt,quòd γ ipſum δ multiplicans,ipſum effecit α: & quoniā γ ſeipſum multiplicāt,ipſum δ fecit, igitur γ ipſum δ metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates Sed et unitas ipſum γ metitur,per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad γ,ſic γ ad δ. Rurſus quoniam γ ipſum δ multiplicans, ipſum effecit α,igitur ipſe δ ipſum α metitur per eas quæ in ipſo γ ſunt unitates. At unitas ipſum γ metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad γ,ſic δ ad α. Sed ſicut unitas ad γ,ſic γ ad δ,& (per 11 quinti) igitur ſicut unitas ad γ,ſic γ ad δ et δ ad α. Ipſius igitur unitatis & α,bini medij ſunt continuè proportionales numeri γ δ. Rurſus quoniam α ſeipſum multiplicans,ipſum β fecit,igitur α ipſum β metitur per eas quæ in ſeipſo ſunt unitates. Metitur autem & unitas ipſum α per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad α,ſic α ad β. Ipſius autem α & unitatis,bini medij ſunt proportionales numeri,& ipſorum igitur α β,bini medij proportionales ſunt numeri (per 8 octaui) Si autē binorū numerorū bini medij proportionales fuerint numeri, primus autem cubus fuerit,& quartus cubus erit (per 21 octaui) eſt autē α cubus,& β igitur cubus eſt: quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

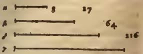
SI cubus in aliū cubū ducatur, qui inde producetur erit cubus.

CAMPANVS. Sint a & b cubi, fiatq; c ex a in b, dico c eſſe cubū: fiat enim d ex a in ſe, eritq; per præmiſſam d cubus, & quia per 18 ſeptimi, eſt a ad b, ſicut d ad c, cōſtat ex 23 octaui, c eſſe cubum: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

Si cubus numerus cubum numerum multiplicans, aliquē fecerit, factus cubus erit.

THEO N ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubū numerū β multiplicans,efficiat γ. Dico quòd γ cubus eſt. Ipſe nāque α ſeipſum multiplicās,ipſum efficiat δ. Igitur δ cubus eſt (per præcedentem) Et quoniā α ſeipſum multiplicans,ipſum δ fecit,ipſum autem β multiplicās,ipſum γ fecit,eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β,ſic δ ad γ. Et quoniā ipſi α β cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt ipſi α β. Ipſorum igitur α β (per 19 octaui) bini medij ſunt proportionales numeri. Quare & (per 8 eiuſdem ipſorum) δ γ,bini medij proportionales ſunt numeri,eſt autem δ cubus,cubus igitur eſt & γ: quod demonſtrare oportebat.*



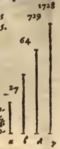
Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

5 SI numerus cubus in numerum alium ducatur, fueritq́ productus cubus, in quem ductus eſt, numerũ cubum eſſe neceſſe eſt.

CORRELARIVM.

Vnde & manifeſtum eſt, quia ex ductu cubi in non cubum, producitur non cubus. Ductoq́ cubo in numerum aliquem, ſi fuerit qui inde producitur nõ cubus, in quem ille ductus fuerit, neceſſe eſt eſſe non cubum.

CAMPANVS. Sit enim ex a cubo in b numerum, productus c cubus, dico b eſſe cubum: fiat enim d ex a in ſe, qui per antepræmiſſam erit cubus, quia igitur eſt per 18 ſeptimi a ad b ſicut d ad c, eſtq́ a cubus, ſed & d & c cubi, erit per 23 octaui, b cubus, quod eſt propoſitum. Prima pars correlarij patet ex hac quinta, à deſtructione conſequentis, ſecunda per præmiſſam, ſimiliter à deſtructione conſequentis.



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

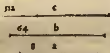
5 Si cubus numerus numerũ aliquẽ multiplicãs, cubum fecerit, & multiplicatus cubus erit.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α numerũ aliquẽ β multiplicans, cubum efficiat γ. Dico quòd β cubus eſt. Ipſe enim α ſeipſum multiplicans, ipſum δ efficiat. Cubus igitur eſt (per 3 noni) & ipſe δ, & quoniam α ſeipſum multiplicãs, ipſum δ fecit, ipſum autem β multiplicãs ipſum γ fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic δ ad γ, & quoniam ipſi δ γ, cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt. Ipſorum igitur δ γ, (per 19 octaui) bini medij ſunt proportionales numeri. Eſtq́; ſicut δ ad γ, ſic eſt α ad β: & ipſorum igitur α β, (per 8 eiuſdem) bini medij ſunt proportionales numeri, eſtq́; α cubus, cubus igitur & β: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

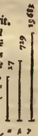
6 SI ex ductu cuiuſdam numeri in ſeipſum cubus producatur, eum eſſe cubum neceſſariò comprobatur.

CAMPANVS. Sit ut ex a in ſe fiat b, ſitq́ b cubus: dico ergo a eſſe cubũ. Fiat enim c ex a in b, eritq́ ex diffinitione, c cubus: & quoniam cõſtat ex 18 ſeptimi, quòd ſit a ad b, ſicut b ad c, cùm ſint b & c cubi, ſequitur ex 23 octaui, a eſſe cubum: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

6 Si numerus ſeipſum multiplicãs, cubũ fecerit, & ipſe cubus erit.

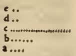


THEON ex Zamb. *Numerus enim α ſeipſum multiplicans, cubum efficiat β. Dico quòd α cubus eſt. Ipſe enim α ipſum β multiplicans, ipſum efficiat γ. Quoniam igitur α ſeipſum quidẽ multiplicans ipſum β fecit, ipſum autem β multiplicans ipſum γ fecit, igitur γ (per 4 noni) cubus eſt. Et quoniam α ſeipſum multiplicans ipſum β fecit, ipſum autem β multiplicans ipſum γ effecit, ſicut igitur (per 27 ſeptimi) α ad β, ſic β ad γ. Et quoniam ipſi β γ cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt, ipſorum igitur β γ (per 19 octaui) bini ſunt medij proportionales numeri, eſtq́; ſicut β ad γ, ſic α ad β, & ipſorum igitur α β bini, medij ſunt proportionales numeri (per eandem) eſt autem β cubus, cubus igitur eſt & α: quod oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

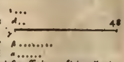
7 SI numerus cõpoſitus in numerũ quemlibet ducatur qui inde producetur, erit ſolidus.

CAMPANVS. Sit a numerus compoſitus, qui ducatur in b & proueniat c, dico c eſſe numerũ ſolidum. Cũ enim a ſit compoſitus, numeratur ab aliquo numero, qui ſit d, numeretq́ eũ ſecundũ e. Quia igitur ex e in d ſit a, & ex a in b c, erit ex diffinitione ſolidorum c ſolidus, eiuſq́ latera e d b: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

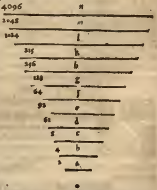
Si cõpoſitus numerus numerum aliquem multiplicãs, aliquem fecerit, factus ſolidus erit. 6



THEON ex Zamb. Cõpoſitus enim numerus α numerũ aliquẽ β multiplicãs, ipſum γ efficiat. Dico quòd γ ſolidus eſt. Quoniã enim α compoſitus eſt, eum aliquis numerus metietur (per diffinitionẽ) metiatur eum δ. & quoties δ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ε. Igitur ε ipſum δ multiplicãs, ipſum effecit α. Et quoniam α ipſum β multiplicãs, ipſum γ fecit, & α eſt ex δ ε, qui igitur ex δ ε, ipſum β multiplicãs, ipſum effecit γ: & ζ igitur eũ qui ex δ γ, multiplicãs ipſum γ fecit. Igitur γ ſolidus eſt latera autẽ ipſius ſunt ipſi δ ε ζ: quod oſtẽdere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

Si fuerint numeri ab unitate cõtinuè proportionales, tertius ab unitate erit quadratus, ac deinceps uno ſemper intermiſſo. Quartus uerò ab unitate, cubus, ac deinceps duobus ſemper intermiſſis. Itemq; ſeptimus ab unitate, eſt quadratus cubicus, ac deinceps quinq; ſemper intermiſſis quadratus cubicus continuò ſequitur. 8



CAMPANVS. Sint continuè proportionales, unitas a b c d e f g h K l m n. Dico b eſſe quadratum, & d, omiſſo c, et ſic alios uno ſemper obmiſſo, unde ſimpliciter omnes exiſtẽtes in locis imparibus, ſunt quadrati, ut ſunt tertius, quintus & ſeptim⁹. Dico itẽ c eſſe cubũ, & f, duobus obmiſſis, & ſic in cęteris. Omnis q; ſimpliciter eſt cubus, cuius ab unitate locus addit ſuper ternariũ, uel quẽlibet multiplicẽ ipſius ternarij unitatẽ, ut ſunt quartus, ſeptimus, decimus, tertiuſdecimus & ſextuſdecimus: in hoc enim cõueniũt oẽs qui duos trãſmittunt. Itẽq; dico f ab unitate ſeptimũ, eſſe quadratũ cubicũ, & ſimiliter n, quinq; numeris intermiſſis, idẽq; in cæteris. Simpliciter autẽ dico, cuius locus ac unitate addit ſuper ſenariũ, uel quẽlibet multiplicẽ ipſius unitatẽ, ut ſunt ſeptimus, tertiuſdecimus, decimuſnonus, & uiceſimuſquintus illũ eſſe quadratũ cubicũ: quadratũ quidẽ quoniã eius locus impar, cubũ autẽ quoniã ſuper multiplicẽ ternarij addit unitatẽ, quippe ſenarij multiplices, cũctos ternarij neceſſe eſt eſſe multiplices. Quę autẽ propoſita ſunt, ſic cõſtat. Eſt enim ex hypotheſi a in b, quoties unitas in a, itaq; b ex diffinitione quadratus. Quia igitur b c d, ſunt cõtinue proportionales, cũ b ſit quadratus, patet ex 17 uel 20 octaui, d eſſe quadratum. Eadẽ ratione & f, quia d e f, ſunt cõtinue proportionales, & d eſt quadratus. Idẽ in cæteris uno intermiſſo. Cõſtat itaq; primũ. Secundũ ſic. Cũ ſit b in c quoties a in b ex hypotheſi, ſequitur à diffinitione ut ex a in b ſuũ quadratũ fiat c, igitur ex diffinitione cubi, c eſt cubus. At quia c d e f, ſunt cõtinue proportionales, ſed & f g h k, eſt autẽ c cubus, neceſſe eſt per 19, uel 21 octaui, ut f quoq; ſit cubus, ideoq; & k. Idẽq; in cæteris, duobus tranſmiſſis. Quare liquet ſecundũ. Quoniã autẽ in f ſeptimo, & in n tertiodecimo, cæteriſq; quinq; medios obmittentibus, ſimpliciter uerò & in omnibus quorũ locus ſuper quẽlibet multiplicẽ ſenarij addit unitatẽ, terminẽtur quadratorũ & cuborũ cõputationes, in his quidẽ unius, in illis autẽ duorũ obmiſſione, ſequitur ipſos eſſe quadratos ex huius prima parte, & cubicos ex ſecunda, quare quadrati cubici. Conſtat ergo totum quod dicitur.

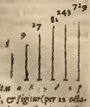
Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

Si ab unitate quotcũq; numeri ordine proportionales fuerint, tertius ab unitate quadratus eſt, & unum reliquẽtes omnes, quartus autem cubus, & binos relinquẽtes omnes, ſeptimus uerò cubus ſimul & quadratus & quinq; relinquentes omnes. 8

ipſos continue

THEON ex Zãb. Sint ab unitate quilibet ordinatim proportionales numeri α β γ δ ε ζ. Dico quòd tertius quidẽ ab unitate ſcilicet β, eſt quadratus, & unũ relinquẽtes oẽs, quartus autẽ γ eſt cubus, & binos relinquẽtes oẽs, ſeptimus uerò ζ cubus & ſimul quadratus, et quinq; relinquẽtes omnes. Quoniã enim eſt ſi-

cut unitas ad α, ſic α ad β, æquè igitur unitas ipſum α numerū, & α ipſum β metitur, at unitas ipſum α metitur per eas quæ in α ſunt unitates, igitur, & α ipſum β metitur per eas quæ in ipſo α ſunt unitates: & quoniam α ipſum β metitur per eas quæ in ipſo α ſunt unitates, igitur α ſeipſum multiplicans, ipſum efficit β, quadratus igitur eſt β. Et quoniam ipſi β, γ, δ, ordinatim ſunt proportionales, & β quadratus eſt, igitur (per 22 octaui) & δ quadratus eſt, & iã id propterea & ζ quadratus eſt.



Similiter iam demonſtrabimus quòd & unum relinquẽtes, quadrati ſunt omnes. Dico iam quòd & quartus ab unitate, hoc eſt γ, cubus eſt, & binos reliquentes omnes. Quoniam enim eſt ſicut unitas ad α numerum, ſic β ad γ: æquè igitur unitas ipſum α numerum, & β ipſum γ metitur, at unitas ipſum α metitur per eas quæ in α ſunt unitates, igitur et β ipſum γ metitur per eas quæ in ipſo α ſunt unitates, & α igitur ipſum β multiplicãs, ipſum efficit γ. Quoniam igitur α ſeipſum quidem multiplicans, ipſum effecit β, ipſum autem β multiplicans ipſum δ fecit, cubus igitur eſt ipſe γ. Et quoniam ipſi γ, δ, ε, ζ, ordinatim ſunt proportionales, ipſe autem γ cubus eſt, & ζ igitur (per 22 octaui) cubus eſt. Demonſtratum autem eſt, quòd ζ ſeptimus ab unitate exiſtens, quadratus eſt. Igitur ζ cubus eſt & quadratus. Similiter iam oſtẽdemus quod & quinq; relinquẽtes cubi ſunt omnes & quadrati: quod oportuit demonſtraſſe.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate diſpoſitis, unitatẽ ſequens quadratus fuerit, cæteri quoque omnes erunt quadrati. Si uerò qui unitatem ſequitur fuerit cubus, cæteri quoq; omnes erunt cubi.

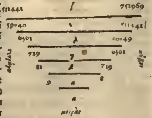
CAMPANVS. Sint qui prius continuè proportionales ab unitate, ſitq; a quadratus, dico omnes eſſe quadratos. Aut ſit idem cubus, tunc quoq; dico omnes eſſe cubos, b enim conſtat eſſe quadratum per præmiſſam, quia ergo a ad b, ſicut b ad c, ex 22 octaui, ſequitur c eſſe quadratum, idem quoque ex eiuſdem 17 uel 20 potes arguere. De ſequentibus autem idem eodemq; modo probabis, quare patet primum. Secundum autem ſic. Cum b fiat ex a in ſe, ſi fuerit a cubus, erit per tertiam ipſe quoque cubus, c uerò conſtat eſſe cubum per præmiſſam, itaque per 23 octaui, d omnesq; ſequentes cubicos eſſe probabis, eſt enim a ad b, ſicut c ad d. Idem quoq; arguere potes ex 19 uel 21 eiuſdem: ſunt enim a, b, c, d, ſed & b, c, d, e, ſinguliq; quatuor continuè ſumpti, continuè proportionales.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 9.*

9 Si ab unitate quotcunq; numeri conſequẽter proportionales fuerint, qui uerò poſt unitatẽ quadratus fuerit, & reliqui omnes quadrati erũt. Et ſi qui poſt unitatem cubus fuerit, & reliqui omnes cubi erunt.

THEON ex Zamb. Sint ab unitate conſequenter proportionales, quotcunq; numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uerò poſt unitatem, α ſit quadratus. Dico quòd & reliqui omnes quadrati erunt. Quod quidẽ tertius ab unitate, β ſit quadratus & unũ relinquẽtes omnes, patet (ex præcedenti.) Dico quòd & reliqui omnes quadrati ſunt. Nam quoniã ipſi α, β, γ, ordinatim ſunt proportionales, & α eſt quadratus, igitur (per 22 octaui) & γ eſt quadratus. Rurſus quoniã ipſi β, γ, δ, ordine ſunt proportionales, & β eſt quadratus, & δ igitur (p 22 octaui) eſt quadratus. Similiter iã oſtendemus quòd & reliqui omnes quadrati ſunt. Sed iam eſto α cubus. Dico quòd reliqui omnes cubi ſunt. Quod quidem quartus ab unitate, hoc eſt γ cu-



bus eſt, & binos relinquentes omnes, (ex præcedenti) patet. Dico iam quòd & reliqui omnes cubi ſunt. Quoniam enim eſt ſicut unitas ad α, ſic α ad β, æquè igitur unitas ipſum α numerum metitur, & α ipſum β metitur. Vnitas autem ipſum α metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates: et α igitur ipſum β metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Igitur α ſeipſum multiplicans, ipſum β fecit. Eſt autem & α cubus. Si autem cubus numerus ſeipſum multiplicans fecerit aliquem, factus cubus eſt (per tertiam noni) & β igitur cubus eſt. Et quoniam quatuor numeri ordine proportionales ſint ipſi α, β, γ, δ, & α cubus eſt, & δ igitur (per 23 octaui) cubus eſt. Iam id propterea & ε cubus eſt, & ſimiliter reliqui omnes ſunt: quod oportuit demonſtraſſe.

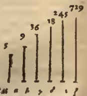
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate diſpoſitis, unitatem ſequens non quadratus fuerit, non erit aliorum quiſquam quadratus, exceptis ab unitate tertio & ijs qui deinceps uno ſemper intermiſſo reperiuntur tetragoni. Si uerò ſecundus ab unitate non fuerit cubus, nullus cæterorum erit cubus, exceptis ab unitate quarto, & deinceps ijs qui duorum ſemper intermiſſione formantur cubicis. 10

CAMPANVS. Hæc ex oppoſito ſubiecti præmiſſæ, infert partem oppoſiti paſſionis. Dico autem partem, quoniam ex 8 conſtat omnes in locis imparibus cõſtitutos eſſe quadratos, omnesq; quorum locus ſuper ternarium uel quemlibet ipſius multiplicem addit unitatem, eſſe cubos. Sint itaq; qui prius ab unitate continuè proportionales, non ſit autem a quadratus, ſed nec cubus, dico nullum ex omnibus eſſe quadratum aut cubicum, niſi quos octaua proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus, ſequitur per 22 octaui, a eſſe quadratum. Quod ſi cubus, ſequitur per 23 eiuſdem, a eſſe cubum, quorum utrunq; contrarium eſt hypotheſi. Conſtat ergo propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 10.*

Si ab unitate quotcunq; numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uerò poſt unitatem non fuerit quadratus, neq; alius nullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus, & ſi qui poſt unitatẽ, cubus non fuerit, neq; alius ullus cubus erit exceptis quarto ab unitate & binos relinquentibus omnibus. 10

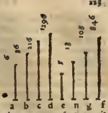


THEON ex Zãb. *Sint ab unitate ordinatim proportionales quilibet numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uerò poſt unitatem α non ſit quadratus. Dico quòd neq; alius ullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unũ relinquentibus omnibus. Si enim poßibile, eſto γ quadratus, eſt autem et β quadratus: ipſi igitur β, γ, adinuicem rationẽ habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Eſtq; ſicut β ad γ, ſic α ad β, ipſi igitur α, β, adinuicẽ rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum: quare (per 26 octaui) ipſi α, ſimiles plani ſunt, et quadratus eſt β, igitur α eſt quadratus, quod non ſuppoſitum eſt. Igitur γ non eſt quadratus, neq; ullus alius eadem ratione, exceptis ab unitate tertio & unum relinquentibus omnibus. Sed iam α non ſit cubus. Dico quòd neq; alius ullus cubus erit, exceptos ab unitate quarto et binos relinquentibus omnibus. Si enim eſt poßibile, ſit δ cubus. Eſt autem & γ cubus (per 8 noni) quartus enim ab unitate. Eſtq; ſicut γ ad δ, ſic β ad γ, igitur β ad γ rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum, quare (per 27 octaui) ipſi β, γ, ſimiles ſolidi ſunt, & cubus eſt γ, igitur β cubus eſt. Eſtq; ſicut unitas ad α, ſic α ad β. At unitas metitur ipſum α, per eas quæ in ipſo ſunt unitates, igitur & α ipſum β metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Igitur α ſeipſum multiplicans, ipſum β cubum effecit. Si uerò numerus ſeipſum multiplicans, cubum fecerit, & ipſe cubus erit (per 6 noni.) Cubus igitur eſt & α, quod ſuppoſitum non eſt. Igitur δ cubus non eſt. Similiter iam oſtendemus quòd neq; alius ullus cubus eſt, præter quartum ab unitate & binos relinquẽtes omnes: quod oſtendendum fuerat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate diſpoſitis aliquis numerus primus ultimũ numeret, eũ quoq; qui unitatem ſequitur numerare neceſſe eſt. 11

CAMPANVS.



CAMPANVS. Sint uſq; ad d continuè proportionales ab unitate: ſitq; e numerus primus, de quo ponatur, ipſum numerare d: dico quòd idem numerabit a. Nam ſi non, erit ad ipſum primus per 32 ſeptimi, & quia ex a in ſe fit b, ſequitur ex 26 eiuſdẽ ut ipſe quoq; ſit primus ad b, ſed & ad c & ad d, ſequitur ipſum eſſe primum per 25 eiuſdem, eo quòd ex a in b fit c, & ex eodẽ in c, d, non ergo numerat d, cum ſit primus ad ipſum, quare accidit contrarium hypotheſi. Idem aliter. Cum ſi e primus, ſi non numerat a, primus erit ad ipſum per 32 ſeptimi, itaq; per 32, eiuſdẽ, erunt minimi in ſua proportione: quia autem e ex hypotheſi numerat d, ſit ut ſecundum f, conſtat uerò quod ex a in e, fiat d, ergo per ſecundam partem 30 ſeptimi, erit a ad e, ſicut f ad c, quare per 21 eiuſdem, e numerabit c, & ſit ut ſecundum g, & quia ex a in b fit c, ſequitur quoq; per eaſdem & eodem modo ut e numeret b: eſto ergo quòd ſecundum h, & quoniam rurſus ex a in ſe fit b, neceſſe eſt uerum per eaſdem ut e numeret a, ſed poſitum erat non numerare, ergo accidit impoſſibile.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

12 IN numeris ab unitate continuè proportionalibus, minor maiorem numerat, ſecundum aliquem in illa proportionalitate diſpoſitum.

CAMPANVS. Sint ab unitate uſq; ad f continuè proportionales, dico nullum ipſorum numerare f, niſi ſecundum aliquem aliorum. Conſtat enim quòd e numerat ipſum f ſecundum a, eſt enim e ad f, ut unitas ad a. Sed & d numerat eundẽ f ſecundũ b, eſt nanq; per æquam proportionalitatẽ d ad f, ut unitas ad b. De c quoque patet eodem modo, quod ſecundum ſeipſum numeret eum. Econuerſo quoq; a numerat eum ſecundum e, eo quod ſicut unitas ad e, ita ad f, b uerò ſecundum d, eſt enim ut unitas ad d ita b ad f, uerum igitur eſt quod proponitur. Quippe quotus quiſq; qui proponitur ultimum numerare, fuerit ſub ultimo ſecundum totum ſupra unitatem, numerare ipſum: conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

f..
e..............................
d...............
c.......
b....
a..
Vnitas.

Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propoſitiones, duabus præcedentibus ex Campano ordine præpoſtero reſpondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 11.*

11 Si ab unitate quotcunq; numeri cõtinuè ꝓportionales fuerint, minor maiorẽ metitur per aliquẽ præexiſtentẽ in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate α, quotcunq; numeri continuè proportionales β, γ, δ, ε. Dico* ꝙ *ipſorum β, γ, δ, ε, minor β, ipſum ε maiorem metitur per aliquem ipſorum γ, δ. Quoniam enim eſt ſicut α unitas ad β, ſic δ ad ε: æque igitur α unitas ipſum β numerum metitur, & δ ipſum ε: uiciſſim igitur (per 15 ſeptimi) æquè α unitas ipſum δ metitur, & β ipſum ε. At α unitas ipſum δ metitur, per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates: & β igitur ipſum ε metitur per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates. Quare minor β ipſum ε maiorem metitur per aliquem numerum præexiſtentem in proportionalibus numeris: quod oſtendere oportuit.*

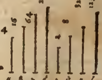
ε................
δ........
γ....
β..
α.

Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propoſitio 12.*

12 Si ab unitate quotlibet numeri cõtinuè ꝓportionales fuerint, quot primorũ numerorũ ultimũ metienẽ, tot & eũ qui apud unitatẽ eſt metiẽt.

THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quotlibet continuè proportionales numeri α, β, γ, δ. Dico quòd quot primorum numerorum ipſum δ metiuntur, tot quoque & ipſum α metientur: metiatur enim ipſum δ numerus aliquis primus ε. Dico etiam quòd ε ipſum α metiatur, non enim metiatur ε ipſum α, eſt autem ε primus, omnis autem numerus ad omnem numerorum quem non metitur, primus eſt (per trigeſimum primum ſeptimi) ipſi igitur α, ε, primi ſunt adinuicem. Et quoniam ε ipſum δ metitur, metiatur ipſum per ζ. Igitur ε ipſum ζ multiplicans, ipſum efficit δ. Rurſus quoniã α ipſum δ metitur per eas quæ in ipſo γ ſunt unitates, igitur α ipſum γ multiplicans, ipſum δ efficit. Sed & ε ipſum ζ multiplicans, ipſum δ efficit.*

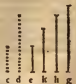
effecit. Igitur qui ex α,γ, ei qui ex ε,ζ, eſt æqualis. Eſt igitur ſicut α ad ε, ſic eſt ζ ad γ. At ipſi α,ε, primi, primi uerò & minimi, minimi autem metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 ſeptimi) antecedens antecedentem & ſequens ſequentẽ: metitur igitur ε ipſum γ, metiatur ipſum per η. Igitur ε ipſum η multiplicans, ipſum effecit γ. Sed ne tollatur & α ipſum β multiplicans, ipſum effecit γ: qui igitur ex α,β, ei qui ex ε,η, eſt æqualis. Eſt igitur ſicut α ad ε, ſic η ad γ. Ipſi autem α,ε, primi, primi uerò & minimi, minimi autem numeri, (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem: metitur igitur ε ipſum β, metiatur ipſum per θ, igitur ε ipſum θ multiplicans, ipſum β effecit. Sed & α ſeipſum multiplicans, ipſum effecit β, qui igitur ex ε,θ, ei qui ex α eſt æqualis, eſt igitur ſicut ε ad α, ſic α ad θ. At ipſi α,ε, primi, primi autẽ & minimi: minimi uerò (p 21 ſeptimi) metiuntur eandẽ eis rationẽ habẽtes æqualiter, antecedẽs antecedentẽ & ſequens ſequentẽ. Igitur ε ipſum α metitur, ſed & nõ metitur, quod eſt impoßibile. Ipſi igitur α,ε, non ſunt adinuicẽ primi: cõpoſiti igitur. At cõpoſitos numeros aliquis primus numerus metitur. Ipſi igitur α,ε, ſub alicuius numeri primi dimenſionẽ cadũt, & quoniam ε primus ſupponitur. At primus numerus ſub alterius numeri menſuram non cadit (per diffinitionẽ) quàm ſub ſibiipſius, igitur ε ipſos α,ε, metitur, quare ε ipſum α metitur: metitur autem & δ. Igitur ε ipſos α,δ, metitur: ſimiliter iam demonſtrabimus quod quot numeri primi ipſum δ metiuntur, tot & ipſum α metientur: quod oſtendere oportuit.



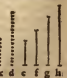
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

QVotlibet numeris ab unitate continuè proportionalibus, ſi qui unitatem ſequitur, fuerit numerus primus, maximum eorum niſi de numeris in illa proportionalitate diſpoſitis, nullus numerabit. 18

CAMPANVS. Sint ut prius uſq; ad d, continuè proportionales ab unitate, ſitq; a numerus primus. Dico quòd nullus numerabit ultimum, nec ſimpliciter aliquem eorum, niſi aliquis eorum, qui antecedit ultimum, uel eum qui ponitur numerari. Sit enim (ſi poſſibile eſt) e diuerſus ab eis, qui numeret d, qui ſi fuerit primus, per 11 numerabit a: non igitur eſt a primus, quod eſt contra hypotheſin. Si autem ipſe fuerit compoſitus, neceſſe eſt per 30 ſeptimi, ut aliquis primus numeret eum, qui non erit niſi a. Nam ſi eſt alius ab a ut f, cum neceſſe ſit ipſum numerare d, arguetur etiam eandem numerare a per 11, ſic quoq; a non erit primus. Eſt igitur a primus, numerans e. Quoniam autem e numerat d, ſit ut ſecundum g, eritq; per ſecundam partem 20 ſeptimi, a ad e, ſicut g ad c: ſit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e, & g numerabit c, ſitq; ut ſecundũ h, ſequiturq; ut a numeret g, ſicut ſequebatur ut numeraret e, alioqui ſi g quidem eſt primus, cum numeret c, ſequitur per 11 ipſum numerare a. Si autẽ cõpoſitus, per eandẽ ſequitur numerũ primũ numerantẽ g, numerare a, quod eſt inconueniens. Itaq; a numerat eum. Sequitur ergo per ſecũdam partem 20 ſeptimi, ut h numeret quoq; b, eo quòd tã ex a in b, quàm ex g in h conſtat produci c, numeret h itaq; ipſum, ſecundum k. Conſtat autem (ut prius d e g) quod a numeret h. Nam ſi non, non erit a primus, itaq; per ſecundam partem 20 ſeptimi, ſequitur ut k numeret a: ſit enim tam ex a in ſe quàm ex h, in K b. Manifeſtum eſt autem K non eſſe a, nullus enim numerorum g, h, K, eſt aliquis ex a, b, c, d: ſi enim g eſſet aliquis ex eis, cum ipſe numeret d ſecũdum e, eſſet per præmiſſam, e quoq; aliquis ex eis, ſed non erat, igitur g. Similiter cum h numeret c ſecundũ g, non erit h aliquis ex a, b, c, nam eſſet per præmiſſam & g: oſtenſum eſt autem quòd non, nec igitur h. Eadẽ ratione nec K, cũ enim ipſe numeret b ſecundum h, ſi ipſe eſſet a, conuinceretur per præmiſſam, h quoque eſſe a. At non erat, nec igitur k erit a. Numerat autem ipſum, non eſt itaq; a primus: quod eſt impoſſibile.



ALITER idem. Si e diuerſus ab a, b, c, d, numerat d, ſit ut ſecundum f, & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f, ſequitur ex 35 ſeptimi, quod ipſe numeret e uel f, numeret ergo e: quia igitur tã ex a in c, quàm ex e in f fit d, erit per ſecundam partem 20 ſeptimi, a ad e ſicut f ad c, numerat itaq; f, c. ſit ut ſecundũ g, eritq; per 33 ſeptimi, ut a quoq; numeret f uel g, ſitq; ut f. Sequiturq; per ſecundam partem 20 eiuſdem, ut g numeret b, ſicq; ut ſecundum h. Vt prius igitur, a numerabit g uel h, & ſit ut numeret g, h ergo per ſecundam partem 20 numerabit a. Si itaq; h non eſt æqualis a, non erit a primus. Quod eſt contra

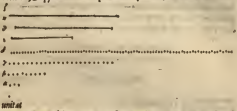


eſt contra hypotheſin. Si autem æqualis, erit unuſquiſq; numerorum g, f, e, aliquis ex a, b, c, d, per præmiſſam quoties oportet aſſumptam. Non eſt igitur e diuerſus ab eis, quod eſt etiam cõtra hypotheſin. Itaq; conſtat uerum eſſe quod proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 13.*

13 Si ab unitate quodlibet numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uerò poſt unitatẽ primus fuerit, maximum nullus alius metietur, præter præexiſtentes in proportionalibus numeris.

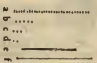
THEON ex Zamb. *Sint ab unitate quotlibet numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, qui uerò poſt unitatem ſit primus, hoc eſt α. Dico quòd maximum eorum δ nullus alius metietur, præter ipſos α, β, γ. Si enim poſsibile, metiatur ipſum ε, & ε nulli ipſorum α, β, γ, δ, ſit idem manifeſtum quòd ε primus non eſt. Si enim ε primus eſt, & ipſum δ metitur, & ipſum α metietur primum exiſtentem, eidem non idem exiſtẽs, quod eſt impoſsibile. Igitur ε primus non eſt: cõpoſitus igitur. Omnis autem compoſitus numerus, ſub alicuius primi mẽſurã cadit. Dico quòd eum nullus alius metietur, præter α. Si enim aliquis alius primus ipſum ε metitur, & ε ipſum δ metitur, & ipſe igitur ipſum δ metietur quare & ipſum α metietur primum exiſtentem, cùm ei non ſit idem, quod eſt impoſsibile. Igitur α ipſum ε metitur. Et quoniam ε ipſum δ metitur, metiatur ipſum per ζ. Dico quòd ζ nulli ipſorum α, β, γ, eſt idem. Si enim ζ alicui ipſorum α, β, γ eſt idem, & metitur ipſum δ per ε, unus igitur ipſorum α, β, γ, metitur ipſum δ per ε, ſed unus ipſorum α, β, γ, ipſum δ metitur per aliquem ipſorum α, β, γ, igitur ε uni ipſorũ α, β, γ, eſt idem, quod non ſupponitur. Igitur ζ uni ipſorum α, β, γ, non eſt idem. Similiter iam oſtendemus quòd α ipſum ζ metitur, oſtendentes rurſus quòd ζ non eſt primus. Si enim eſt primus, & metitur ipſum δ, & ipſum α metitur primum exiſtentẽ non exiſtens ei idẽ, quod eſt impoſsibile. Igitur ζ nõ eſt primus. Cõpoſitus igitur, & perinde eũ aliquis primus numerus metietur. Dico q eum nullus alius primus metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipſum ζ metitur, at ζ ipſum δ metitur, & ille igitur ipſum δ metietur, quarè & ipſum α metietur primũ exiſtentem, cum ei non ſit idem, quod eſt impoſsibile. Igitur α ipſum ζ metitur. Et quoniam ε ipſum δ metitur per ζ, ipſe igitur ε ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit δ. Sed & α ipſum γ multiplicans, ipſum δ fecit: qui igitur ex α, γ, ei qui ex ε, ζ, eſt æqualis; proportionaliter igitur eſt ſicut α ad ε, ſic ζ ad γ. At α ipſum ε metitur, & ζ igitur ipſum γ metitur, metiatur ipſum per η, ſimiliter oſtẽdemus quòd ipſe η: nulli ipſorũ α, β, eſt idẽ & quod eũ metitur ipſe α. Et quoniã ζ ipſum γ metitur per η: igitur η ipſum ζ multiplicans ipſum fecit γ, ſed & α ipſum β multiplicans, ipſum fecit γ: qui igitur ex α, β, ei qui ex ζ, η, eſt æqualis: proportionaliter igitur eſt ſicut α ad ζ, ſic η ad β: metitur autem α ipſum ζ, metitur igitur & η ipſum β, metiatur ipſum per θ. Similiter iam oſtendemus quòd ipſi α non eſt θ idem: & quoniam η ipſum β metitur per eas quæ in θ ſunt unitates, igitur η ipſum θ multiplicans ipſum effecit β. Sed & α ſeipſam multiplicans, ipſum β fecit. Qui ex θ, η, igitur, ei qui ex α quadrato eſt æqualis. Eſt igitur ſicut θ ad α, ſic α ad η, metitur autem α ipſum η, metitur igitur & θ ipſum α primum exiſtentem, non exiſtens ei idem, quod abſurdum eſt. Igitur ipſum δ maximum alter numerus non metietur præter ipſos α, b, γ: quod oportuit demonſtrare.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI propoſitus fuerit numerus, minimus quem numerãt primi aſsignati, non numerabit eum aliquis numerus primus, præter illos aſsignatos.

CAMPANVS. Sit a minimus numerus numeratus à numeris primis qui ſunt b, c, d. Dico quòd alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem, ſit e primus numerans eum ſecundum f: quia ergo quilibet numerorum b, c, d, numerat a productum ex e in f, eſt autem quilibet eorum primus, ſequitur ex 33 ſeptimi, ut quilibet eorum numeret e uel f, ſed e nullus numerat cum ſit primus: quilibet ergo eorum numerat f, cum itaq; ſit f minor a, utpote qui numerat eum ſecundum e, non erit a minimus numeratus ab illis, quod eſt inconueniens.



Euclid.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 14.*

Si minimum numerum primi numeri menſi fuerint, nullus alius pri- 14
mus numerus ipſum metietur, prӕter eos qui in principio metiuntur.

THEON *ex Zamb. Minimus enim quem ipſi β,γ,δ, primi metiuntur, ſit α.* Dico quòd ipſum α nul-*lus alius primus numerus metietur, prӕter β,γ,δ, ſi enim poßibile, metiatur eum primus numerus ε, & nulli ipſorum β,γ,δ, eſto idem. Et quoniam ε ipſum α metitur, ipſum metitur per ζ: ipſe igitur ε ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit α. Et ipſum α, primi numeri β,γ,δ, metiuntur: ſi autem bini numeri ſeſe inuicem multiplicantes fecerint aliquem, factum uerò ex eis metiatur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur (per 32 ſeptimi) ipſi igitur β,γ,δ, unum ipſorum ε,ζ, metientur. Ipſum autem ε non metietur, nam ε primus eſt, & nulli ipſorum β,γ,δ, eſt idem: ipſum igitur ζ metiuntur minorem exiſtentē ipſo α, quod eſt impoßibile. Nam α ſupponitur minimus, quem ipſi β,γ,δ, metiũtur. Ipſum igitur α, numerus primus non metietur, prӕter β,γ,δ: quod oportuit demonſtrare.*

α ....
β . .
γ . . .
δ . . . ε . . .
ε ————————
ζ ——————————

Hæc decimaquinta ſequens ex Campano propoſitio, nullam in Zamberto reſpondentem habet.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

SI quotlibet numeri continuè proportionales ſecundũ ſuam 15
proportionem fuerint minimi, quicunq; aliquem illorum numerat, alteri terminorũ illius proportionis erit commēſurabilis.

CAMPANVS. Sint a,b,c,d, continuè proportionales & minimi ſecundum proportionem f ad g qui ſint in ſua proportione minimi, & ponatur h numerare c. Dico quòd h eſt commenſurabilis f uel g, ſumantur enim in eadem proportione quatuor minimi, qui ſunt k, l, m, n, conſtat autem ex 2 octaui, quod ex f in m fit c, alioqui contingeret eſſe minus minimo, quod eſſe nō poteſt. Itaq; per correlarium 33 ſeptimi, erit h commenſurabilis f uel m, quod ſi f, conſtat propoſitum: ſi autem m, ſumantur in eadem proportione tres minimi qui ſint p, q, r, eritq; ex 2 octaui, ut m fiat ex f in r, ne minus minimo aliquid eſſe cogamur concedere: quare per prӕdictum correlarium h eſt commenſurabilis f uel r, ſed non erat f, ſic enim conſtabat propoſitum: commenſurabilis igitur eſt, qui cùm ex 2 octaui, fiat ex g in ſe, ſequitur ex dicto correlario, ut h ſit commenſurabilis g, quod eſt propoſitum.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ....
K ....
l ....
m ....
n ....
p ....
q ......
r ....
f . . g . . . h ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SI fuerint numeri quodlibet continuè proportionales in ſua 16
proportione minimi, quilibet eorum ad compoſitum ex reliquis primus eſſe, neceſſariò comprobatur.

CAMPANVS. Sint a,b,c,d, continuè proportionales & minimi: dico compoſitum ex a, b, c, primum eſſe ad d. Si enim non, aliquis numerus, qui ſit e, compoſitum ex a,b,c, numerabit & d: per prӕmiſſam igitur erit e, communicans alteri terminorum illius proportionis qui ſunt f & g, erit itaq; numerus aliquis numerans e, & alterum duorum f g, qui ſit h: quia ergo h numerat e,

numerabit

numerabit d,& compoſitum ex a,b,c,& quia numerat f uel g,quorum uterq; numerat utrunque mediorum, & ſimpliciter omnes ſi plures duobus ſint,ex 2 octaui, ſequitur ut ipſe numeret b & c,ergo & a,quia numerat totū a, b,c,non ſunt igitur a & d contra ſe primi, quod eſt inconueniens per 3 octaui. Similiter quoque conſtabit,compoſitū ex a, b, d, primū eſſe ad c. Si enim ut prius e numerat ambos, ſequitur per præmiſſam, ut aliquis numerus, qui etiā ſit h,numeret e & alterū duorum f,g,itaq; h numerat c,& totum a,b, d,ſed & b,cum utraq; radicum numeret omnes medios:igitur & compoſitū ex a & d.Et quia neceſſariò numerat alterum duorum a,d,cum numeret alterum duorū f,g,numerabit et reliquum. Non ſunt igitur a & d contra ſe primi,& ita idem ut prius.

a........
b,............
c..........e.......
d.........................
a........ b............ c.................
a........ b............d..............................
e ————
f..
g...
h ——

Campani *annotationes*. Demonſtrant autem idem aliter de tribus continuè proportionalibus & minimis ſine adminiculo præmiſſæ, probant enim ex quibuſq; duobus compoſitum primum eſſe ad reliquum. Sint itaq; tres continuè proportionales & minimi a, b, c, quorum termini d & e:dico tunc compoſitum ex a & b,primum eſſe ad c, & compoſitum ex b & c,ad a,itemq; ex a & c,ad b. Manifeſtum enim eſt ex ſecundo octaui,quod ex d in ſe,fit a,& in e,fit b,& ex e in ſe,c,& ex 22 ſeptimi,quod d & e ſunt contra ſe primi. Itaq; ex prima parte 29 eiuſdem,erit totus d e primus ad utrunq; eorum:quia igitur uterq; numerorum d & d e primus eſt ad e,erit per 25 eiuſdē qui ex d in d e producitur(& ipſe eſt compoſitus ex a & b)primus ad e:ſequitur ergo per 26 eiuſdem ut etiam compoſitus ex a & b ſit primus ad c,fit enim c ex e in ſe,ſimili quoq; demonſtratione probabis compoſitum ex b & c primum eſſe ad a.

a....
b......
c..........
a....b......
c..........
b...... c........
a....
d..
e...
d..e...

At uerò compoſitum ex a & c,primum eſſe ad b,ſic habeto. Cum ſit enim uterq; duorum d & e primus ad totum d e,erit per 25 ſeptimi,qui ex d in e producitur(& ipſe eſt b)primus ad d e,itaq; per 26 eiuſdem qui ex d e in ſe prouenit(& ipſe eſt qui componitur ex a & c & duplo b)primus erit ad b: ſequitur ergo compoſitum ex a & c primum eſſe ad b,neceſſe enim eſt ut ex duobus compoſitus,cum primus fuerit ad unum eorū ex quibus componitur,ſit primus ad reliquum:demonſtratum autem eſt hoc ſupra 29 ſeptimi. Oportet autem ſtabilire ad robur iſtius demonſtrationis compoſitum ex a & b produci ex d in compoſitū ex d & e,ſuppoſito quod ex d in ſe ſit a & ex eodem in e,b,itemq; quod ex d e in ſe producatur compoſitum ex a & c & duplo b,ſuppoſito eo quod prius,& quod ex e in ſe ſit c. Huius itaque gratia proponimus hæc demonſtranda.

a....
b......
c..........
a....c..........
b......
d..
e...
d..e..

Quod fit ex ductu unius numeri in quotlibet,tantum eſt quantum quod ex ductu eiuſdem in compoſitum ex illis.

Idem proponit prima ſecundi de lineis. Sit enim ut ex a in b & in c & in d, proueniant e & f & g. Dico quòd ex a in compoſitum ex b & c & d, prouenit compoſitum ex e & f & g. Sequitur enim ex conuerſione diffinitionis eius quod multiplicatur, ut tota pars ſit b e tota c f,ſed & d tota g,quota eſt unitas a, per 5 itaq; ſeptimi, tota quoq; pars erit cōpoſitus ex b & c & d,compoſiti ex e & f & g, quota eſt unitas a, ergo per diffinitionem ex a in compoſitum ex b & c & d, fit compoſitus ex e & f & g,quod eſt propoſitum.

a..
b... c.... d.....
e...... f.........g..........
a..
b... c.... d.....
e......f.........g..........

Quod fit ex ductu quotlibet numerorū in unum,æquum eſt ei quod

fit ex compoſito eorum in eundem.

Hoc eſt conuerſum eius quod modo demonſtratum eſt. Vt ſi ex b & c & d in a, fiant e & f & g, fiet quoq; compoſitus ex his ex illorum compoſito in eundem, quod ex 17 ſeptimi, & præmonſtrato facilè concluditur.

b... c.... d.....
a..
e...... f........ g.........
b... c.... d.....
a..
e...... f........ g.........

Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios, æquum eſt ei quod fit ex compoſito horum in compoſitum illorum. 3

Vt ſi a, b, c, multiplicent d, e, f, quilibet quemlibet, iunganturq; producta, dico aggregatum ex productis eſſe æquale producto ex compoſito ex a & b & c, in compoſitum ex d & e & f. Eſt enim per præmiſſam quod fit ex compoſito ex a, b, c, in d, quantum quod ex ſingulis in illum d, ſic & in e & in f: ex compoſito autem horum a, b, c, in quemlibet illorum d, e, f, per ante præmiſſam fit quantum ex compoſito in compoſitum, itaq; conſtat propoſitum.

a.. b... c....
d .... e...... f.......
a.. b... c....
d .... e...... f.......

Numero in quotlibet partes diuiſo, tantum eſt quod fit ex toto eo in ſe, quantum quod ex eo in omnes ſuas partes. 4

Idem proponit ſecunda ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b, & c & d, dico quod tantum fit ex a in ſe, quantum in omnes illos b, c, d: poſito enim e æquali a, conſtat ex prima harum incidentium tantum fieri ex e in a, quantum in omnes partes a, ſed per conceptionem ex e in a fit quantum ex a in ſe, & ex e in partes a, quantum ex a in eaſdem. Manifeſtum ergo eſt, uerum eſſe quod dicitur.

b.. c... d....
e.........

Numero in duo diuiſo, quod fit ex toto in alterum diuidentiũ tantũ eſt, quantum quod ex eodem in ſe & in alterum. 5

Idem proponit tertia ſecundi de lineis. Sit enim a diuiſus in b & c, dico tantum fieri ex a in c, quantum ex c in ſe & in b. Nam quod ex a in c eſt, quantum quod ex c in a, per 17 ſeptimi. Sumpto itaq; d æquali c, erit a in c, quantum d in a. At per primam harum, d in a, eſt quãtum in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c, eſt quantum c in a & in b & in ſe propter æqualitatem c & d, conſtat propoſitum.

a
b..... c...
d..

Numero in duo diuiſo, quod ex ductu totius in ſe eſt, quantum quod ex ductu utriuſq; diuidentium in ſe & alterius eorum bis in alterum. 6

Idem proponit quarta ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b & c, dico tantum fieri ex a in ſe, quantum ex b in ſe & c in ſe, & ex b bis in c. Eſt enim per 4 harum, quod ex a in ſe, quantum quod ex eo in b & in c: ex eo autem in b, per præmiſſam eſt quantũ ex b in ſe & in c, at ex a in c, per eandem eſt quantum ex c in ſe & in b. Et quia ex c in b tantum eſt quantum ex b in c per 17 ſeptimi, liquet uerum eſſe quod proponitur.

a
b ...... c...

Numero per duo æqualia duoq; inæqualia diuiſo, quod fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato inter medij æquum eſt quadrato medietatis totius. 7

Idem proponit de lineis 5 ſecundi. Vt ſi a b diuidatur in duos numeros æquales, qui ſint a c & c b, itemq; in duos inæquales, quorum ſit maior a d, & minor d b, dico quòd illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale eſt quadrato c b. Per præmiſſam enim, quadratum c b eſt æquale quadrato c d, & quadrato d b & ei quod fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in ſe & in c d tantum fit, quantum in c b per primam harum, & ideo quantum in a c. Itaq; ex b d in ſe & in c d bis, quantum ex ipſo b d in a d: per eandem igitur, quadratum c b ſuperat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d, conſtat ergo propoſitum.

a...... c... d.. b

Cum

8 Cùm fuerit numerus in duo æqualia diuiſus, eiq́; alius numerus adiunctus, quod fit ex ductu totius compoſiti in adiunctum cū quadrato medietatis, æquum eſt quadrato compoſiti ex dimidio & adiuncto.

Idem proponit 6 ſecundi de lineis. Sit enim a b diuiſus in duos æquales numeros, qui ſint a c & c b, addaturq́; ei numerus b d: dico illud quod fit ex toto a d in d b, cum quadrato b c, eſſe æquale quadrato c d. Eſt enim ex 6 harum, quadratum c d æquale quadrato d b & quadrato b c, & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum, ex b d in ſe & in b c bis, eſt quantum ex b d in d a, ſunt enim a c & c b, æquales. Itaq́; quadratum c d, ſuperat id quod fit ex b d in d a, in quadrato c b: quod eſt propoſitum.

a.... c.... b.....d

9 Cùm numerus in duo diuiditur, quod fit ex toto in ſe, cum eo quod ex altero diuidentium in ſe, eſt æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in ſe.

Idem proponit 7 ſecundi de lineis. Sit enim numerus a diuiſus in b & d: dico quadratum a cum quadrato d, tantum eſſe, quātum quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Conſtat quidem ex 6 harum quòd quadratum a tantum eſt, quantum quadratum b & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq́; quadratum a cum quadrato d, tantum eſt quantum quod ex d bis in ſe & bis in b cum quadrato b. Sed ex d bis in ſe & bis in b fit, quantū ex d bis in a, per primam harum: ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b, eſt quantum quadratum a cum quadrato d, quare patet propoſitum.

a

b...... d....

10 Cùm fuerit numerus in duo diuiſus, eiq́; additus æqualis uni diuidentium, quadratum totius compoſiti æquū eſt quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

Idem proponit 8 ſecundi de lineis. Sit numerus a b diuiſus in a c & c b, cui addatur b d, qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum eſſe, quantum eſt id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Eſt nanque ex 6 harum, quadratum a d, æquum quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratum b d eſt æquale quadrato c b, erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b, in b d bis. Per præmiſſam autem, eſt quadratum a b cum quadrato c b, quantum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaq́; quadratum a d tantum eſt, quantum quod ex a b in b d bis, & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b a tantum fit quantum in b d, conſtat uerum eſſe: quod propoſitum eſt.

a... c..... b.....d

11 Cùm fuerit numerus in duo æqualia duoq́; inæqualia diuiſus, quadrata amborū inæqualiū pariter accepta duplū ſunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorē pariter acceptis.

Idem proponit 9 ſecundi de lineis. Sit enim a b diuiſus per duos æquales qui ſint a c & c b, & per duos inæquales qui ſint a d & d b. Dico quòd quadrata duorum numerorum a d & d b pariter accepta, ſunt duplum duobus quadratis duorum numerorum a c & c d pariter acceptis. Eſt enim per 6 harum, quadratum a d, quantum quadratum a & c quadratum c d & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autem a c eſt æqualis c b, erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaq́; quadratum a d cum quadrato b d, ſunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autem eius quod fit ex b c in c d cum quadrato b d, eſt æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b, ſunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a ſunt æquales, patet propoſitum.

a...... c... d... b

Cùm fuerit numerus in duo æqua diuiſus, aliusq́ adiunctus, quadratum totius compoſiti cum quadrato adiuncti, duplum ſunt ad quadratum medietatis ipſius cum quadrato cõpoſiti ex medietate et adiuncto.

Idem proponit 10 ſecundi de lineis. Sit enim numerus a b diuiſus in duos æquales a c & c b, ſitq́ ſibi adiunctus numerus b d: dico quadratum a d cum quadrato b d, duplum eſſe ad quadratum a c cum quadrato c d. Cum ſit enim numerus c d in duo diuiſus, ſibiq́ ſit a c additus æqualis uni diuidẽtium, erit per 10 harum, quadratum a d quantum quod ſit ex c d in c a quater, cum quadrato b d. Quia uero a c eſt æqualis c b, erit quadratũ a d quantum quod ſit ex d c in c b quater, cum quadrato b d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, erit quantum quod ſit ex d c in c b quater, cum duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum, duplum eſt ad quadratum c d cum quadrato c b. Cum igitur ſit quadratum c b æquale quadrato a c, conſtat propoſitum.

a.... c.... b...

Numerũ aliquem ita diuidere, ut quod ſub toto & una eius portione continetur, ęquum ſit quadrato alterius, eſt impoſſibile. 13

Quod 11 ſecundi proponit faciendum in lineis, demonſtrat hoc impoſſibile eſſe in numeris. Sit enim quilibet numerus, a b. Dico impoſſibile eſſe ipſum ſic diuidi, ut proponitur: ſic enim diuideretur ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, ut patet ex diffinitione & 20 ſeptimi. Si autem poteſt, diuidatur in c, ſitq́ a b ad b c, ſicut b c ad c a: erit itaq; a c minor c b, detrahatur igitur ab eo æqualis ſibi qui ſit c d, quia igitur eſt proportio totius a b ad totum b c, ſicut b c detracti ab a b ad c d detractũ ab b c, erit eadẽ a c reſidui a b ad b d reſiduũ b c, quare b c ad c d, ſicut c d ad d b, erit igitur c d, maior d b. Detracto itaq; d e de c d, ut ſit d e æqualis d b, erit etiam proportio b c ad c d, ſicut c d ad d e, quare ſic d b reſidui c b, ad c e reſiduum c d: poteſt igitur c e detrahi ab c d, non erit itaque finis iſtius detractionis, quod eſt impoſſibile. Nunc ad propoſitum reuertamur.

a....,.c....c..d..b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 15.*

Si tres numeri continuè proportionales fuerint minimi, eandem eis habẽtium rationem, bini quilibet compoſiti ad reliquum primi erunt. 15

THEON *ex Zamb. Sint tres numeri continuè proportionales, minimi eandem eis habentium rationem α, β, γ. Dico quòd ipſorum α, β, γ, bini quilibet cõpoſiti, ad reliquum primi ſunt, ſcilicet α β ad γ, & β γ ad α, & α γ ad β. Aſſumantur (per 35 ſeptimi) bini minimi numeri eandem ipſis α, β, γ, habentium rationem, ſintq́; δ ε, ε ζ manifeſtum iam eſt quòd δ ε ſeipſum multiplicans, ipſum effecit α, & ipſum ε ζ multiplicãs, ipſum β fecit, & inſuper ε ζ ſeipſum multiplicans, ipſum efficit γ. Et quoniã ipſi δ ε, ε ζ, minimi ſunt primi adinuicem ſunt (per 24 ſeptimi.) Si autem bini numeri, primi adinuicẽ fuerint, et uterq; ſimul ad alterum primus eſt (per 30 ſeptimi.) Igitur δ ζ, ad utrunq; ipſorũ δ ε, ε ζ, primus eſt. Sed et δ ε ad ε ζ primus eſt. Ipſi igitur δ ζ, δ ε, ad ipſum ε ζ primi ſunt, & qui ex δ ζ, δ ε, igitur, ad ε ζ (per 26 ſeptimi) primus eſt. Si uerò bini numeri primi fuerint adinuicẽ, qui ex uno eorum gignitur ad reliquum primus eſt (per 27 ſeptimi) quare qui ex δ ζ, δ ε, ad eum qui eſt ex ε ζ, primus eſt. Sed qui ex ζ δ, δ ε, eſt qui ex δ ε unà cum eo qui ex δ ε, ε ζ, (per 3 tertiam ſecundi.) Qui igitur ex δ ε unà cum eo qui ex δ ε, ε ζ, ad eum qui ex ε ζ primus eſt. Eſt autẽ qui ex δ ε, ipſe α, qui uerò ex δ ε, ε ζ, ipſe β, qui autẽ ex ε ζ, eſt γ. Ipſi α β, igitur cõpoſiti, ad γ primi ſunt. Similiter oſtendemus quòd ipſi β, γ, ad α primi. Dico iam quòd ipſi α, γ, ad β primi ſunt: nam quoniam δ ζ ad utrunque ipſorum δ ε, ε ζ, primus eſt, & qui ergo ex δ ζ, ad eum qui ſub δ ε, ε ζ, primus eſt. Sed ei qui ex δ ζ, æquales ſunt qui ex δ ε, ε ζ, unà cum eo qui bis eſt ſub δ ε, ε ζ,*

α.........β...........

γ...............

β............γ................ 11

α........

γ...............α........ ε

β............

δ...ε....ζ

Si enim quæ ex δ ε unà cum eo quæ ex ε ζ, & qui ſub δ ε, ε ζ, non eſſent primi, cum communis dimenſio metiatur compoſitũ, non erunt qui ex δ ε, ε ζ, unà cũ eo qui ſub δ ε, ε ζ, & qui ſub δ ε, ε ζ, primi. At iterũ cum cõmunis dimenſio metiatur & compoſitũ, non erũt qui ex δ ε, ε ζ, unà cum eo qui ſub δ ε, ε ζ bis, & qui ſub δ ε, ε ζ, adinuicem primi, cuius contrariũ eſt oſtẽſum.

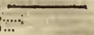
Et qui

Et qui ex δ, γ, ζ, igitur unà cum iis qui bis ſub α, γ, ζ, ad eum qui ſub δ, γ, ζ, primi ſunt. Diuidendo quoq; qui ex δ, γ, ζ, unà cum eo qui ſub δ, γ, ζ, primi ſunt ad eum qui ſub α, γ, ζ. Inſuper diuidendo, qui ex δ, γ, α, ζ, ad eum qui ſub α, γ, ζ, primi ſunt. Eſt autē qui ex δ, γ, ipſe α, qui ex γ, ζ, ipſe γ, qui uerò ſub α, γ, ζ, ipſe β. Ipſi ergo α, γ, compoſiti, ad ζ primi ſunt: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

17 SI fuerint duo numeri contra ſe primi, quantus eſt primus eorum ad ſecundum, tantum eſſe ſecundum ad tertium quemquam impoſſibile eſt.

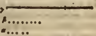
CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi, dico impoſſibile eſſe, aliquem eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim poteſt, ſit c, quia igitur a ad b, ſicut b ad c, ſunt autem a & b in ſua proportione minimi per 23 ſeptimi, ſequitur per 21 eiuſdem, ut a numeret b, qui cùm etiam numeret ſe, non erunt a & b contra ſe primi: quod eſt contrarium poſitioni.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 16.*

16 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, non erit ſicut primus ad ſecundum, ſic ſecundus ad aliquem alium.

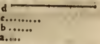
THEON *ex Zamb. Bini enim numeri α, β, primi ſint adinuicem. Dico quòd non eſt ſicut α ad β, ſic β ad aliquem alium. Si enim poßibile, ſit ſicut α ad β, ſic β ad γ. Ipſi autem α, β, primi ſunt: primi autem & minimi (per 23 ſeptimi) minimi uerò, metiũtur eandem rationem habentes, æqualiter (per 21 ſeptimi) antecedens antecedentem & ſequens ſequentem: metitur igitur α ipſum β, antecedens antecedentem, metitur autem & ſeipſum: igitur α ipſos α, β, metitur primos adinuicem exiſtentes, quod eſt abſurdum, non eſt igitur ſicut α ad β, ſic β ad γ: quod oſtendere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

18 SI quotlibet numerorũ continuè proportionaliũ duo extremi fuerint contra ſe primi, quantus eſt primus ad ſecundũ, tantum eſſe ultimum ad aliquem alium, eſt impoſſibile.

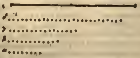
CAMPANVS. Sint a, b, c, cõtinuè proportionales, ſintq; a & c cõtra ſe primi: dico quòd in eadẽ proportione nõ poteſt eis adiũgi alius: ſi enim poteſt, ſit d. Quia igitur eſt a ad b ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d: ſunt autem a & c, in ſua proportione minimi, per 23 ſeptimi, itaq; per 21 eiuſdem a numerat b, quare etiam numerat c, numerorum enim cõtinuè proportionalium, ſi primus numerat ſecundum, ipſe numerat omnes, & ſimpliciter quilibet præcedens quemlibet ſequentem, at quia etiam numerat ſe, non erunt a & c contra ſe primi: quod eſt inconueniens.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 17.*

17 Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, ipſorum autem extremi primi adinuicem fuerint, non erit ſicut primus ad ſecundum, ſic ultimus ad aliquem alium.

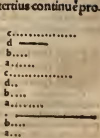
THEON *ex Zamb. Sint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, α, β, γ, δ, ipſorum autem extremi α δ ſint primi adinuicẽ. Dico quòd non eſt ſicut α ad β, ſic δ ad aliquem alium. Si enim poßibile, eſto ſicut α ad β, ſic δ ad ε: uicißim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad δ, ſic β ad ε. Ipſi autem α, δ, primi ſunt, primi autem & minimi: minimi uerò numeri, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 ſeptimi) antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem: metitur igitur α ipſum β, eſtq; ſicut α ad β, ſic β ad γ, & β igitur ipſum γ metitur, quare & α ipſum γ metitur: & quoniam eſt ſicut β ad γ, ſic γ ad δ, metitur autem β ipſum γ, metitur igitur & γ ipſum δ. Sed α ipſum γ metitur, quare & α ipſum δ metitur, metitur autem & ſeipſum. Igitur α, ipſos α, δ, metitur primos inuicem exiſtentes, quod eſt impoßibile. Non eſt igitur ſicut α ad β, ſic δ ad aliquem alium: quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

PRopoſitis duobus numeris, an ſit eis tertius continuè pro- 19
portionalis, perſcrutari.

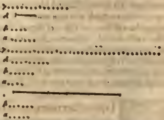
CAMPANVS. Sint a & b duo numeri propoſiti, uolo inquirere, an eis poſſit tertius ſub continua proportionalitate adiũgi. Igitur ſi ipſi ſunt contra ſe primi, impoſſibile eſt per 17, ſi uerò compoſiti, ducatur b in ſe, & proueniat c, quem ſi a numerat, erit: ſi uerò non numerat, non erit. Numeret enim eũ ſecundũ d, qui erit quem quærimus per 2 partem 20 ſeptimi. Sit ergo ut non numeret eum, eſt tamen ut a ad b, ſic b ad d, itaq; quia ex b in ſe fit c, ſequitur per primam partem 20 ſeptimi, ut ex a in d fit idem: igitur a numerat c ſecundum d, ſed erat poſitum quòd non, quare ſequitur impoſſibile.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 18.*

Binis numeris datis, conſiderare ſi poſſibile eſt eis tertium propor- 18
tionalem inuenire.

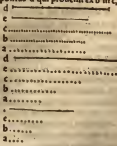
THEON *ex Zamb. Sint bini dati numeri α, β, ſitq; opportunum ſcrutari, ſi eſt poßibile eis tertium inuenire proportionalẽ. Iam ipſi α, β, aut ſunt primi adinuicẽ, aut non. Si quidẽ igitur primi ſunt adinuicẽ, patet (per 16 noni) quod impoßibile eſt eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non ſint ipſi α, β, primi adinuicem, & β ſeipſum multiplicans ipſum efficiat γ. Iã α aut ipſum γ metitur aut non metitur. Metiatur prius per δ. Ipſe igitur α ipſum δ multiplicãs, ipſum efficit γ. Sed & β ſeipſum multiplicans, ipſum γ effecit, qui ex α, δ, igitur ei qui ex β eſt æqualis. Eſt igitur ſicut α ad β, ſic β ad δ (per ſecundam partem 19 ſeptimi.) Ipſis igitur α β, tertius inuentus eſt δ. Sed iam non metiatur α ipſum γ. Dico quòd ipſis α, β, impoßibile eſt tertium inuenire proportionalẽ numerũ. Si enim poßibile, inueniatur δ. Igitur qui ex α, δ, ei eſt æquus qui ex β, qui autem ex β, eſt ipſe γ. Igitur qui ex α, δ, æquus eſt ipſi γ. Quare α ipſum δ multiplicans, ipſum efficit γ. Igitur α, ipſum γ metitur per δ. Sed ſupponitur etiam non metiri, quod eſt impoßibile. Non eſt igitur poßibile ipſis α, β, tertium proportionalem inuenire, quando α ipſum γ non metitur: quod oportuit oſtendere.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

DAtis tribus numeris continuè proportionalibus, an ſit ali- 20
quis quartus eis continuè proportionalis inquirere.

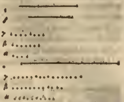
CAMPANVS. Sint continuè proportionales a, b, c. Volo inquirere an aliquis eis ſub continua proportionalitate poſſit adiungi, igitur ſi a & c ſunt contra ſe primi, impoſſibile eſt per 18. Si autem cõpoſitus d qui prouenit ex b in c, quem ſi numerat a, erit: ſi uerò non numerat, non erit. Numeret enim eum ſecundum e, qui erit quem quærimus per ſecundã partem 20 ſeptimi. Sit ergo ut non numeret eum, eſt tamen ut a ad b, ſicut c ad e, itaque quia ex b in c fit d, ſequitur per primam partem 20 ſeptimi, ut ex a in e fit idem, ergo a numerat d ſecundum e, ſed poſitum erat quòd non. Idem potes perſcrutari, quodlibet continuè proportionalibus propoſitis, ſi enim duo extremi ſint contra ſe primi, finem habet intentio per 18, ſi autem compoſiti, ducto ſecundo in ultimum, ſi productum numeret primus, is ſecundum quem eum numerat, eſt quem quærimus per ſecundam partem 20 ſeptimi: ſi autem primus productũ non numerat, nullus erit.



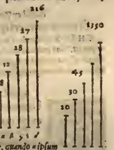
erit, quotlibet enim poſito, per primam partem eiuſdem ſecundum ipſum poſitum numerabit primus productum, quod poſitum erat non numerare.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 19.*

19 Tribus numeris datis, conſiderare ſi eſt poſſibile eis quartũ inuenire proportionalem.



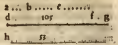
THEON *ex Zamb.* *Sint dati tres numeri, α β γ, ſitq́; opportunum coniectare, ſi poßibile eſt eis quartum proportionalem inuenire. Iam ipſi α β γ, aut continuè ſunt proportionales, & eorum extremi α γ, ſunt primi adinuicem, aut non ſunt cõtinuè proportionales & eorum extremi primi ſunt adinuicem, aut continuè ſunt proportionales & eorum extremi non ſunt adinuicem primi, uel neq; ſunt continuè proportionales neq; eorum extremi primi ſunt adinuicem. Si quidem igitur ipſi α β γ, continuè ſunt proportionales: et eorum extremi α γ, ſunt primi adinuicem, patet per 17 noni, quod eſt impoßibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. Non ſint iam ipſi α β γ, continuè proportionales, extremis rurſus primis exiſtẽtibus adinuicẽ. Dico quòd & ſic quartũ proportionalem inuenire, eſt impoßibile. Si enim poßibile, inueniatur δ. Vt ſit ſicut α ad β, ſic γ ad δ, fiatq́; ſicut β ad γ, ſic δ ad ε. Et quoniam eſt ſicut quidem α ad β, ſic γ ad δ, ſicut autem β ad γ, ſic δ ad ε, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut α ad γ, ſic γ ad ε. At α γ, primi ſunt, primi autem & minimi, minimi uerò metiuntur eandem rationem habentes, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem (per 21 ſeptimi) metitur igitur α ipſum γ, antecedens antecedentem: metitur autem & ſeipſum. Igitur α ipſos α γ, metitur primos adinuicem exiſtentes, quod eſt impoßibile: ipſis igitur α β γ, quartum proportionalem inuenire eſt impoßibile. Sed iam rurſus ſint ipſi α β γ, continuè proportionales, et α γ, non ſint primi adinuicem. Dico quòd eis quartum proportionalem inuenire eſt poßibile. Nam β ipſum γ multiplicans, ipſum efficiat δ. Igitur α ipſum δ aut metitur, aut non metitur. Metiatur prius ipſum per ε. Igitur α ipſum ε multiplicans, ipſum effecit δ, ſed & β ipſum γ multiplicans ipſum δ effecit. Igitur qui ex α ε, et eſt æquus qui ex β γ, proportionalis igitur eſt ſicut α ad β, ſic γ ad ε. Ipſis igitur α β γ, inuentus eſt quartus proportionalis ε ſcilicet. Sed iam non metiatur α ipſum δ: dico quòd ipſis α β γ, quartũ proportionalẽ inuenire eſt impoßibile. Si enim poßibile, inueniatur ε. Igitur qui ex α ε, ei qui ex β γ, eſt æqualis. Sed qui ex β γ, eſt ipſe δ, & qui ex α ε, igitur ipſi δ eſt æqualis. Igitur α ipſum ε multiplicans ipſum effecit δ. Igitur α ipſum δ metitur, ſed & non metitur, quod eſt impoßibile. Igitur ipſis α β γ, quartum proportionalem inuenire numerum eſt impoßibile, quando α ipſum δ non metitur. Sed iam ipſi α β γ, neq; continuè ſint proportionales, neq; eorum extremi adinuicẽ ſint primi, & β ipſum γ multiplicans ipſum efficiat δ. Similiter oſtẽdetur quòd ſiquidẽ α ipſum δ metitur, poßibile eſt eis proportionalẽ inuenire, ſi autẽ nõ metitur, eſt impoßibile: quod oſtẽdere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 21.*

21 DAtis quotlibet numeris primis, aliquem primum ab eis diuerſum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Nihil aliud intenditur, niſi quòd numeri primi ſint infiniti, demonſtrare. Sint enim a b c, numeri primi, dico eſſe aliquem primũ diuerſum ab eis, ſit quidem d f minimus quem numerant, cui addita unitate fiat d g, qui eſt primus aut cõpoſitus, ſi primus, conſtat propoſitum, ſi compoſitus, numerat eum aliquis primus, qui ſit h, quem non eſt poſſibile eſſe aliquem ex primis propoſitis. Si etiam eſſet aliquis eorum, cùm quilibet ipſorum numeret d f, ipſe quoq; numeraret eundem: at quia numerat d g, oporteret ipſum numerare f g qui eſt unitas, quod eſt impoſſibile. Idem ſequitur poſito d f quotlibet numero, quem numerant a b c: quare conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 20.*

20 Primi numeri, plures ſunt omni propoſita multitudine primorũ numerorum.

THEON ex Zamb. *Sint propoſiti primi numeri α β γ. Dico quòd ipſis α β γ, plures ſunt primi numeri. Accipiatur enim (p 39 ſeptimi) minimusquem ipſi α β γ: metiantur, ſitq; δ ε, addaturq; δ ζ unitas δ ζ, iam ε ζ, aut eſt primus aut nō, ſit priùs primus, inuēti igitur ſunt primi numeri α β γ ε ζ, plures ipſis α β γ. Sed iam non ſit ε ζ primus: igitur eum aliquis numerus primus metitur (per 34. ſeptimi) metiatur eum numerus primus η. Dico quòd η nulli ipſorum α β γ, eſt idem. Si enim η alicui ipſorum α β γ, eſt idem, ipſi autem α β γ, ipſum δ ε metiuntur, igitur & η ipſum δ ε metietur, metitur autem & ε ζ, & reliquam δ ζ unitatem metietur η numerus exiſtens, quod eſt abſurdum: igitur η non eſt idem uni ipſorum α β γ, ipſe autem ſupponitur & primus. Inuenti igitur ſunt primi numeri plures propoſita multitudine ipſorū α β γ, ipſi α β γ η: quod oſtendere oportuit.*

α ..
β ...
γ ....
ε 114 23
η δ . ζ

Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.

SI coaceruentur quotlibet numeri pares, totus quoq; ab eis coaceruatus erit par. 22

CAMPANVS. Sit quiſq; numerorū a b c, par. Dico ex eis compoſitum, eſſe parem: habet enim ex conuerſione diffinitionis quiſq; eorum medietatem, ſint ergo eorum medietates d e f, quia igitur ſicut a ad d, ſic b ad e, & c ad f, erit ex 13 ſeptimi, ſicut a ad d, ſic totus a b c ad totum d e f, itaq; d e f, eſt medietas a b c, ergo per diffinitionem a b c, eſt par: quod eſt propoſitum.

a .. b .... c ......

Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 22.

Si pares numeri quotcunq; componantur, totus par eſt. 22

THEON ex Zamb. *Componantur enim numeri quilibet pares ipſi α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quòd totus α ε par eſt. Nam quoniam unuſquiſq; ipſorum α β, β γ, γ δ, δ ε, par eſt, partem habet dimidiam, quare & totus α ε habet partem dimidiam: numerus autem par eſt qui biſariàm diuiditur (per diffinitionem) igitur α ε par eſt: quod oſtendere oportuit.*

α....β.......γ.........δ..........ε

Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.

SI numeri impares numero pares coaceruentur, totus quoq; ex eis coaceruatus erit par. 23

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a b c d, impar: dico ex eis cōpoſitum, eſſe parem, dēpta enim à quolibet unitate, conſtat reſiduos eſſe pares, & quia ille unitates, demptæ componunt parem, cùm ſint numero pares, conſtat propoſitum per præmiſſam.

a...b.....c........d........

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 22.

Si impares numeri quotcunq; componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit. 22

THEON ex Zamb. *Componantur enim impares numeri quotcūq;, multitudine pares, α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quòd totus α ε par eſt. Nam quoniam unuſquiſq; ipſorum α β, β γ, γ δ, δ ε, impar eſt, ablata unitate ab unoquoq;, unuſquiſq; reliquus par erit. Quare & compoſitus ex ipſis par erit (per 21 noni) Eſt autem & unitatem multitudo par, totus igitur α ε par eſt: quod oſtendere oportebat.*

α.....β.........γ........δ...ε

Euclid. ex Camp. Propoſitio 24.

SI numeri impares numero impares coaceruentur, totū quoq; ex eis coaceruatum imparem eſſe. 24

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a b c, impar. Dico totum ex eis cōpoſitum eſſe imparem. Erit enim per præmiſſam compoſitus ex a & b, par: & quia c, dempta unitate, eſt par, erit per antepræmiſſam totus a b c, dempta unitate par. Per diffinitionem itaque cōſtat totum eſſe imparem.

a...b.....c........

Euclid. ex

Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 23.

23 Si impares numeri quotcunq; componantur, multitudo autem ipſorum fuerit impar, & totus impar erit.

THEON ex Zamb. Componantur enim quotcunq; impares numeri, quorum multitudo ſit impar αζ, ζε, εγ, γδ. Dico quòd totus αδ impar eſt. Auferatur ab ipſo γδ, unitas δε, reliquus igitur γε par eſt: eſt autem & αγ par, & totus igitur αε par eſt, eſt autem δε unitas: totus igitur αδ impar eſt: quod oportuit demonſtraſſe.

α . . . . . ζ . . . . . . γ . . . . ε . δ

Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

25 SIà numero pari numerus par detrahatur, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a totus par, à quo detrahatur b, qui quoq; ſit par, & reſiduus ſit c. Dico c eſſe parem, ſit enim d medietas a, e quoq; ſit medietas b, detractoq; e de d, ſit reliquus f, erit per 13 ſeptimi, c ad f, ſicut a ad d, quare f eſt medietas, itaq; eſt par: quod eſt propoſitum.

a

. . . . d . . . . . f . . .

b c

. . . . . e . . . .

Euclid. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 24.

24 Si à pari numero par auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamb. A pari enim αβ, auferatur par. Dico quòd reliquus αγ par eſt. Nam quoniam αβ par eſt, habet partem dimidiã: iam id propterea & βγ, habet partem dimidiam, quare & reliquus γα habet partem dimidiam, par igitur eſt αγ: quod oſtendere oportuit.

α . . . . . . γ . . . . β

Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

26 SI de numero pari imparem tollas, qui relinquitur impar eſt.

CAMPANVS. Sit a b par, à quo tollatur a c, qui ſit impar. Dico c b reſiduum eſſe imparem, ſubtrahatur enim ab a c, unitas quæ ſit c d, eritq; a d par, itaq; per 25, d b quoq; erit par. Quia igitur d c eſt unitas, ſequitur c b eſſe imparem: quod eſt propoſitum.

a . . . . d . c . . . b

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 25.

25 Si à pari numero impar auferatur, reliquus impar erit.

THEON ex Zamb. A pari nanq; numero αβ, auferatur impar ζγ. Dico quòd reliquus γζ impar eſt. Auferatur ab ipſo ζγ, unitas γδ, igitur δβ, par eſt. Eſt autem αβ quoq; par, & reliquus igitur αδ, par eſt, at γδ eſt unitas, igitur αγ impar eſt: quod oſtẽdere oportuit.

α . . . . γ . δ . . . . ζ

Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

27 SIà numero impari detrahatur impar, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a b numerus impar, à quo detrahatur b c, qui etiam ſit impar: dico reliquum qui eſt a c, eſſe parem. Detrahatur enim ab utroq; duorum numerorum a b & b c, unitas quæ ſit b d, erit uterq; duorum reſiduorum quæ ſunt a d & d c, par, per præmiſſam itaq; conſtat a c eſſe parem: quod eſt propoſitum.

a . . . . c . . . . d . b

Euclid. ex Zamb. Theorema 26. Propoſitio 26.

26 Si ab impari numero impar auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamb. Ab impari nanque αζ, impar auferatur βγ. Dico quòd reliquus γα par eſt, nam quoniam αβ impar eſt, auferatur unitas βδ: reliquus igitur αδ, par eſt. Iam id propterea & γδ par eſt (per diffinitionem) quare & reliquus γα par eſt: quod oſtendere oportuit.

α . . . . γ . . . . . . δ . β

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 28.*

SIà numero impari numerum parem ſubtrahas, qui relinquitur impar eſt. 28

CAMPANVS. Sit a b impar, à quo detrahatur a c qui ſit par. Dico b c reſiduũ eſſe imparẽ. Sit enim b d unitas, eritq; a d par. Et quia a c eſt par, erit per 25 c d par, cũ itaq; ſit d b unitas, erit c b impar: quod eſt propoſitum.

a . . . . . . c . . . . d . b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propoſitio 27.*

Si ab impari numero par auferatur, reliquus impar erit. 27

THEON *ex Zamb. Ab impari namq; α β, par referatur β γ. Dico quòd reliquus γ α impar eſt. Auferatur unitas α δ, igitur δ β par eſt: eſt autem β γ par, & reliquus igitur γ δ, par eſt eſt autem & unitas δ α, igitur γ α impar eſt: quod oſtendere oportuit.*

α . δ . . . . γ . . . . β

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*

SI numerus impar in numerum parem ducatur, qui inde producetur erit par. 29

CAMPANVS. Ex 23 manifeſtum eſt quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propoſitio 28.*

Si impar numerus parem multiplicans, aliquem fecerit, qui gignitur par eſt. 28

THEON *ex Zamb. Impar enim numerus α parem β multiplicans, ipſum efficiat. Dico quòd γ par eſt. Nam quoniã α ipſum β multiplicans, ipſum γ fecit, igitur γ ex totidem ipſi β æqualibus quot æ ſunt in α unitates cõponitur: eſtq; ζ par, igitur γ ex paribus componitur. Si uerò numeri pares quotcunq; componantur, totus par eſt (per 21 noni) igitur γ par eſt: quod oſtendere oportuit.*

γ . . . .
β . . . .
α . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*

SI in imparem ducatur impar, qui producetur erit impar. 30

CAMPANVS. Hæc quoq; ex 24 manifeſta eſt.

Hæ ſequentes duæ ex Campano propoſitiones, nullas ſibi ex Zamberto reſpondentes habent.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

Si numerus impar numerum parem numeret, numero pari eum numerabit. 31

CAMPANVS. Si enim numero impari eum numeraret, ex impari in imparem fieret par, quod eſt inconueniens per præmiſſam.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 32.*

Si impar imparem numeret, impariter eum numerat. 32

CAMPANVS. Si enim pariter eum numeraret, ex numero impari in numerum parem fieret impar: quod eſt inconueniens per 29.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propoſitio 29.*

Si impar numerus imparem numerum multiplicans, fecerit aliquem, factus impar erit. 29

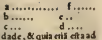
THEON *ex Zamb. Impar enim numerus α, imparem numerum ζ multiplicans, ipſum efficiat γ. Dico quòd γ impar eſt. Nã quoniam α ipſum ζ multiplicans, ipſum fecit γ, igitur γ ex totidẽ ipſi β æqualibus quot æ ſunt in α unitates, componitur. Eſt autem uterq; ipſorum α β, impar. Igitur γ ex imparibus conflatur numeris, quorum multitudo impar eſt. Quare (per 23 noni) impar eſt: quod oſtendere oportuit.*

γ . . . .
β . . . . .
α . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 33.*

SI numerus impar numerum parem metiatur, eiuſdem quoque dimidium ipſum metiri neceſſe eſt. 33

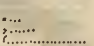
CAMPANVS. Sit a numerus par cuius dimidium b, ſitq; c numerus impar qui numeret a, dico quòd c numerabit b, numeret enim a ſecundũ d, éritq; per 31, d numerus par. Eſto igitur eius dimidiũ, e ducaturq; c in e, & proueniat f, eritq; per 18 ſeptimi a ad f, ſicut d ad e, & quia etiã eſt a ad b, ſicut d ad e, ſequitur b & f eſſe æquales: cũ itaq; c numeret f, idẽ numerabit b: quod eſt propoſitũ.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propoſitio 30.*

30 Si impar numerus parem numerum menſus fuerit, & eius dimidium metietur.

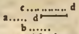
THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, parem numerũ β metiatur. Dico quòd & eius dimidium metietur. Nam quoniã α ipſum β metitur, ipſum metiatur per γ. Dico quòd γ nõ eſt impar. Si enim poßibile, ſit impar. Et quoniam α metitur ipſum β per γ, igitur α ipſum γ multiplicans, ipſum effecit β. Igitur β componitur ex imparibus numeris, quorum multitudo impar eſt. Igitur β impar eſt, quod eſt abſurdum, ſupponitur enim par. Igitur impar non eſt, par igitur eſt γ. Quare α ipſum β metitur pariter, & γ igitur ipſum β metitur per α: habet autem uterq; ipſorum γ β, partem dimidiam, eſt igitur ſicut γ ad β, ſic dimidiũ ad dimidium: metitur autem γ, ipſum β per α, & dimidium ipſius metietur ipſius β dimidiũ per α: igitur α, dimidiũ multiplicans ipſius γ dimidium ipſius β efficit. Igitur α ipſius β dimidium metitur, metiturq; per ipſius γ dimidium. Idq; propterea α ipſius dimidium metietur, quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 34.*

34 SI numerus impar ad aliquem fuerit primus, idem ad eiuſdem duplum erit primus.

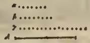
CAMPANVS. Sit a numerus impar primus ad b, cuius duplum ſit c. Dico quòd a eſt primus ad c, ſin autẽ, numeret eos d. Cumq; a ſit impar, ſequit. e d eſſe imparem, quicunq; enim impar parem numerat, pari numero eum numerabit per 31, per præmiſſam itaq; a numerabit b, non ſunt igitur a & b contra ſe primi: quod eſt contra hypotheſin.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propoſitio 31.*

31 Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit, & ad ipſius duplum primus eſt.

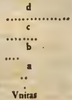
THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, ad numerum aliquem β, primus eſto, ipſius autem β, duplus eſto γ. Dico quòd α ad γ primus eſt. Si autem α γ, non ſunt primi, metitur eos aliquis numerus: metiatur, & eſto δ, eſt autem impar numerus α, impar igitur & δ. Et quoniam δ impar exiſtens ipſum γ metitur, eſt autem & γ par, igitur δ metietur ipſius γ dimidium (per præcedentem) Dimidium autem ipſius γ, eſt β, igitur δ ipſum β metitur, metitur autem & α. Igitur δ, ipſos α β, metitur primos adinuicẽ exiſtentes, quod eſt abſurdũ. Igitur α ad γ primus eſt. Ipſi igitur α γ, primi ſunt adinuicẽ: quod erat oſtẽdendũ.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

35 NVmeri à duobus dupli, ſunt pariter pares tantum.

CAMPANVS. Sint unitas a b c d, continuè proportionales, ſitq; a binarius. Dico omnes eos eſſe pariter pares, eisq; ſecundum hanc proportionem in infinitũ auctis, nullum alium eſſe pariter parem. De his quidẽ conſtat per diffininonem, cùm per 12 quilibet præcedẽs numeret quemlibet ſequentem per aliquem eorum quos omnes oportet eſſe pares, & nullus alius numeret aliquem eorum, per 13 eo quod a qui eſt binarius unitatem ſequens eſt primus. Quod autem nullus alius ab his ſit pariter par, conſtat ſic. Poſito enim aliquo, diuidatur in duas medietates, eiusq; medietas in duas, & hoc toties fiat, quouſq; numerus aut unitas diuiſionem impediat, quod neceſſe eſt euenire per ultimam petitionem. Siquidem numerus hanc prohibeat, ipſe erit impar, qui cùm numeret pariter parem poſitum, non erat pariter par, qui poſitus eſt pariter par. Si autem unitas, non erit is alius à continuè duplis ab unitate.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propoſitio 32.*

A binario duplorum unuſquiſq;, pariter par eſt tantum. 32

THEON *ex Zamb. A binario enim α, duplicentur quotcunq; numeri β γ δ. Dico quòd ipſi β γ δ, pariter pares ſunt tantum. Quod quidem unuſquiſq; pariter par eſt, manifeſtum eſt: à binario enim eſt duplicatus. Dico quòd & tantũ. Exponatur unitas ι. Quoniã igitur ab unitate quotlibet numeri continue proportionales ſunt, qui autem poſt unitatem α primus eſt, maximum ipſorũ α β γ, hoc eſt ipſum δ nullus metitur, præter ipſos α β γ (per 13 noni) Eſt autem unuſquiſq; ipſorum α β γ, pariter par. Igitur δ pariter par eſt autem. Similiter iam oſtendemus, quod & unuſquiſq; ipſorum α β γ, pariter par eſt tantum: quod oportuit demonſtrare.*

δ ....
γ ....
β ....
α ..
.
Vnitas.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

NVmerus cuius medietas eſt impar, eſt pariter impar. 36

CAMPANVS. Sit a numerus, cuius medietas quę ſit b, ſit impar. Dico a, eſſe pariter imparem. Sit enim c binarius, manifeſtũ itaq;, quoniam ex c in b fit a. Sit autem d quilibet numerus par numerans a, qui numeret eum ſecundum e, eritq; per ſecũdam partem 20 ſeptimi, e ad b, ſicut c ad d. Igitur e numerat b, quia c numerat d. Eritq; itaq; e numerus impar, erat enim & b, per diffinitionem igitur a eſt pariter impar.

a ....
b .... b...
c .. d ......

Euclid. ex Zamb. *Theorema 33.* *Propoſitio 33.*

Si numerus dimidium imparem habuerit, pariter impar eſt tantum. 33

THEON *ex Zamb. Numerus enim α, dimidium habeat imparem. Dico quòd α pariter impar eſt tantum. Quod quidem pariter impar, eſt manifeſtum: eius nanq; dimidius impar exiſtens, eum pariter metitur (per diffinitionem) Dico quòd & tantum. Si enim α pariter par eſt, & eius dimidius par eſt (per diffinitionem) metietur igitur eum par numerus, per parem numerum. Quare et dimidium eius metietur (per 39 numerus) par, impar exiſtens, quod eſt abſurdum. Igitur α pariter impar eſt tantum: quod oportuit oſtendere.*

α ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 37.*

OMnis numerus à duobus nõ duplus, cuius medietas eſt par, eſt pariter par & impariter. 37

CAMPANVS. Sit numerus a, non duplus a duobus, cuius medietas quæ ſit b ponatur par: dico ipſum eſſe pariter parẽ & impariter. Sit enim c binarius, de quo manifeſtum eſt quod ipſe numerat a ſecundum b: quia uerò a non eſt duplus a duobus, neceſſe eſt ſi eius medietas quæ eſt b, in alias duas medietates diuidatur, medietatisq; medietas in alias duas, ut tandem occurrat numerus impediens diuiſionem, qui propter hoc quod diuiſionem non recipit, erit impar, ſitq; is in quo ſiſtit diuiſio d. In numero quippe neceſſe eſt ſtare, quia ſi uſq; ad unitatem perueniret diuiſio, eſſet a de numeris duplis a binario, de quibus non eſt, de d uero manifeſtũ eſt quod & ipſe numerat a per hanc communẽ ſcientiã. Omnis numerus numerãs aliũ, numerat omnẽ numeratũ ab illo. Numeret ergo eũ ſecundum e, eritq; e par, alioquin cùm d ſit maior impar, ſequeretur per 30 a eſſe imparem. Quia igitur b numerus par numerat a ſecundum c, qui quoq; eſt par (eſt enim binarius) at uerò c numerus par numerat eundem ſecundum d qui eſt impar, conſtat ex diffinitione numerum a eſſe pariter parem & impariter: quod eſt propoſitum.

a ....
b ...... d ...
c .. e ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propoſitio 34.*

Si numerus neq; à binario fuerit duplus, neq; dimidium imparem habuerit, pariter par eſt & pariter impar. 34

THEON *ex Zamb. Numerus enim α non ſit à binario duplus, neq; dimidium habeat imparem. Dico quòd α pariter par eſt & pariter impar, quod quidem α pariter par eſt, manifeſtum eſt: dimidium nanque non habet imparem. Dico iã quòd & pariter impar eſt. Si enim ipſum α biſariàm ſecuerimus, idq; ſemper efficientes, in quẽdam numerum * deſinemus imparem, qui ipſum metietur α per parem numerum. Si autẽ non deſinemus in quendam imparem numerum, qui per parem numerum metiatur ipſum α: ad binariũ enim ueniemus, eritq; ipſe α ex ijs qui à binario duplicati ſunt, quod nõ ſuperponitur*

α ....

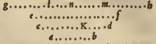
* [illegible], *incidemus.*

ponitur. Quare α pariter impar eſt, patuit autẽ quòd & pariter par. Igitur α pariter par eſt & pariter impar. quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 38.*

38 SI de ſecundo atque ultimo numerorum continuè proportionalium, æquale primi dematur, quantũ eſt reliquum ſecundi ad primũ, tãtum eſſe reilquũ ultimi ad coaceruatum ex cunctis præcedentibus neceſſariò comprobatur.

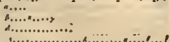
CAMPANVS. Sint continuè proportionales a b, c d, e f, g h, dematuręque de c d æqualis a b, qui ſit c k, & de g h qui ſit g l. Dico tunc quòd proportio K d ad a b, eſt ſicut l h ad compoſitum ex e f, c d, & a b. Sumatur ex g h æqualis e f, qui ſit g m, & æqualis c d qui ſit g n, eritque l n æqualis k d. Manifeſtũ aũt eſt per 11 ſeptimi, quòd cùm ſit g h ad g m ſicut g m ad g n, erit h m reſiduũ ad m n reſiduum, ſicut g h ad g m, ideoque ſicut e f ad c d, ſimili quoque modo erit m n ad l n ſicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f & m n ad c d, ſicut n l ad a b: itaque coniuncti, per 13 ſeptimi, erit l h cõpoſitus ex h m, m n & l n, ad compoſitũ ex e f, c d & a b: ſicut l n ad a b, ideoque ſicut k d ad a b, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Thorema 35.* *Propoſitio 35.*

35 Si fuerint quocunque numeri continuè proportionales, auferantur autem à ſecundo & ultimo æquales ipſi primo, erit ſicut ſecundi exceſſus ad primum, ſic ultimi exceſſus ad omnes ſe præcedentes.

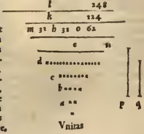
THEON *ex Zamb. Sint quocunque numeeri continuè proportionales α, βγ, δ, εζ, incipientes ab α minimo, auferaturque ab ipſis βγ & εζ ipſi α æqualis uterque ipſorum γη, ζθ. Dico quòd eſt ſicut βη, ad α ſic eſt εθ ad α, βγ, δ. Ponatur enim ipſi quidem βγ, æqualis ζκ, ipſi autẽ δ æqualis ζλ. Et quoniã ζλ ipſi βγ eſt æqualis, quorũ ζη ipſi γη eſt æqualis: reliquus igitur θλ reliquo ηβ eſt æqualis. Et quoniã eſt ſicut εζ ad δ, ſic eſt δ ad βγ, et βγ ad α: æquus aũt eſt δ ipſi ζλ & βγ ipſi ζκ, & α ipſi ζθ: eſt igitur ſicut εζ ad ζλ ſic λζ ad ζκ, & κζ ad ζθ: diuidendo ergo (per 17 quinti) & ſicut ελ ad λζ, ſic λκ ad ζκ, & κθ ad κθ. Eſt igitur & ſicut unus antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes ſequentes. Eſt igitur ſicut κθ ad ζθ, ſic ελ, λκ, κθ ad ipſos λζ, ζκ, ζθ: æqualis autem eſt κθ ipſi βη, & ζθ ipſi α. Ipſi autem ζλ, ζκ, ζθ, ipſis δ, βγ, α, eſt igitur ſicut βη ad α, ſic εθ ad δ, βγ, α. Eſt igitur ſicut ſecundi exceſſus ad primum, ſic eſt ultimi exceſſus ad omnes ſeipſum præcedentes: quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 39.*

39 CVm coaptati fuerint numeri ab unitate cõtinuè dupli, qui cõiuncti faciant numerum primum, extremus eorũ in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

CAMPANVS. Sint ab unitate continuè dupli, a, b, c, d, ex eis autem & unitate coaceruatus ſit, qui ponatur eſſe numerus primus, in quẽ e multiplicetur d, & proueniat f g, dico f g eſſe numeeũ perfectum. Sumantur igitur h, k, l, cõtinuè dupli ad e, ut tot ſint e, h, k, l, quot ſint continuè dupli ad unitatem ſumpti, eritque per æquam proportionalitatẽ l ad e, ſicut d ad a: quare per primam partem 20 ſeptimi, ex a in l prouenit f g, nã ipſe f g prouenit ex d in e. Et quia a eſt binarius, eſt f g duplus ad l, ſunt igitur e, h, k, l, & f, g, continuè proportionales. Dematur igitur ex h æqualis e, qui ſit m h, & reſiduus h o, qui erit etiam æqualis e, itemque ex f g dematur eidem e æqualis qui ſit f n, eritque per præmiſſam n g, quantum aggregatum ex e & h & K & l. Sed & f n cùm ſit æqualis e, eſt quantum aggregatum ex a & b & c & d & unitate.



x

itemq́; totus f g eſt quantus aggregatus ex omnibus his ſcilicet, a, b, c, d, & unitate, & illis e, h, K, l, de, quibus omnibus manifeſtum eſt, quòd numerant eum ſcilicet f g, e quidem ſecundum h, & h ſecundum k, quod ex prima parte 20 ſeptimi conuincitur, adiuuante æqua proportionalitate ſicu bi opus fuerit. Eſt enim ut a ad c, ſic k ad h, & ut d ad b ſic K ad e, per æquam proportionalitatem, quare & ex c in h, & ex b in K, neceſſe eſt prouenire f g, quem dudum produxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g, ipſe erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod autem nullus alius eum numeret, patet. Si enim hoc poſſibile eſt, ſit p qui numeret eum ſecundum q, eritq́; per 33 ſeptimi, ut e numeret alterum eorum, ponaturque quòd numeret p. Et quia per ſecundam partem 20 ſeptimi, eſt q ad d ſicut e ad p, ſequitur ut q numeret d, quare cùm a qui ſequitur unitatem ſit primus (eſt enim binarius) erit q per 13 huius, aut a aut b aut c, quicunque autem horum fuerit, erit p, aut l, aut k, aut h, ſi enim q fuerit a, conſtat quòd p erit l, quòd ſi fuerit b, p erit K, ſi autem c, p quoque erit h: non eſt igitur p diuerſus ab illis ut fuerat poſitum, relinquitur ergo quòd f g ſit numerus perfectus, quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 36.* *Propoſitio 36.*

Si ab unitate quotcunq; numeri continuè expoſiti fuerint in duplici proportione, quoad totus compoſitus primus fuerit, & totus in ultimum multiplicatus aliquem fecerit, qui gignitur, perfectus erit. 36

THEON *ex Zamb. Ab unitate ſiquidem exponantur quotcunq; numeri continuè duplici proportione, quoad totus compoſitus primus ſit α, β, γ, δ, & toti æquus eſto ε, & ε ipſum δ multiplicans, ipſum efficiat ζ, η. Dico quòd ζη perfectus eſt. Quot enim ſunt multitudine ipſi α, β, γ, δ, totidem ab ε accipiantur in duplici proportione, hoc eſt ε, θ, κ, λ, μ. Ex æquali igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad δ, ſic eſt ε ad μ. Igitur qui ex ε, δ, ei eſt æquus qui ex α, μ, eſtq́; qui ex ε, δ, ipſe ζη. Igitur qui ex α, μ, ipſi ζη eſt æqualis. Igitur α ipſum μ multiplicans, ipſum efficit ζη: igitur μ ipſum ζη metitur per eas quæ in α ſunt unitates. Eſt autem binarius α, duplus ergo eſt ζη ipſius μ. Sunt autem & μ, λ, κ, θ, ε, continuè duplices adinuicem, igitur ε, θ, κ, λ, μ, ζη, cōtinuè ſunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam à ſecundo θ ν, & ultimo ζ ξ, ipſi ε primo æqualis uterq; ipſorum θν & ζξ: igitur (per præcedentem) ſicut ſecundi numeri exceſſus ad primū, ſic ultimi exceſſus ad omnes ſeipſum præcedentes, eſt igitur ſicut νθ ad ε, ſic eſt ξη ad ipſos μ, λ, κ, θ, ε. At eſt νθ ipſi ε æquus, & ξη: igitur ipſis μ, λ, θ, κ, ε, eſt æquus. Eſt autem & ζξ ipſi ε æqualis, at ε ipſis α, β, γ, δ, & unitati. Totus igitur ζη æquus eſt & ipſis ε, θ, κ, λ, μ, & ipſis α, β, γ, δ, & unitati, & ſub eorū dimenſionem cadit. Dico quòd ipſum ζη nullus alius metitur, præter ipſos α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatē. Si enim poſſibile metiatur ipſum ζη ipſe ο, & ο nulli ipſorū α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, eſto idem, & quoties ο ipſum ζη metitur, tot unitates ſint in π. Igitur π ipſum ο multiplicās ipſum fecit ζη. Sed et ε ipſum δ multiplicās, ipſum effecit ζη: eſt igitur (p 19 ſeptimi) ſicut ε ad ο, ſic π ad δ: uiciſſim igitur (per 9 ſeptimi) ſicut ε ad π, ſic ο ad δ. Et quoniam ab unitate continuè proportionales ſunt ipſi α, β, γ, δ, qui uerò poſt unitatē α primus eſt, igitur δ nullus alius numerus metitur præter α, β, γ (p 13 noni) Supponitur quæ nulli ipſorū α, β, γ, ipſe ο idē: igitur ipſum δ ipſe ο nō metitur. Sed ſicut ο ad δ, ſic ε ad π, neq; ε igitur ipſum π metitur, eſtq́; ε primus, omnis autē primus numerus ad omnē quē non metitur primus eſt (per 31 ſeptimi) igitur ipſi ε, π, primi ſunt inuicem, primi autem & minimi, minimi uerò metiuntur eandē rationē habentes æqualiter (per 21 ſeptimi) antecedens antecedentē, & ſequens ſequentem. Eſtq́; ſicut ε ad π, ſic ο ad δ: æque igitur ε ipſum ο metitur, & π ipſum δ. Sed δ nullus alius metitur præter α, β, γ, igitur π uni ipſorum α, β, γ, eſt idem. Sit π ipſi β idem, & quot ſunt ipſi β, γ, δ, multitudine, totidē aſſumantur ab ipſo ε ipſi ε θ κ: ſunt aūt ipſi ε, θ, κ, ipſis β, γ, δ, in eadē ratiōe, ex æquali ergo p 13, eſt ſicut β ad δ, ſic ε ad κ: igitur qui ex β κ, ei qui ex δ, ε, eſt æqualis. Sed qui ex δ, ε, ei qui ex π ο, eſt æqualis, & qui ex π ο, igitur ei qui ex β κ eſt æqualis. Eſt igitur ſicut π ad β, ſic κ ad ο, eſtq́; π ipſi β idem, & κ igitur ipſi ο eſt idem, quod eſt impoſſibile. Nam ο nulli expoſitorū ſupponitur idem: igitur ipſum ζη aliquis numerus non metitur præter α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatem, & oſtenſum eſt quòd ζη ipſis α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitati eſt æqualis: perfectus autem numerus eſt (per diffinitionem) qui ſuis partibus eſt æqualis, perfectus igitur eſt ζη: quod oſtendere oportuit.*



NONI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, *Liber decimus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*

QVantitates quibus fuerit una quantitas communis eas numerans, dicetur cõmunicantes. 2 Quibus uerò non fuerit una cõmunis quãtitas eas numerans, dicentur incõmenſurabiles. 3 Lineæ in potentia communicantes dicuntur, quarũ ſuperficies quadratas una communis ſuperficies numerat. 4 Lineæ incommenſurabiles in potentia dicuntur, quarũ ſuperficies quadratas non numerat una cõmunis ſuperficies. Quæ cùm ita ſint, manifeſtum eſt quia omni lineæ poſitæ, multæ aliæ ſunt incommenſurabiles, quædam in longitudine tantum, quædam in longitudine & potentia. 5 Omnis autem linea cum qua ratiocinamur poſita, uocetur rationalis. 6 Lineæq́ ei cõmunicantes, dicuntur rationales. 7 Eidem autem incõmunicantes, dicuntur irrationales ſiue ſurdæ. 8 Omnis uerò quadrata ſuperficies, de qua per hypotheſin ratiocinamur, dicitur rationalis. 9 Superficies uerò ei communicantes, dicuntur rationales. 10 Eidem autem incommenſurabiles ſuperficies, dicuntur irrationales, ſiue ſurdæ. 11 Latera uerò quę in illas quadratas poſſunt, dicuntur irrationalia.

Euclid. ex Zamb. *Diffinitiones.*

COmmenſurabiles magnitudines dicuntur, quas eadem menſura dimetietur. 2 Incommenſurabiles autem, quæ ſub nullius communis menſuræ dimenſionem cadunt. 3 Rectæ lineæ potentia cõmenſurabiles ſunt, quando quæ ab ipſis quadrata, eadem area dimetitur. 4 Incommenſurabiles aũt, quando nulla area cõmunis menſura eſſe poteſt eorũ quæ ex ipſis ſunt quadratorũ. His expoſitis indicatur, quòd propoſita recta linea, hoc eſt à qua & cubitales, & palmi, & digitales, ac pedales ſumuntur menſurę, ipſi ſunt rectæ lineæ multitudine infinitæ commenſurabiles & incõmenſurabiles. 5 Cõmenſurabiles quidẽ, aut potẽtia tantum, aut potentia & longitudine ſimul. Incommenſurabiles uerò, aut longitudine tantum, aut longitudine & potentia ſimul. 6 Vocatur igitur ipſa quidem propoſita recta linea, rationalis. 7 Et quæ huic commenſurabiles ſiue lõgitudine & potentia, ſiue potentia tantum, rationales.

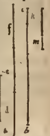
8 Quę autẽ incõmenſurabiles per utrunque, hoc eſt longitudine & potentia, irrationales appellantur. 9 Et quod quidem à propoſita recta linea quadratũ, rationale. 10 Et quæ huic commenſurabilia, irra-

tionalia. 11 Et quæ huic incommenſurabilia, irrationalia dicuntur.

12 Et ipſorum (ſi quadrata fuerint) latera, ſin autẽ alia quæpiam rectilinea, ipſa potentes æqualiaq; ipſis quadrata deſcribentes, irrationales uocentur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI duabus quantitatibus inæqualibus propoſitis maius dimidio à maiori detrahatur, itéq; de reliquo maius dimidio dematur, deinceps quoq; eodem modo, neceſſe eſt ut tandẽ minore poſitarum, minor quantitas relinquatur.



CAMPANVS. Sint duæ quantitates inæquales a & b c, b c maior: dico quòd toties poteſt maius dimidio detrahi ab ipſa b c, uel eius reſiduo, quod neceſſe erit reliqui quantitatem minorem eſſe a. Multiplicetur enim a toties quouſque excedat b c, ſitq; eius multiplex d e f maius b c. Detrahatur itaque ab ipſa b c maius dimidio, quod ſit b, d. Itemq; ex reſiduo quod eſt g c, maius dimidio quod ſit g h, hoc quoque toties fiat, quouſque b c diuiſa ſit in tot partes, quoties a continetur in d e f. Dico tunc quòd ultimum reſiduum ut eſt hic a c, eſt minus a. Multiplicetur nanque h c quoties eſt multiplicata a in d e f, ſitq; eius multiplex K l m. Quia igitur unaquæq; quantitatum K, l, m, eſt æqualis h c, ſequitur ut & K ſit minor b g, ſed et l minor g h, at quia m eſt æqualis h c, erit per conceptionem k l m minor b c, quare minor d e f. Cùm ſit ergo d e f ad a ſicut k l m n ad h c, ſitq; d e f maior k l m, ſequitur per 14 quinti, quòd a ſit maior h c, quod eſt propoſitum. Idemq; ſequitur, ſi a maiori dimidium dematur, itemq; de reliquo dimidiũ, fiatq; toties quouſq; maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet ſuo multiplice maiorẽ poſitarũ quantũlibet excedente.

CAMPANI *additio.* Attendere autem oportet, quod huic propoſitioni uidetur decima quinta tertij contradicere, proponens angulum contingentiæ minorem fore quolibet angulo à duabus lineis rectis contento. Poſito enim angulo quolibet rectilineo, ſi ab ipſo maius dimidio dematur, itemq; de reſiduo maius dimidio, neceſſe uidetur hoc toties poſſe fieri, quouſque angulus rectilineus, minor angulo contingentiæ relinquatur, cuius oppoſitũ 15 tertij ſyllogiſat. Sed hi non ſunt uniuoce anguli, non enim eiuſdem ſunt generis ſimpliciter curuum & rectum. At uerò nec angulum cõtingentiæ toties contingit ſumi, ut qualencunque rectilineum excedat, quod neceſſarium eſt (ut ex præhabita demonſtratione patet) ad hoc ut conſequens ex antecedente ſequatur. Planum ergo eſt etiam quemlibet angulum rectilineum, infinitis angulis contingentiæ eſſe maiorem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

Duabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis, ſi à maiore auferatur maius quàm dimidium, & eius quod relictum eſt maius quàm dimidium, idq; ſemper fiet, relinquetur quædã magnitudo minor minore magnitudine expoſita.



THEON ex Zamb. *Sint binæ magnitudines inæquales α, β, quarum maior ſit α β. Dico quòd ſi ab ipſa α β, auferatur maius quàm dimidium, & reliqui maius quàm dimidium & hoc ſemper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine expoſita γ. Et quoniam minor eſt γ, igitur γ multiplicata, maior tandem erit quàm α β. multiplicetur, & eſto δ ε ipſius quidem γ multiplex, maior autem quàm α β. Diuidaturq; δ ε in æquales ipſi γ, hoc eſt δ ζ, ζ η, η ε. Auferaturq; ab ipſa α β maius quàm dimidium β θ, & ab ipſa α θ maius quàm dimidium, hoc eſt θ κ: & hoc fiat ſemper, quoad quæ in α β ſunt diuiſiones æquales ſint multitudine eis quæ in ipſo δ ε ſunt diuiſionibus, ſintq; igitur α κ, κ θ, & θ β, diuiſiones æquales exiſtentes multitudine ipſi δ ζ, ζ η, & η ε. Et quoniam maior eſt δ ε, quàm ex α β, ablatumq; eſt ab ipſa δ ε minus quàm dimidium, hoc eſt η ε: ab ipſa autem α β maius quàm dimidium β θ: reliquum igitur η δ reliquo θ α maius eſt. Et quoniam maius eſt η δ quàm θ α, ablatumq; ab ipſa η δ dimidium, hoc eſt η ζ: ex ipſa autem α θ maius dimidio, hoc eſt θ κ: reliquum igitur δ ζ reliquo α κ maius*

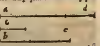
maius eſt. Aequale autem eſt δζ ipſi γ, & igitur ipſo αη maius eſt: minus igitur eſt αη ipſo γ. Relinquitur igitur ex αβ, magnitudine ipſa αη magnitudo, minor exiſtens minore expoſita magnitudine γ: quod oportuit demonſtraſſe. Similiter quoque oſtendetur ſi dimidia ſublata fuerint.



ALITER *idem oſtendere. Conſtent binæ magnitudines inæquales α, β, γ. Sit autẽ γ minor. Et quoniã minor eſt γ, igitur γ multiplicatã, maior erit tandẽ quàm αβ, multiplicetur & eſto ζμ ipſius γ multiplex. Diuidaturq́; ζμ, in ipſi γ æqualia, hoc eſt μθ, θν, νζ, & ab ipſa αβ auferatur maius quàm dimidium βι, & ex ipſa ια maius quàm dimidiũ, hoc eſt ιδ, & hoc fiat quoad quæ in ipſa ζμ diuiſiones æquales fiant ipſis quæ ſunt in αβ diuiſionibus, fiant aũt ſicut βι, ιδ, & δα. Et ipſi δα unaquæq; ipſarũ κλ, λν, & νξ eſto æqualis, & hoc fiat quoad diuiſiones quæ ſunt in κξ fiãt æquales eis quæ ſunt in μζ. Et quoniã βι, maior eſt quàm dimidiũ ipſius αβ, ipſa βι maior eſt quàm ια, multo maior igitur eſt βι quàm δα. Sed ipſi δα æqualis eſt κλ: igitur βι maior eſt quàm νξ. Rurſus quoniam δι maior eſt quàm dimidium ipſius ια, ipſa igitur δι maior eſt quàm δα, ſed ipſa δα æqualis eſt ipſi λν igitur, ipſa δι maior eſt quàm λν. Tota igitur δβ maior eſt quàm ξλ. Sed ipſa δα æqualis eſt ipſi νξ. Tota igitur αβ maior eſt quàm κξ. Sed ipſa αζ maior eſt quàm βα, multo maior igitur eſt μζ quàm κξ. Et quoniam ξν, νλ, & λκ ſibi inuicem ſunt æquales, & μθ, θν, & λκ, ſibi inuicem ſunt æquales, & μθ, θν, & νζ ſibi inuicem ſunt æquales, & æqualis eſt multitudo ipſarũ quæ in μζ, multitudini ipſarum quæ in κξ: eſt igitur ſicut κλ ad ζν, ſic λν ad νθ, & νξ ad θμ: igitur (per 12 quinti) ſicut κλ ad ζν, ſic ζκ ad μ. Maior aũt eſt ζμ quàm κξ, maior, igitur eſt & ζν quã λκ. At ζν æqualis eſt ipſi κλ ipſi αδ. Igitur γ maior eſt quàm αδ: quod oportuit demonſtrare.* Eucl. ex Camp. Prop. 2.

2 SI fuerint duæ quantitates inæquales, detrahaturq́ à maiori æquale minori donec minus eo ſuperſit, ac deinde à minori ipſius reliqui æquale dematur, donec minus eo relinquatur: denuo quoq́ reliquo primo æquale reliqui ſecundi donec minus eo ſuperſit, auferatur et in huiuſmodi cõtinua detractione nullũ reliquum quod antè relictum numeret, inueniatur: eas duas quantitates incommenſurabiles eſſe, neceſſe eſt.

CAMPANVS. Simile huic propoſuit prima ſeptimi in numeris. Sint duę quantitates inęquales a & b maior a, quibus (ſi fiat reciproca quoad poteſt detractio) nõ occurrat (etiam ſi infinities fiat) aliqua quantitas detractione impediens, ſiue ante relictum numerans, dico eas incommẽſurabiles eſſe. Si autem ſint commenſurabiles, ſit cõmunis earum menſura c. Detrahatur igitur b ex a quoties poteſt, ſitq́ reſiduũ d, quod reſiduum detrahatur ex b quoties poteſt, & ſit reſiduum e. Fiatq́ toties iſta detractio, quouſq́ ex alterutra duarũ quãntatũ a & b remaneat minus c, hoc enim neceſſe eſt eſſe poſſibile per præcedentẽ, ſitq́ hic e minus c. Cùm igitur c menſuret b detractã ab a, & etiam a menſurabit per conceptionem, d reſiduũ: ideoq́ cùm menſuret d detractum ab ipſo b, & etiam ipſum b menſurabit e reſiduũ, ſed erat e minus c: maior ergo quantitas menſurat minorem, quod eſt impoſſibile.



Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

Siduabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis: ſublata ſemper
3 minore à maiore reliqua minimè metiatur præcedentẽ, incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.



THEON *ex Zamb. Duabus enim magnitudinibis inæqualibus exiſtẽtibus αβ, γδ, & exiſtente minore ipſa αβ, ſublata ſemper minore ipſa αβ, à maiore γδ, reliqua nequaquã metiatur præcedentem. Dico quòd incõmenſurabiles ſunt ipſæ αβ, γδ, magnitudines. Si enim ſunt cõmenſurabiles metietur (per 1 diffinitionem decimi) eas aliqua magnitudo metiatur ſi poßibile eſt, & eſto ε & αβ ipſam δζ metiens, relinquat ſeipſa minorem γζ. At γζ ipſam βη metiens (per 1 decimi) relinquat ſeipſa minorem αη, & hoc ſemper fiat, quoad ſumpta fuerit quędã magnitudo quę ſit minor quàm ε fiat, & (per præcedentẽ) ſumatur αη minor quàm ε. Quoniã igitur ε ipſam αβ metitur, ſed αβ ipſam δζ metitur. Igitur ε ipſam δζ metietur, metitur aũt & totã γδ, igitur & reliquã γζ metietur Sed γζ ipſam βη metitur, et ε igitur ipſam βη metitur: metitur autẽ & totã αβ, & reliquũ igitur αη metietur, maior minorem, quod eſt*

x 3 impoßibi-

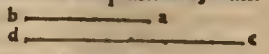
impoßibile. Ipſas igitur αβ, γδ, nulla metietur magnitudo. Incõmenſurabiles igitur ſunt ipſæ αβ, γδ. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponantur, auferaturq́; ſemper à maiore minor, & reliqua tamen præcedentẽ non metiatur, ipſæ magnitudines erunt incõmenſurabiles: quod oportuit demonſtrare.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

PRopoſitis duabus quantitatibus inæqualibus communicantibus, maximã quãtitatẽ cõmuniter eas numerantẽ inuenire. 4

CORRELARIVM.

Ex hoc itaq; manifeſtũ eſt, quæ duas metitur quãtitates, maximã quoq; cõmuniter ãbas metientẽ metiri.



CAMPANVS. Huius demonſtrationẽ, ſi 2 ſeptimi, non ignoras, non potes ignorare. Si enim numeri nomen in quantitatis nomen conuertas, idem prorſus hic & illic efficies, proceſſus enim utrobiq; idem erit. *Euclid. ex Zamb. Probl. 1. Prop. 3.*

Duabus magnitudinibus commenſurabilibus datis, maximã earum communem inuenire menſuram.

THEON *ex Zamb. Sint datæ binæ magnitudines cõmenſurabiles α,β, & γ,δ, quarũ minor ſit αβ, oportet iam ipſarũ αβ, γδ, maximã cõmunẽ inuenire menſurã. Igitur αβ aut metitur ipſam γδ, aut non. Si enim metitur, metitur autẽ et ſeipſam, igitur αβ, ipſarũ αβ & γδ cõmunis eſt dimenſio. Et manifeſtum eſt quòd & maxima, maior nanq; ipſa αβ magnitudine, ipſam αβ non metietur. Non metiatur autem αβ ipſam γδ. Sublata igitur ſemper minore à maiori, id quod relinquitur metietur quandoq; præcedentem, eò quia ipſæ αβ, γδ ſunt cõmenſurabiles, & αβ ipſam εδ metiẽs relinquat ſe ipſa minorem εγ: at εγ ipſam ζβ metiens relinquat ſe ipſa minorem, hoc eſt ζα, at ζα ipſam γε metiatur. Quoniam igitur αζ ipſam γε metitur, ſed γε ipſam ζβ metitur, & αζ igitur ipſam ζβ metietur. Metitur autem & ſeipſam, & totam igitur αβ metietur ipſa αζ. Sed αβ ipſam δε metitur, igitur αζ ipſam εδ metietur, metitur autem & γε, & totam igitur γδ metitur. Igitur αζ ipſas αβ & γδ metietur: igitur αζ ipſarũ αβ & γδ cõmunis eſt dimenſio. Aio quoq; quòd & maxima: ſi enim non erit aliqua magnitudo maior ipſa αζ, quæ ipſas αβ, & γδ metietur, ſitq́; inquã η. Quoniã igitur η ipſam αβ metitur, ſed αβ ipſam εδ metietur. Metitur aũt & totã γδ, & reliquam igitur γε metietur ipſa η. Sed γε ipſam ζβ metitur & η ipſum ζβ metietur, metitur aũt & totã αβ, & reliquã igitur αζ metietur, maior minorem, quod eſt impoßibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipſa αζ, ipſas αβ & γδ magnitudines non metietur. Igitur αζ ipſarũ αβ & γδ maxima cõmunis dimenſio eſt. Duabus igitur magnitudinibus cõmenſurabilibus datis αβ & γδ, maxima cõmunis dimenſio inuenta eſt αζ, quod feciſſe oportuit.*



CORRELARIVM.

Ex hoc manifeſtũ eſt, quòd ſi magnitudo binas magnitudines menſa fuerit, & maximã earũ cõmunẽ dimenſionem metietur.

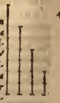
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

PRopoſitis tribus quantitatibus cõmunicantibus, maximã eas communiter numerantem inuenire. 4

CAMPANVS. Hæc ex tertia ſeptimi, ſic patet, ſicut præmiſſa ex ſecunda: ſimulq; correlariũ ex hac deducet, ut illic ex ſecunda deductum eſt.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 4.*

Tribus magnitudinibus cõmenſurabilibus datis, maximam earum communem menſuram inuenire.



THEON *ex Zamb. Sint datæ tres magnitudines cõmẽſurabiles α, β, γ, oportet iam ipſarũ α, β, γ, maximã cõmunem menſurã inuenire. Sumatur enim (per 3 decimi) ipſarũ duarum α, β, maxima cõmunis menſura, ſitq́; illa δ. Igitur δ ipſam γ aut metitur, aut non metitur, metiatur primum. Quoniã igitur δ ipſam γ metitur, metitur autẽ & ipſas α β, igitur δ ipſas α, β, γ, metitur. Igitur δ ipſarũ α, β, γ, cõmunis dimenſio eſt. Eſt manifeſtũ quòd maxima, maior nanq; quã δ magnitudo, ipſas α, β, γ, nõ metietur. Si enim poßibile, metiatur ipſas α, β, γ, magnitudine δ maior ipſa ε. Et quoniã ε ipſas α, β, γ, metitur, metitur & ipſas α, β, & ipſarũ igitur α β maximã cõmunẽ menſurã metietur, hoc eſt ipſam δ, maior uidelicet minorem, quod eſt impoßibile. Non metiatur iam δ ipſam γ, dico quòd cõmenſurabiles ſunt ipſa γ δ, Quoniam enim commenſurabiles ſunt ipſæ α, β, γ, metitetur eas aliqua magnitudo, quæ uidelicet et ipſas α, β, metietur, quare & ipſarum α, β, maximam communem menſuram δ, metietur (per correlariũ*

præce-

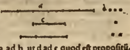
præcedentis) metitur autem & γ, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipſas γ, δ. Commenſurabiles igitur ſunt ipſæ γ, δ. Sumatur (per 3 decimi) earum communis maxima dimenſio, ſitq; ε. Quoniam igitur ε ipſam δ, metitur, ſed δ ipſas α, β, metitur, & ε igitur α, β, metitur, metitur autem & γ. Igitur ε, ipſarum α, β, γ, communis eſt menſura. Dico quòd & maxima. Si enim poßibile, ſit magnitudo ζ, minor quàm ε, metiaturq; ζ ipſis α β γ. Et quoniam ζ ipſas α, β, γ, metitur, metitur & ipſas α, β: et ipſarũ igitur α β (per præcedens correlariũ) maximã cõmunẽ menſurã metietur. At ipſarũ α, β, maxima cõmunis menſura eſt δ. Igitur ζ ipſum δ metitur, metitur aũt & γ, igitur ζ ipſas γ δ metitur, & ipſarũ ergo γ, δ, maximam communem menſuram (per præcedens correlarium) metietur ζ, maxima uerò communis menſura ipſarum γ δ, eſt ε, igitur ζ ipſam ε metitur maior minorem, quod eſt impoßibile. Ipſa igitur magnitudine ε maior aliqua magnitudo, ipſas α, ζ, γ, nõ metitur. Igitur ε, ipſarũ α, β, γ, maxima cõmunis eſt dimẽſio, ſi nõ metiatur δ ipſam ε. Si aũt metiatur ipſa eſt δ. Trib. igitur magnitudinib. cõmenſurabilib. datis, maxima cõmunis earũ dimẽſio inuẽta eſt, quod facere oportebat.



CORRELARIVM. *Ex hoc proinde manifeſtũ eſt, quòd ſi magnitudo tres magnitudines mẽſa fuerit, & maximam quoq; earũ cõmunem dimenſionem metietur. Similiterq; & in pluribus & communis maxima mẽſura, & ſubinde correlariũ, inuenietur.* Eucl. ex Camp. Propoſitio 5.

5 Omnium duarum quãtitatum communicantium eſt proportio, tanquam numeri ad numerum.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b, communicantes. Dico quòd earum proportio eſt ſicut alicuius numeri ad alium numerum. Sit enim c maxima quantitas communiter menſurans a & b reperta, ut docet ſecunda huius, quæ menſuret a ſecundum numerum d, & b ſecundum numerum e, eritq; a ad c ut d ad unitatem, eo quòd ſicut a eſt multiplex c, ita d eſt multiplex unitatis ac c ad b, ut unitas ad e: quoniam ſicut c eſt ſubmultiplex b, ita unitas eſt ſubmultiplex e, igitur per æquã proportionalitatẽ a ad b, ut d ad e, quod eſt propoſitũ.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 5.*

5 Commenſurabiles magnitudines, adinuicẽ rationem habent quam numerus ad numerum.

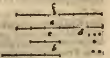
THEON ex Zamb. *Sint commenſurabilẽs magnitudines α ζ. Dico quòd α ad β rationem habet, quã numerus ad numerũ. Quoniã enim commenſurabiles ſunt α β, metietur eas aliqua magnitudo, metiatur, & eſto γ. Et quoties γ ipſam α, metitur, tot ſint unitates in δ, quoties aũt γ ipſum ζ metitur, tot unitates ſint in ε. Quoniam igitur γ ipſum α metitur per eas quæ in δ ſunt unitates, et unitas metitur ipſum δ per eas quæ in ipſo ſunt unitates, æquè igitur unitas ipſum δ metitur numerum, & γ magnitudo ipſum α, eſt igitur ſicut γ ad α, ſic eſt unitas ad δ, contra igitur (per correlarium 4 quinti) ſic ut α ad γ, ſic δ ad unitatem. Rurſus quoniam γ ipſum β metitur per eas quæ in ε ſunt unitates, metitur autem & unitas ipſum ε per eas quæ in eo ſunt unitates, æquè igitur unitas ipſum ε metitur, & γ ipſum β. Eſt igitur (per idem) ſicut γ ad β, ſic eſt unitas ad ε. Patuit autem quòd & ſicut α ad γ, ſic δ ad unitatem, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt: ſicut α ad β, ſic eſt δ numerus ad ε numerum. Commenſurabiles igitur magnitudines α ζ, ad inuicem rationem habent, quam numerus δ ad numerum ε: quod oportebat demonſtrare.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

6 Si fuerint duę quãtitates quarũ ſit ꝓportio unius ad alterũ tãq̃ numeri ad numerum, eas duas cõmunicãtes eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Hęc eſt cõuerſa prioris, ut ſit a ad b ſicut numerus ad numerũ d, erũt duę quãtitates a et b communicãtes. Sit enim e toties menſurãs b, quoties eſt unitas in d, & toties menſurans f, quoties unitas in c. Cũ ſit igitur f ad e ut c ad unitatẽ, ac e ad b ut unitas ad d, erit per æquam proportionalitatem f ad b ut c ad d, quare etiam ut a ad b. Igitur per primam partem 9 quinti, f eſt æqualis a. Cùm itaq; e menſuret f, per conceptionẽ menſurabit a: igitur a & b cõmunicantes, mẽſurabit enim & b: quod eſt propoſitum.

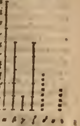


Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 6.*

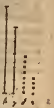
5 Si binæ magnitudines adinuicem rationẽ habuerint quam nume-

rus ad numerum, commenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

THEON ex Zamb. *Binæ enim magnitudines α, β, adinuicē rationem habeant, quam numerus δ ad numerū ε. Dico quòd cōmenſurabiles ſunt ipſæ α, β, magnitudines. Quot enim ſunt in ipſo δ unitates, in tot æquales diuidatur (per 9 ſexti) ipſa α & uni earum æqualis eſto γ. Quot autē unitates ſunt in ε, ex totidem magnitudinibus ipſi γ æqualibus cōponatur ζ. Quoniā igitur quot ſunt unitates in ipſa δ, tot magnitudines ſunt & in ipſa α æquales ipſi γ: qualis igitur pars eſt η, unitas ipſius δ, talis pars eſt & γ ipſius α: eſt igitur ſicut γ ad α, ſic η unitas ad ipſum δ. Metitur autē η unitas ipſum δ numerum, metitur igitur & γ ipſum α. Et quoniā eſt ſicut γ ad α, ſic eſt η unitas ad numerum δ: & contra (per correlariū 4 quinti) ſicut eſt α ad γ, ſic eſt δ numerus ad η unitatem. Rurſus quoniā quot unitates ſunt in ε, tot ſunt & in ipſa ζ æquales magnitudines ipſi γ: eſt igitur ſicut γ ad ζ, ſic η unitas ad ε numerum. Patuit autē & ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad unitatē η. Ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α ad ζ, ſic eſt δ ad ε. Sed ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad β. Igitur (per 11 quinti) & ſicut α ad β ſic eſt & α ad ζ. Igitur α ad utranq; ipſarū β, ζ, eandē habet rationē, æqualis (per 9 quinti) igitur eſt β ipſi ζ, metitur autē γ ipſam ζ, metitur igitur & β ſed & ipſam α. Igitur γ ipſas α, β, metitur Cōmenſurabilis igitur eſt α ipſi β. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint, quam numerus ad numerum, commenſurabiles ſunt ipſæ magnitudines: quod erat oſtendendum.*



CORRELARIVM. *Ex hoc proinde manifeſtū eſt, ſi fuerint bini numeri δ, ε, & recta linea ſicut α, quod datur et factu eſt poſſibile ſicut numerus ad numerū ſic recta linea ad rectā lineā. Si autē ut ipſarū α, ζ, media proportionalis ſumpta fuerit, ſicut β, erit ſicut α ad ζ, ſic quod ex ipſa α ad id quod ex ipſa β, hoc eſt ſicut prima α ad tertiā ζ, ſic quòd α primā ad id quod ex ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptam (per correlariū 19 ſexti) Sed ſicut α ad ζ, ſic eſt δ numerus ad ε numerum: fit igitur ſicut δ numerus ad ε numerum, ſic quòd ex α recta linea ad id quod ex β recta linea.*

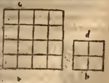


ALITER *idem oſtendere. Binæ enim magnitudines α, β, adinuicē rationem habeant, quam numerus γ ad numerum δ: dico quòd ipſæ magnitudines ſunt cōmenſurabiles. Quot enim ſunt in ipſo γ unitates, in tot æqualia diuidatur α, & uni earū æqualis eſto ε. Eſt igitur ſicut unitas ad γ numerum, ſic eſt ε ad α: eſt aūt & ſicut γ ad δ, ſic α ad β: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut unitas ad ipſum δ numerum, ſic eſt ε ad β, metitur autē unitas ipſum δ: metitur igitur ε ipſum β, metitur aūt & α, quoniā unitas ipſum γ. Igitur ε utranq; ipſarū α, β, metitur. Ipſæ igitur α, β, cōmenſurabiles ſunt, & ε ipſarū cōmunis eſt dimenſio.*

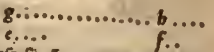


Eucld. ex Camp. Propoſit. 6

OMniū duarū ſuperficierū quadratarū quarū latera in longitudine cōmunicāt, eſt proportio unius ad alterā, tanquā numeri quadrati ad numerum quadratū. Si uerò fuerit proportio ſuperficiei quadratæ ad ſuperficiē quadratā, tāquā proportio numeri quadrati ad numerū quadratum, erūt latera earū in lōgitudine cōmunicātia. Quòd ſi fuerit proportio ſuperficiei quadratæ ad ſuperficiē quadratā, non uelut numeri quadrati ad numerū quadratum, latera earum erūt in lōngitudine incommenſurabilia. 6



CAMPANVS. Sint a & b duæ lineæ quadratæ, quarū quadrata ſint c & d. Dico quòd ſi a & b cōmunicant in lōgitudine, erit proportio c ad d ſicut numeri quadrati ad numerū quadratū, & econuerſo. Si aūt proportio c ad non ſit ſicut numeri quadrati ad numerū quadratū, a & b erūt incōmēſurabiles in lōgitudine, & econuerſo. Veruntamē iſtud argumentū quartum non proponit. Primum patet ſic. Si a & b cōmunicant in longitudine, ipſæ per 5 erūt in propoſitione duorū numerorū qui ſint e & f, quorū quadrata ſint g & h. Quia ergo eſt c ad d ſicut a ad b proportio duplicata per 18 ſexti, ſequitur ut ſit etiam c ad d e, ſicut d etiā ad f duplicata, ſed etiam, per 11 octaui, g ad h, ut e ad f duplicata: ergo c ad d,

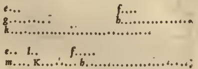


ſicut g ad h, quod eſt primum. Secundum ſic. Sit e ad d ſicut g numerus quadratus ad h numerũ quadratum, dico quòd a & b erunt in longitudine communicantes. Cùm enim ſit e ad d ut a ad b, duplicata per 18 ſexti, & g ad h per 11 octaui ut e ad f ad g duplicata, quare & ſimpla a ad b ſicut ſimpla e ad f, per 6 igitur ſunt a & b communicantes, quod eſt ſecundum. Tertium uerò patet ex primo à deſtructione conſequẽtis. Similiter quartũ patet ex ſecundo, à deſtructione conſequẽtis.

CAMPANI *additio.* Ex tertia parte huius, nota diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ. Cùm enim ſit quadratum diametri duplum quadrato coſtæ, dupla uerò proportio non ſit ſicut numerorum quadratorum, ſequitur diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ in longitudine. Alioqui cùm quaternarius ſit numerus quadratus, eſſent omnes pariter pares, quadrati, etiam alij infiniti qui non ſunt quadrati. Ducit autem Ariſtoteles ad iſtud inconueniens, ſi diameter ponatur commenſurabilis coſtæ, quòd impar numerus erit æqualis pari, quod ſic patet. Sit enim diameter a b cõmenſurabilis lateri a c, eritq́ per 5 a b ad a c, ſicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo hi numeri e & f, qui ſint minimi in ſua proportione, eritq́ ob hoc alter eorum impar.



Si enim uterque par, non erunt minimi, quadrati quoque eorum ſint g & h, ſi ergo e eſt impar, erit quoque ex 30 noni g impar, ſit itaque k duplus ad h, eritq́ k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c ut e ad f, erit per 8 ſexti, & 11 octaui quadratum a b ad quadratũ a c ut g ad h: eſt itaque g duplus ad h: ſic enim eſt quadratũ a b ad quadratum a c, per penultimam primi. Et quia etiam k eſt duplus ad h, ſequitur per nonã quinti, utpute g numerus impar ſit æqualis k, numero pari. Quod ſi e æqualis, & f impar erit proportio f ad dimidium e quod ſit l, ſicut a c ad dimidiũ a b, quod ſit a d: & ideo erit proportio quadrati a c ad quadratum a d, ſicut proportio numeri h qui eſt impar, per 30 noni, ad quadratum numeri l, qui ſit m, cui K ponatur eſſe duplus, eritq́ k per diffinitionem par. At quia quadratum a c eſt duplum ad quadratum a d per penultimam primi, erit h duplus ad m, cumq́ k ſit etiã duplus ad m, erit per 9 quinti numerus impar h æqualis k numero pari: quod eſt propoſitum.

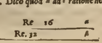


Sequentia duo ex Zamberto Theoremata, in Campano nihil reſpondens habent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 7.* *Conuerſa quintæ.*

7 Incommenſurabiles magnitudines adinuicem rationẽ non habent, quam numerus ad numerum.

THEON *ex Zamb.* *Sint incommenſurabiles magnitudines α, β. Dico quòd α ad β rationẽ non habet quam numerus ad numerum. Si enim habet α ad β eã rationem quam numerus ad numerũ, cõmenſurabilis erit α ipſi β (per ſextam decimi) Non eſt autem: igitur α ad β rationẽ non habet, quam numerus ad numerum. Incommenſurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem, quam numerus ad numerum: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 8.* *Conuerſa ſextæ.*

8 Si binæ magnitudines adinuicem, rationem non habuerint, quam numerus ad numerũ, incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

THEON *ex Zamb.* *Binæ enim magnitudines α, β adinuicẽ non eã habeant rationẽ, quam numerus ad numerum. Dico quòd ipſæ α, β, magnitudines ſunt incommenſurabiles. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β, rationem habebit quã numerus ad numerum (per decimam quinti) non habet autem. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α, β magnitudines. Si binæ igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*



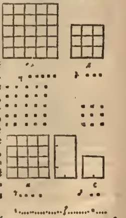
Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 9.*

9 A longitudine cõmenſurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicẽ rationem habent quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Et quadrata adinuicẽ rationẽ habẽtia quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, latera quoq; habebunt lõgitudine cõmenſurabilia. A longitudine uerò incõmẽſurabilibus rectis lineis quadrata adinuicẽ rationem Schenbelius

non

non habent quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Et quadrata adinuicē rationem non habentia quā quadratus numerus ad quadratum numerū, neq; latera habebunt longitudine commenſurabilia.

THEON ex Zamb. *Sint enim α, β, longitudine cōmenſurabiles. Dico quòd quadratum quod ex α ad id quod ex β quadratum ratione habet, quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Quoniā enim cōmenſurabilis eſt α ipſi β lōgitudine: igitur α ad β, rationē habet quā numerus ad numerū (per 5 decimi) habeat, inquā, quam γ ad δ. Quoniā igitur eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ numerus ad δ numerum, ſed ipſius quidem α ad β, rationis dupla eſt ipſius α quadrati ad ipſius β, quadratū ratio: ſimiles nanq; figuræ (per 19 ſexti & per correlariū primum 20 ſexti) in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterū) ipſius autem γ numeri ad δ numerum rationis, dupla eſt ratio ipſius γ quadrati ad ipſius δ quadratū (binorū etenim quadratorum numerorū (per 11 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus, & quadratus ad quadratū duplam rationem habet quam latus ad latus: eſt igitur ſicut quadratū quod ex α ad quadratum quod ex β, ſic & ex γ numero, quadratus numerus ad eū qui ex δ numero quadratū numerum.*



ALITER *idem demonſtrare. Quoniam enim commenſurabilis eſt α ipſi β, rationem habet (per 5 decimi) quam numerus ad numerū, habeat autem quam γ ad δ, & γ ſeipſum multiplicans, efficiat ε ipſum autē δ multiplicans, efficiat ipſum ζ ad δ, ſeipſum multiplicās, efficiat ipſum η. Quoniā igitur γ ſeipſum multiplicās ipſum effecit ε, at multiplicās ipſum δ fecit ipſum ζ: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, hoc eſt ſicut α ad β, ſic eſt ε ad ζ. Sed ſicut α ad β, ſic id quod ex α ad id quod ſub α β (per 1 ſexti) Eſt igitur ſicut quod ex α ad id quod fit ſub α, β, ſic ε ad ζ. Rurſus quoniā γ ipſum δ multiplicans ipſum efficit ζ, δ aūt multiplicans ipſum efficit η: igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, hoc eſt α ad β, ſic eſt ζ ad η. Sed ſicut α ad β, ſic eſt quod ſub α, β, ad id quod ex β, eſt igitur ſicut id quod ſub α, β, ad id quod ex β, ſic eſt ζ ad η. Sed ſicut quod ex α ad id quod ſub α β, ſic ε ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut quod ex α ad id quod ex β, ſic eſt ε ad η: eſt autem uterque ipſorum ε, η, quadratus, ε quidem ab ipſo γ, at η eſt ab ipſo δ. Quod igitur ex α ad id quod ex β, eam habet rationē quam quadratus numerus ad quadratū numerū: quod oportebat demonſtrare.*

Sed iam eſto ſicut quadratū quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex γ quadratus ad eum qui ex δ quadratum. Dico quòd α ipſi β commenſurabilis eſt longitudine. Quoniam enim eſt ſicut quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β, ſic qui ex γ quadratus ad eum qui ex δ quadratum, ſed ipſius quidem quadrati quod ex α ad id quod ex β ratio, eſt dupla eius quæ eſt ipſius α ad β, quadrati autē qui ex γ numero, ad eum qui ex δ numero quadratum (per 11 octaui) ratio dupla eſt eius rationis quæ eſt ipſius γ numeri ad ipſum δ numerum: eſt igitur ſicut α ad β, ſic eſt γ numerus ad δ numerū. Igitur α ad β eam habet rationē quam γ numerus ad δ numerum. Commenſurabilis eſt igitur (per 6 decimi) α ipſi β longitudine. 2

ALITER *idem demonſtrare. Sed habeat iam quod ex α ad id quod ex β, eam rationem quā quadratus numerus ε ad quadratum numerum η. Dico quòd commenſurabilis eſt α ipſi β. Sit enim ipſius ε latus γ, ipſius autem η ſit δ & γ ipſum δ multiplicans ipſum efficiat ζ. Ipſi igitur ε, ζ, η, continuè ſunt proportionales, in ea quæ eſt ipſius γ ad δ ratione (per 17 & 18 ſeptimi) Et quoniā eorū quæ ex α & β, medium proportionale eſt eſt id quod ſub α β (per 17 ſexti) & ipſorum ε η ipſe ζ: eſt igitur ſicut quod ex α ad id quod ſub α, β, ſic ε ad ζ: ſicut autem quod ſub α, β, ad id quod ex β, ſic ζ ad η. Sed ſicut quod ex β ad id quod ſub α, β, ſic eſt α ad β. Igitur α & β commenſurabilia ſunt, rationem etenim habent, quam numerus ε ad numerum ζ, hoc eſt γ ad δ, quod oportebat demonſtrare. Sed iam incōmenſurabilis eſto α ipſi β longitudine: dico quòd quadratum quod ex α ad quadratum quod eſt β eam non habet rationē quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Sit enim quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, commenſurabilis erit α ipſi β, non eſt autem. Igitur quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β (per præcedentem) eam non habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum.*

α Re. 18. β Re. 9.

Rurſus quadratum quod ex α ad id quadratū quod ex β rationem non habeat, quam numerus quadratus ad

tus ad numerum quadratum. Dico quòd incõmenſurabilis eſt a ipſi c longitudine. *Si enim fuerit commenſurabilis a ipſi b, quadratum quod ex a ad quadratum quod ex c, eam habebit rationem quã numerus quadratus ad numerum quadratum, non habet autem. Igitur commenſurabilis non eſt a ipſi b longitudine. Incommenſurabilis igitur eſt a ipſi b longitudine. A longitudine cõmenſurabilibus igitur quadrata, & quæ ſequuntur reliqua: quod demonſtraſſe oportuit.*

CORRELARIVM.

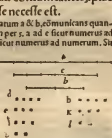
Et manifeſtum eſt ex his, quòd longitudine commenſurabiles rectæ lineæ, omnino ſunt potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, longitudine uerò incommenſurabiles, non omnino potentia, quæ autem potentia, omnino & longitudine.

Quoniam enim ex longitudine commenſurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, at quæ rationem habent quam numerus ad numerum, commenſurabilia ſunt (per 6 decimi) longitudine igitur commenſurabiles rectæ lineæ, non ſolùm longitudine ſunt commenſurabiles, ſed & potentia. Rurſus quoniam quæcunq; quadrata rationem habent quam numerus ad numerum commenſurabilia ſunt (per 6 decimi) at quatenus rationem habent quam quadratus numerus ad numerum quadratum eorum latera longitudine commenſurabilia ſunt, quæcunq; igitur quadrata rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, ſed ſimpliciter quam aliquis numerus ad numerũ, cõmenſurabilia potentia quidẽ habent latera, non aũt & longitudine. Quare longitudine quidem cõmenſurabiles rectæ lineæ, omnino et potẽtia, quæ aũt potẽtia, non omnino lõgitudine, niſi rationẽ habuerint eorum quadrata quàm quadratus numerus ad quadratũ numerum. Dico iam quòd & quæ longitudine incommenſurabiles, non omnino & potentia. Quandoquidẽ quadrata cõmenſurabilia, poſſunt rationẽ habere non quidẽ quam quadratus ad quadratũ, ſed ſimpliciter quã aliquis numerus ad numerũ, & ob id potentia commenſurabilia latera habebunt, & longitudine incommenſurabilia. Quare quæ longitudine incommenſurabiles rectæ lineæ, non omnino & potentia. Sed longitudine exiſtentes incommenſurabiles poſſunt & potentia eſſe incommenſurabiles, ſi eorum quadrata ſunt incommenſurabilia. Quæ autem potẽtia incommenſurabiles, omnino & longitudine incommenſurabiles. Si enim longitudine commenſurabiles fuerint, erunt quoque & potentia commenſurabiles. Supponuntur autem & incommenſurabiles, quod eſt abſurdum. Quæ igitur potentia incommenſurabiles, omnino & longitudine.

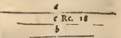
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 SI fuerint duæ quãtitates uni quantitati cõmunicantes, ipſas quoq; inuicem commenſurabiles eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit utraque duarum quantitatum a & b, cõmunicans quantitati c, dico a & b eſſe commenſurabiles. Eſt enim per 5. a ad c ſicut numerus ad numerum, ſimiliter quoque per eandem, c ad b, ſicut numerus ad numerum. Sit itaque numerus d ad numerũ e ſicut a ad c, numerusq; f ad numerum g, ſicut c ad b. At proportiones quæ ſunt d ad e & f ad g continetur in tribus terminis qui ſunt h, K, l, ut docet 4. octaui, eritq; per æquam proportionalitatem, a ad b, ſicut h numerus ad l numerum, per 6 igitur ſunt a & b communicantes, quod eſt propoſitum.



CAMPANI *additio.* Ex hac quoq; ſequitur, quòd ſi fuerint duæ quãtitates ſibi inuicem communicantes, cuicunq; una earũ cõmunicat, & reliqua cuicunq; una non communicat, nec reliqua. Sint enim duæ quantitates a & b communicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ ſit c, cum qua communicet a, dico quòd b cõmunicabit cũ eadẽ, quod ex hac octaua patet cũ utrũque earum communicet cum a ex hypotheſi. Quòd ſi iterum a & b ſint communicantes ut prius, ponatur c quælibet quãtitate cum qua non communicet a, dico quòd b non communicabit cum eadẽ. Si enim c cõmunicaret cũ b, cũ a quoq; per hypotheſin cõmunicet cũ eodẽ b, eſſent per hanc octauam a & c cõmunicantes, ſed poſitum erat, quòd nõ eſſent: quare cõſtat quod diximus.

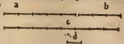


Euclid. ex Campano. *Propoſitio 9.*

9 SI fuerint duæ quantitates cõmunicantes, totum quoq; ex eis confectũ utriq; earum erit cõmunicans. Si uerò fuerit totum utriq; commenſurabile, erunt ambæ commenſurabiles.

CAMPA-

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b commenſurabiles, dico totum ex eis compoſitum quód ſit c, utriq; earũ eſſe cõmenſurabile, & econuerſo. Adhuc quoq; ſi totum ex eis cõpoſitum uni earum communicet, dico quòd cõmunicabit alteri, & ipſæ ſimiliter inter ſe etiam communicabunt. Idem quoque in contrario, ſi enim a & b ſint incommunicantes, dico quòd c utrique earum erit incommunicans, & econuerſo, ſi c alteri earũ ſit incommunicans, erit quoq; incommunicans & alteri, & ipſæ etiam inter ſe. Sint itaque primùm a & b communicantes, ſitq; earum communis menſura d, quæ cùm utranq; earum numeret, per conceptionem ſimilem antepenultimæ ſeptimi, numerabit & c, quare per diffinitionẽ c communicabit utrique earum ſcilicet a & b. Econuerſo quoque ſi



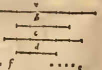
c cõmunicet utrique earum, ſit omnium communis menſura d, conſtat itaque per diffinitionem a & b communicantes eſſe. Sed communicet c cum altera earum quæ ſit a, dico quòd communicabit cum b, & a etiam & b communicabunt adinuicem: ſit enim d communiter menſurans c & a. Quia igitur d menſurat totum & detractum, per conceptionem ipſa menſurabit reſiduum uidelicet b, per diffinitionem ergo, & c communicat cum b, & a communicat quoq; cum b.

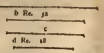
CAMPANI *additio*. Si autem a & b ſint incommunicantes, erit c incommunicans utrique earum. Si enim cum utraque ſeu etiam cum altera earum cõmunicaret, & ipſæ communicarent adinuicem, quod eſt contra hypotheſin. Similiter quoque econuerſo ſi c eſt incommunicans utriq; earum, ſeu etiam alteri earum, erit quoque incommunicans reliquæ, & ipſæ inter ſe, quod palam eſt ex prædemonſtratis, à deſtructione conſequentis.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 10.

Zamb. 11 OMnium quatuor quantitatum proportionalium, ſi fuerit prima communicans ſecundæ, tertia quoq; erit communicans quartæ. Si uerò prima incõmenſurabilis fuerit ſecundæ, tertia quoq; incommenſurabilis erit quartæ. 10

CAMPANVS. Sint quatuor quantitates proportionales a, b, c, d: dico quòd ſi a communicat cum b, c quoque communicabit cum d: quód ſi a eſt incommenſurabilis b, c quoq; erit incommenſurabilis d. Et ſi a communicabit cum b in potentia tantum, c quoq; communicabit cum d in potentia tantum, ueruntamen illud nõ proponit autor, quia facilè patet ex demõſtratione priorũ. Si enim a cõmunicat cum b, erit per 5 a ad b ſicut numerus ad numerum, ſit ergo ſicut e ad f. At quia per hypotheſin a ad b ſicut c ad d, ſicut numerus e ad numerũ f, per 6 igitur eſt c communicans cum d: quod eſt primum. Secundum patet ex primo à deſtructione conſequentis. Si enim a eſt incommenſurabilis b, oportet c eſſe incommenſurabilem d: nam ſi eſſet ei commenſurabilis, cùm ſit ut c ad d ſic a ad b, per hypotheſin, eſſet per primam partem a communicans cum b, ſed non erat. Quare conſtat totũ quod proponit autor. Quod autem adiunximus, uidelicet quòd ſi a cõmunicat cum b in potentia tantum, c communicat cum d in potentia tantum, ſic patet. Cùm enim a non communicet cum b in longitudine, nec c quoque ex parte ſecunda huius, communicabit cum d in longitudine. At uerò cùm quadratũ a communicet cum quadrato b ex hypotheſi, erit per 5, quadratum lineæ a ad quadratum lineæ b, ſicut numerus ad numerum qui ſint e & f. Et quia quadratum c ad quadratum d ſicut quadratum a ad quadratum b, erit etiam quadratum c ad quadratum d, ſicut numerus e ad numerum f, per 6 igitur c & d, communicant in potentia, & quia non communicant in longitudine, conſtat propoſitum.



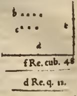


Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 11.

Zamb. 14 PRopoſita qualibet recta linea, duas ei incõmenſurabiles alteram in longitudine tantum, alteram in longitudine & potentia rectas linas inuenire. 11

CAMPANVS. Sit linea a propoſita, uolo duas lineas reperire, quarum una communicet cum a in potentia tantum, altera uerò ſit incommenſurabilis ei in longitudine

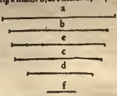
ne & in potentia. Sumo itaq; duos numeros nequaquam ſe habentes in proportione aliquorum numerorum quadratorũ, ſintq; hi b & c, quos facile eſt ſumere, cùm quilibet quadratus numerus ad quemlibet non quadratum eam habeat proportionem, quam nequaquam habent aliqui numeri quadrati, confirmante hæc 22 octaui. Duobus talibus numeris ſumptis inuenio lineam d, ad cuius quadratum ſe habeat quadratum lineę a, ſicut numerus b ad numerum c. Hanc autem lineã ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales, quot ſunt unitates in numero b, quod facile facio adiuuante 11 uel 12 ſexti, dehinc ſuper extremitatem lineæ a, erigo lineam e perpendiculariter, in qua toties contineatur una ex partibus a, quoties unitas eſt in c. Quia igitur ex prima ſexti proportio quadrati lineæ a ad ſuperficiem quæ fit ex a in e eſt ſicut a ad e, & ideo ſicut numeri b ad numerum c: ponatur d medio loco proportionalis inter a & e ſicut docet 9 ſexti. Quia tunc per primam partem 6 eiuſdem quadratum erit æquale ſuperficiei productæ ex a in e, erit proportio quadrati lineæ a ad quadratum lineæ d, ſicut numeri b ad numerum c quare a et d, ſunt commenſurabiles in potentia ex diffinitione, & per ultimam partem, ipſe ſunt incommenſurabiles in longitudine, reperta eſt itaq; d prima linea, quam propoſitum erat inquirere. Alteram ſic reperio. Interpono ut docet 9 ſexti, lineam f medio loco proportionalem inter a & d, eritq; per correlarium 17 ſexti quadratum a ad quadratum f, ſicut a ad d, itaq; per ſecundam partem 10, quadratum a eſt incommenſurabile quadrato f, igitur linea f eſt incommenſurabilis lineæ a in potentia, quare & in longitudine, eſt itaq; f ſecunda linea quam propoſitum erat reperire: & ſic patet propoſitum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

12 OMnium quatuor linearum proportionalium ſi prima tanto amplius poſſit ſecunda quantum eſt quadratum alicuius lineæ communicãtis ſibi in longitudine, neceſſe eſt tertiã quoque tanto amplius poſſe quarta, quantum eſt quadratũ alicuius lineę communicantis ſibi in longitudine. Quod ſi fuerit prima potentior ſecunda quadrato alicuius lineæ incommenſurabilis ſibi in longitudine, erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine.

CAMPANVS. Sint quatuor lineæ proportionales a b c d, ſitq; a maior b, & c maior d, ſit quoque a potẽtior b, quadrato lineæ e: & c potentior d, quadrato lineæ f, dico quòd ſi a communicet e in lõgitudine, c quoq; communicabit f in longitudine: quòd ſi a non communicat e in lõgitudine, nec c cõmunicabit f in lõgitudine. Quòd & ſi a communicat e in potentia tantùm, c quoq; communicabit f in potentia tantum. Veruntamen iſtud ultimum non proponit autor, quia facile patet ex priorum demõſtratione. Cùm ſit enim proportio a ad b ſicut c ad d, erit quadrati a ad quadratum b, ſicut quadrati c ad quadratum d. Et quia quadratum a eſt æquale quadratis duarũ linearũ b & e, ſimiliter quadratũ c quadratis duarum linearum d & f, erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, ſicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo diſiunctim erit quadratum b ad quadratum e, ſicut quadratum d ad quadratum f, ergo b ad e ſicut d ad f, item per ęquam proportionalitatem erit a ad e, ſicut c ad f, ergo per primam partem decimæ conſtat prima pars huius, & per ſecundã ſecũda, & per tertiam ibi adiunctam, tertia hic adiuncta.



Quinq; præcedentes propoſitiones ex Campano cũ ſuis additionibus, ſequentibus ſeptem ex Zamberto cum ſibi præmiſſis lemmatibus hoc ordine reſpondent. Octaua apud Campanum cum additione duodecimæ & decimætertiæ ex Zamberto propoſitionibus reſpondent. Nona apud Campanum cum additione decimæquintæ & decimęſextę ex Zamberto propoſitionibus. Decima autẽ et undecima apud Campanum decimæ, & undecimæ ex Zamberto propoſitionibus præpoſtero reſpõdent ordine. Duodecima uerò apud Campanum, decimæquartæ ex Zamberto propoſitioni reſpondet.

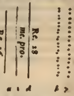
THEON. *Lemma.*

Quoniam autem oſtenſum eſt in arithmeticis (ex 26 octaui) quòd ſi- *miles plani numeri adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, & quòd ſi bini numeri adinuicem rationem habuerint quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ ſimiles ſunt ipſi plani numeri (per 24 eiuſdem) manifeſtum ex his quòd diſsimiles plani numeri, hoc eſt latera propor tionalia non habentes, adinuicem rationem non habent quàm quadratus numerus ad quadratum numerũ. Si enim habebunt, ſimiles ipſi plani erunt, quod quidem non ſupponitur. Diſsimiles igitur plani numeri ad inuicem rationem non habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.*

Euclid. ex Zamb. *Problema 3.* *Propoſitio 10.*

10 Propoſitę rectæ lineę binas rectas incõmenſurabiles inuenire lineas, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia.

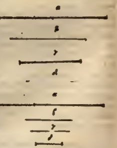
THEON ex Zamb. *Sit propoſita recta linea α, oportet iam ipſi α, binas rectas inuenire incõmenſurabiles, alteram quidem longitudine tantum, alteram autẽ et potentia. Ponantur bini numeri β γ δ, adinuicẽ rationẽ nõ habentes quàm quadratus numerus ad quadratũ numerum hoc eſt nõ ſimiles plani (ſimiles nãq; plani, per 26 octaui, adinuicẽ rationẽ habẽt, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ) & fiat ſicut β ad γ, ſic quòd ex α quadratũ ad id quod ex δ quadratũ, cõmenſurabile igitur eſt quod ex α, ei quod ex δ, cõmẽſurabilis igitur potẽtia eſt α ipſi δ, & quoniã β ad γ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex α ad id quod ex δ rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α ipſi δ, longitudine. Capiatur (per 13 ſexti) ipſarum α δ, media proportionalis ε, eſt igitur ſicut α ad δ, ſic quòd ex α quadratum ad id quod ex ε. Incommenſurabilis autem eſt α, ipſi δ longitudine, incommenſurabile igitur eſt & id quod ex α quadratum, ei quod ex ε quadrato. Incommenſurabilis igitur eſt α, ipſi ε, potentia. Propoſitæ igitur rectæ lineæ α, inuentæ ſunt binæ rectæ lineæ incommenſurabiles longitudine, inquam tantum ipſa δ, at ε potentia & longitudine. Propoſitæ igitur rectæ lineæ rationali, à qua diximus menſuras capi, uidelicet ipſi α, inuenta eſt tantum potentia commenſurabilis δ, hoc eſt rationalis, potentia tantum commenſurabilis, irrationalis autem ε, irrationales enim in uniuerſum appellat, longitudine & potentia ipſi rationali incommenſurabiles.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 11.*

11 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima autem ſecũdæ fuerit commenſurabilis, & tertia quartæ commenſurabilis erit, & ſi prima ſecundæ incommenſurabilis fuerit, & tertia quartæ incommenſurabilis erit.

THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales α β γ δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ, ſit autem α ipſi β commenſurabilis. Dico quòd & γ ipſi δ, eſt cõmenſurabilis. Quoniã enim cõmenſurabilis eſt α ipſi β, rationẽ habet (per 5 decimi) quã numerus ad numerũ. Eſtq; ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Igitur et γ ad δ eã habet rationẽ quã numerus ad numerum. Cõmenſurabilis igitur eſt γ ipſi δ. Sed iam α ipſi β incommenſurabilis eſto. Dico quòd & γ ipſi δ eſt incommenſurabilis. Quoniã enim incõmenſurabilis eſt α ipſi β, igitur (per 7 quinti) α ad β, non habet rationem quam numerus ad numerum, & eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Igitur (per octauam decimi) γ ad δ, non habet rationem quam numerus ad numerum. Incommenſurabilis eſt igitur γ ipſi δ. Si quatuor igitur magnitudines, et quæ ſequuntur reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.*



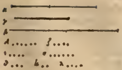
Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 12.*

12 Quę eidẽ magnitudini cõmẽſurabiles, & adinuicẽ ſunt cõmẽſurabiles.

THEON ex Zamb. *Vtraq; enim ipſarum α β, ipſi γ ſit commenſurabilis. Dico quòd & α ipſi β eſt cõmẽſurabilis. Quoniã enim cõmẽſurabilis eſt α ipſi γ, igitur (per 5 decimi) α ad γ, eã habet rationẽ quã numerus ad numerũ, habeat quã δ ad ε. Rurſus quoniã cõmenſurabilis eſt γ ipſi β, igitur (per eandẽ) γ ad β habet rationẽ quã numerus ad numerũ, habeat autẽ quã ζ ad η. Et rationibus datis quibuſcũq;, ea ſcilicet quã habet δ ad ε, & ζ ad η, capiãtur (p 4 octaui) numeri cõtinuè proportionales in datis rationibus, ſintq; θ κ λ, ſicut δ ad ε ſic θ κ, ſicutq; ζ ad η, ſic κ λ. Quoniã igitur eſt ſicut α ad γ ſic δ ad ε, ſed ſicut δ ad ε ſic θ ad κ, eſt igitur*

(per 12

(per 11 quinti) ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ε. Rurſus quoniam eſt ſicut γ ad β, ſic ζ ad η, ſed ſicut ζ ad η ſic κ ad λ, & ſicut igitur γ ad β, ſic κ ad λ, eſt autem & ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ε, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α ad β, ſic eſt δ ad λ. Igitur α ad β rationem habet, quã numerus δ ad numerum λ. Commẽſurabilis eſt igitur (per 6 decimi) α ipſi β. Quæ idem igitur magnitudini commenſurabiles, & adinuicem ſunt commenſurabiles: quod oportuit demonſtraſſe.



THEON. Lemma.

Si fuerint binæ magnitudines, & altera quidem commẽſurabilis fuerit eidem, altera uerò incommenſurabilis, incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

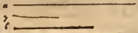
Sint enim binæ magnitudines α β, & alia quædã γ, & α ipſi quidem γ eſto cõmenſurabilis: at β ipſi γ eſto incommenſurabilis. Dico quòd & α, ipſi β eſt incommenſurabilis. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β, eſt quoq; & γ ipſi α, & γ igitur (per 12 decimi) ipſi β eſt commenſurabilis: quod non ſupponitur.



Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 13.

13 Si binæ magnitudines commenſurabiles fuerint, alteraq́ earum magnitudini alicui incommenſurabilis fuerit, & reliqua eidem incommenſurabilis erit.

THEON ex Zamb. *Sint binæ magnitudines cõmẽſurabiles α β, earumq́; altera uidelicet α, alicui hoc eſt γ ſit incõmẽſurabilis. Dico quòd et reliqua β, ipſi γ incommẽſurabilis eſt.*

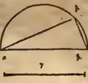


Si enim commenſurabilis eſt β ipſi γ, iam α ipſi β commenſurabilis eſt, & α igitur (per 12 decimi) ipſi γ, cõmenſurabilis eſt, ſed & incommenſurabilis, quod eſt impoßibile. Igitur β & γ ſunt incommenſurabiles. Si binæ igitur magnitudines commenſurabiles fuerint, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.

THEON. Lemma.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, inuenire quo maius poteſt maior minore.

THEON ex Zamb. *Sint binæ datæ inæquales rectæ lineæ α β γ, quarũ maior ſit α β, oportet iam inuenire quo maius poteſt α β, quàm ipſa γ. Deſcribatur ſuper α β, ſemicirculus α δ β, & in ipſum (per 1 quarti) coaptetur ipſi γ æqualis α δ, connectaturq́; δ β, manifeſtum eſt iam quòd angulus α δ β rectus eſt, & quod α β, ipſa α δ, hoc eſt quàm ipſa γ maius poteſt ipſa δ β. Similiter autem & duabus datis rectis lineis, potens ipſas ſic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ α δ, δ β, oporteatq́; inuenire potentem ipſas. Ponantur enim ut α δ, δ β, comprehendant rectum angulum qui ſub α δ β, connectaturq́; α β. Manifeſtum rurſus eſt (per 47 primi) quod ipſas α δ, δ β, potens eſt ipſa α β.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 14.

14 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, potueritq́ prima ſecũda maius eo quòd fit ab eadem longitudine commenſurabili, & tertia quarta maius poterit eo quòd fit ab eidem longitudine commenſurabili. Et ſi prima ſecunda maius potuerit eo quod fit ab incommenſurabili eidem longitudine, & tertia quarta maius poterit eo quòd fit ab eidem longitudine incommenſurabili.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β γ δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ, et α quidem, ipſa β, maius poßit, eo quod fit ex ε, γ uerò ipſa δ, eo quod fit ex ζ. Dico quòd ſi α ipſi ε eſt commenſurabilis, commenſurabilis eſt quoq; γ ipſi ζ, ſed ſi α ipſi ε, incommenſurabilis eſt, incommẽſurabilis eſt quoq; γ ipſi ζ. Quoniam enim eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ, eſt igitur ſicut id quod ex α, ad id quod ex β, ſic*

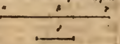
eſt id quod ex γ, ad id quod ex δ. Sed ei quidem quod fit ex α æqua ſunt ea quæ fiunt ex ε β, ei autem quod fit ex γ, æqua ſunt ea quæ fiunt ex δ ζ. Igitur (per 9 quinti) ſicut quæ ex ε β, ad id quod ex β, ſic quæ ex δ ζ, ad id quod ex δ, diuidendo igitur eſt (per 17 quinti) quòd ſicut ex ε ad id quod ex β, ſic eſt id quod ex ζ ad id quod ex δ. Eſt igitur & ſicut ε ad β, ſic eſt ζ ad δ. Conuerſim igitur eſt (per 22 ſexti, & correlarium 4 quinti) ſicut β ad ε, ſic eſt δ ad ζ, eſt autem & ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α ad ε, ſic eſt γ ad ζ. Si igitur commenſurabilis eſt α ipſi ε, cōmenſurabilis eſt quoque (per 11 decimi) γ ipſi ζ, ſi uerò incommenſurabilis eſt α ipſi ε, incommenſurabilis eſt γ ipſi ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat demonſtrandum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 15.*

Si binæ magnitudines cōmenſurabiles, cōpoſitæ fuerint, & tota utrique ipſarū commenſurabilis erit. Et ſi tota uni earum commenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines commenſurabiles erunt. 15

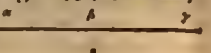
THEON *ex Zamb. Componantur binæ magnitudines commenſurabiles α β, β γ. Dico quòd tota α γ utriq; ipſarum α β, β γ, commenſurabilis eſt. Quoniam enim cōmenſurabiles ſunt ipſæ α β, β γ, ipſas aliqua magnitudo metietur (per primā diffinitionē 10) metiatur, & ſit δ. Quoniam igitur δ ipſas α β, β γ, metitur & totam α γ metietur, metitur autem & ipſas α β, β γ, igitur δ ipſas α β, β γ, & α γ, metietur. Commenſurabilis igitur eſt (per 12 decimi) α γ, utriq; ipſarum α β, β γ. Sed iam α γ, uni ipſarum α β, β γ, ſit commenſurabilis, ſitq; ipſi α β. Dico quòd α β, β γ, commenſurabiles ſunt. Quoniam enim commenſurabiles ſunt α β, & α γ, metietur eas (per primam diffinitionem decimi) aliqua magnitudo metiatur, & eſto δ. Quoniam igitur δ ipſas α β, β γ metitur, & reliquam igitur metietur β γ, metitur autem & α β, igitur δ ipſas α β, β γ metietur. Commēſurabiles igitur ſunt, α β, & β γ. Si binæ igitur magnitudines, & reliqua quæ ſequuntur: quod oportebat demonſtrare.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 16.* *Præcedentis conuerſa.*

Si binæ magnitudines incōmenſurabiles cōpoſitę fuerint, & tota utrique ipſarū incōmēſurabilis erit. Et ſi tota uni ipſarum incōmenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommenſurabiles erunt.

THEON *ex Zamb. Componantur enim binæ magnitudines incommenſurabiles α β, β γ. Dico quòd tota α γ, utriq; ipſarum α β, β γ, incommenſurabilis eſt. Si enim γ α, & α β, incommenſurabiles non ſunt, ipſas aliqua metietur magnitudo (per 1 diffinitionem decimi) metiatur ſi eſt poßibile, ſitq; δ. Quoniam igitur δ ipſas γ α, & α β, metitur & reliquam β γ metietur, metitur autē & α β, igitur δ, ipſas α β, & β γ, metietur. Commenſurabiles igitur (per 1 diffinitionem decimi) ſunt ipſæ α β, β γ. Supponuntur autem quòd et incommenſurabiles, quod eſt impoßibile. Ipſas igitur α β, & α γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommēſurabiles igitur ſunt ipſæ γ α, & α β. Similiter iam demonſtrabimus, quòd & ipſæ α γ, & γ β, incommenſurabiles ſunt. Sed iam ipſa α γ, uni ipſarum α β, & β γ, incommenſurabilis eſto, et primum ipſi α β. Dico quòd & ipſæ α β, β γ, incōmenſurabiles ſunt. Si enim ſunt commēſurabiles, metietur eas aliqua magnitudo (per eādem) metiatur, ſitq; δ. Quoniam igitur δ ipſas α β, & β γ metitur, & totam igitur α γ metietur, metitur autem & α β. Igitur δ, ipſas γ α, & α β metitur. Commenſurabiles igitur ſunt ipſæ γ α & α β. Suppoſitæ uerò ſunt quod & incommenſurabiles, quod eſt impoßibile. Ipſas igitur α β, & β γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α β, β γ. Similiter iam demonſtrabitur quòd ipſa α γ, reliquæ β γ, incommenſurabilis eſt. Si binæ igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

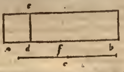


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

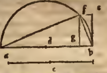
SI fuerint duæ lineæ inæquales quarū longiorē in duo communicantia diuidat ſuperficies ſibi adiuncta æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ, cui adiūctæ ſuperficiei deſit ad cōplēdā totā lineā ſuperficies quadrata, neceſſe eſt ipſam lineā lōgiorē linea breuiori tāto amplius poſſe, quantū eſt quadratū alicuius lineę cōmunicantis eidē longiori in lōgitudine. Si uero lōgior fuerit potētior breuiori, augmento 16

gmento quadrati lineæ communicantis ſibi in longitudine, eiq́ adiũgatur ſuperficies ęqualis quartę parti quadrati breuioris lineę, cui deſit quadrata ſuperficies, ſuperficiem ſibi adiunctam, eandem lineam lõgiorem in duas portiones commenſurabiles diuidere neceſſe eſt.

Campanvs. Sint duæ lineæ inæquales a b & c, maior a b, & adiungatur ad lineam a b, quarta pars quadrati lineę c, ita quód deſit ad complendam lineã a b, ſuperficies quadrata: hoc enim eſt poſſibile per 27 ſexti. Quod facile fiet hoc modo. Diuidatur a b in duas lineas a d & d b, ita quód inter eas cadat medietas lineæ c, continuè proportionalis. Hoc autem qualiter fiat, in fine demonſtrationis huius docebitur. Eritq́ ex 16 ſexti, ſuperficies b d in d a, quæ ſit b e, æqualis quadrato medietatis lineæ c, quare ex 4 ſecundi erit eadem ſubquadrupla quadrati lineæ c, d: eſt quoq́ ad complendam lineam a b, ſuperficies quadrata, cùm & a d ſit æqualis d e. Dico itaq́ quód ſi ſuperficies b e diuidat lineam a b in duo communicantia, erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineę ſecum cõmunicantis in longitudine, & econuerſo. Cùm enim ſit linea a b maior linea c, non erit a d æqualis d b, ſic enim eſſet ſuperficies d e, quadrata & quia ipſa eſt ęqualis quadrato medietatis lineæ c, eſſet a d æqualis medietati c, & tota a b toti c, quod eſt contra hypotheſin. Non eſt igitur a d æqualis d b. Itaq́ de maiori earum quæ ſit d b, abſcindatur d f, æqualis a d: eritq́ per 8 ſecundi quadratum totius a b, æquale ijs quæ ſunt ex d b in d a quater & quadrato f b, quare linea a b, erit potentior linea c in quadrato lineæ f b, quam neceſſe eſt cõmunicari toti a b, ſi linea a d eſt communicans lineæ d b: ſi enim hoc fuerit, erit d b cõmunicans d f, eius ęquali, quare per 9, b f communicat cum f d, & ideo toti a d & propter hoc cum tota a f, igitur & cũ tota a b. Sicq́ patet primum. Conuerſum huius ſic patet. Sit a b potentior c in linea f b quæ communicet cum eo in longitudine. Dico tunc quód quarta pars quadrati lineæ c, addita ad lineam a b, ita quód deſit ſuperficies quadrata, diuide lineam a b, in duo communicantia. Diuidatur enim f a per æqualia in d, & fiat ſuperficies b e ex d b in d a & deerit ad complendam lineam a b, ſuperficies quadrata, eritq́ per 8 ſecundi, quadratum a b æquale quadruplo ſuperficiei b e cum quadrato f b: igitur quadruplum ſuperficiei b e eſt æquale quadrato c, cùm ſuperficies d e ſit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur quód d b eſt communicans cum a d, cùm ſit f b communicans cum a b. Si enim hoc fuerit ut quod a d ſit communicans cum a b, erit etiam communicans cum a f, per nonam, quare & cum a d, ſed & cum d f, itaq́ & d b eſt communicans cum a d, quod eſt ſecundum.



NVNC autem monſtrandum eſt qualiter linea a b (cum ipſa poſita fuerit maior linea a c) poſſit ſic diuidi, ut inter partes eius cadat medietas lineæ c, continuè proportionalis. Cùm enim ſic fuerit diuiſa, ſuperficies quæ fiet ex una in alteram, erit ſuperficies æqualis quadrato medietatis lineæ c, & ipſa erit ſuperficies æqualis quartæ parti quadrati lineæ c, adiuncta ad lineam a b, ita quód deſit ſuperficies quadrata: hoc enim ſic fiet. Diuiſa a b per ęqualia in d, lineetur ſuper eam ſemicirculus a f b. & ſumatur b e perpẽdicularis ad a b, quæ ponatur æqualis medietati lineæ c, & ducatur e f æquidiſtans ad a b, uſq́ quo ſecet circunferentiam ſemicirculi in puncto f (neceſſe eſt enim ut ſecet eam, cum linea a b ſit maior linea c) & ducatur f g, perpẽdicularis ad a b, quæ cùm per 34 primi ſit æqualis lineæ e b, erit quoq́ æqualis medietati lineæ c. Ducantur itaq́ lineæ f a, f b, eritq́ per primam partem 30 tertij, angulus a f b, rectus: & ideo per primam partem correlarij 8 ſexti, erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b, quare medietas lineæ c quæ eſt ſibi ęqualis, erit etiam proportionalis inter eaſdem: quod eſt noſtrum propoſitum.



THEON. Lemma.

Si ad aliquã rectã lineam* cõparetur parallelogrãmũ, deficiens forma quadrata, ipſum cõparatũ æquũ eſt ei quod (continetur) ſub ſegmentis rectæ lineæ, quę ex ipſa cõparatione ſunt facta.

*apponatur applicetur

THEON ex Zamb. *Ad aliquam rectam lineam α β, comparetur parallelogrammum α δ, deficiens forma quadrata δ β. Dico quód α δ æquum eſt ei quod ſub α γ, γ β, & ex ſeipſo manifeſtum eſt. Quoniam enim quadratũ eſt δ β, æqualis eſt δ γ, ipſi γ β, & α δ, eſt quod fit ſub γ β*

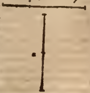


α γ, γ δ, hoc eſt quod ſub α γ, & γ ζ. Si ad aliquam igitur rectam lineam, & quæ ſequuntur reliqua: quod fuerat demonſtrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 17.*

Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod
ex minore æquum ad maiorem cõparatã fuerit deficiens forma quadra- 17
ta, & in cõmenſurabilia ipſam diuiſerit lõgitudine, maior minore maius
poterit eo quod ex ſibi longitudine commenſurabili. Et ſi maior minore
maius poterit eo quod ſit à ſibi cõmenſurabili longitudine, quartæ uerò
parti eius quod à minore æquale ad maiorem comparatũ deficiens for-
ma quadrata, in commenſurabilia longitudine ipſam diſtribuet.

THEON *ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ inæquales α, et β γ, quarum maior ſit β γ, quartæ uerò parti eius quod ſit ex minore ipſa α, hoc eſt ei quod ex dimidio ipſius α, æquum ad ipſam β γ, comparetur (per 28 ſexti) parallelogrammum deficiens forma quadrata, ſitq́; quod ſub β δ, & δ γ, commenſurabilis autem eſto (per hypotheſin) β δ ipſi δ γ longitudine. Dico quòd β γ, ipſa α maius poteſt, eo quòd ſit à ſibi longitudine commenſurabili. Secetur enim (per 10 primi) β γ, bifariàm in ſigno ε, ponaturq́; (per 3 primi) ipſi δ ε, æqualis ε ζ: reliqua igitur δ γ, æqualis eſt ipſi β ζ. Et quoniam recta linea β γ, ſecta eſt in æqualia in ſigno ε, & in inæqualia in δ, igitur (per 5 ſecundi) quod ſub β δ, & δ γ comprehenditur rectangulum unà cum eo quòd ex ε δ, quadrato æquum eſt ei quod ex ε γ quadrato. Et ipſa quadruplicia, quod igitur quater ſub β δ, & δ γ, unà cum eo quod ex ε δ, ſumpto æquũ eſt ei quod ex quater ſumpto ε γ quadrato. Sed ei quidem quod quater ſub β δ & δ γ, æquum eſt id quod ex α quadratum, ei autem quod ex δ ε, quater ſumpto, æquũ eſt id quod ex δ ζ, quadratum dupla enim eſt δ ζ, ipſius δ ε. Ei autem quod ex ε γ quater ſumpto, æquum eſt id quod ex β γ quadrato, dupla enim rurſus eſt β γ, ad ipſam γ ε. Quæ igitur ex α & δ ζ, quadrata, æqualia ſunt ei quod ex β γ quadrato. Quare id quod ex β γ eo quòd ex α maius eſt, eo quod ex δ ζ. Igitur β γ, ipſa α maius poteſt, ipſa δ ζ, oſtendendum quod & commẽſurabilis eſt β γ ipſi δ ζ. Quoniam enim commenſurabilis eſt β δ, ipſi δ γ longitudine, commenſurabilis igitur eſt (per 15 decimi) & β γ, ipſi δ γ, ſed γ δ, & β ζ, commenſurabilis eſt longitudine, æqualis enim eſt γ δ ipſi β ζ, & β γ igitur, ipſis β ζ, & γ δ longitudine commenſurabilis eſt (per 12 decimi) Igitur (per 15) & β γ ipſi ζ δ, commenſurabilis eſt longitudine. Igitur β γ, quàm ipſa α maius poteſt, eo quod ſit à ſibi longitudine commenſurabili. Sed iam ipſa β γ, quàm α maius poſſit eo quòd à ſibi commenſurabili in longitudine, quartæq́; eius quod ex α æquale ad ipſam β γ, comparetur deficiens forma quadrata, ſitq́; quod ſub β δ, & δ γ. Demonſtrandum eſt quod commenſurabilis eſt β δ ipſi δ γ longitudine. Eiſdem nanq; diſpoſitis, ſimiliter oſtendemus quod β γ, quàm ipſa α maius poteſt, eo quod ſit ex ζ δ, poteſt autem β γ, quàm ipſa α maius eo quod ex ſibi commenſurabili. Commenſurabilis igitur eſt β γ, ipſi ζ δ, longitudine. Quare & reliquæ utriq; ipſarũ β ζ, & γ δ, ſimul commenſurabilis longitudine eſt β γ. Sed utraq; β ζ, & δ γ, ſimul commenſurabilis eſt ipſi δ γ longitudine: æqualis enim eſt β ζ, ipſi δ γ, & β γ, igitur commenſurabilis eſt ipſi γ δ, longitudine. Manifeſtum eſt igitur quod β δ ipſi δ γ, eſt commenſurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua: quod erat oſtendendum.*

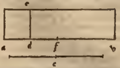


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

SI fuerint duæ lineæ inæquales quarũ longiorẽ diuidat in duas
partes incõmenſurabiles ſuperficies æqualis quartę parti qua 14
drati breuioris ſibi adiũcta, ita quod deſit ad eius cõpletionem
ſuperficies quadrata, erit longior, potentior breuiori, augmẽto quadrati
lineę incõmenſurabilis ipſi lõgiori in longitudine. Si uerò longior, potẽ
tior fuerit breuiori, quadrato lineæ incõmẽſurabilis ipſi longiori in lõgi
tudine, adiũgaturq́; ei ſuperficies æqualis parti quartę quadrati breuio-
ris, defueritq́; lõgiori ſuperficies quadrata, neceſſe eſt ut ipſa ſuperficies ſi
bi adiũcta eãdẽ lõgiorẽ lineã in duas portiones in cõmẽſurabiles diuidat.

Campanus

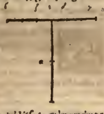
CAMPANVS. Hæc 14 ex contrario antecedentis præmiſſæ infert contrarium conſequentis præmiſſæ, & non differt eius diſpoſitio à diſpoſitione illius, ſed & modus argumentandi utrobique idem. Si enim a d non communicet cum d b, nec d f ſibi ad æqualis communicabit cum eandem d b, itaq; per 9 d f non communicabit cum f b, quare neque a f, ſunt enim a f & d f communicantes tanquam numerans & numeratum, ideo neq; a b communicabit cum linea f b. Quod ſi hoc fuerit uidelicet ſi a b non communicet cum f b, non communicabit cum a f, quare neq; cum a d aut d f, neq; igitur a b cum d a. Poteſt quoq; hæc 14 demonſtrari per præmiſſam, prima pars huius ex ſecunda illius, & ſecunda ex prima, à deſtructione conſequentis. Si enim a d & d b non communicent, nec etiam a b & f b communicabunt, nam ſi a b & b f communicarent, oporteret per ſecundam partem præmiſſæ u a d communicaret cum d b, ſed poſitum eſt quòd non. Eodem modo de ſecunda parte, ſi enim b a & b f non cōmunicant, nec a d & d b communicabunt: nam ſi ſic, ſequitur per primam partem præmiſſæ, ut a b & b f communicent quæ non communicant: quare patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 18.* *Conuerſa præcedentis.*

18 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autē parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiens forma quadrata, & in incōmenſurabilia ipſam diuiſerit longitudine, maior minore maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili lōgitudine. Et ſi maior minor maius potuerit eo quod ex ſibi incōmenſurabili, quartæ autem ipſius quod ex minore æquum, ad maiorem comparatum fuerit deficiēs forma quadrata, in incommenſurabilia longitudine ipſam diſpeſcit.

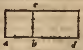
THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α & β γ, quarū maior ſit β γ, quartæ autem parti eius quod ex, α, ad ipſam β γ, æquale comparetur deficiens forma quadrata, ſitq; quod ſub β δ, & δ γ. Incommenſurabilis autem eſto β δ, ipſi δ γ. Dico quòd β γ, quàm ipſa α maius poteſt, eo quod à ſibi incōmenſurabili. Ipſis namq; diſpoſitis ut in præmiſſa, ſimiliter demonſtrabimus, quòd β γ quàm ipſa α, maius poteſt eo quod ex δ ζ. Demonſtrandum igitur quòd incommenſurabilis eſt ς γ, ipſi δ ζ longitudine. Quoniam enim incommenſurabilis eſt ς γ ipſi δ γ, incōmenſurabilis igitur eſt (per 16 decimi) ς γ ipſi γ δ, longitudine. Sed ipſa δ γ commenſurabilis eſt utriq; & β ζ & δ γ ſimul, quia ς ζ ipſi δ γ eſt æqualis, & β γ, igitur (per 13) ipſis β ζ & δ γ incommēſurabilis eſt, & perinde (per 16 decimi) & reliquæ ζ δ, incommenſurabilis eſt, & ς γ lōgitudine. Et ipſa β γ quàm α maius poteſt, eo quod ex ζ δ. Igitur ipſa β γ, quàm α, maius poteſt eo quod à ſibi commenſurabili longitudine. Poßit iam rurſus β γ maius quàm α, eo quod à ſibi incōmenſurabili, quartæ autem parti eius quod ex α, æquale ad ipſam β γ comparetur deficiens forma quadrata, & eſto id quod ſub β δ γ. Demonſtrandum quòd incommenſurabilis eſt β δ ipſi δ γ longitudine. Eiſdem namq; diſpoſitis, ſimiliter demonſtrabimus, quòd ipſa β γ quàm α maius poteſt eo quod ex ζ δ. Sed iam (per hypotheſin) ipſa ς γ quàm α maius poteſt eo quod à ſibi incommenſurabili. Incommēſurabilis eſt igitur β γ ipſi ζ δ longitudine. Quare (per 16 decimi) & reliquæ β ζ & δ γ utriq; incommenſurabilis eſt ς γ. Sed utraq; β ζ & δ γ, ipſi δ ε commenſurabilis eſt longitudine. Igitur (per 13 decimi) β γ ipſi δ γ incommenſurabilis eſt longitudine, quare & diuidendo, ζ δ, ipſi δ γ incommenſurabilis eſt longitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ, & reliqua quæ ſequuntur: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 OMnis ſuperficies rectangula quam continent duæ lineæ in longitudine rationales, rationalis eſſe probatur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c cōtinentes, ſuperficiem rectangulā a c rationales in longitudine dico ſuperficiem a c eſſe rationalem: deſcripto enim quadrato cuiuſuis earum, ut c d lineæ b c, erit per primam ſexti c d ad a c, ſicut b d ad a b. Quia igitur b d cōmunicat in lōgitudine cum a b ex hypotheſi, eo quod b c ſua æqualis, erit per primam partem decimæ, c d communicans a c. Cū ſit utraq; c d rationalis per diffinitionē, erit & a c rationalis: quod eſt propoſitum.

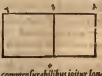


THEON. *Lemma.*

Quoniam oſtenſum eſt quòd quæ longitudine commenſurabiles *omnino etiam potentia ſunt commenſurabiles, quæ autem potentia non omnino etiam longitudine, ſed uidelicet, poſſunt & longitudine cõmenſurabiles eſſe & incõmenſurabiles, manifeſtũ eſt quòd ſi poſitæ rationali cõmenſurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei cõmenſurabilis non ſolum longitudine uerum & potentia, quæ enim longitudine cõmenſurabiles, omnino & potẽtia. Si autẽ poſitæ rationali cõmenſurabilis aliqua fuerit potentia, ſiquidẽ & longitudine dicitur, etiã rationalis & ei commenſurabilis longitudine & potentia. Quæ uerò expoſitæ rurſus rationali cõmenſurabilis exiſtẽs potentia, longitudine fuerit ei incõmenſurabilis, dicitur ſic rationalis, potentia tantũ cõmenſurabilis.* Procli ſcholion. *Rationales appellat, expoſitæ rationali lõgitudine & potentia cõmenſurabiles, aut potentia tantũ. Sunt autem aliæ quoq; rectæ lineæ quæ longitudine incõmenſurabiles ſunt expoſitæ rationali, potentia uerò tantũ cõmenſurabiles, & id propterea rurſus appellantur rationales, cõmenſurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed cõmenſurabiles adinuicẽ uel non ſolũ potentia uerũtamen & longitudine, uel potentia tantũ, & ſi longitudine quidẽ, & ipſæ rationales longitudine commenſurabiles, audito quòd & potentia. Si uerò potentia tantum adinuicẽ ſunt commenſurabiles: appellãtur & ipſæ rationales potentia tantum commenſurabiles. Quod autem rationales commenſurabiles ſunt, hinc certum eſt. Quoniam enim rationales ſunt quæ expoſitæ rationali ſunt commenſurabiles, quæ uerò idem commenſurabiles & adinuicem ſunt commenſurabiles (per 12 decimi) quæ rationales igitur ſunt commenſurabiles.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 19.*

Sub rationalibus longitudine cõmenſuralibus rectis lineis iuxta aliquem prędictorum modorũ comprehenſum rectangulũ rationale eſt. 19



THEON *ex Zãb. Sub rationalibus enim longitudine cõmenſurabilibus rectis lineis αβ, & βγ, rectangulum comprehẽdatur αγ. Dico q αγ, rationale eſt. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratũ αδ, rationale igitur eſt αδ. Et quoniam commenſurabilis eſt αβ, ipſi βγ, longitudine, æqualis autem eſt αβ, ipſi βδ, commenſurabilis eſt igitur βδ, ipſi βγ longitudine, eſtq; ſicut βδ, ad βγ, ſic eſt δα ad αγ. Commenſurabilis autem eſt βδ ipſi βγ, commenſurabile igitur & δα, ipſi αγ: rationale autem δα, rationale igitur (per 11 decimi) eſt & αγ. Quod ſub rationalibus commenſurabilibus igitur longitudine, & reliqua: quod oportuit oſtendiſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

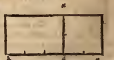
CVm adiuncta fuerit lineæ in lõgitudine rationali ſuperficies rationalis rectangula, latus eius ſecundum erit in longitudine rationale, laterićq; primo in longitudine commenſurabile. 16



Campanvs. Hæc eſt quaſi conuerſa prioris. Vt ſi ſuperficies a c adiuncta ad lineam a b rationalem in longitudine, fuerit rationalis, dico quòd latus eius ſecundũ quod eſt b c, erit etiam rationale in longitudine, & communicans lateri primo. Sit enim a d quadratum a b eritq; rationale ex diffinitione, & propter hoc erit cõmunicans cum ſuperficie a c rationali. Quia igitur per primam ſexti ſicut a d ad a c, ita eſt etiam d b ad b c, communicat autem d a cum a c, erit per primam partem decimæ b d communicans cum b c, ergo cum b a ſua æquali. Sed b a, rationalis eſt, quare per diffinitionem & b c. Conſtat itaq; propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 20.*

Si rationale ad rationalem comparatum fuerit, latiudinem efficit rationalem, cõmenſurabilemq; ei ad quam comparatur longitudine. 20



THEON *ex Zamb. Rationale enim αγ, ad rationalem iuxta aliquem prædictorum modorum αβ, comparetur, latitudinem efficiens βγ. Dico q rationalis eſt βγ, & cõmenſurabilis ipſi βα lõgitudine. Deſcribatur enim (p 46 primi) ex αβ, quadratũ αδ. Rationale igitur (p 9 diffinitionẽ decimi) eſt αδ, rationale autẽ & αγ, cõmenſurabile igitur (p cõuerſionẽ 10 diffinitionis eſt δα, ipſi αγ. Eſtq; ſicut δα ad αγ, ſic eſt δβ, ad βγ: cõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) δβ, ipſi βγ. Aequalis autem eſt δβ, ipſi βα, commenſurabilis igitur eſt αβ, ipſi βγ. Rationalis autẽ eſt αβ, rationalis igitur eſt (per cõuerſionẽ 7 diffinitionis.)*

& βγ

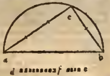
& b γ, & commenſurabilis ipſi b α, longitudine. Si rationale igitur ad rationem comparatum fuerit, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.

Subſequentes ex Campano proportionales 17 ſcilicet & 18 reſpondent 29 & 30 ex Zamberto infrà ſuo loco & ordine diſpoſitis.

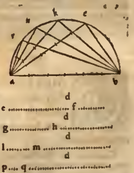
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

17 DVas lineas inuenire potentia tantum rationales commenſurabiles, quarum longior plus poſſit breuiori, quadrato lineæ ſibi commenſurabilis in longitudine.

CAMPANVS. Propoſitum eſt inuenire duas lineas rationales potentia tantum communicantes, quarum longior ſit potentior breuiori, quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineam rationalẽ quæ ſit a b, ſuper quam deſcribo ſemicirculum a c b, & ſumpto aliquo numero ut d e, diuido ipſum in duos numeros d f & f e, ita quòd ſit proportio d e ad d f ſicut numeri quadrati ad numerum quadratũ: non ſit autem proportio d e ad f e, ut numeri quadrati ad numerum quadratum, talis autem numerus eſt quilibet quadratus diuiſibilis in quadratum & non quadratum, ut 9 qui diuiditur in 4 & 5, & omnes horum æquè multiplices. Et inuenio lineam a d, ad cuius quadratum ſe habeat quadratum lineæ a b, ſicut numerus d e ad numerum d f: qualiter autem ipſa reperiatur, in demonſtratione 5 dictum eſt. Hanc lineam inuentã quæ neceſſariò eſt minor a b, coapto per primam quarti intra ſemicirculum a c b, ſitq; a c, & ſubtraham lineã c b. Dico duas lineas a b & c b, eſſe quas quærimus. Erit enim per primã partẽ 30 tertij, angulus c rectus, & ideò per penultimam primi, quadratum a b æquale eſt quadratis duarum linearum a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a c eſt ſicut d e ad f per hypotheſin, erit per euerſam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, ſicut d e ad f e, ergo quadratum c b, communicat cum quadrato a b per 6 huius, erit igitur quadratum c b, rationale per diffinitionem, cùm communicet rationali ſuperficiei. Et quia c b & a b ſunt incommenſurabiles per ultimam partem 7, conſtat duas lineas a b & c b eſſe rationales, potentia tantum communicantes. At quia linea a b eſt potentior linea c b in quadrato lineæ a c quæ per ſecundam partem ſeptimæ communicat ſecum in longitudine, conſtat habitum eſſe propoſitum.



CAMPANI *annotatio.* Si autem lineæ plures duabus potentia tantum rationales cõmunicantes, quarum una potentior longior ſit qualibet aliarum in quadrato alicuius lineæ ſecum communicantis in longitudine, reperire, ſic ut prius linea a b rationalis in longitudine, ſuper quã deſcribatur ſemicirculus a c b, ſumaturq; numerus d quadratus, qui ſit diuiſibilis in multos quadratos & non quadratos, quorum non quadratorum minime ſit proportio ſicut aliquorum numerorum quadratorum, tales autẽ numeri ultrò ſe offerunt, ut 36, qui eſt diuiſibilis in 25 & 11, itemq; in 16 & 20, rurſusq; in 9 & 27, ac iterum in 4 & 27, ac iterum in 4 & 32, iſtorum uerò non quadratorum qui ſunt 11, 20, 27, 32. adinuicem, non eſt proportio ſicut alicuius numeri quadrati ad alium numerum quadratum. Eſto igitur ut numerus d quadratus diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq; quadratum lineę a b ad quadratum lineę a c, ſicut numerus d ad numerum e, ducatur linea c b, & cõſtat propoſitũ & ut prius demonſtratum eſt a b & b c eſſe duas tales lineas, quas inquirimus. Similiter quoque diuidam d in g quadratum & h non quadratum, ſitque quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a K, ſicut d ad g, & ducatur linea k b, eruntque ut prius duæ lineæ a b & k b, quales inquirimus. Eodem modo, ſi rurſus diuidatur d in l quadratum, & m non quadratum, & ponatur



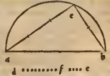
proportio

proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a n ſicut d ad l,m producatur n b,erunt duæ li neæ a b & b n quales inquirimus. Quod ſi rurſus diuidatur d in p quadratum & in q non quadratum, & fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a r ſicut d ad p,& protracta fuerit linea r b,erunt etiam duæ a b & b r,quales inquirimus.Sunt itaq; lineæ a b,b c,b K,b n,b r, potentia tantum rationales & in ea communicãtes,quarum una uidelicet a b eſt potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c,b k,b n,b r,nulla communicat alij in longitudine,conſtat propoſitum.Iſtud autem ſic probatur,patet enim ex præmiſſis,quod quadratum lineę b c ad quadratum lineæ a b eſt ſicut numerus f ad numerum d,& quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b K, eſt ſicut numerus f ad numerum d,& quadratum lineæ a b ad quadratum lineę b k eſt ſicut numerus d ad numerum h, ergo per æquam proportionalitatem quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ b K,eſt ſicut numerus f ad numerum h,ſed nullus quatuor numerorum f,h,m,k,ſe habet ex hypotheſi ad alium ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum,quare per 3 partem ſeptimæ,duæ lineæ b c,b k,ſunt incommenſurabiles in longitudine. Eadem ratione quælibet duę ex illis quatuor ſunt incommenſurabiles in longitudine.Liquet ergo quod uolumus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

Zamb. 30. DVas lineas in potentia tantum rationales communicantes, 18
quarum longior plus poſſit breuiori quãtum quadratum lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine inuenire.

CAMPANVS. In hac quoq; remaneat eadem diſpoſitio eademq; hypotheſes quæ in præmiſſa,hoc ſolum mutato quod proportio numeri d e ad neutrum duorum numerorum d f & f e,ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum, hoc autem facilè fiet,poſito d,e quotlibet numero quadrato diuiſo in duos numeros non quadratos,ut ſi d e ſit 9,& d f,6,& f e 3,argumentando ut prius,hoc duntaxat excepto quòd a b & a c ſint incommenſurabiles in longitudine per ultimam partem 7.



CAMPANI *additio*. Et ſciendum quòd duæ lineæ quales hæc & præmiſſa docent inuenire,componunt binomium,& minori earum abſciſſa de maiori,quæ reliqua eſt dicitur reſiduum. Nota etiam quòd lineę tantum potentia rationales communicantes,poſſunt eſſe una rationalis & alia irrationalis,ſicut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarum una ſit 25 pedum & alia 24, ſunt rationalia potentia tantũ cõmunicantia,latus enim primæ ſuperficiei eſt 5,latus uerò ſecundæ non numeratur. Et poſſunt eſſe ambæ irrationales,ut latera tetragonica duarum ſuperficierum,quarum una ſit 24 pedum & alia 23,neutrius enim numeratur latus, ſuntq; in longitudine incommenſurabilia ex ultima parte ſeptimæ. Quòd ſi libeat etiam inuenire plures lineas duabus potentia tantum rationales communicantes, quarum una ſit potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine,ſumatur talis numerus qui poſſit pluries ſic diuidi quòd ipſius ad nullam ſuarum partium nec alicuius ad aliquam aliarum ſit proportio ut numeri quadrati ad numerum quadratũ,ut 25,poteſt diuidi in 2 & 23,item in 5 & 20,& rurſus in 7 & 18. Et ſic proceſſus idem qui fuit in præmiſſa.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

OMnis ſuperficies quam continent duæ lineæ potentia- 19
liter tantum rationales communicantes,eſt irrationalis, diciturq; ſuperficies medialis, eiuſque latus tetragonicum,ſcilicet quod in eam poteſt,eſt irrationale, diciturq; linea medialis.

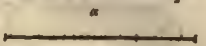
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b,b c,continentes ſuperficiem a c,rationales potentia tantum communicantes, quæ qualiter reperiantur,ex præmiſſa & ante præmiſſam manifeſtum eſt, dico ſuperficiem a c eſſe irrationalem. Sit enim d e quadratũ b c,eritq; rationale per hypotheſin, eo quòd linea b e eſt rationalis in potentia. Et quia ex prima ſexti a c ad c d,ſicut a b ad b d,non communicat autem a b cum b d,quia ex hypotheſi non communicat cum ſua æquali,quæ eſt b c, ſequitur per ſecundam partem 10,ut etiam a c non communicet cum c d,quare per diffinitionem, ſuperficies a c eſt irrationalis,ideóq; & ſuum latus tetragnoicum eſt etiam irrationale. Dicitur autem



tem hæc ſuperficies medialis, quoniã ipſa eſt medio loco proportionalis inter duas ſuperficies rationales, uidelicet inter quadrata duarum linearum ipſam continentiũ. Et lineam potens in ipſam dicitur medialis, quoniam ipſa quoque eſt medio loco proportionalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes, & hæ duæ lineæ, ſunt latera dictæ ſuperficiei. Et hoc eſt quod uolumus.

THEON. *Lemma.*

Potens irrationalem aream, irrationalis eſt.



Poſit enim α, irrationalẽ aream, hoc eſt id quod fit ex α, quadratũ æquale irrationale areæ. Dico quòd α irrationalis eſt: ſi enim eſt rationalis, erit rationale quoq; id quod ex α quadratum, ſic enim in diffinitionibus, non eſt autem. Irrationalis igitur eſt α. Potens irrationalem igitur, & reliqua: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 21.*

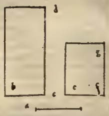
21 Sub rationalibus potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis comprehẽſum rectangulum, irrationale eſt, illudq́ potens irrationalis eſt, uocetur q́ media.



THEON *ex Zamb. Sub rationalibus enim potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis α β, & β γ comprehendatur rectangulum α γ, Dico quòd α γ, irrationale eſt, poteſq; illud irrationalis eſt, & media appellatur. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ, rationale igitur eſt ipſum α δ. Et quoniam incommenſurabilis eſt α β, ipſi β γ, longitudine (potentia nanq; tantum ſupponuntur commenſurabiles) æqualis autẽ eſt α β ipſi β δ, incõmenſurabilis igitur eſt & β δ, ipſi β γ longitudine. Eſtq; ſicut δ β ad β γ, ſic eſt α δ, ad α γ, incõmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) δ α, ipſi α γ. Rationale autem eſt δ α, irrationale igitur eſt α γ, quare & ipſum potens α γ, hoc eſt potens æquale ei quadratum, irrationalis eſt: uocetur q́; media, eo qui ex ipſa quadratum, æquale eſt ei quod fit α β, & β γ, & eo qui ipſa media (per ſecũdam partẽ 17 ſexti) proportionalis eſt ipſis α β, & β γ. Sub rationalibus igitur potentia tantum, & reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

20 CVm adiecta fuerit lineæ in longitudine rationali ſuperficies æqualis quadrato lineæ medialis, latus eius ſecundũ potentialiter tantum erit rationale, laterique primo in longitudine incommenſurabile.



CAMPANVS. Hæc eſt quaſi conuerſa præmiſſæ. Sit a linea medialis, ſitq; linea b c rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiungatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate, ut docet 10 ſexti, eritq; ſuperficies ex b c in d æqualis quadrato lineæ a, per 16 eiuſdem, dico latus eius ſecundum quod eſt d c, eſſe rationale in potentia tantum, & incommenſurabile in longitudine lateri b c. Eritq; ex pręmiſſa per diffinitionem lineę medialis, ut linea a poſſit in aliquam ſuperficiem contentam à duabus lineis potentia tantum rationalibus communicantibus, quæ ſit ſuperficies e g, cuius latera e f & f g. Eruntq; duæ ſuperficies b d & e g per primã partem 13 ſexti laterum mutuorũ, propter hoc quod ipſæ ſunt æquales & rectangulæ, proportio ergo b c ad e f, eſt ſicut f g ad c d. Quare per 10 cùm b c communicet in potentia cum e, f, eo quòd quadrata utriuſque earum ſunt rationalia ex hypotheſi, f g communicabit in potentia cum c d. Cùm igitur quadratum f g ſit rationale per hypotheſin, erit quoq; quadratum c d rationale per diffinitionẽ. At quia ſuperficies b d eſt irrationalis, ſicut ſua æqualis e g, per præmiſſam, ſequitur ut quadratum lineæ c d non communicet cum ſuperficie b d. Et quia quadratum lineæ c d ad ſuperficiem b d eſt per primam ſexti ſicut c d ad c b, erit per ſecundam partem 10 ut c d non communicet cum b c. Quare cùm b c ſit rationalis in longitudine ex hypotheſi, erit c d irrationalis in longitudine, & potentia tantum rationalis. Patet ergo propoſita concluſio.

Theon.

THEON. *Lemma.*

Si binæ fuerint rectæ lineæ, eſt ſicut prima ad ſecundam, ſic quod à prima ad id quod ſub duabus rectis lineis.

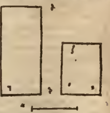
Sint binæ rectæ lineæ ζε, εη. Dico quod eſt ſicut ζε ad εη, ſic eſt quod ex ζε ad id quod ſub ζε & εη. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex ζε quadratū δε, cōpleaturq́; ζη. Quoniā igitur eſt ſicut ζε ad εη, ſic eſt ζδ ad ζη, & eſt quidē ζδ id quod fit ex ζε, at ζη id eſt quod ſub δε & εη, hoc eſt quod ſub ζε & εη, eſt igitur ſicut ζε ad εη, ſic quod ex ζε ad id quod ſub ζε & εη, ſimiliter quoq; & ſicut quod ſub ηε, et εζ ad id quod ex εζ, hoc eſt ſicut ηδ ad δζ, ſic εη ad εζ.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 22.*

Quod à media ad rationalem cōparatum, latitudinem efficit rationalē, & ei ad quam comparatur longitudine incommenſurabilem. 22

THEON ex Zamb. *Sit (per 21 decimi) media quidem α, rationalis autem γβ, & ei quidem quod ex α, æqua ad βγ, comparetur (per 45 primi) area rectangula βδ, latitudinem efficiens γδ. Dico quòd rationalis eſt γδ, & incommenſurabilis ipſi γβ longitudine. Quoniam (per 21 decimi, α media eſt aream poteſt cōprehenſam ſub rationalibus potentia tantum cōmenſurabilibus, poſſit ipſam εζ, poteſt autē & βδ, æqualis igitur eſt βδ ipſi εζ, eſt autem & ei æquiangula. Aequalium autem & æquiangulorū parallelogrammorū (per 14 ſexti) reciproca ſunt latera, quæ circū æquales angulos, proportionaliter igitur eſt ſicut βγ ad εη, ſic εζ ad γδ, eſt igitur (per 22 ſexti) & ſicut id quod ex βγ ad id quod ex εη, ſic eſt id quod ex εζ, ad id quod ex γδ. Cōmenſurabile autē eſt (per hypotheſin) quod ex βγ, ei quod ex εη. Rationalis enim eſt utraq; ipſarum. Cōmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) & quod ex γδ ei quod ex γδ. Rationale autē eſt quod ex εζ, rationale igitur & quod ex γδ, rationalis igitur eſt γδ. Et quoniā incōmenſurabilis eſt εζ, ipſi εη longitudine (potentia enim tantū ſunt commenſurabiles) ſicut autē εζ, ad εη, ſic (per lemma præcedens) quod ex εζ, ad id quod ſub εζ, & εη, incōmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quod ex εζ, ei quod ſub ζε, & εη. Sed ei quidē quod ex εζ, cōmenſurabile eſt ei quod ex γδ, rationales enim ſunt potentia, ei autem quod ſub ζε, & εη, cōmenſurabile eſt id quod ſub δγ, & γβ, æqualia enim ſunt ei quod ex α. Incommēſurabile igitur eſt (per 13 decimi) quod ex γδ ei quod ſub δγ, & γβ. Sicut autem quod ex γδ, ad id quod ſub δγ, & γβ, ſic (per lemma præcedens) eſt δγ ad γβ. Incommēſurabilis igitur eſt δγ, ipſi γβ longitudine. Rationalis igitur eſt γδ, & ipſi γβ longitudine commenſurabilis: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 21.*

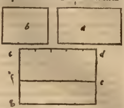
Omnis linea communicans mediali, eſt medialis. 21

Campanus. Sit linea a medialis, cui ponatur linea b eſſe communicans ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum. Dico quòd etiam linea b eſt medialis. Sit enim linea c d rationalis in lōgitudine, cui adiungatur ſuperficies c f æqualis quadrato lineæ a, & item ſuperficies e g æqualis quadrato lineę b, hoc autem qualiter fiat, in præmiſſæ demonſtratione dictum eſt. Eritq; per præmiſſam linea d f rationalis in potentia tantum, & incommenſurabilis lineæ c d. Et quia per primam ſexti e g ad c f ſic f g ad d f, communicat autem e g cum c f eo quod quadratum b communicat cum quadrato a per hypotheſin, quibus quadratis dictæ ſuperficies poſitę ſunt æquales, ſequitur per primam partem decimæ ut linea f g communicet cum linea d f, quare f g eſt rationalis in potentia tantum, ſicut eſt d f, & incommenſurabilis in longitudine lineæ c f, cum linea d f ſibi communicans ſit incommenſurabilis eidem c f, eo quod ſuæ æquali. Hoc enim probatum eſt in 8. quod ſi fuerint duę quantitates communicantes, unicuiq; una earum non communicat, nec reliqua. itaq; per 19 erit ſuperficies e g medialis, & eius latus tetragonicum quod eſt b: quod eſt propoſitum.



Campani *additio.* Similiter quoque omnis ſuperficies communicans ſuperficiei mediali, medialis eſſe conuincitur. Sit enim ſuperficies

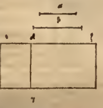
cies a medialis, cui ponatur ſuperficies b eſſe communicans, dico ſuperficiem b eſſe medialem, quod ſic conſtabit. Sit linea c d rationalis in longitudine, adiungaturq; ei ſuperficies c e, quæ ſit æqualis ſuperficiei a, quod hoc modo fiet. Inueniatur linea c f ad quam ſic ſe habeat unum ex lateribus ſuperficiei a, ſicut linea c d ſe habet ad reliquum: hæc autem linea qualiter reperiatur, in 10 ſexti dictum eſt, eritq; ex 15 eiuſdem ſuperficies d f æqualis a. Itemq; eodem modo ad lineam e f adiungatur ſuperficies e g, quæ ſit æqualis b: erit itaq; per 20 linea c f potentia tantum rationalis, erit quoque lineæ c d in longitudine incommenſurabilis. Et quia a & b erant communicantes ex hypotheſi, erunt quoq; c e & e g eis æquales cōmunicantes, itaq; per primam ſexti & per primā partem decimæ huius, erunt duæ lineæ c f & f g, communicantes in longitudine. Eſt igitur linea f g rationalis in potentia tantum, & lineæ e f incommenſurabilis in longitudine, quare per 19 ſuperficies e g erit medialis, cùm linea e f ſit rationalis in longitudine ſicut c d ſibi æqualis. Cùm ſit ergo b æqualis e g, erit quoq; b medialis, quod eſt propoſitum. Et nota quòd omnes ſuperficies mediales communicantes, componunt ſuperficiem medialem. Vnde tota d g eſt medialis, quia cum duæ lineæ c f & f g ſint rationales in potentia tantum, & non communicantes in longitudine, ſequitur ut tota c g ſit rationalis in potentia tantum, & non communicans c d in longitudine, itaq; per 19 d g eſt medialis. Eodemq; modo ſi ſint plures.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 23.*

Quæ mediæ commenſurabilis, media eſt.

23 THEON *ex Zamb. Sit media α, & ipſi α commenſurabilis eſto β. Dico quòd & β media eſt. Exponatur enim rationalis γδ, & ei quod ex α ſit æquale ad γδ comparetur area rectangula γε (per 45 primi) latitudinem efficiens ipſam εδ. Rationalis igitur eſt (per præcedentem) εδ, incommenſurabilisq; ipſi γδ longitudine, ei autem quod eſt β æquale ad γδ comparetur (per 44 primi) area rectangula γζ, latitudinem efficiens δζ. Quoniam igitur commenſurabilis eſt α ipſi β, commenſurabile eſt quoq; id quod ex α ad id quod eſt β. Sed ei quidē quod ex α, æquū eſt εγ: ei autem quod ex β, æquum eſt γζ. Cōmenſurabile igitur eſt εγ ipſi γζ, eſtq; ſicut εγ ad γζ, ſic eſt εδ ad δζ. Commēſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) εδ ipſi δζ longitudine. Rationalis autem eſt εδ, & ipſi δγ incōmenſurabilis longitudine. Rationalis igitur eſt & δζ & ipſi δγ longitudine incommenſurabilis. Igitur γδ & δζ (per 13 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Quod autem ſub rationalibus potentia tantùm commenſurabilibus rectis lineis comprehenditur rectangulum, irrationale eſt (per 21 decimi) & illud potens, irrationalis eſt, appellaturq; media, potens igitur id quod ſub γδ, & δζ, media eſt, poteſtq; β quod ſub γδ & δζ ſit, media igitur eſt β: quod erat oſtendendum.*



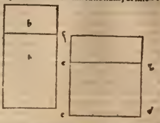
CORREL. *Hinc igitur eſt manifeſtum, quòd mediæ areæ rationali commenſurabilis media eſt, poſſunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia ſunt commenſurabiles, quarum altera media, quare & reliqua media eſt. Similiter autem eis quæ de rationalibus & medijs dicta ſunt, ſequitur ut mediæ longitudine commenſurabilis, media appelletur, eiq; commenſurabilis, non tātum longitudine ſed & potentia, quoniam in uniuerſali longitudine commenſurabiles omnino & potentia. Si uerò mediæ commenſurabiles potentia tantum, dicuntur mediæ potentia tantum commenſurabiles.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

22 OMnis differentia qua abundat mediale à mediali, irrationalis eſſe probatur. *Zamb. 26.*

CAMPANVS. Sit utraq; duarum ſuperficierum a b & a, medialis: dico quòd ſuperficies b quæ eſt earum differentia, eſt irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies d e æqualis ſuperficiei a, & ſuperficies d f æqualis totali ſuperficiei a b, hoc autem qualiter fiat, in præmiſſa docuimus. Quia ergo d f eſt æqualis a b, & d e æqualis a, erit per conceptionē g f æqualis b. Si itaq; ſuperficies b non eſt irrationalis ſed rationalis, erit & f g ſua æqualis rationalis. At cùm linea e g ſit rationalis in long-

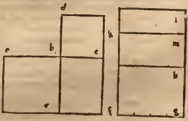
tudine ſicut ſua æqualis c d, erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & communicans lineæ e g, per 20 autem eſt utraque duarum linearum c e & e f potentialiter tantum rationalis, & lineæ c d incommenſurabilis in longitudine, itaq; e f linea eſt incommenſurabilis lineæ c e in longitudine. Et quia per primam ſexti quadratum lineæ e f ad ſuperficiẽ quę fit ex e f in c e eſt, ſicut e f ad c e, ſequitur per ſecundam partem decimæ ut quadratum lineæ e f ſit incommenſurabile ſuperficiei factæ ex e f in c e, quare & ipſum quadratum erit incōmenſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e: quadratum uerò c e cum ſit rationale, eſt communicans quadrato e f, totum igitur ex ambobus compoſitum erit per 9 communicans quadrato e f. Et ideo incommēſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e. Et quia per 4 ſecundi quadratum lineæ c f eſt æquale duobus quadratis duarum linearum c e & e f, & duplo ſuperficiei ex c e in e f, & duplum ſuperficiei c e in e f eſt incommenſurabile, aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f, ſequitur per ea quæ addita ſunt in 5, ut quadratum c f ſit incommenſurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatum ex his quadratis ſit rationale, ſequitur quadratum lineæ c f non eſſe rationale, & ideo linea c f non eſt rationalis in potentia, & idcirco non erit ſuperficies d f medialis, neq; a b ſibi æqualis, quod eſt inconueniens, cum ſit contrarium poſitis. Relinquitur igitur quòd ſuperficies b, eſt irrationalis: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

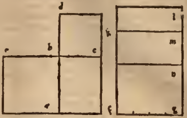
OMnis ſuperficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes, aut rationalis eſt aut medialis. 23

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c mediales potentia tantum communicantes, dico quòd ſuperficies a c ab eis contenta aut eſt rationalis, aut medialis. Sint enim, c d quadratum lineæ b c, & a e quadratũ lineæ a b: eruntq; ex hypotheſi hæc duo quadrata communicantia, & erit per primã ſexti ſuperficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipſa quadrata. Sumatur igitur linea f g, quę ſit rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies f h ęqualis quadrato a e, & h k ęqualis ſuperficiei a c, & k l ęqualis quadrato d c, eruntq; hæ tres ſuperficies f h, h K, & K l cōtinuè proportionales, ſicut ſunt æquales a e, a c, & d c, quare per primam ſexti erunt etiam tres lineæ g h, h m, & m l, quæ ſunt baſes earum, continuè proportionales. Et cum ſuperficies f h & k l ſint communicantes ſicut duo quadrata a e & c d eis æqualia, ſequitur per primam ſexti & decimam huius, ut linea g h ſit communicans cum l m, utraq; autem earum eſt rationalis, in potentia per 20 huius: igitur ſuperficies unius earum in alteram eſt rationalis: omnis enim ſuperficies quam continent duę lineæ rationales in potentia, cōmunicantes in longitudine, neceſſariò eſt rationalis, ut patet ex prima ſexti & prima parte decimæ huius & ex diffinitione ſuperficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæ ſextæ quadratum lineæ l m eſt æquale ſuperficiei ex g h in m l, erit quadratum lineæ h m rationale. Si ergo linea h m eſt rationalis in longitudine ſibi communicans lineæ k m quæ eſt æqualis lineæ f g, erit per 15 ſuperficies h K rationalis, ideoq; & ſua æqualis a c. Si autem h m ſit irrationalis in longitudine ſiue incommenſurabilis lineæ k m quæ eſt æqualis lineæ f g, cum ipſa ſit rationalis ſaltem in potentia, eo quod ſuum quadratum eſt rationale, erit ex 19 ſuperficies h K medialis, quare & ſua æqualis a c. Conſtat ergo propoſitum.



Zamb. 24. CAMPANI annotatio. Et nota quòd ſi duæ lineæ a b & b c eſſent mediales in longitudine communicans

municantes, eſſet ſuperficies a c medialis tantū, eſſet enim ſuperficies a c cōmunicans utriq; duorum quadratorū a e & c d per primam ſexti & per præſentem hypotheſin, & per 10 huius, & ideo ſuperficies h k æqualis a c, eſſet communicans utriq; ſuperficiei f h & K l, igitur per primam ſexti & 10 huius linea h m eſſet communicans utrique duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ eſſent rationales in potētia tantum, non communicātes in longitudine lineæ f g, eſſet quoq; h m rationalis in potentia tantū, non communicans in longitudine lineæ f g, quare per 19 eſſet ſuperficies h k medialis tātum, & ideo etiam a c ſibi æqualis. Si autem duæ lineæ a b & b c eſſent mediales, neq; in longitudine neq; in potentia communicantes, ſuperficies a c neq; eſſet rationalis neq; medialis: ſi enim ſic eſſet, ſcilicet quòd duæ lineæ a b & b c eſſent mediales neq; in longitudine neq; in potentia communicantes, eſſent duo quadrata a e & c d incōmunicantia, itaq; & duæ ſuperficies f h & k l eis æquales quoque eſſent incommunicantes, quare & duæ lineæ g h & m l eſſent incommenſurabiles per primam ſexti, & per ſecundam partem decimi. Et quia utraq; earum eſt rationalis tantum in potentia, per 20 eſſet ſuperficies unius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratum lineæ h m ſit æquale dictæ ſuperficiei quæ fit ex g h in m l, per primam partem 16 ſexti, eſſet per 19 linea h m linea medialis, per 15 ergo non eſſet ſuperficies h K rationalis, nec etiam per 20 medialis, quare nec ſua æqualis a c.



Præcedentes duæ ex Campano propoſitiones, ſcilicet, 22. & 23. tribus ex Zamberto ſequentibus, uidelicet, 24. 25. & 26. inuerſo ordine reſpondent, 22. nanq; ex Campano, 26. ex Zamberto, 26. autem ex Campano, cum additione, 24. & 25. ex Zamberto reſpondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 24.*

24 Sub medijs longitudine cōmenſurabilibus rectis lineis comprehenſum rectangulum, medium eſt.



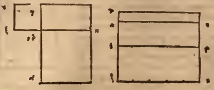
THEON *ex Zamb. Sub medijs enim longitudine cōmenſurabilibus rectis lineis α β, β γ, comprehendatur rectangulū α γ, dico quòd α γ medium eſt. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ, medium igitur eſt α δ. Et quoniam commenſurabilis eſt α β ipſi β γ longitudine, æqualis autem eſt α β ipſi β δ, commenſurabilis igitur eſt δ β ipſi β γ longitudine. Quare & δ α ipſi α γ (per correlarium 23 decimi) commēſurabile eſt: medium autem & δ α, medium igitur & α γ: quod oportebat oſtendere.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 25.*

25 Sub medijs potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis comprehenſum rectangulum, aut rationale aut medium eſt.

THEON *ex Zamb. Sub medijs potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis α β, β γ, comprehendatur rectangulum α γ. Dico quòd α γ, aut rationale, aut medium eſt. Deſcribātur enim (per 46 primi) ex α β & β γ, quadrata α δ & β ε, medium eſt igitur utrunq; ipſorum α δ & β ε. Exponaturq́; rationalis ζ η ipſiq́; α δ æquum ad ζ η commparetur (per 43 primi) rectangulum parallelogrammum η θ, ipſam latitudinem efficiens ζ θ. Ipſi autem α γ ad θ μ æquum comparetur (per eandem) rectangulum parallelogrammum μ κ, latitudinem efficiens θ κ. Et inſuper (per eandem) β ε æquum ſimiliter ad κ ν cōparetur ν λ, ipſam*

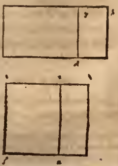
latitudinē efficiēs κλ. In rectas lineas igitur ſunt ζδ, θκ, & κλ, & quoniā utrūq; ipſorū αδ & β medium eſt, eſtq; æquale αδ, ipſi νθ, & ζι ipſi νλ, mediū igitur eſt & utrūq; ipſorū νδ, νλ, & ad rationalē ζν comparata ſunt. Rationalis igitur eſt (p 22 decimi) utraq; ipſarū ζθ & κλ, & incōmenſurabilis ipſi ζε lōgitudine. Quoniā igitur cōmēſurabile eſt αδ ipſi βι, cōmēſurabile igitur eſt (p 11 decimi) & νθ ipſi νλ, eſtq; ſicut νδ ad λν, ſic (p 1 ſexti) eſt ζδ ad κλ. Cōmēſurabilis igitur eſt (p eandē 11) ζθ ipſi κλ lōgitudine. Ipſæ igitur ζδ, κλ, rationales ſunt longitudine commenſurabiles. Rationale eſt igitur (per 19 decimi) quod ſub ζθ, κλ. Et quoniam æqualis eſt quidem δβ ipſi βκ, et ζι ipſi βγ, eſt igitur ſicut δβ ad ιγ, ſic eſt κβ ad βζ. Sed ſicut quidē δι ad βγ, ſic eſt (per 1 ſexti) & per 21 quinti) δα ad αγ, ſicut autem κβ ad βζ, ſic eſt αγ ad γζ, eſt igitur ſicut δα ad αγ, ſic eſt αγ ad γζ, æquū autem eſt αδ ipſi νδ, & αγ ipſi μκ, & γζ ipſi νλ, eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut νδ ad μκ ad νλ, eſt igitur ſicut & ζθ ad ipſam θμ, ſic eſt δμ ad ipſam νλ. Igitur quod ſub ζθ, κλ, æquū eſt ei quod fit ſub δμ. Rationale autē eſt quod ſub ζδ, ζλ, rationale igitur eſt & quod ex θμ. Rationalis eſt igitur (per 19 decimi) ipſa θμ, & ſiquidē cōmenſurabilis eſt ipſi δμ, hoc eſt ipſi ζν longitudine, rationale eſt (per 22 decimi) ipſum νθ. Si autē incōmenſurabilis eſt ipſi ζν longitudine, ipſæ δκ & δμ rationales (per 22 decimi) potentia ſolū cōmenſurabiles, mediū igitur eſt θν. Igitur θν aut rationale eſt aut mediū, æquū autē eſt δν ipſi αγ, igitur αγ uel rationale, uel mediū eſt. Sub medijs igitur potētia tantū cōmenſurabilibus, & quæ ſequūtur reliqua: quod erat oſtēdēdum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 26.

Medium non excedit medium rationali. 26

THEON ex Zamb. Si enim poſſibile, mediū αβ, medium αγ excedat rationali δβ, ponaturq; rationalis ιζ, ipſiq; αβ æquum ad ιζ comparetur (per 44 primi) parallelogrammum rectangulum ζδ, latitudinem efficiens ιδ: ipſi autem αγ æquum auferatur ζι, reliquum igitur βδ (per tertiam communem ſententiā) reliquo αδ eſt æquale. Rationale autem eſt δβ, rationale igitur eſt & αδ. Quoniam igitur mediū eſt utrunq; ipſorū αβ, αγ, eſtq; αβ ipſi ζδ æquale (per correlariū 23 decimi) at αγ ipſi ζι, medium igitur eſt utrūq; ipſorū ζδ, ζι, & ad rationalē ιζ cōparata ſunt. Igitur rationalis eſt utraq; ipſarū θι & ιι, & incōmenſurabilis ipſi ιζ longitudine (p 22 decimi.) Et quoniā rationale eſt δι, eſtq; ipſi αδ æquale rationale igitur eſt & κδ, ad rationaleq; ιζ cōparatū eſt, rationalis igitur eſt (per 10 decimi) νθ, & ipſi ιζ longitudine cōmenſurabilis. Sed ιι rationalis eſt, & ipſi ιζ longitudine incōmenſurabilis: incōmenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) ιν ipſi νδ lōgitudine, eſtq; ſicut ιν ad νδ, ſic quod ex ιν ad id quod ιν & νν. Incōmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi & lēma 21 decimi) quod ex ιν, ei quod ſub ιν & νθ. Sed ipſi quidē quod ex ιν, cōmenſurabilia ſunt quæ ex ιν & νδ, νδ quadrata, rationalia etenim utraq;, ei autē qđ ſub ιν & νδ cōmēſurabile eſt (p 13 decimi) id quod bis ſub ιν & νδ, duplū nāq; eſt illius. Incōmēſurabilia ſunt (per 16 decimi) quæ ex ιν & νδ, ei quod bis ſub ιν & νθ, & utraq; igitur ſimul quæ ex ιν & νδ, & quod bis ſub ιν & νδ, & quod eſt id quod ex ιδ (per 4 ſecundi) incommenſurabile eſt eis quæ ex ιν & νθ. Rationalia autem ſunt quæ ex ιν & νθ (per diffinitionē.) Irrationale igitur eſt quod ex ιθ, irrationalis igitur eſt ιθ, ſed & rationalis, quod eſt impoſſibile: medium igitur, medium non excedit rationali: quod erat oſtendendum.



Sequentes duæ ex Zamberto neutiquam in Campano reſpondentes habent.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 27.

Medias inuenire potentia tantùm commenſurabiles, rationale comprehendentes. 27

THEON ex Zamb. Exponātur binæ rationales potentia tantum commenſurabiles αβ, ſumāturq; (per 13 ſexti) ipſarū α, β, media proportionalis γ. Fiatq; (per 12 ſexti) ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Et quoniam ipſæ α, β, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, igitur quod ſub α, β, hoc eſt quod ex γ fit (per 21 decimi) medium eſt, media igitur eſt γ. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ, ipſæ autem α, β, potentia tantum

tantum ſunt commēſurabiles, & γ, δ, igitur (per 12 decimi) potentia tantum ſunt commenſurabiles, eſtq́; γ media, media igitur eſt (per 23 decimi) & δ. Ipſæ igitur γ, δ, (per conſtructionē) mediæ ſunt potētia tantū cōmenſurabiles. Dico q; et rationale cōprehendunt. Quoniā enim eſt ſicut α ad ε, ſic eſt γ ad δ, uiciſsim igitur (p 16 quinti) eſt ſicut α ad γ, ſic eſt ε ad δ. Sed ſicut α ad ε, ſic γ ad β, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ad ε, ſic β ad δ, igitur quod ſub γ, δ, æquū eſt ei quod ex ε. Rationale autem eſt quod ex β. Rationale igitur eſt quod ſub γ, δ. Inuentæ igitur ſunt mediæ potentia tantum commenſurabiles, rationale comprehendentes: quod fecisse oportuit.

α R. 9

γ R.R 54

β R. 6

δ R.R. 24

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 28.

28 Medias comperire potentis tantum commenſurabiles, mediū comprehendentes.

THEON *ex Zāb. Exponātur enim tres rationales potentia tantū cōmenſurabiles, α, β, γ, ſuſcipiaturq́; (per 13 ſexti) ipſarū α, β, media proportionalis δ. Fiatq́; (p 12 ſexti) ſicut β ad γ, ſic δ ad ε. Quoniā enim α, β, rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, igitur (p 21 decimi) quod ſub α β, hoc eſt id quod ex δ, medium eſt: media igitur eſt δ. Et quoniā β, γ, potentia ſolum ſunt cōmenſurabiles, eſtq́; ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε, ipſæ igitur δ, ε, (per 11 decimi) potentia tantum ſunt cōmenſurabiles, media uerò eſt δ, & igitur ε. Igitur ipſæ δ, ε, mediæ ſunt potentia tantū cōmenſurabiles. Dico q; & medium comprehendunt. Quoniam enim eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε, uiciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut β ad δ, ſic eſt γ ad ε. Sicut autem β ad δ, ſic δ ad α. Et ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad α, ſic γ ad ε. Quod igitur ſub α, ε, (per 16 ſexti) æquum eſt ei quod ſub δ, ε, mediū autem quod ſub α, γ, medium igitur (per correlarium 23 decimi) quod ſub δ ε. Inuentæ igitur ſunt mediæ potentia tantum commenſurabiles, medium comprehendentes: quod fecisse oportuit.*

α R. 16

δ R. R. 128

β R. 8

γ R. 6

ε R. R. 72

THEON. Lemma.

Cōperire duos quadratos numeros, ut ex eis cōpoſitus ſit quadratus.

THEON *ex Zamb. Exponātur bini numeri α β & β γ, ſintq́; aut pares, aut impares. Et quoniam ſi ā pari par auferatur, et ab impari impar, (per 26 noni) reliquus erit par, ſi igitur ab α β pari par β γ, aut ab impari α ε, impar β γ auferatur, reliquus α γ par eſt. Secetur α γ bifariàm in δ, ſint autē ipſi α ε, ε γ, aut ſimiles plani, aut quadrati, qui & ipſi ſimiles plani ſunt. Igitur qui ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus eſt (per 6 ſecundi) ei qui ex β δ quadrato, eſtq́; quadratus qui ſub α β, β γ, quoniam patuit (per primam noni) quòd ſi bini ſimiles plani multiplicantes ſe adinuicem aliquem fecerint, factus quadratus eſt. Inuenti igitur ſunt bini quadrati numeri qui ſub α β, β γ, & qui ex γ δ, qui compoſiti, β δ quadratum conficiunt.*

α ...... δ ..... γ .... ε

CORREL. *Ac manifeſtū quòd inuēti ſunt rurſus bini quadrati, & qui ex β δ, & qui ex γ δ, ut & eorū exceſſus qui ſub α β, ε γ, eſt quadratus, quādo ipſi α ε, ε γ, ſimiles fuerint plani. Quādo autē nō fuerint ſimiles plani, inuenti ſunt bini quadrati & qui ex β δ & qui ex δ γ, quorū exceſſus qui ſub α β & β γ non eſt quadratus.*

Lemma præcedentis oppoſitum.

Inuenire binos quadratos numeros, ut ex eis cōpoſitus non ſit quadratus. *Sint enim α β, ε γ, ſimiles plani ut qui ſub α β, β γ, (p 1 noni) ſit quadratus, ſitq́; par γ α, ſeceturq́; γ α bifariā in δ. Manifeſtū iam eſt quòd qui ſub α β, β γ, quadratus unà cū eo qui ex γ δ quadrato, æquus eſt ei qui ex β δ quadrato. Auferatur autē unitas δ ε. Igitur qui ſub α β & ε γ unà cum eo qui ex γ ε, minor eſt eo qui ex ε δ quadrato. Dico igitur q; qui ſub α ε, β γ, quadratus unà cum eo qui ex γ ε, non eſt quadratus. Si enim eſt quadratus, uel eſt æqualis ei qui ex ε ε, uel eo minor. *Maior autē non erit, cū qui ſub α β, β γ, quadratus unà cū eo qui ex γ δ quadrato, hoc eſt qui ex β δ, primus ſit maiorū quadrato qui ex β ε, unitas enim non ſecatur: maior autē eſt eo qui ſub α β, β γ, unà cū eo qui ex γ ε, γ δ enim, ipſo γ ε unitate maior. Sit autē (ſi poſsibile eſt) prius qui ſub α β, β γ, unà cū eo qui ex γ ε, æqualis ei qui ex β ε, ſitq́; ipſius δ ε unitatis duplus η α. Quoniam igitur totus α γ totius γ δ duplus eſt, quorum α η ipſius δ ε eſt duplus et reliquus igitur (per 7 ſeptimi) η γ reliqui ε γ duplus eſt, bifariàm igitur ipſe γ η, diuiſus eſt in ε. Igitur qui ſub η β & β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus eſt ei qui ex β ε quadrato. Sed qui ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus ſupponitur ei qui ex β ε quadrato. Qui ſub η β, β γ, igitur unà cum eo qui ex γ ε, æquus ei eſt qui ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε. Communi igitur ſublato eo qui ex γ ε, *ducitur α β æqualis ipſi η β, quod eſt impoſsibile. Qui ſub α β, β γ, igitur unà cū eo qui ex γ ε, æquus non eſt ei qui ex β ε. Dico iam quòd neq; minor ei ex ε ε. Si enim poſsibile, ſit ei qui ex β ζ æqualis, & ipſius δ ζ*

α .. η .. θ. δ. ε. ζ ... γ .... β

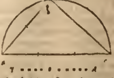
Græcus ſic habet: Maior autē nō erit, ne ſcilicet ſecetur unitas, et ne qui ſub α β, β γ unà cum eo qui γ δ, q eſt ipſius δ β quadratus, æquus ſit ei q ſub α β, β γ unà cum eo qui ex γ ε.

συνάγεται colligitur.

ἀσυγχώρη- duplus ponatur θ α. *Conducaturq́; duplus rurſus δ γ ipſius γ ζ, et quod ipſe θ γ biſariàm ſectus eſt in ζ, ac
τον per hoc is qui ſub θ β, β γ, unà cum eo qui ex ζ γ, æquus erit ei qui ex β ζ. Supponitur autem quòd qui ſub
colligetur. α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, eſt æqualis ei qui ex β ζ. Conducetur igitur qui ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε æqualis ei qui ex δ θ & β γ, unà cum eo qui ex γ ζ, quod abſurdū α . ε . θ . δ . α . ε . ζ ... γ .... β eſt. Igitur qui ſub α θ, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus non eſt minori eo qui ex θ ε, patuit autem quòd neq; ei qui ex ε ε, neq; eo maiori. Igitur qui ſub α θ, θ γ, unà cum eo qui ex γ ε, quadratus non eſt. Cum autem ſit poſſibile & pluribus modis prædicta oſtendere, ſufficiant nobis tamen prædicta, ne materia longior exiſtens longius protrahatur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 29.

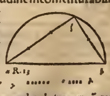
Camp. 17 Comperire binas rationales potentia tantum commenſurabiles, ut maior minore maius poſsit eo quod ex cõmenſurabili ſibi longitudine. 29



THEON ex Zamb. Exponatur enim quædã rationalis α β, & bini quadrati numeri γ δ, δ ε, ut ipſorum reſiduus γ ε non ſit quadratus (per correlariũ 1 lemmatis 28 decimi) et ſuper α β deſcribatur ſemicirculus α ζ β. Fiatq́; ſicut (per correlariũ 6 decimi) δ γ ad γ ε, ſic quòd ex β α quadratũ ad id quod ex α ζ quadratũ, connectaturq́; ζ β. Quoniã igitur eſt ſicut quod ex β α ad id quod eſt α ζ, ſic γ δ ad γ ε: igitur quod ex β α ad id quod ex α ζ, eam habet rationẽ quã numerus γ δ ad numerũ γ ε. Cõmenſurabile igitur eſt quod ex β α, ei quod ex α ζ. Rationale autẽ quod ex α β, rationale igitur & id quod ex α ζ. Rationalis igitur eſt & α ζ. Et quoniã δ γ ad γ ε rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; quod ex α β igitur ad id quod ex α ζ rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Igitur α β (per 9 decimi) ipſi α ζ longitudine incõmenſurabilis eſt. Ipſæ igitur α ζ, α β, rationales ſunt potẽtia tantum commenſurabiles. Et quoniã eſt ſicut δ γ ad γ ε, ſic eſt quod ex α β ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) ſicut γ δ ad δ ε, ſic quod ex α β ad id quod ex β ζ. At γ δ ad δ ε eam habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quod igitur ex α β ad id quod ex β ζ, eam habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Cõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α β ad β ζ lõgitudine. Et quod ex α β (per 47 primi) equũ eſt eis quæ ex α ζ & ζ β. Igitur α β ipſa α ζ maius poteſt ipſa β ζ ſibi cõmenſurabili. Inuentæ igitur ſunt binæ rationales potentia tantum commenſurabiles β α & α ζ, ut β maior ipſa α ζ maius poſsit, eo quod ex ζ β ſibi longitudine commenſurabili: quod facere oportebat.

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 30.

Camp. 18 Comperire binas rationales potentia tantum cõmenſurabiles, ut maior minore maius poſſit eo quod fit à ſibi longitudine incõmenſurabili. 30



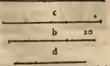
THEON ex Zãb. Exponatur rationalis α β, biniq́; numeri quadrati γ ε & ε δ, ut ex eis cõpoſitus γ δ non ſit quadratus (per lẽma ſecundum 28 decimi.) Deſcribaturq́; ſuper α β, ſemicirculus α ζ β, fiatq́; (per correlariũ 6 decimi) ſicut δ γ ad γ ε, ſic quod ex α β ad id quod ex α ζ connectaturq́; ζ β. Similiter iam oſtendemus ſicut in præcedenti, quòd ipſæ β α & α ζ rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Et quoniã eſt ſicut δ γ ad γ ε, ſic eſt quod ex β α ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) ſicut γ δ ad δ ε, ſic quod ex α β ad id quod ex ζ β. At γ δ ad δ ε rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; igitur quod ex α β, ad id quod ex β ζ rationẽ habet quam numerus quadratus ad quadratũ numerũ. Incommenſurabilis igitur eſt α β ipſi β ζ longitudine, poteſtq́; α β, quam ipſa α ζ maius eo quod ex β ζ ſibi incommenſurabili. Ipſæ igitur α ζ, β ζ, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & α β quàm ipſa α ζ maius poteſt quod ex ζ β ſibi longitudine incommenſurabili: quod feciſſe oportuit.

Euclid ex Camp. Propoſitio 24.

DVas lineas mediales potentia tantũ cõmunicantes ſuperficiemq́ rationalem continentes, quarum lõgior ſit potẽtior breuiore, augmento quadrati lineæ cõmunicantis eidẽ longiori in longitudine, inuenire. CAMPANVS. Cum omnes duæ lineę mediales potentia tantũ communicantes, contineant ſuperficiẽ rationalẽ aut medialẽ, ut ex præmiſſa patet, docet inuenire eas duas quæ continent ſuperficiẽ rationalẽ & eas quæ medialẽ. Vnde propoſitum eſt inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes, quarum longior 24

poſſit

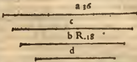
poſſit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ ſibi communicantis in longitudine, quæ cõtineant ſuperficiem rationalem. Ad hoc ſecundum doctrinam 17 ſumo duas lineas a & b potentia tantum rationales communicantes, quarũ longior quæ ſit a, poſſit amplius breuiori quę ſit b, in quadrato alicuius lineæ ſecum cõmunicantis in longitudine, & ponam lineam c ſecundum doctrinam 9 ſexti, medio loco proportionalem inter a & b, & ponã ut ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, quod qualiter fiat, in 10 ſexti dictũ eſt. Dico tunc duas lineas c & d, eſſe quas quærimus. Patet enim ex 19, quod ſuperficies quam continent duæ lineæ a & b, eſt medialis. Et quia per primam partem 16 ſexti, quadratum lineæ c eſt dictæ ſuperficiei æquale, erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autem ſit a ad b, ſicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypotheſi, quia tam a quàm b rationalis eſt in potẽtia, ſequitur per 10 quòd c quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21, cũ c ſit linea medialis erit etiam d medialis, & per primam partem 12, erit linea c potentior linea d, in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d contineant ſuperficiem rationalem, ipſæ ſunt quales inquirimus. Eas autem continere ſuperficiem rationalem, ſic habeto. Cũ ſit a ad b, ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d, ſed erat a ad c, ſic c ad b, igitur eſt c ad b, ſicut b ad d, itaq; per primam partem 16 ſexti, ſuperficies quam continent duæ lineæ c & d, eſt æqualis quadrato b: eſt autem quadratum b, rationale per hypotheſin, cum ipſa ſit rationalis in potentia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d, eſt rationalis. quare conſtat propoſitum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 25.*

25 Dvas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemq; rationalem continẽtes, quarum longior ſit potentior breuiori, quadrato lineæ eidem longiori in lõgitudine incommenſurabilis, inuenire.

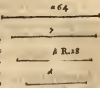
CAMPANVS. Poſitis duabus lineis a & b rationalibus potentia tantum communicantibus, quarum lõgior poſſit amplius breuiori in quadrato lineæ ſecum non cõmunicantis in longitudine, quæ quidem reperiuntur ſecundum doctrinam 18, cæteriſq; poſitionibus manentibus ſicut in præmiſſa, argumentando modo conſimili patebit duas lineas c & d eſſe quales quærimus. Et nota quòd duæ lineæ quas hæc & præmiſſa docent inuenire, componunt bimediale primum, & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt, dicitur reſiduum mediale primum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 8.* *Propoſitio 31.*

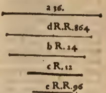
31 Comperire binas medias potentia tantum commenſurabiles rationale comprehendentes, ut maior minore maius poſsit eo quod fit à ſibi longitudine commenſurabili.

THEON ex Zamb. *Exponantur (per 29 decimi) binæ rationales potentia tantum cõmenſurabiles α β, ut α maior exiſtẽs, ipſa β minore maius poßit eo quod ex ſibi longitudine commenſurabili, & ei quod ſub α β, cõprehenditur æquum eſto id quod ex γ. Medium autem eſt quod ſub α β, medium igitur eſt (per correlarium 23 decimi) quod ſub γ, media igitur eſt γ (per 21 decimi) Ei uerò quod ex β, æquũ eſto quod ſub γ δ. Rationale autem eſt quod ex β, rationale igitur et quod ſub γ δ. Et quoniã (per 1 ſexti) eſt ſicut α ad δ, ſic eſt quod ſub α β, ad id quod ex β, ſed ei quidem quod ſub α β, æquum eſt id quod ex γ, ei autem quod ex β æquum eſt quod ſub γ δ, ſicut igitur α ad β, ſic quod ex γ ad id quod ſub γ δ. Sicut autem quod ex γ ad id quod ſub γ δ, ſic eſt γ ad δ, & ſicut igitur α ad β, ſic γ ad δ. Cõmenſurabilis autem eſt (per hypotheſin) α ipſi β potentia tantum: commenſurabilis igitur (per 11 decimi) & γ ipſi δ potentia tantum. At γ, media eſt, media igitur eſt (per 23 decimi) et δ. Et quoniam eſt ſicut α ad β & γ ad δ, at α ipſa β maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, & γ igitur ipſa δ maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili. Inuentæ ſunt igitur binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles γ δ, rationale comprehendentes, & γ ipſa δ maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine cõmenſurabili. Similiter uerò oſtẽdetur & id quod ex incommenſurabili, quando β maius potuerit eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili: quod facere oportuit.* Camp. 25.



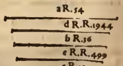
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 26.*

DVas lineas mediales potentia tantū communicantes ſuperficiemq́ medialē continentes, quarū longior breuiore tāto amplius poſſit quantū eſt quadratū alicuius lineæ incommenſurabilis ipſi longiori in longitudine, inuenire. 26



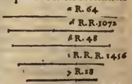
CAMPANVS. Cùm docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemq́ rationalem continentes, quarum longior plus poſſit breuiori in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine, & ſecum incommenſurabilis in longitudine, nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, ſuperficiemq́ medialem continentes, quarum longior ſit potētior breuiori in quadrato lineę non ſecum commenſurabilis, ſed ſolum ſibi incommenſurabilis in longitudine, illud enim facile habetur ex iſto. Sint itaq; tres lineæ ſumptæ ſecundum doctrinam 18 a b c, potentia tantum rationalis & in ea ſolum communicantes, ſitq́ à potentior b & c, quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine, & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b ut docet 9 ſexti, & ſit d ad e ſicut a ad c, dico duas lineas d & e eſſe quales inquirimus. Cùm ſit enim quadratum lineę d æquale ſuperficiei quæ continetur ſub a & b per primam partem 16 ſexti, ſitq́ ſuperficies contenta ſub a & b medialis ex 19 cum a & b ſint potentia tantùm rationales communicantes, erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c ſicut d ad e, communicat autem a cum c in potentia tantum ex hypotheſi, ſequitur ex 10 ut e quoq; communicet cum d in potētia tantum. Itaq; per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a eſt potentior c, quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine, erit quoq; per 12 d potentior e quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine. Si igitur duæ lineæ d & e contineant ſuperficiem medialem, conſtat eas eſſe quales inquirimus. Eas autem continere ſuperficiem medialem, ſic habetur. Cùm ſit ex hypotheſi a ad c ſicut d ad e, erit permutatim a ad, d ſicut c ad e. Sed a ad d eſt ſicut d ad b per hypotheſin, itaq; d ad b ſicut c ad e, igitur per primam partem 12 ſexti ſuperficies quam continent d & e, eſt æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continent ſuperficiem medialem per 19, cum ipſæ ſint rationales in potentia tantum cōmunicantes ex hypotheſi, itaq; d & e continent ſuperficiem medialem: quod eſt propoſitum.

Zamb. 32. CAMPANVS. Si autē cura eſſet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiēq; medialem continentes, quarum longior eſſet potentior breuiori quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine, ſumeremus tres lineas ſecundū doctrinam 17, a b c, potentia tantum rationales & in ea ſolum cōmunicantes, et poneremus lineam a eſſe potentiorem linea c, quadrato alicuius lineę ſibi communicantis in longitudine, cætera uerò manerent ut prius, et argumentatione conſimili cōcluderemus, duas lineas d & e eſſe quales proponitur inquirere. Et nota quòd duæ lineæ quas hæc 26 docet inuenire, componunt bimediale ſecundum, & minori earū abſciſa de maiori, quæ reliqua eſt: dicitur reſiduum mediale ſecundum.



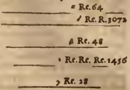
Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propoſitio 32.*

Inuenire duas medias potentia tantum cōmenſurabiles mediū comprehendentes, ut maior minore maius poſſit eo quod ſit ex ſibi commenſurabili. 32



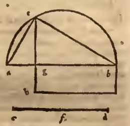
THEON ex Zamb. *Exponantur tres rationales potentia tantū cōmenſurabiles α β γ, ut α (per 29 decimi) ipſa γ maius poſſit eo quod ex ſibi commenſurabili, & ei quidem quod ſub α β, æquum ſit (per 13 & 17 ſexti) quod ex δ, medium autem eſt quod ſub α β, medium igitur (per eandem) quod ex δ, & δ igitur media eſt. Ei autem quod ſub β γ, æquum eſto quod ſub δ ε. Et quoniam (per 1 ſexti & lēma 21 decimi) ſicut quod ſub α β, ad id quod ſub β γ, ſic*

β γ, ſic eſt α ad γ, ſed ei quidem quod ſub α β, æquum eſt id quod ex δ, ei autem quod ſub β γ, æquum eſt id quod ſub δ ε, eſt igitur (per 9 quinti) ſicut α ad γ, ſic quod ex δ ad id quod ſub δ ε. Sicut autem quod ex δ ad id quod ſub δ ε, ſic eſt δ ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad γ, ſic δ ad ε. Commenſurabilis autem eſt α ipſi γ potentia tantum, commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & δ ipſi ε potentia tantum. Media autē eſt δ, media igitur (per 22 decimi) eſt & ε. Et quoniam eſt ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ε, & α quā γ maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili, & δ igitur quàm ε maius poterit eo quod ex ſibi cōmenſurabili (per 14 decimi) Dico inſuper quòd comprehenſum ſub δ ε, medium eſt. Quoniā enim æquum eſt quod ſub β γ, ei quod ſub δ ε, medium autem quod ſub β γ, medium igitur (per correlarium 22) & quod ſub δ ε. Inuentæ ſunt igitur duæ mediæ potentia tantum commenſurabiles δ ε, medium cōprehendentes, ut maior minore maius poßit, eo quod fit ex ſibi commenſurabili. Similiter iam rurſus oſtendetur & id quod ex incommenſurabili, quando α ipſa γ maius poterit, eo quod fit ex ſibi incōmenſurabili: quod facere oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 27.*

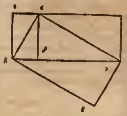
27 DVas lineas potentialiter incommenſurabiles, ſuperficiemq́ medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, inuenire.



CAMPANVS. Propoſitum eſt inuenire duas lineas incommenſurabiles tam in potentia quam in longitudine, quæ contineant ſuperficiem medialem, & quadrata ambarum pariter accepta faciant ſuperficiem rationalē. Ad hęc autē ſumo per 18 duas lineas a b & c d potentia tantùm rationales cōmunicantes, quarum longior quæ ſit a b, ſit potentior c d, quadrato alicuius lineæ ſecum incōmenſurabilis in longitudine. Et ſuper lineam a b deſcribo ſemicirculum a e b. Et diuido lineam c d per æqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad pūctum g, ita quòd linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b: qualiter hoc fiat, in 13 dictū eſt. Et pono quòd ſuperficies b h fiat ex a g in g b, eritq́ ex prima parte 16 ſexti, quadratum c f, ęquale ſuperficiei b h. Et quia quadratum c f eſt æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta ſecūdi, & quia ſuperficiei b h deeſt ad complēdam lineā a b, ſuperficies quadrata cum a g ſit æqualis g h, & quia lineā a b potentior eſt linea c d, quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine ex hypotheſi, erit ex ſecunda parte 14 linea a g incommenſurabilis lineæ g b. Educo igitur à puncto g perpendicularem ſuper lineam a b uſq; ad circumferentiam ſemicirculi, quæ ſit g e, & protraho lineas a e & e b. Quas dico eſſe quales quærimus, erit enim e g æqualis c f, eo quòd utraq; cadit medio loco proportionalis inter a g & g b, primam quidem per primā partē correlarij 8 ſexti, ſecunda uerò per hypotheſin, propter quod quadratum utriuſq; earum per primam partem 16 ſexti eſt æquale ſuperficiei a g in g b, quæ eſt b h, ipſæ igitur ſunt æquales. At quia per quartam ſexti proportio a e ad e b eſt ſicut a g ad g e, ſunt autē a g & g e & g b continuè proportionales, erit a e ad e b duplicata, ſicut a g ad g b, quare per 18 ſexti, erit quadratum lineæ a e ad quadratū lineæ e b, ſicut a g ad g b. Cùm ſit igitur a g incommunicans g b, erit per ſecundam partē 10 quadratum a e incommunicans quadrato e b, quare duæ lineæ a e & e b ſunt incommenſurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratū a b eſt æquale quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis, quadratum autem a b eſt rationale, cum a b ſit rationalis in potentia per hypotheſin, erunt quoq; quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta, rationale. Si uerò hæ duę lineæ continent ſuperficiem medialem, habitum eſt propoſitum. Erat autem c d rationalis in potentia & in ea tantum communicans lineæ a b, quare & c f, & ideo etiam g e ſibi ęqualis erit potentia rationalis, & tantum in eadem communicans cum a b, itaq; per 19 ſuperficies a b in g e eſt medialis. Quia igitur per 4 ſexti & per primam partem 15 eiuſdem ſuperficies a e in e b eſt ſuperficiei a b in g e æqualis, conſtat duas lineas a e & e b, eſſe quales uolumus. Et nota quòd duæ lineæ quas docet hæc 27 inuenire, componunt lineā maiorem & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt, dicitur linea minor.

THEON. Lemma.

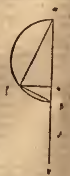
THEON ex Zamb. *Eſto triangulum rectangulum αβγ, rectum habens qui ſub βαγ, exciteturq́; (per 11 primi) perpendicularis αδ. Dico quòd ſub γβ & βδ, æquum eſt ei quod ex βα: quod uerò ſub βγ, γδ, ei quòd ſub γα: quod autem ſub δβ & δγ, æquum eſt ei quod ex αδ: & inſuper id quod ſub βγ, αδ, æquũ eſt ei quod ſub βα & αγ. In primisq́; quòd id quod ſub γβ & βδ, æquum eſt ei quod ex αβ. Quoniã enim in rectangulo triangulo βαγ, ab angulo recto in baſin, perpẽdicularis ducta eſt αδ, igitur (per 8 ſexti) triãgulum αβδ & αδγ, ſimilia ſunt toti αβγ, & ſibi inuicem. Et quoniam triangulum αβγ ſimile eſt triangulo αδβ, eſt igitur ſicut γβ ad βα, ſic eſt αβ ad βδ. Igitur quod ſub γβ & βδ, æquum eſt ei quod ex αβ. Id propterea iam quod ſub βγ & γδ, æquum eſt ei quod ex αγ. Et quoniam ſi in rectangulo triangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis excitetur, excitata baſis ſegmẽtorum media proportionalis eſt (per correlarium 8 ſexti) eſt igitur ſicut βδ ad δα, ſic eſt αδ ad δγ. Igitur (per 17 ſexti) quod ſub βδ, δγ, æquum eſt ei quod ex δα. Dico autem quòd & id quod ſub βγ & αδ, æquum eſt ei quod ſub βα et αγ. Quoniã enim ut diximus αβγ ſimile eſt ipſi αγδ, eſt igitur ſicut βγ ad αγ, ſic βα ad αδ. Si fuerint autem quatuor rectæ lineæ proportionales, quod ſub extremis (per 16 ſexti) æquum eſt ei quod ſub medijs, quod igitur ſub βγ, αδ, æquum eſt ei quod ſub βα, αγ. Vel etiam quando deſcribimus εγ rectangulum parallelogrammum, complebimusq́; αζ, æquum erit (per 41 primi) εγ ipſi αζ, utrunq; enim eorum, ipſius αβγ trianguli duplum eſt, eſtq́; quod ex βα, αγ, id quod ſub βγ, αδ, ipſum autem αζ eſt id quod ſub βα & αγ. Quod igitur ſub βγ, αδ, æquum eſt ei quod ſub βα & αγ.*



Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propoſitio 33.

Inuenire binas rectas lineas potentia incõmenſurabiles, conficiẽtes cõflatum ex quadratis quę ab ipſis rationale, quod uerò ſub ipſis mediũ. 33

THEON ex Zamb. *Exponantur (per 30 decimi) binæ rationales potentia tantum commenſurabiles αβ, βγ, ut maior αβ minore βγ maius poßit, eo quod ex ſibi incommenſurabili. Seceturq́; (per 10 primi) βγ biſariàm in δ, & ei quod ex altera ipſarum βδ, δγ (per 16 ſexti) æquum ad ipſam αβ comparetur parallelogrammum deficiens forma quadrata, ſitq́; quod ſub αε, εβ. Deſcribaturq́; ſuper αβ ſemicirculus αζβ, exciteturq́; (per 11 primi) ipſi αβ ad angulos rectos εζ, cõnectanturq́; αζ & ζβ. Et quoniam binæ rectæ lineæ ſunt inæquales αβ, βγ, & αβ ipſa βγ maius poteſt, eo quod à ſibi incõmẽſurabili, quartæ autem parti illius quod ab ipſa βγ, minore, hoc eſt ab eius dimidio, æquum ad ipſam αβ parallelogrammũ comparatum eſt deficiens forma quadrata, efficitq́; id quod ſub αε, εβ: incommenſurabilis igitur eſt (per ſecundam partem 18 decimi) αε ipſi εβ. Eſtq́; ſicut αε ad εβ ſic quod ſub αβ & βε. Ei autẽ quod ſub βα, & αε, æquũ eſt id quod ex αζ. Quod autem ſub αβ, & βε (per lemma præcedentis) ei quod ex βζ eſt æquale. Incommenſurabile igitur eſt quod ex αζ, ei quod ex βζ. Ipſæ igitur αζ, ζβ, potẽtia ſunt incommenſurabiles. Et quoniam αβ rationalis eſt, rationale igitur eſt (per 7 diffinitionẽ decimi) quod ex αβ, quare & compoſitum ex eis quæ ex αζ, ζβ, rationale eſt. Et quoniam rurſus quod ſub αε, εβ, æquum eſt (per lemma præcedentis) ei quod ex εζ, ſupponitur autem id quod ſub αε, εβ, ipſi quod ex βδ æquale, æqualis igitur eſt ζε, ipſi βδ. Dupla igitur eſt βγ, ipſius ζε. Quare & quod ſub αβ, βγ, duplum eſt eius quod ſub αβ, εζ, medium autem eſt quod ſub αβ, βγ, medium igitur & id quod ſub αβ, εζ, æquum autem eſt quod ſub αβ, εζ, ei quod ſub αζ, ζβ, medium igitur et quod ſub αζ, ζβ, patuit uerò quod et rationale compoſitum ex eis quæ ab ipſis quadrata. Inuentæ igitur ſunt binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles αζ, ζβ, efficientes cõpoſitum ex eis quæ ab ipſis ſunt quadratis rationale, & quod ſub ipſis medium: quod erat agendum.*

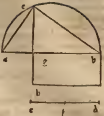


Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.

DVas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuperficiéq; rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale, inuenire. 28

Campa

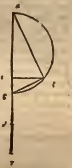
CAMPANVS. Sit hic prorſus eadem diſpoſitio quæ prius in præmiſſa. Sint autem duæ lineę a b & c d, quales proponit 35, eruntq́ ſimili argumentatione præmiſſæ duæ lineæ a e & e b, quales hæc 28 proponit. Cûm ſit enim a b linea medialis, erit eius quadratum mediale per 19, & ideo quadrata duarum linearum a e & e b, ſunt mediale per penultimam primi. Et quia a b in c d continet ſuperficiem rationalem, ſequitur etiam ut a b in c f, & ideo in g e ſibi æqualem, contineat ſuperficiem rationalē, itaq; & a e in e b. Patet ergo quod quæritur. Vnde duæ lineæ quas hæc 28 docet inuenire, componūt lineam potentem in rationale & mediale, & minori earum abſciſa de maiori, quę reliqua eſt, dicitur linea quę iuncta cū rationali componit totum mediale.



Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propoſitio 34.*

34 Binas rectas lineas potentia incommenſurabiles efficientes, compoſitum ex ĳs quæ ab ipſis ſunt quadrata mediū, quod uerò ſub ipſis rationale, comperire.

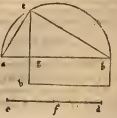
THEON *ex Zamberto. Exponantur binæ mediæ potentia tantùm commenſurabiles α β, β γ, rationale comprehendentes quod ſub ipſis, ut α β, ipſa β γ, maius poßit eo quod α ſibi incommenſurabili. Deſcribaturq́; ſuper ipſa α β, ſemicirculus α δ β, ſeceturq́; (per 10 primi) β γ, bifariàm in ε, compareturq́; (per 28 ſexti) ad ipſam α β, ei quod ex β ε æquum parallelogrammum forma deficiēs α quadrata, ſitq́; quod ſub α ζ, ζ β. Incommenſurabilis igitur α ζ, ipſi ζ β longitudine. Exciteturq́; (per 11 primi) ab ζ, ipſi α β ad angulos rectos ζ δ, connectanturq́; ipſæ α δ & δ β. Quoniam igitur incommenſurabilis eſt α ζ ipſi ζ β, incommenſurabile eſt igitur & quod ſub β α, & α ζ, ei quod ſub α β, & β ζ. Aequale autem eſt id quod ſub β α & α ζ, ei quod ex α δ, quod autem ſub α β, β ζ, ei quod ex δ β, incommēſurabile igitur eſt & id quod ex α δ, ei quod ex δ β. Et quoniam medium eſt quod fit ex α β, mediū igitur eſt et compoſitum ex eis quæ ex α δ, δ β. Et quoniā dupla eſt β γ ipſius δ ζ, duplū igitur eſt quod ſub α β, β γ, eius quod ſub α β, ζ δ. Rationale autem eſt quod ſub α β, β γ, ſupponitur enim: rationale igitur & quod ſub α β, ζ δ. Ei autem quod ſub α β, ζ δ, æquū eſt (per lemma 32 decimi) quod ſub α δ, δ β. Quare & quod ſub α δ, δ β, rationale eſt. Inuentæ ſunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α δ, δ β, efficientes compoſitum ex eis quæ ab ipſis ſunt quadratis medium, quod uerò ſub ipſis rationale: quod facere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*

29 DVas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuperficiēq; me- Zamb. 35.
dialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta ſint mediale, duplo ſuperficiei unius in alteram incommenſurabile, inuenire.

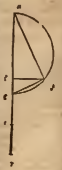
CAMPANVS. Huius quoq; diſpoſitio, à duarum prȩmiſſarum diſpoſitione nō fit in quoquam diuerſa. Sint autem lineæ duæ a b & c d, quales 26 proponit, eruntq́ præmiſſa argumentatione duæ lineæ a e & e b, quas inquirimus. Cûm enim a b ſit linea medialis, erunt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale, at cûm a b & c d contineant ſuperficiem medialem, ſequitur ut a b in e f, & ideo in e g ſibi æqualem contineat quoque ſuperficiem medialem, omnis enim ſuperficies mediali communicans, medialis eſſe conuincitur, quēadmodū in 21 monſtratum eſt: ſuperficies igitur a e in e b medialis eſt, cûm ipſa ſit ęqualis ſuperficiei a b in g e. Quia uerò linea a b eſt incōmenſurabilis lineæ c d, erit etiā incōmenſurabilis lineæ c f, quare



quare & lineæ e g. Quare per primam partem ſexti & ſecũdam partem decimæ huius, ſuperficies a b in e g quæ eſt æqualis ſuperficiei a e in e b, erit incommenſurabilis quadrato lineæ a b, itaq; & quadrans duarum linearum a e et e b pariter acceptis. Quod cùm ita ſit, ſequitur quoq; ut duplum ſuperficiei a e in e b ſit incommenſurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Et hoc erat demonſtrandum. Duæ lineæ quas hæc 29 docet inuenire, componũt lineam potẽtem in duo medialia, & minori earum abſciſſa de maiori, quę reliqua eſt, dicitur linea quę iuncta cùm mediali facit totum mediale.

Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propoſitio 35.*

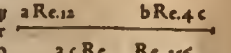
Comperire binas rectas lineas potentia incommenſurabiles, efficientes compoſitum ex earum quadratis medium, & quod ſub ipſis mediũ, & inſuper incommenſurabile compoſito ex earum quadratis. 35



THEON *ex Zamb. Exponantur (per 28 decimi) binæ mediæ potentia tãtum incommenſurabiles αβ, βγ, medium comprehendentes, ut αβ ipſa βγ, maius poſſit eo quòd ex ſibi incommenſurabili. Deſcribaturq; ſuper αβ ſemicirculus αδβ, & reliqua fiant quemadmodum in ſuperioribus. Et quoniam (per ſecundam partem 18) incommenſurabilis eſt αζ ipſi ζβ longitudine, incommenſurabilis eſt (per 11 decimi) & αδ ipſi δβ potentia. Et quoniam quod ex αβ medium eſt, medium igitur eſt & cõpoſitum ex ijs quæ ex αδ, δβ. Et quoniam quod ſub αζ, ζβ, æquũ eſt ei quod ex utraque ipſarum βε, δζ, æqualis igitur eſt βε ipſi δζ. Dupla igitur eſt βγ ipſius ζδ, quare & quod ſub αβ, βγ, duplum eſt eius quod ſub αβ, ζδ. Medium autem quod ſub αβ, βγ, medium igitur & quod ſub αβ, ζδ, æquumq; eſt ei quod ſub αδ, δβ, medium igitur eſt (per correlarium 23 decimi & per lemma primum decimi) quod ſub αδ, δβ. Et quoniam incommenſurabilis eſt αβ, ipſi βγ longitudine, commenſurabilis autem eſt βγ ipſi βε, incõmenſurabilis igitur eſt (per 23 decimi) et αβ ipſi βε longitudine. Quare & quod ex αβ, ei quod ſub αβ, βε, incommenſurabile eſt. Sed ei quidem quod ex αβ æqualia ſunt quæ ex αδ, δβ (per 47 primi) ei autem quod ſub αβ, βε, æquum eſt id quod ſub αβ, ζδ, hoc eſt quod ſub αδ, δβ, incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex αδ, δβ, ei quod ſub αδ, δβ. Inuentæ igitur ſunt binæ rectæ lineæ αδ, δβ, potentia incommenſurabiles, efficientes compoſitũ ex earum quadratis medium & quod ſub ipſis medium, & inſuper cõpoſito ex earũ quadratis incõmenſurabile: quod feciſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*

SI duæ lineæ potentialiter tantùm rationales communicantes, in longum directumq; coniungantur, tota linea ex his compoſita erit irrationalis, diceturq; binomium. 30



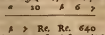
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directũq; coniunctæ rationales in potentia tantum communicantes, quas per 17 & 18 reperies, dico totam lineam a c ex eis compoſitam eſſe irrationalem, & ipſa uocatur binomium. Eſt enim per quartam ſecundi quadratum a c, æquale quadratis duarum linearum a b & b c, & duplo ſuperficiei unius earum in alteram, quadrata autem ambarum faciunt ſuperficiem rationalem ex hypotheſi, duplum uerò ſuperficiei unius earum in alteram facit ſuperficiem medialem ex decimanona, itaq; quadrata ambarum pariter acceptarũ faciũt ſuperficiem incommenſurabilem duplo ſuperficiei unius earũ in alteram: erit igitur ex 9 quadratum a c incommenſurabile duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, quare irrationale per diffinitionem, cùm duo illa quadrata faciant ſuperficiem rationalem, ideoq; ſuum latus tetragonicũ quod eſt a c, irrationale quoq; per diffinitionem: conſtat ergo propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 36.*

Si binæ rationales potentia tantùm commenſurabiles compoſitæ fuerint, tota irrationalis eſt, uoceturq; ex binis nominibus. 36

THEON *ex Zamb. Componantur enim binæ rationales potentia tantùm commenſurabiles αβ, βγ. Dico quòd αγ irrationalis eſt. Quoniam enim incommenſurabilis eſt αβ ipſi βγ longitudine, potẽtia enim tantum*

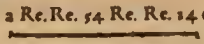
tantum ſunt commenſurabiles, ſicut autem αζ ad ζγ (per lemma 21 decimi) quod ſub αβ, βγ, ad id quod ex βγ. Incommenſurabile (per 11 decimi) igitur eſt quod ſub αβ, ζγ, ei quod ex ζγ, ſed ei quod ſub αζ, βγ, commenſurabile quidem eſt quod bis ſub αβ, βγ. Ei autē quod ex ζγ, cōmenſurabilia ſunt quæ ex αβ, βγ. Quare & quod bis ſub αβ, βγ, eis quæ ex αβ, βγ, incommenſurabile eſt. Componendoq́; (per 4 ſecundi) quod bis ſub αβ, βγ, unà cum eis quæ ex αβ, ζγ, hoc ex quod eſt αγ, incommenſurabile eſt compoſito ex ijs quæ ex αζ, ζγ, rationale autem eſt compoſitum ex ijs quæ ex αζ, ζγ: irrationale igitur eſt (per diffinitionem decimi) quod ex αγ. Quare & αγ irrationalis eſt, uocatur autem ex binis nominibus. Vocauit ſane ipſam ex binis nominibus, eo quia ipſa ex binis rationalibus conſtat, proprium nomen appellans, rationale quatenus rationale: quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

31 SI duæ lineę mediales potētia tantū cōmunicans ſuperficiēq; rationalē continentes, directè coniūgantur, tota linea ex his compoſita erit irrationalis, diceturq́; bimediale primum.

CAMPANVS. Sint duę lineæ a b & b c, in continuum directumq́; coniunctę quales proponuntur, quas per 24 & 25 reperies, dico totam lineam a c eſſe irrationalem, & ipſa uocatur bimediale primum. Eſt enim duplum ſuperficiei a b in b c rationale per hypotheſin, duoq́; quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta faciunt mediale, cum utrunq; quadratum ſit mediale per hypotheſin, & unum eorum communicans alij, duplum igitur ſuperficiei unius earum in alteram eſt incommunicans duobus quadratis pariter acceptis, totum ergo aggregatum ex duplo ſuperficiei & duobus quadratis (& ipſum eſt quadratum totius a c per 4 ſecundi) erit incommenſurabile duplo ſuperficiei unius earum in alteram per 9 huius. Cum itaq; duplum ſuperficiei ſit rationale, erit quadratum a c irrationale, ideoq́; & linea a c: quod eſt propoſitum.



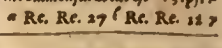
IDEM *aliter*. Sit linea d e, rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies d f, æqualis duobus quadratis duarum linearū a b & b c, eritq́; ſuperficies hæc d f medialis, cū utrunq; quadratum ſit mediale per hypotheſin, & unum eorum communicans alij, quare per 20 linea d g, eſt rationalis in potentia tantum, non communicās in longitudine lineæ d e. Rurſus ad lineam f g, quæ eſt æqualis d e, adiungatur ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq́; f h rationalis per hypotheſin, quare per 16 linea g h erit rationalis in longitudine: duæ itaq; lineæ d g & g h ſunt potētialiter rationales, & in ea tantum communicantes, ergo per 30 tota ex eis compoſita quę eſt d h, eſt binomium & irrationalis, quare per 16 à deſtructione conſequentis ſuperficies e h eſt irrationalis. At quia per 4 ſecūdi latus eius tetragonicum eſt linea a c, ipſa erit irratiooalis per diffioitionē: quod oportuit demonſtrare.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 37.*

37 Si binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles cōpoſitæ fuerint rationale comprehendentes, tota irrationalis eſt, uocatur autem ex binis prima medijs.

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles αβ, βγ, rationale comprehendentes. Dico quòd αγ irrationalis eſt. Quoniam enim incommenſurabilis eſt αβ, ipſi βγ, longitudine, & quæ ex αβ, βγ, igitur ſunt incōmenſurabilia ut quod bis ſub αβ, βγ. Componendo igitur quæ ex αζ, βγ, unà cū eo quod bis ſub αβ, βγ, hoc eſt illud quod ex αγ, incommenſurabile eſt ei quod ſub αβ, βγ. Supponuntur autem ipſæ αζ, βγ, rationale comprehendentes: irrationale igitur eſt id quod ex αγ, irrationalis igitur eſt αγ, uocatur ſanè ex binis medijs prima, * uocauit autem eam ex binis medijs primam, quoniam rationale comprehendit, & conterit rationale.* *Græcus nō habet.*

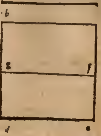


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 32.*

32 SI duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes ſuperficiemq́; medialem continentes directè coniungantur, tota linea erit irrationalis diceturq́; bimediale ſecundum.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directumq́ coniunctæ, ut proponitur, quas per 26 contingit reperiri, dico totam a c ex eis compoſitam eſſe irrationalem & ipſa uocatur bimediale ſecundum. Eſto enim linea d e rationalis in lōgitudine, cui adiūgatur ſuperficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypotheſi duo illa quadrata ſunt communicantia, & utrūq; mediale erit ſuperficies d f medialis, quare per 20 linea d g quę eſt eius latus ſecundum, eſt rationalis in potentia tantum, & lineæ d e incommenſurabilis in longitudine. Rurſus adiungatur ad lineā g f quæ eſt æqualis lineæ d e, ſuperficies f h ęqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq́ etiam ſuperficies f h medialis, erat enim per hypotheſin ſuperficies a b In b c medialis, ergo duplū eius cui eſt æqualis f h erit mediale, partē 20 igitur eſt linea g h, rationalis in potentia tantum & incommenſurabilis in longitudine lineæ g f. Quia uerò a b & b c ſunt potentialiter tantū cōmunicantes, erit per primam ſexti & per ſecundā partem 10 huius, ſuperficies unius in alteram, incommenſurabilis quadrato utriuſq;. At quia quadrata earum communicant per hypotheſin, erit dicta ſuperficies, quare & duplū eius, incommunicās duobus quadratis earum pariter acceptis, duæ ergo ſuperficies d f & f h ſunt incommunicantes: per primam itaque ſexti & ſecundam partem 10 huius erit linea d g incommenſurabilis lineæ g h, quæ cum ſint rationales in potentia, erit per 30 tota linea d h binomium & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4 ſecundi eſt linea c, ſequitur per diffinitionem quod linea a c ſit irrationalis: quod propoſitum erat oſtendere.

a Re.Re 128 b Re.Re. 72 c

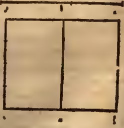


Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propoſitio 38.*

Sibinæ mediæ potentia tantum commenſurabiles cōpoſitæ fuerint medium comprehendentes, tota irrationalis eſt, uocatur autem ex binis ſecunda medijs. 38

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles αβ, βγ, medium comprehendentes. Dico quòd irrationalis eſt αγ. Exponatur rationalis δε, ei autem quod ex αγ (per 44 primi) æquum ad ipſam δε comparetur δζ, latitudinem efficiens δη. Et quoniam quod ex αγ, æquum eſt & eis quæ ex αβ, βγ, & ei quod bis ſub αβ, βγ, quod autem ex αγ, æquū eſt ipſi δζ, igitur & δζ, æquū eſt & eis quæ ex αβ, βγ, & eis quod bis ſub αβ, βγ. Comparetur (per eandem) tam eis quæ ex αβ, βγ, ad ipſam δε, æquum ipſum εθ, reliquum igitur θζ æquum eſt ei quod bis ſub αβ, βγ. Et quoniam media eſt utraque ipſarū αβ, βγ, media igitur ſunt & ea quæ ex αβ, βγ, mediū autem ſupponitur quod bis ſub αβ, βγ, eis autem quæ ex αβ, βγ æquum eſt εθ, ei uerò quod eis ſub αβ, βγ, æquum eſt ζθ, medium igitur eſt utrunq; ipſorum εθ, θζ, & ad rationalem δε, comparata ſunt. Rationalis igitur eſt utraq; ipſarum δθ, θη, & ipſi δε, longitudine, incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilis eſt αβ, ipſi βγ, longitudine. Eſtq́; ſicut αβ ad βγ, ſic quod ex αβ, ad id quod ſub αβ, βγ, incommenſurabile igitur eſt ei quod ex αβ, id quod ſub αβ, βγ, at ei quidem quod ex αβ commenſurabile eſt compoſitum ex ijs quæ ex αβ, βγ, ſunt quadrata, ei uerò quod ſub αβ, βγ, commenſurabile eſt id quod bis ſub αβ, βγ. Incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex αβ, βγ, ei quod bis ſub αβ, βγ. Sed eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum eſt εθ, ei autem quod bis ſub αβ, βγ, æquum eſt ζθ. Incommenſurabile igitur ζθ, ipſi θε. Quare & δθ, ipſi θη, eſt incommenſurabilis longitudine. Oſtenſum eſt autem quòd rationales. Ipſæ igitur δθ, θη, rationales ſunt potentia tantum commēſurabiles. Quare δη, irrationalis eſt, rationalis autem δε. Quod autem ſub irrationali & rationali comprehenſum rectangulum, irrationale eſt (per 22 decimi) Igitur area δζ irrationalis eſt, ipſamq́; potens irrationalis eſt, ipſum autem δζ, ipſa αγ, poteſt, irrationalis igitur eſt αγ, uocaturq́; ex binis medijs ſecunda. Vocauit autem eam ex binis medijs ſecundam, quoniam medium comprehendit quod ſub ipſis, & non rationale, in ſecundo uerò eſt loco medium rationale. Quod autem ſub rationali et irrationali comprehenſum rectangulum ſit irrationale, patet: ſi enim eſt rationale, comparatumq́; eſt ad rationalem, erit aliud latus rationale, ſed & irrationale, quod eſt abſurdum. Quod igitur ſub rationale eſt: quod oſtendere oportuit.*

α Re. 8 β Re. 6 γ

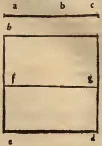


Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 33.*

33 Vm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incōmenſurabiles ſuperficiemq́ʒ medialē continentes, quarū ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, tota linea erit irrationalis, diceturq́ʒ linea maior.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c ſibi in continuumq́ʒ coniunctæ ſicut proponitur, quas contingit ex 27 reperire. Dico a c ex eis compoſitam eſſe lineam irrationalem, & ipſa uocatur linea maior. Cùm enim ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, ſuperficies uerò alterius in alterā (quare & eius duplum) medialis per hypotheſin erit totū ex duobus quadratis pariter acceptis incommunicans duplo ſuperficiei unius in alteram, itaq́ʒ totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo ſuperficiei (& ipſum eſt æquale quadrato a c) per 4 ſecundi, erit per 9 huius incommenſurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionē ergo eſt quadratū lineæ a c irrationale, & linea a c irrationalis: quod eſt propoſitum.

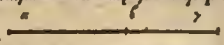


IDEM *aliter.* Sicut præmiſſis ad lineam d e, quæ ſit rationalis in longitudine, adiungatur ſuperficies d f, quæ ſit ęqualis duobus quadrans duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq́ʒ rationalis per hypotheſin, quare per 16 latus eius, ſecundum quod eſt d g, erit etiam rationale in longitudine & communicās lineæ d e. Rurſus ad lineam f g adiungatur ſuperficies f h ęqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq́ʒ medialis per hypotheſin, quare per 20 linea g h quę eſt eius latus ſecundum eſt rationalis in potentia tantum: per 30 igitur eſt linea d h binomium & irrationalis, ideoq́ʒ per 16 à deſtructione conſequentis ſuperficies e h eſt irrationalis, quare latus eius tetragonicum, quod per 4 ſecundi eſt a c, eſt irrationale per diffinitionem: quod uolumus oſtendere.

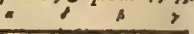
Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propoſitio 39.*

39 Si binæ rectæ lineæ potentia incōmenſurabiles cōpoſitæ fuerint cōficientes compoſitū ex quadratis, quæ ab ipſis rationale, quod autē ſub ipſis medium, tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autem maior.

THEON *ex Zamb. Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles αβ, βγ, efficientes ea quæ propoſita ſunt. Dico quòd αγ irrationalis eſt. Quoniam enim (per hypotheſin) quod ſub αβ, βγ, medium eſt, & quod bis igitur ſub αβ, βγ, medium eſt. Compoſitum uerò ex ijs quæ ex αβ, βγ, rationale eſt, incommenſurabile igitur eſt quod bis ſub αβ, βγ, cōpoſito ex ijs quæ ex αβ, βγ. Quare & quæ ex αβ, βγ, unà cum eo quod bis ſub αβ, βγ, quod eſt id quod ex αγ, incommenſurabile eſt compoſito ex ijs quæ ex αβ, βγ. Rationale autem eſt compoſitum ex ijs quæ ex αβ, βγ, irrationale igitur eſt quod ex αγ. Quare et αγ irrationalis eſt. Vocatur autem maior.*



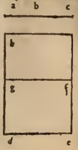
Vocauit autem ipſam maiorem, tum quia quæ ex αβ, βγ, rationalia maiora ſunt eo quod bis ſub αβ, βγ medio, tum quod conueniat ab ipſorum rationalium proprietate imponere nomen. Quod autem quæ ex αβ, βγ, maiora ſunt eo quod bis ſub αβ, βγ, ſic oſtendendum eſt. Manifeſtum quidem eſt quòd inæquales ſunt ipſæ αβ, βγ. Si enim æquales eſſent, æqualia quoq; eſſent (per 7 ſecundi) & quæ ex αβ, βγ, ei quod bis ſub αβ, βγ, eſſet quoq; id quod ſub αβ, βγ, rationale. Quod non ſupponitur, inæquales igitur ſunt ipſæ αβ, βγ. Supponatur maior αβ, ponaturq; ipſi βγ, æqualis βδ. Quæ igitur ex αβ, βδ, æqualia ſunt ei quod bis ſub αβ, βδ, & ei quod bis ſub αβ, βδ & ei quod ex αδ, æqualis autem eſt δβ, ipſi βγ. Quæ igitur ex αβ, βγ, æqua ſunt ei quod bis ſub αβ, βγ, et ei quod ex αδ. Quare quæ ex αβ, βγ, maiora ſunt eo quod bis ſub αβ, βγ, eo quod ex δα; quod erat demonſtrandum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 34.*

34 Vm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq́ʒ rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale, tota linea erit irrationalis, diceturq́ʒ potens in rationale & mediale.

CAMPANVS. Sint ut in præmiſſis duę lineę a b & b c in continuum directumq́ coniūctę quales proponitur, & ipſæ ſunt ex 28 ſumendæ. Dico quòd tota linea a c ex eis composita, erit irrationalis, & illa uocatur linea potens in rationale & mediale. Cùm ſit enim ſuperficies a b in b c rationalis per hypotheſin, ideoq́ & duplum eius, ac ambo quadrata pariter accepta ſint mediale, ſequitur per 4 ſecundi & 9 huius quemadmodum in præmiſſis, quòd quadratum totius a c ſit incommunicans duplo ſuperficiei a b in b c, per diffinitionem igitur ipſum eſt irrationale, & linea a c irrationalis: quod eſt propoſitum.



IDEM aliter. Sit ut in præmiſſis linea d e rationalis in lōgitudine, ſuperficiesq́ d f ſibi adiuncta æqualis duobus quadratis pariter acceptis duarum linearum a b & b c, eritq́ medialis per hypotheſin, per 20 igitur erit linea d g rationalis in potentia tantum non cōmunicans in longitudine lineæ d e. Sitq́ ſuperficies f h adiuncta ad lineam g f, æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq́ rationalis per hypotheſin, & ideo per 16 latus eius ſecundū, quod eſt g h, rationale in longitudine, quare per 30 linea d h eſt binomium & irrationalis, et ſuperficies e h per 16 à deſtructione conſequētis eſt irrationalis. Cùm itaq́ linea a c ſit eius latus tetragonicum per 4 ſecundi, ſequitur ut a c ſit irrationalis per diffinitionem: conſtat ergo propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propoſitio 40.*

40 Si binæ rectæ lineæ potētia incōmenſurabiles compoſitę fuerint, efficientes compoſitum quidē ex earum quadratis medium: quod uerò ſub ipſis rationale, tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autē rationale mediumq́ potens.

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incōmenſurabiles αβ, βγ, efficientes præcedentia. Dico quòd irrationalis eſt αγ. Quoniam enim compoſitum ex ijs quæ ex αβ, βγ, medium eſt, quod uerò bis ſub αβ, βγ, rationale, incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex αβ, βγ, ei quod bis ſub αβ, βγ. Quare & componendo (per 16 decimi & 4 ſecundi) quod ex αγ, incommenſurabile eſt ei quod bis ſub αβ, βγ. Rationale autem eſt quod ſub αβ, βγ. Irrationale igitur eſt quod ex αγ. Irrationalis igitur eſt αγ. Vocatur*

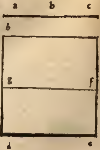


autem rationale mediumq́; potens. Rationale autem & medium potentem appellauit, eo quia binas poteſt areas unam quidem rationalem, alteram uerò mediam, ac propter rationalis præexiſtentiam, primam rationalem appellauit: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incōmenſurabiles ſuperficiemq́ medialem cōtinentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale duplo ſupficiei unius in alteram incommenſurabile, tota linea erit irrationalis, diceturq́ potens in duo medialia. 35

CAMPANVS. Sint quoq́ duæ lineæ hic a b & b c, in continuum directumq́ coniunctæ ut proponitur, quæ ex 29 ſumendæ ſunt. Dico quòd linea a c ex eis compoſita eſt irrationalis, ac ipſa dicitur potens in duo medialia. Adiungatur enim ad lineā d e quæ ſit rationalis in longitudine, ſuperficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearū a b & b c pariter acceptis, eritq́ medialis per hypotheſin, quare per 20 linea d g erit rationalis in potentia tantum, & incommenſurabilis d e lineæ rationali in longitudine. Rurſus ad lineam g f quæ eſt æqualis d e, adiungatur ſuperficies f h, quæ ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, erit etiam ex hypotheſi medialis, quare per 20 linea g h erit rationalis in potentia tantum. At quia per hypotheſin ambo quadrata pariter accepta ſunt incommenſurabile duplo ſuperficiei unius in alteram, ſequitur ut d f ſit incommenſurabilis f h, quare per primam ſexti, et ſecundam partē 10 huius, linea d g eſt incōmēſurabilis g h, per 30 igitur eſt linea d h, binomiū & irrationalis, itaq́

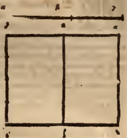


itaq; ſuperficies e h eſt irrationalis, et eius latus tetragonicū quod eſt a c, ut in præmiſſis, quare conſtat propoſitum. Si autem duplum ſuperficiei a b in b c non eſſet incommēſurabile ambobus quadratis pariter acceptis, eſſet linea a c medialis: eſſet enim d f cōmunicās f h: ideoq; linea d g, lineæ g h: tota igitur d h eſſet rationalis in potentia tantum, incommēſurabilis in lōgitudine lineæ d e, per 19 igitur eſſet ſuperficies e h medialis, eiusq; latus tetragonicum quod eſt a c, linea medialis.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propoſitio 41.*

41 Si binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles compoſitę fuerint, efficiētes cōpoſitū ex earū quadratis mediū, quod uerò ſub ipſis mediū, & inſuper incōmenſurabile cōpoſito ex earū quadratis, tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autem bina potens media.

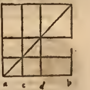
THEON *ex Zamb. Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α β, β γ, efficientes compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ medium, quodq; ſub ipſis α β, β γ, medium & inſuper incommenſurabile compoſito ex ijs quæ ex α β, β γ, quadratis. Dico quod α γ irrationalis eſt. Exponatur rationalis δ ι, compareturq; (per 44 primi) ad ipſam δ ι, ipſis quidem quæ ex α β, β γ, æquum δ ζ, ei uerò quod bis ſub α β, β γ, æquum ε θ, totum igitur δ θ æquū eſt ei quod ex α γ quadrato. Et quoniā compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ, medium eſt, ac eſt æquale ipſi δ ζ, medium igitur eſt & δ ζ, & ad ipſam δ ι rationalem comparatur, rationalis igitur eſt δ ε, & ipſi δ ι, longitudine incommenſurabilis. Ac (per 24 decimi) ε η, rationalis eſt & ipſi ε ζ, incommēſurabilis, hoc eſt ipſi δ ι longitudine. Et quoniam incommenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ, incommenſurabile eſt δ ζ ipſi ε θ, quare & δ ε ipſi ε η (per 1 ſexti & 11 decimi) incommenſurabilis eſt, ſuntq; rationales, ipſæ igitur δ ε, ε η, rationales ſunt, potentia tantum commenſurabiles. Irrationalis igitur eſt δ η (per 36 decimi) appellata ex binis nominibus. Rationalis autem δ ι, irrationale igitur eſt δ θ, & illud potens irrationalis eſt, poteſt autē ipſum δ θ, ipſa α γ. Irrationalis igitur eſt α γ, uocaturq; bina potens media. Appellat uerò ipſam bina potentē media, eo quia ipſa poteſt duas medias areas aliam compoſitam ex ijs quæ ex α β, β γ, & aliam quæ bis ſub ipſis α β, β γ: quod erat oſtendendum.*



CAMPANVS. Vt autem facilior fiat doctrina ſequentium, præmonſtranda arbitramur hoc loco duo, quorum primum eſt:

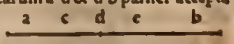
1 Si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadrata ambarū ſectionū pariter accepta, tanto amplius ſunt duplo ſuperficiei unius earum in alteram, quantum eſt quadratum eius lineæ qua maior excedit minorē.

Sit enim linea a b diuiſa per duo inæqualia in puncto c, ſitq; maior portio c b, de qua ſumatur c d æqualis a c. Dico quód quadrata duarum linearum a c & c b ſunt amplius duplo ſuperficiei unius in alterā, in quadrato lineæ d b, nā quod fit ex a c in c b bis, cum quadratis duarum linearum a c & c b, eſt æquale ei quod fit ex a c in c b quater, cum quadrato d b, eo quod utraq; hæc æqualia ſunt quadrato lineæ a b, primum quidem per quartam ſecundi, ſecundum uerò per 8 eiuſdē. Demptis itaq; utrinq; ęqualibus, uidelicet eo quod fit ex a c in c b bis, erunt reſidua quę ſunt de primo quidem quadrata duarū linearū a c & c b, de ſecundo uerò quod fit ex a c in c b bis cū quadrato d b ęqualia, quare conſtat propoſitū. Ex hoc ergo manifeſtū eſt quòd ſi aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadrata ambarū partiū pariter accepta plus ſunt duplo ſuperficiei unius earū in alterā. Et hoc eſt, propter quod iſtud præmiſim⁹.



2 Si aliqua linea per duo inæqualia, itemq; alia duo inæqualia diuidať, quadrata magis inæqualium pariter accepta, tanto ſunt amplius quadratis minus inęqualiū pariter acceptis, quantū eſt duplum quadrati illius lineæ quæ in utraſq; eſt ſectiones, & quadruplū eius quod fit ex eadem linea in eam, quæ eſt inter punctum ſectionis minus inæqualiū & punctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

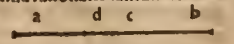
Sit linea a b diuiſa per duo inæqualia in puncto c, itemq; per alia minus inęqualia in puncto d rurſus per ęqualia in e. Dico quòd quadrata duarum partium magis inęqualium quę ſunt a c & c b tantum ſunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inæqualium quæ ſunt a d & d b, quantum eſt duplum quadrati lineæ c d & quadruplum eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 ſecundi quadrata duarum linearum a c & c b, pariter accepta dupla quadratis duarum linearum b e & e c, pariter acceptis. At per eandem 9 ſecundi quadrata duarum linearum a d & d b, pariter accepta, dupla ſunt quadratis duarum linearū b e & e c pariter acceptis. Itaq; quadrata duarum linearum a c & c b, pariter accepta excedunt quadrata duarum linearum a d & d b pariter accepta in eo quo duplum quadrati lineæ c, excedit duplū quadrati lineæ d e, hoc autē, per 4 ſecundi eſt duplū quadrati lineæ c d, & quadruplū eius quod fit ex c d in d c, quare conſtat propoſitū. Ex hoc manifeſtū eſt quòd quanto fuerint ſectiones alicuius lineę magis inæquales, tāto erunt earū quadrata pariter accepta, maiora & hoc eſt: propter quod iſtud præmiſimus.

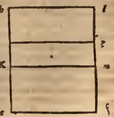


Euclid. ex Camp. Propoſitio 36.

In alias duas lineas ſub earum termino ex quibus coniunctū & nominatum eſt binomium, diuidi impoſſibile eſt. 36

Campanus. Sit a binomium, eritq; ex 30 compoſita ex duabus lineis in potētia tantū rationalibus cōmunicantibus, quę ſint a c & c b. Dico quòd impoſſibile eſt eā diuidi in alias duas lineas ſub hac diffinitione, uidelicet quòd ipſi ſunt potētia tantū rationales cōmunicantes. Si enim poteſt, diuidatur in a d & d b, quę ſint potentia rationales tantum communicantes. Eſto quoq; linea e f rationalis in lōgitudine, cui adiungatur ſuperficies e g, quæ ſit æqualis quadratis duarū linearum a c & c b pariter acceptis, & ſuperficies f h quæ ſit æqualis quadrato lineæ a b. Eritq; ſuperficies e g, rationalis, eo quod utrūq; quadratorum linearum a c & c b pariter acceptorum eſt rationale per hypotheſin & ſuperficies g h medialis per 19, quoniā ipſa eſt ęqualis duplo ſuperficiei a c in c b per 4 ſecundi. Sit igitur rurſus ſuperficies f K æqualis quadratis duarum linearum a d & d b pariter acceptis, quæ cum ſint diuerſæ à duabus lineis a c & c b erit per ſecundū prædemonſtratorum antecedentium ſuperficies f k diuerſa a ſuperficie e g, earū ergo differentia ſit k g, eritq; per 4 ſecundi exceſſus ſuperficiei f h, ſuper f k qui ſit K l, ęqualis duplo eius quod fit ex a d in d b, & propter hoc erit etiā ſuperficies f K rationalis, & ſuperficies k l medialis. Itaq; ſuperficies K g cum ipſa ſit differentia duarum ſuperficierum rationalium quæ ſunt e g & f K, erit rationalis. Non enim differt rationale à rationali, niſi in rationali, & hoc dico, diffinitione & 9 huius hoc confirmantibus. Eadem quoq; cū ipſa ſit differentia duarum ſuperficierum medialium, quæ ſunt g h & k l, erit irrationalis per 22, quod eſt impoſſibile.

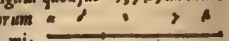




Quod autem prædictæ irrationales ſolummodo diuiduntur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propoſitas ſpecies, oſtendemus iam huiuſmodi proponentes lemmatium.

THEON. Lemma.

Exponantur recta linea α β, ſeceturq; tota in inæqualia in utrunq; ſignorum γ δ, ſupponaturq; maior α γ quàm δ β. Dico quòd quæ ex α γ, β γ, maiora ſunt eis quæ ex α δ, δ β. Secetur enim (per 10 primi) α β, bifariàm in ε, & quoniam maior eſt α γ, quàm δ β, communis auferatur δ γ. Reliqua igitur α δ, reliqua γ β maior eſt, æqualis autē eſt α ε, ipſi ε β, minor igitur eſt δ ε, quàm ε γ, igitur γ & δ ſigna, non æqualiter diſtant à biſaria ſectione. Et quoniam (per 5 ſecundi) quod ſub α γ, γ β, unà cum eo quod ex δ ε, æquū eſt ei quod ex ε β, at quod ſub α δ, δ β, unà cum eo quod ex δ ε, æquum eſt ei quod ex ε ζ, igitur quod ſub α γ, γ β, unà cum eo quod ex ε γ, æquum eſt ei quod ſub α δ, δ β, unà cum eo quod ex δ ε, quorum quod ex δ ε, minus eſt eo quod ex ε γ, & reliquum igitur quod ſub α γ, γ β, minus eſt eo quod ſub α δ, δ β. Quare & quod bis ſub α γ, γ β, minus eſt eo quod bis ſub α δ, δ β, & reliquum igitur cōpoſitum ex iis quæ ex α γ, γ ζ, maius eſt compoſito ex iis quæ ſunt ex α δ, δ β, ſiquidē utraq; æqualia ſunt ei quod ex α β: quod oſtendere oportuit.

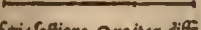


Euclid. ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 42.

Quæ ex binis nominibus, ad unū dūtaxat ſignū diuidit in nomina. 42

THEON ex Zāb. *Sit ex binis nominibus α ζ, diuiſa in nomina in γ, igitur ipſæ α γ, γ ζ, rationales ſunt potentia*

potentia tãtum commenſurabiles. Dico quòd ipſa α β, ad aliud ſignum non diuiditur in binas rationales potentia tantum commenſurabiles. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut ipſæ α δ, δ β, ſint rationales potentis tantũ cõmenſurabiles, manifeſtũ iam quòd α γ, ipſi β δ non eſt eadem. Si enim fieri poteſt, eſto, erit iam & α δ, ipſi β γ eadem, eritq; ſicut α γ ad γ β, ſic ζ δ ad δ α, eritq; α β in eadem qua γ diuiſione, diuiſa & in δ, quod poſitum non eſt. Ipſa igitur α γ

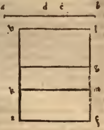


ipſi δ β non eſt eadem. Ac per hoc etiam & ſigna γ, δ, non æquidiſtant α biſaria ſectione. Quo itaq; differunt quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α δ, δ β, eo etiam differt & quod bis ſub α δ, δ β, ab eo quod tum quæ ex α γ, γ β, unà cum eo quod bis ſub α γ, γ β, tum quæ ex α δ, δ ζ, unà cum eo quod bis ſub α δ, δ ζ, ſunt æqualia ei quod ex α β. Sed quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α δ, δ β, rationali differunt, utraq; enim rationalia (per 21 decimi) quod bis igitur ſub α δ, δ β, ab eo quod bis ſub α γ, γ β, differunt rationali, quæ media exiſtunt: medium autem, mediũ non excedit rationali (per 26 decimi.) Ex binis igitur nominibus, ad aliud et aliud ſignum non diuiditur, ad unum duntaxat igitur: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 37.

37 Bimediali primo ſecundum terminum ſuum in duas lineas mediales diuiſo, ſub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi eſt impoßibile.

Campanvs. Sit quoq; hic linea a b, bimediale primum diuiſa in duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes ſuperficiemq; rationalem continentes, ex quibus 31 aſſerit eam cõponi, quæ ſint a e & e b. Dico quòd impoßibile eſt eam diuidi in alias duas lineas ſub earum diffinitione. Quod ſi poßibile fuerit, diuidam eam in pũcto d, aſſumptaq; linea rationale e f, adiungatue ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearum a e & e b, & ſuperficies f h æqualis quadrato a b, & ſuperficies f K æqualis quadratis duarum linearũ a d & d b, eritq; per quartum ſecundi g h æqualis duplo ſuperficiei a e in e b, & per eandem erit k l æqualis duplo ſuperficiei a d in d b, propter hypotheſin quoque erit utraq; duarum ſuperficierum e g & k f medialis, & utraq; duarum linearũ g h & k l rationalis, hoc autem impoßibile, eſſet enim per primum ſuperficies K g, irrationales ex 22, per ſecundam autem eadem eſſet rationalis ex diffinitione & 9. Quod eſt inconueniens.



Euclid. ex Zamb. Problema 31. Propoſitio 43.

43 Ex binis medijs prima, ad unũ duntaxat ſignũ diuiditur in nomina.

Theon ex Zamb. Eſto ex binis prima medijs α β diuiſa in γ, ut ipſæ α γ, γ β, mediæ ſint potentia tantum commenſurabiles rationale cõprehendentes. Dico quòd ipſa α β, ad aliud ſignũ non diſcinditur. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut α δ & δ ζ ſint potẽtia mediæ tantum commẽſurabiles rationale cõprehendentes. Quoniã igitur quo

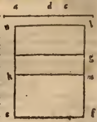


differt quod bis ſub α δ, δ β, ab eo quod bis ſub α γ, γ β, differunt quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α δ, δ β, rationali autem differt quod bis ſub α δ, δ ζ, ab eo quod bis ſub α γ, γ β, rationalia enim utraque. Rationali igitur differunt & quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α β, δ β, media exiſtentia, quod eſt impoßile. Ex binis igitur medijs prima, ad aliud & aliud ſignum non diuiditur in nomina, ad unum duntaxat igitur: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 38.

38 Bimediale ſecundum, niſi in duas lineas tantum ſub termino ſuo diuidi non poteſt.

Campanvs. Sit ut prius linea a b bimediale ſecundum, diuiſa in duas lineas a c & c b mediales, potentia tantum communicantes, ſuperficiemq; medialem continentes, ex quibus 32 proponit eam componi. Dico quòd impoßibile eſt eam diuidi ſub earũ diffinitione in alias duas. Sin autem, diuidatur in d, ſintq; ut prius ſuperficies e g, f h, & f k, adiunctæ ad lineã rationalẽ e f, eritq; per præſentes hypotheſes, utraq; ſuperficies e g, & g h, medialis, quare per 20 utraq; duarũ linearũ f g & g l erit rationalis in potentia tantum non cõmunicans in longitudine lineæ e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erunt incõmenſurabiles in longitudine, ſequitur per primã ſexti & per ſecundã partẽ 10 huius, quod utrunq; quadra-

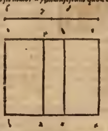


torum linearum a c & c b ſit incommenſurabile ſuperficiei unius in alteram. Cumq́ dicta quadrata communicent ex hypotheſi, ſequitur ut ambo quadrata pariter accepta ſint incommenſurabile ſuperficiei unius in alteram, ideoq́ & eius duplo. Quare ſuperficies e g incommenſurabilis eſt ſuperficiei g h, & linea g f, lineæ g l per primam ſexti & ſecundam partem 10 huius. Itaque per 30 linea f l eſt binomium, diuiſa ſecundum ſuum terminum in puncto g Eodemq́ modo probabitur ipſam binomium eſſe, mediantibus ſuperficiebus e m & m h diuiſam, ſecundum ſuum terminum in puncto m, quod eſt impoſſibile per 36. Nonenim poteſt dici, quòd linea f l diuiſa ſit ad puncta g & m in partes cōſimiles, ſic enim eſſet linea f m æqualis g l, ſed ipſa eſt maior linea m l, ut patet ex primo præmiſſorū antecedentiū huius & prima ſexti, cum e m ſuperficies ſit maior h m ſuperficie. Huius autem demonſtrationis modus poteſt eſſe cōmunis 37 cæteriſq́ eam ſequentibus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propoſitio 44.*

Ex binis ſecunda medijs, ad unū dūtaxat ſignū diuiditur in nomina. 44

THEON *ex Zamb. Sit ex binis medijs ſecunda αβ, diuiſa in γ, ut αγ, γβ, mediæ ſint potentia tantum commenſurabiles mediū cōprehendentes, manifeſtū iam eſt quòd γ non eſt in diuidua ſectione, quandoquidē non ſunt longitudine cōmenſurabiles. Dico quòd ipſa αβ, ad aliud ſignum non diuiditur. Si enim poſsibile, diuidatur in δ ut αγ ipſi δβ non ſit eadem, ſed per hypotheſin ſit maior αγ, manifeſtum quòd ea quæ ex αγ, γβ, maiora ſunt eis quæ ex αδ, δβ, ſicut ſuprà demonſtrauimus. Et quod ipſæ αδ, δβ, mediæ ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, mediū comprehendentes. Exponaturq́; rationalis εζ, & ei quidem quod ex αβ æquum, ad ipſam εζ comparetur (per 44 primi) εκ, eis autem quæ ex αγ, γβ, æquū auferatur εη, reliquū igitur θκ æquum eſt ei quod bis ſub αγ, γβ. Rurſus iā eis quæ ex αδ, δβ, quæ minora ſunt eis quæ ex αγ, γβ, æquum auferatur ελ, & reliquū igitur μκ, æquū eſt ei quòd bis ſub αδ, δβ. Et quoniam media ſunt quæ ex αγ, γβ, medium igitur eſt & εη. Et ad rationalē εζ comparatur: rationalis igitur eſt εθ & incōmenſurabilis ipſi εζ longitudine. Ac per hoc etiā θν rationalis eſt & ipſi εζ longitudine incōmenſurabilis. Et quoniā ipſæ αγ, γβ, mediæ ſunt potentia tantū commēſurabiles, incōmenſurabilis eſt igitur αγ ipſi γβ longitudine, ſicut autem αγ ad γβ, ſic quod ex αγ ad id quod ſub αγ, γβ. Incōmenſurabile igitur eſt quod ex αγ, ei quod ſub αγ, γβ. Sed ei quidē quod ex αγ commenſurabilia ſunt quæ ex αγ, γβ, potētia enim ſunt cōmenſurabiles ipſæ αγ, γβ, ei autem quod ſub αγ, γβ, cōmenſurabile eſt quod bis ſub αγ, γβ, & quæ ex αγ, γβ, igitur incōmenſurabilia ſunt ei quod bis αγ, γβ. Sed eis quidē quæ ex αγ, γβ, æquum eſt εη, ei autē quòd bis ſub αγ, γβ, æquum eſt θκ. Incommenſurabile igitur eſt εη ipſi θκ, quare & ipſa εθ ipſi θν, eſt longitudine incōmenſurabilis. Et ipſæ εθ & θν ſunt rationales, igitur rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles. Si uerò binæ rationales potētia tantū cōmenſurabiles cōpoſitæ fuerint, tertia irrationalis eſt uocaturq́; ex binis nominibus (p 36 decimi) ipſa igitur εν ex binis nominibus, eſt diuiſa in θ. Per eandē iam oſtendētur & ipſæ εμ, μν, rationales potētia tantū cōmenſurabiles. Igitur ipſa εν ex binis nominibus per aliud ſignum & aliud diuiſa eſt in θ & in μ, nec eſt εθ ipſi μν eadē: quandoquidē quæ ex αγ, γβ, maiora ſunt eis quæ ex αδ, δβ, ſed quæ ex αδ, δβ, maiora ſunt eo quod bis ſub αδ, δβ, multo igitur magis quæ ex αγ, γβ, hoc eſt εη, maius eſt eo quod bis ſub αδ, δβ, hoc eſt μκ. Quare et εθ, ipſa μν maior eſt. Igitur εθ, ipſi μν non eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur, quod eſt abſurdum. Ex binis ſecunda medijs igitur, in alio & alio ſigno non diuiditur, in uno igitur tantū ſigno diuiditur: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 39.*

Linea maior, niſi in duas lineas tantum ex quibus conſtat ſub earum termino diuidi non poteſt. 39

CAMPANVS. Sit quoq́ hæc linea maior a b diuiſa ad punctum c, in duas lineas potentialiter incōmenſurabiles ſuperficiemq́ medialē continentes, quarū ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, ex talibus enim cōponitur, ut affirmat 33. Dico quòd impoſſibile eſt ad alium punctū in alias duas lineas ſub hac diffinitione ipſam diuidi. Quòd ſi poteſt, ſit hic ad d, maneantq́ ſub his eadem figura eædemq́ hypotheſes quæ prius, & argue quemadmodum in 36 ſuperficiem g k eſſe rationalem & irrationalem: quod eſt impoſſibile.



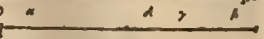
Euclid. ex Zamb. *Theorema 33.* *Propoſitio 45.*

Maior, ad unum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

THEON *ex Zā. Sit maior αβ, diuiſa in γ, ut (p 34 decimi) αγ, γβ, potētia nō ſint cōmēſurabiles efficiētes cōpoſitū ex ijs quæ ex αγ, γβ, quadratis ratiōale, qd'q; ſub ipſis αγ, γβ, mediū: dico q ipſa αβ, ad aliud*

ſignum

ſignum non diuiditur. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut ipſæ α δ, δ β, potentia ſint incommenſurabiles, efficientes quidem compoſitum ex quadratis quæ ex α δ, δ β, rationale, quodq́; ſub ipſis mediũ (per 39 decimi.) Et quoniam quo differunt quæ ex α γ, γ β, eis quæ ex α δ, δ β, hoc differt & quod bis ſub α δ, δ β, ab eo quod bis ſub α γ, γ β, ſed quæ ex α γ, γ β, ea quæ ex α δ, δ β, excedũt rationali (rationalia enim utraq;) & quod bis ſub α δ, δ β igitur id quod bis ſub α γ, γ β, excedit ratio-



nali, media exiſtentia. quod eſt impoßibile. Maior igitur, ad aliud & aliud ſignum non diuiditur, per idem igitur unum tantum ſignum: quod demonſtrare oportebat.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 40.

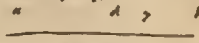
40 Linea potẽs in rationale & mediale, niſi in ſuas duas lineas tantum ſub termino ſuo non diuiditur.

Campanus. Hęc quoq; 40, manentibus prioribus figura & poſitionibus (excepto quòd ipſa linea a b diuidatur in punctum c, in illas duas lineas ex quibus 34 dicit eam cõponi) probabitur, quemadmodũ 37. Si autẽ aliter fuerit quàm proponat, erit ſuperficies k g rationalis & irrationalis, quod eſſe non poteſt.

Euclid. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 46.

46 Rationale mediũq; potẽs, ad unũ dũtaxat ſignũ diſcinditur in nomina.

Theon ex Zamb. Eſto rationale mediumq́; potens α β, diuiſa in γ, ut ipſæ α γ, γ β, potentia ſint incommenſurabiles efficientes compoſitum ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium quod autem ſub α γ, γ β, rationale, dico quòd ad aliud ſignum ipſa α β non diuiditur. Si enim poßibile eſt, diuidatur et in δ, & ut α δ, δ β, potentia ſint incommenſurabiles efficientes cõpoſitum ex α δ, δ β medium, quod uerò ſub ipſis α δ, δ β, rationale (per 40 decimi) Quoniã enim quo differt quod bis ſub α γ, γ β, ab eo quod bis ſub α δ, δ β, eo differunt & quæ ex α δ, δ β, eis quæ ex α γ, γ β,



quod autem ſub α γ, γ β, id quod bis ſub α δ, δ β, rationali excedit, & quæ ex α δ, δ β, igitur quæ ex α γ, γ β rationali excedunt, cũ media exiſtant, quod eſt impoßibile. Rationale mediumq́; potens igitur, ad aliud potens, ad aliudq́; ſignum non diuiditur, ad unum igitur ſignum diuiditur: quod oportuit demonſtrare.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 41.

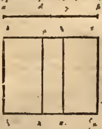
41 Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas ſub termino earum ex quibus coniũcta eſt, ſed in ſuas tantum duas ex quibus componitur, eſt diuiſibilis.

Campanus. Hæc enim 41 diuiſa linea a b ad punctum c, in eas ex quibus 35 aſſerit eam componi, cæteriſq; ut ſuprà tam figura quàm poſitionibus manentibus, probatur ſicut 38, nam dato oppoſito propoſiti, ſequitur oppoſitum 36, quod eſt impoſſibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 35. Propoſitio 47.

47 Bina potens media, ad unum dũtaxat ſignum diuiditur in nomina.

Theon ex Zãb. Sit bina potens media α β diuiſa in γ, ut ipſæ α γ, γ β, potentia ſint incommenſurabiles efficientes (per 35 decimi) compoſitũ ex eis quæ ex α γ, γ β, mediũ, quod uerò ſub α γ, γ β, mediũ, & inſuper incõmenſurabile cõpoſito ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadratis. Dico quòd ipſa α β in alio ſigno non diuiditur, efficiẽs ea quæ propoſita ſunt. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut uidelicet ipſa α γ ipſi δ β, non ſit eadẽ, ſed maior per hypotheſin ſit α γ, ponaturq́; rationalis ε ζ, compareturq́; (per 43 primi) ad ipſam ε ζ, eis quæ ex α γ, γ β, æquum ε η, ei autẽ quod bis ſub α γ, γ β, æquũ θ κ. Totũ igitur ε κ, æquũ eſt ei quod ex α β quadrato. Rurſus cõparetur ad ipſam ε ζ, eis quæ ex α δ, δ β, æquũ ε λ, reliquũ igitur quod bis ſub α δ, δ β, reliquo μ κ eſt æquale. At quoniam mediũ ſupponitur compoſitũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediũ igitur eſt & ε η, & ad rationalẽ ε ζ comparatur. Rationalis igitur eſt (per 26 decimi) θ ε, & ipſi ε ζ lõgitudine incõmenſurabilis. Id propterea etiam θ ν, rationalis eſt, & ipſi θ ν lõgitudine incõmenſurabilis. Et quoniam



compoſitum ex ijs quæ ex α γ, γ β, incommenſurabile ex eo quod bis ſub α γ, γ β, igitur ε η, ipſi θ κ eſt incommenſurabile. Quare & ε θ ipſi θ ν, eſt incommenſurabilis, ſuntq́; rationales. Ipſæ igitur ε θ, θ ν, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, ipſa igitur ε ν ex binis nominibus eſt, diuiſa in θ. Similiter iam demonſtrabimus quòd in μ diuiſa, & quòd ε θ ipſi μ ν eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur, quod eſt abſurdũ. Bina potens media igitur in alio & alio ſigno non diuiditur: in uno igitur tantum ſigno diuiditur: quod erat oſtendendum.

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Binomiorum diffinitiones.*

1 Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ cõmunicantis eidẽ longiori in longitudine, fueritq; eadem longior lineæ poſitæ rationali cõmunicans, ipſum uocabitur binomiũ primũ. 2 Si uerò breuior poſitæ rationali cõmunicet, dicetur binomiũ ſecundum. 3. Quòd ſi neutra portionum eius poſitæ rationali communicet, appellabitur binomium tertium. 4 Item ſi longior breuiore tanto amplius poſſit, quantum eſt quadratum alicuius lineæ ipſi longiori incommenſurabilis in longitudine, fueritq; longior portionum poſitæ lineæ rationali cõmunicans in longitudine, ipſum nuncupabitur binomium quartum. 5 Si uerò breuior, poſitæ rationali communicet in longitudine, quintum nominabitur. 6 Si autem neutra portionum eius poſitæ rationali communicet in longitudine, erit binomium ſextum.

Euclid. ex Zamb. *Binum nominum Diffinitiones.*

1 Propoſita rationali & ea quæ ex binis diuiſa in nomina, cuius nomẽ maius minore maius poſſit eo quod ex ſibi lõgitudine cõmẽſurabili, ſi maius nomẽ lõgitudine fuerit cõmenſurabile expoſitæ rationali, tota uocetur ex binis nominibus prima. 2 Si uerò nomẽ minus lõgitudine cõmenſurabile fuerit expoſitæ rationali, uocatur ex binis nominibus ſecunda. 3 Si autem neutrum ipſorum nominum commenſurabile longitudine fuerit expoſitæ rationali, uocatur ex binis nominibus tertia.

4 Rurſus iam ſi maius nomẽ minore maius poſſit, eo quod à ſibi longitudine incommenſurabili, ſi quidem maius nomen expoſitæ rationali lõgitudine cõmenſurabile fuerit, uocatur ex binis nominibus quarta.

5 Si uero minus, quinta. 6 Si uero neutrum, ſexta.

Sex igitur exiſtẽtibus ſic ſumptis rectis lineis, primas ordine facit, tres primas in quibus maior minore maius poteſt, eo quod ex ſibi cõmenſurabili, ſecũdas ordine uerò reliquas tres ſimiliter, quarum maior minore maius poſſit eo quod ex ſibi incõmenſurabili, eo quia præſtãtius eſt cõmenſurabile incõmenſurabili. Et inſuper primã, in qua maius nomen expoſitæ rationali cõmenſurabile eſt. Secundam autem in qua minus, quoniam rurſus præſtantius eſt maius minore dum continet maius. Tertiam uerò, cuius neutrũ nominũ expoſitæ rationali eſt commenſurabile. Et in tribus ſequentibus ſimiliter primam prædicti ſecundi ordinis quartam appellans, ſecundam uerò quintam, ac tertiam ſextam.

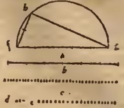
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 42.*

Binominum primum inuenire. 24

CAMPANVS. Sit a linea rationalis poſita, ſumanturq; duo numeri quadrati b & c, quorum e ſit diuiſibilis in quadratum qui ſit d, & in non quadratum qui ſit e, ponaturq; proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ f g, ſicut numeri b ad numerum c, eritq; ex ſecunda parte 7 linea f g communicans lineæ a rationali poſitæ

in longi

in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h ſemicirculus, ſitq́ proportio quadrati lineæ f g ad quadratũ lineæ f h, ſicut c ad d, & ducatur linea g h: dico ergo duas lineas f g & g h directè coniunctas, componere binomium primum. Eſt enim linea f g quæ eſt longior, potentiorq́ linea g h quæ eſt breuior. in quadrato lineæ f h per 30 tertij & penultimam primi, communicat autem linea f h lineæ f g in longitudine per 2 partem 7, cum proportio quadratorũ ipſarum f g & f h ſit ſicut numerorum quadratorum qui ſunt c & d. Linea uero g h, conuincitur eſſe rationalis in potentia tantum non communicans lineæ f g in longitudine, ideoq́ neq́ lineæ a rationali poſitæ, cum ſit enim quadratum lineæ f g ad quadratum lineæ f h, ſicut numerus c ad numerũ d, erit per euerſam proportionalitatem quadratum lineæ f g ad quadratũ lineæ g h, ſicut numerus c ad numerum e. Cũ itaq́ c ſit numerus quadratus, e uerò non quadratus

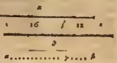


ſequitur per ultimam partem 7, ut linea g h ſit incommenſurabilis lineæ f g longitudine, relinquitur igitur ipſam g h eſſe rationalem in potentia tantum, & a diuiſione lineas f g & g h componere binomiũ primum: quod erat inueniendum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 18.* *Propoſitio 48.*

48 Inuenire ex binis nominibus primam.

THEON *ex Zamb. Exponãtur bini numeri α β, β γ, ut compoſitus ex ipſis α β ad β γ rationẽ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipſum autem γ α rationẽ non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: exponaturq́; quædam rationalis δ, ac ipſi δ commenſurabilis eſto (per correlariũ 6 decimi) longitudine ipſa ε ζ, rationalis igitur eſt ε ζ, fiatq́; (per 9 decimi) ſicut β α*

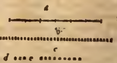


numerus ad α γ, ſic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. At α β ad α γ rationem habet quam numerus ad numerum. Igitur & quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationẽ habet quam numerus ad numerũ. Quare quod ex ε ζ, ei quod ex ζ η eſt commenſurabile. Eſt autem rationalis ε ζ, rationalis igitur eſt & ζ η. Et quoniam α β ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq́; quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: incommenſurabile igitur eſt ε ζ, ipſi ζ η longitudine. Ipſæ igitur ε ζ, ζ η, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt ipſa ε η. Dico quòd & prima. Quoniam enim eſt ſicut β α numerus ad α γ, ita quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, maior autem eſt ipſe β α ipſo α γ, maius igitur eſt & quod ex ε ζ eo quod ζ η, eſto igitur ei quod ex ε ζ æqualia quæ ex ζ η θ. Et quoniam eſt ſicut β α ad α γ, ſic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) eſt ſicut α β ad β γ, ſic quod ex ε ζ ad id quod ex θ. At α β ad β γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ex ε ζ igitur ad id quod ex θ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Commenſurabilis igitur eſt ε ζ ipſi θ longitudine. Ipſa igitur ε ζ quàm ζ η, maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili. Ipſæq́; ε ζ, ζ η, rationales ſunt Commenſurabilisq́; eſt ε ζ ipſi δ longitudine, ipſa igitur ε η ex binis nominibus prima eſt: quod erat oſtendendum.

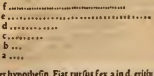
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 43.*

43 Binomium ſecundum reperire.

CAMPANVS. Sit ut prius a rationalis linea poſita, b uero numerus quadratus, c uero ſit numerus nõ quadratus, diuiſibilis in d non quadratum & e quadratũ, ita tamẽ quod proportio totius c qui eſt non quadratus ad d, qui eſt etiam non quadratus, ſit ſicut numerorum quadratorum: talis autem numeru eſt 12 & 48. diuiſibilis enim eſt 12 in 9 quadratum numerum, & 3 non quadratum, eſtq́ proportio 12 ad 3, ſicut 16 ad 4, quorum uterque quadratus, eodem modo 48 diuiſibilis eſt in 36 & 12.



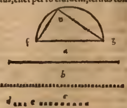
Tales autem numeros ſic reperies. Sit a numerus quadratus, b quoq́ ſit unitate minor, cuius quadratũ ſit c, at uero d proueniat ex b in a, eritq́ ex prima incidentiũ noni, b differentia d ad c, ducatur idem a in c, & proueniat e, eritq́ e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni, eo quòd



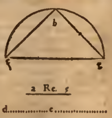
uterque numerorum a & c eſt quadratus per hypotheſin. Fiat rurſus f ex a in d, eritq́ f qualem

quatimus

quærimus. Eſt enim ex ultima parte prædictū correlarij numerus f non quadratus, eo quod d numerus ſit non quadratus. Si enim d numerus eſſet quadratus, eſſet quoq; b quadratus ex 2 parte eiuſdem correlarij 2 noni & ex 22 octaui, & quia a eſt quadratus, eſſet per 16 eiuſdem, tertius continuè proportionalis inter a & b, quod eſt impoſſibile, cum ſint ſola unitate diſtantes, non eſt igitur d quadratus, quare nec f, eſt enim f æqualis d & e, quoniā cum b ſit differentia d ad c, ut patet ex præmiſſis, erit per primam incidentium noni quod fit ex a in d, æquum ijs quæ fiunt ex a in b & in c, & quia ex a in b fit d, & in c fit e, ſequitur ut d ſit differentia f ad e, & quia per 18 ſeptimi eſt f ad e ſicut d ad c, erit permutatim f ad d ſicut e ad c. Cumq; uterq; duorum numerorum e & c ſit quadratus, manifeſtum eſt numerū f eſſe qualē uolumus, eſt enim non quadratus diuiſibilis in d non quadratum & e quadratum, cuius proportio ad d eſt ſicut quadrati ad quadratum uidelicet e ad c.



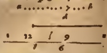
Cætera omnia ſint ut prius: Dico quòd lineæ f g & g h componunt binomium ſecundum. Cum enim ſit a quadratum f g ſicut b ad c, rurſusq; quadratum f g ad quadratum g h ſicut c ad e, erit per æquam proportionalitatem quadratum a ad quadratum g h, ſicut b ad e. Cum igitur uterq; duorum numerorum b et e ſit quadratus, erit per 2 partem 7, linea g h communicans in longitudine lineæ a rationali poſitæ: de linea uerò f g conſtat quòd ipſa ſit rationalis in potentia tantum non communicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine per ultimā partē 7, quæ cum ſit potētior linea g h in linea f h per 30 tertij & penultimā primi, cōmunicet autem linea f h lineæ f g in longitudine per ſecundam partem 7, eo quòd eorum quadrata ſunt in proportione numerorū c & d, quorum eſt proportio ſicut numerorum quadratorum per hypotheſin, conſtat propoſitum. Aliter quoq; idem. Eſto linea g h, communicans a rationali poſitæ in longitudine, quam facilè eſt inuenire, ſitq; c numerus quadratus diuiſibilis in quadratum d, & non quadratum e, ſitq; proportio quadrati lineæ g h ad quadratum lineæ f g, ſicut numerus e ad numerum c eritq; f g incommenſurabilis lineæ g h in lōgitudine per ultimam partem 7, & potentior ea in quadrato lineæ f h, cui communicat in longitudine primò per conuerſam deinde per euerſam proportionalitatem, & per ſecūdam partem 7, ex diffinitione igitur lineæ f g & g h, componunt binomium ſecundum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 44.* *Propoſitio 49.*

Comperire ex binis nominibus ſecundam. 49

THEON *ex Zamb. Explicentur bini numeri* αγ, γβ, *ipſis compoſitus* αβ, *ad* βγ, *rationem habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū, ad ipſum autem* γα *rationē non habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Exponaturq́; rationalis* δ, *ipſiq́;* δ *cōmenſurabilis eſto lōgitudine* ζη, *ipſa igitur* ζη *rationalis eſt. Fiat etiā (per correlariū 6 decimi) et ſicut* γα *numerus ad* αβ, *ſic quod ex* ηζ, *ad id quod ex* ζθ, *commēſurabile igitur eſt id quod ex* ηζ, *ei quod ex* ζθ, *rationalis igitur eſt &* ζθ. *Et quoniā* γα, *numerus ad* αβ, *rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex* ηζ, *ad id quod ex* ζθ, *rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt* ηζ, *ipſi* ζθ *longitudine. Ipſæ igitur* θζ, ζη, *rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt ipſa* θη. *Oſtendendū uerò quod & ſecunda. Quoniā rurſus eſt ſicut* βα, *numerus ad* αγ *ſic quod ex* θζ *ad id quod ex* ζη, *maior autē eſt* βα, *ipſo* αγ, *maius igitur & quod ex* θζ, *eo quod* ζη, *eſto autem ei quod ex* θζ, *æqualia quæ ex* ηζ, κ. *Conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) eſt ſicut* αβ, *ad* βγ, *ſic quod ex* θζ, *ad id quod ex* κ. *At* αβ *ad* βγ, *rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ex* θζ, *igitur ad id quod ex* κ, *rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commenſurabilis igitur eſt* θζ, *ipſi* κ, *longitudine (per 9 decimi.) Quare* θζ, *ipſa* ζη, *maius poteſt, eo quod fit ex ſibi commenſurabili, & ipſæ* θζ, ζη, *rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, &* ζη, *nomen minus commenſurabile eſt longitudine ipſi* δ *rationali expoſitæ, ipſa igitur* θη, *ex binis nominibus eſt ſecunda: quod erat faciendum.*

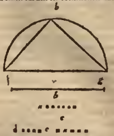


Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 44.*

44 **B**inomium tertium inueſtigare.

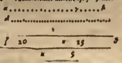
Campanvs. Binomium quoq; tertium ſic reperitur. Poſita ut prius linea a rationali in longitudine, ſit b numerus primus, c uerò quadratus, diuiſibilis in quadratum d, & non quadratū e, cætera omnia ſint ut prius, dico quòd duę lineę f g & g h componunt binomium tertium: neutra enim earum eſt commenſurabilis in longitudine lineę a rationali poſitę, ſed utraq; incommēſurabilis, f g quidem, per ultimā partem 7, h g uerò, per æquam proportionalitatē & ultimā partem 7. Eſt enim per æquam proportionalitatē quadratum lineæ a ad quadratum lineę g h, ſicut numerus b ad numerum e, mediātibus hinc quidem quadrato lineæ f g, inde uerò numero c, numeri autem b & e non ſunt in proportione aliquorum quadratorū, cū b ſit numerus primus: ſi enim eſſent in proportione numerorū quadratorū, neceſſe eſſet per 16 octaui & octauā eiuſdem tertiū eis in continua proportionalitate intereſſe, eſſet igitur per 17 eiuſdem numerus b ſuperficialis, quod eſt impoſſibile, cum ſit primus per hypotheſin, incōmenſurabilis eſt itaq; linea g h, lineæ a rationali poſitæ, ex ultima parte 7. Quia ergo linea f g potentior eſt linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi, quę communicat ei in longitudine ex ſecunda parte 7, ex diffinitione binomij tertij patet noſtra intentio.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 50.*

50 Inuenire ex binis nominibus tertiam.

Theon *ex Zamb. Exponantur bini numeri αγ, γβ, ut ex ipſis compoſitus αβ, ad βγ, rationē habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, ad ipſum autem αγ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Expliceturq́; aliquis etiam alius numerus non quadratus δ & ad utrunq; ipſorum βα, αγ, rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Exponaturq́; aliqua rationalis recta linea quæ ſit ε. Fiatq́; ſicut δ ad αβ, ſic quod ex ε ad id quod ex ζη, Cōmenſurabile igitur eſt quod ex ε, ei quod ex ζη. Eſt autem ε rationalis, rationalis igitur eſt & ζη, (per diffinitionem.) Et quoniam δ ad αβ, rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neque quod ex ε ad id quod ex ζη, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Incommenſurabilis igitur eſt ε, ipſi ζη, longitudine (per 9 decimi) Fiat iam rurſus ſicut αβ numerus ad αγ, ſic quod ex ζη, ad id quod ex ηθ. Commenſurabile igitur eſt quod ex ζη, ei quod ex ηθ. Rationalis autem eſt ζη, rationalis igitur & ηθ. Et quoniā βα, ad αγ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū, neq; quod ex ζη ad id quod ex θη rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt ζη, ipſi ηθ longitudine. Ipſæ igitur ζη & ηθ, rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Igitur ipſa ζθ ex binis nominibus eſt. Aio etiā quòd et tertia. Quoniam enim eſt ſicut δ ad αβ, ſic eſt id quod ex ε ad id quod ex ζη, ſicut autem βα, ad αγ, ſic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut δ ad αγ, ſic quod ex ε ad id quod ex ηθ. At δ ad αγ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum, neq; quod ex ε igitur ad id quod ex ηθ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū, incōmenſurabilis eſt igitur ε ipſi ηθ longitudine. Et quoniam eſt ſicut βα, ad αγ, ſic quod ex ζη, ad id quod ex ηθ, maius igitur eſt quod ex ζη eo quòd ex ηθ. Eſto igitur ei quod ex ζη, æqualia quæ ex ηθ, θκ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium) eſt ſicut αβ ad βγ, ſic quod ex ζη ad id quod ex ζκ. At αβ, ad βγ rationē habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, & quod ex ζη igitur, ad id quod ex ζκ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Commenſurabilis igitur eſt ζη, ipſi ζκ longitudine. Ipſa igitur ζη, ipſa ηθ maius poteſt, eo quod ex ſibi longitudine commenſurabili. Ipſæq; ζη, ηθ, rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Ac neutra ipſarum cōmenſurabilis eſt ipſi ε longitudine: ipſa igitur ζθ, ex binis nominibus tertia eſt: quod inuenire oportebat.*

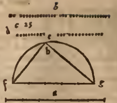


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 45.*

45 **B**inomium quartum ſcrutari.

Campanvs. In inuentione binomij quarti eodem modo procedendum eſt ſicut in inuentione primi, excepto quòd quadratus numerus c diuidatur in duos

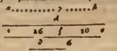
non quadratos qui ſunt d & e. Cætera omnia negotianda ſunt hic ex diffinitione binomij quarti, ſicut ibi ex diffinitione binomij primi.



Euclid. ex Zamb. Problema 16. Propoſitio 51. 51

Inuenire ex binis nominibus quartam.

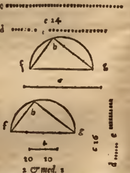
THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri αγ, γβ, ut αβ, ad utrunque ipſorum rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, exponaturque rationalis δ. Ipſique δ commenſurabilis eſto longitudine, ipſa εζ. Rationalis igitur eſt ipſa εζ. Fiatque ſicut βα numerus ad αγ, ſic quod ex εζ ad id quod ex ζη. Commenſurabile igitur eſt per diffinitionem quod ex εζ, quod ex ζη. Rationalis autem eſt (per correlarium 6 decimi) εζ. Rationalis igitur eſt (per 6 decimi) & ζη. Et quoniam βα ad αγ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex εζ, igitur ad id quod ex ζη, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt εζ, ipſi ζη longitudine. Ipſæ igitur εζ, ζη, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Quare ipſa εη, ex binis nominibus eſt. Dico iam quod & quarta. Quoniam enim eſt ſicut βα, ad αγ, ſic quod ex εζ, ad id quod ζη, maior autem eſt βα ipſo αγ, maius igitur & quod εζ, eo quod ex ζη, eſto nempe ei quod ex εζ, æqualia quæ ex ζη, θ. Conuertendo igitur (per 19 quinti) & eius correlarium ſicut αβ, numerus ad βγ, ſic quod ex εζ, ad id quod ex θ. Ipſe uero αβ, ad βγ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex εζ ad id quod ex θ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) εζ, ipſi θ longitudine. Ipſa igitur εζ, ipſa ζη, maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ipſæ εζ, ζη, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & εζ, ipſi δ commenſurabilis eſt longitudine. Ipſa igitur εη, ex binis nominibus eſt quarta: quod erat inueniendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 46.

Binomium quintum quærere. 46

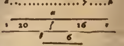
CAMPANVS. Huius inuentio ſic eſt ſicut binomij ſecundi, excepto quod numerus c non quadratus diuidetur in d non quadratum & e quadratum, ita tamen quod proportio c ad d, non ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum. Cætera omnia ſunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti, ſicut ibi quæſita ſunt ex diffinitione binomij ſecundi. Vel pone quod linea g h ſit communicans lineæ à rationali poſitæ in longitudine, & pone numerum c quadratum diuiſum in duos non quadratos qui ſunt d & e. Pone itaque proportionem quadrati lineæ g a ad quadratum f g, ſicut numeri e ad numerum c, deinde aſtrue propoſitum ex ultima parte 7, & præſentibus hypotheſibus & conuerſa & euerſa proportionibus 7. & iterum ex ultima parte 7. & diffinitione binomij quinti.



Euclid. ex Zamb. Problema 17. Propoſitio 52. 52

Inuenire ex binis nominibus quintam.

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri αγ, γβ, ut αβ, ad utrunque ipſorum rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturque aliqua rationalis recta linea δ ac ipſi δ commenſurabilis eſto (per diffinitionem) longitudine ζη, rationalis igitur ipſa ζη. Fiatque ſicut γα ad αβ, ſic quod ex ηζ, ad id quod ex ζε. Commenſurabile igitur eſt quod fit ex ηζ, ei quod ex ζε. Rationalis igitur eſt (per 6 decimi) & ζε. Et quoniam γα ad αβ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex ηζ, igitur ad id quod ex ζε, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommenſurabiles igitur eſt (per 9 decimi) ηζ, ipſi ζε longitudine. Igitur εζ, ζη, rationales ſunt potentia commenſurabiles tantum ex binis igitur nominibus eſt ipſa εη, (per 36 decimi.) Dico iam quod & quinta. Quoniam enim eſt ſicut γα, ad αβ, ſic quod ex ηζ, ad id quod ex ζε, *rurſus ſicut βα ad αγ, ſic quod ex εζ, ad id quod ex ζη, maior autem eſt βα ipſo αγ, maius igitur eſt quod ex εζ eo quod ex ζη. Eſto nempe ei quod ex εζ, æqualia quæ ex ηζ, θ.*

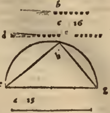


ἀνάπαλιν

Conuer-

Conuertēdo igitur (per 19 quinti) & eius correlariū, eſt ſicut α ζ numerus ad β γ, ſic quod ex ι ζ ad id quod ex θ. At α β, ad β γ, rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex ι ζ, ad id quod ex ϑ rationē habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) ι ζ, ipſi θ longitudine. Quare ι ζ ipſa ζ η maius poteſt, eo quod ſibi ex incommenſurabili. Suntq; rationales potentia tantū cōmenſurabiles, & ζ η nomen minus cōmenſurabile, eſt expoſitæ rationali δ longitudine. Ipſa igitur ι η, (per 48 decimi) quinta eſt ex binis nominibus: quod erat inueniendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 47.



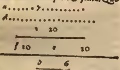
47 IN binomio ſexto demum oportet inſiſtere.

CAMPANVS. Binomium ſextum ſicut tertium ſcrutandum eſt, & tamen erit hic numerus quadratus c diuiſus in duos nō quadratos d & e. Cætera ut ibi, eritq; ex diffinitiōe binomij 6 linea quam componunt f g & g h ſibi inuicem directe coniunctæ binomium ſextum, quod eſt propoſitum inuenire.

Euclid. ex Zamb. Problema 18. Propoſitio 53.

35 Inuenire ex binis nominibus ſextam.

THEON *ex Zamb. Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrunq; ipſorū rationē non habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Sitq; etiam alius numerus δ non exiſtēs quadratus, quia utrunq; ipſorū β α, α γ, rationē nō habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Exponaturq; aliqua recta linea rationalis quæ ſit ι, fiatq; (per diffinitionem) ſicut δ ad α β, ſic quod ex ι ad id quod ex ζ η. Commenſurabilis igitur eſt (per 6 decimi) ι ipſi ζ η, potentia, eſtq; rationalis ι, rationalis igitur eſt & ζ η. Et quoniā δ ad α β, rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neq; quod ex ι igitur ad id quod ex ζ η, rationē habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Incommenſurabilis igitur eſt ι, ipſi ζ η, longitudine. Fiat rurſus ſicut β α ad α γ, ſic quod ex ζ η, ad id quod ex η ϑ. Commenſurabile igitur eſt (per 6 decimi) quod ex ζ η, ei quod ex η ϑ. Rationale autē eſt quod ex ζ η, rationale igitur eſt & quod ex η ϑ, rationalis igitur η ϑ. Et quoniam β α ad α γ rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur eſt quod ex ζ η ad id quod ex η ϑ, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur ex ζ η ipſi η θ lōgitudine. Ipſæ igitur ζ η, η θ, rationales ſunt potentia tantū, ex binis igitur nominibus ex ζ ϑ, (per 36 decimi.) Oſtendendum uerò quòd & ſexta. Quoniā enim eſt ſicut δ ad α β, ſic quod ex ι, ad id quod eſt ζ η, eſt autem & ſicut β α ad α γ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut δ ad α γ, ſic quod ex ι ad id quod ex η θ. At δ ad α γ, rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex ι, ad id quod ex η ϑ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Incōmenſurabilis eſt igitur utraq; ipſarū ζ η, et η ϑ, ipſi ι longitudine. Et quoniā eſt ſicut β α, ad α γ, ſic eſt quod ex ζ η, ad id quod ex η ϑ, maius igitur eſt quod ex ζ η eo quod ex η ϑ. Eſto igitur ei quod ex ζ η æqualia, quæ ex η θ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti et correlarium eiuſdem) ſicut α β ad β γ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex κ. At α β, ad β γ, rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare neq; quod ex ζ η, ad id quod ex κ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt ζ η ipſi κ longitudine, ipſa igitur ζ η, ipſa η θ maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili. Suntq; ipſæ ζ η, η θ, rationales, potentia tantum commenſurabiles. Ac ipſarum ζ η, neutra commenſurabilis eſt longitudine ipſi ι expoſitæ rationali, ipſa igitur ζ ϑ, ex binis nominibus eſt ſexta: quod erat inueniendum.*

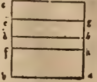


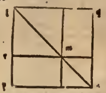
Euclid. ex Camp. Propoſitio 48.

48 SI fuerit ſuperficies binomio primo lineaq; rationali contenta, latus quod ſuper eam poteſt, binomium eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ſuperficies a c, cōtenta linea rationali a b, & binomio primo quod ſit b c. Dico quòd latus tetragonicum ſuperficiei a c eſt binomium. Si enim punctus d communis terminus duarum portionum binomij primi in b c, cuius maior portio ſit b d, eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione, & commenſurabilis lineæ a b rationali poſitæ. Diuidatur itē minor portio quæ eſt d c per æqualia ad pūctum e, lineaq; d b diuidatur ſub ea conditione ad punctum f, quod inter partes eius quæ ſunt b f, & f d, cadat d e medio loco proportio-

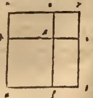
nalis quod qualiter fiat in 13 dictum eſt, ducātur autē lineæ e g, d h, f k, æquidiſtantes lineę a b. Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b eſt potētior linea d c in quadrato lineæ ſibi cōmunicans in lōgitudine, ſequitur ex ſecūda parte 13 quòd duę lineæ b f & f d ſint cōmunicātes, per 9. igitur eſt utraque earum communicans toti lineæ b d, quare per diffinitionem ambæ ſunt rationales in longitudine, ideoque per 15 utraque earum communicans toti lineæ b d, quare per 13 utraque duarum ſuperficierum a f & f h, eſt rationalis. Deſcribatur itaque quadratum l m, cuius latus l r, æquale ſuperficiei a f, cui circumponatur gnomo protracta diagonali l m n, ad eam quātitatem, quod ipſius gnomonis quadratum quod ſit m n, ſit ęquale ſuperficiei f h, duóque eius ſupplementa ſint p m & m q, quare neceſſe eſt eſſe ęqualia duabus ſuperficiebus d g & g c. Quod ſic collige. Cum enim ſit linea d e medio loco proportionalis inter lineas b f & f d erit ſuperficies d g, ex 1 ſexti medio loco proportionalis inter ſuperficies a f & f h, quare & inter quadrata l m & m n. Et quia ſupplementum p m eſt etiam medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima ſexti, ſequitur ut p m ſit æqualis d g, ideoque m q, g c, igitur linea l p, eſt latus tetragonicum ſuperficiei a c. Hanc lineam dico eſſe binomium. Cum ſint enim ambo quadrata l m, & m n, rationalia, erunt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales. Eſt autem per primam ſexti a f ad d g, ſicut b f ad d e: ſed b f eſt incommenſurabilis d e, ſcilicet, quia b f eſt rationalis ſimpliciter, ut probatum eſt, d e uerò quia communicat in longitudine d c rationali in potentia tantum, erit etiam ipſa rationalis in potentia tātum per 18, quod ex præmiſſis hypotheſibus manifeſtum eſt. Itaque per 2 partem 10, ſuperficies a f, eſt incommenſurabilis ſuperficiei d g, igitur & quadratū l m, ſupplemento p m, quare per primam ſexti & ſecūdam partem 10 linea l r, eſt incommenſurabilis lineæ r p. Ex 30 igitur conſtat lineam l p eſſe binomium: quod erat demonſtrandum.

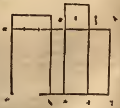




THEON. *Lemma.*

Sint bina quadrata α β, β γ, ponaturque (per 14 primi) ut δ β, ipſi β ε, ſit in rectas lineas. In rectas lineas igitur eſt & ζ β, ipſi β η. Cōpleaturque parallelogrammū α γ. Dico quòd α γ, quadratū eſt, & quod δ η, ipſorum α β, β γ, medium eſt proportionale, & inſuper δ γ, ipſorum α γ, γ β, mediū proportionale eſt. Quoniā enim δ β, ipſi β ζ eſt æqualis, & β ε ipſi β η: igitur δ ε toti ζ η eſt æqualis. Sed δ ε, utrique ipſarū α θ, κ γ eſt æqualis. Igitur (per 33 primi) parallelogrammū α γ, æquilaterū eſt, eſt quoque & rectangulum, quadratū igitur eſt α γ, (per 46 primi). Et quoniā eſt ſicut ζ β ad β η, ſic δ β, ad β ε, ſed ſicut quidē ζ β, ad β η, ſic (per 1 ſexti) α β, ad δ η, ſicut uerò δ β, ad β ε, ſic δ η, ad β γ, & ſicut igitur α β ad δ η, ſic δ η ad β γ. Igitur δ η, ipſorū α β, β γ, medium proportionalitate eſt. Dico iam quòd & δ γ, ipſorum α γ, γ β, medium proportionale eſt. Quoniā enim eſt ſicut α δ ad δ η, ſic eſt κ θ ad κ γ, (æqualis eſt enim altera alteri) & componendo (per 16 quinti) ſicut α η ad η δ, ſic κ β, ad γ θ, ſed ſicut α η, ad η δ, ſic α γ, ad γ δ, ſicut autem κ γ ad γ θ, ſic (per 1 ſexti) δ γ, ad γ β, igitur δ γ, ipſorum α γ, γ β, medium & proportionale eſt.

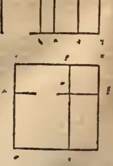




Euclid. ex Zamb. *Problema 16. Propoſitio 54.*

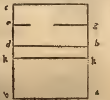
Si areola cōprehēdatur ſub rationali ac ex binis nominib. prima, quæ areolā poteſt, irrationalis eſt, ex binis nominib. uocata. 54

THEON ex Zāb. *Areola etenim α β γ δ, cōprehendatur ſub rationali α β, & ex prima ex duobus nominibus α δ. Dico quod ipſam α γ areolā potēs irrationalis eſt, ex binis uocata nominibus. Quoniā enim ex binis nominibus eſt prima ipſa α δ, diuidatur (p 42 decimi) in nomina in ε, ſitque maius nomen α ε. Manifeſtū iā, quod ipſæ α ε, ε δ, rationales ſunt potētia tantū cōmenſurabiles, & α ε, ipſa ε δ, maius poteſt eo quod ſit ex ſibi cōmēſurabili & α ε, (per 43 decimi) cōmēſurabilis eſt expoſitæ rationali α β longitudine. Secetur iā (p 10 primi) ε δ, biſariam in ſigno ζ. Et quoniā α ε, ipſa ε δ, maius poteſt*



eo quod ex ſibi cõmenſurabili,ſi quartæ igitur parti eius quod ex minore,hoc eſt ei quod ex ι ζ,æquũ ad maiorẽ α ι cõparatũ fuerit deficiẽs forma quadrata,in cõmenſurabilia diſtribuit (per 17 decimi) Cõparetur (p 28 ſexti)igitur ad ipſam α ι,ei quod ex ι ζ,æquũ quod ſub α ε,ε ι,cõmenſurabilis igitur eſt α ε,ipſi ε ι lõgitudine. Excitẽturq́;(per 31 primi)per ipſa ε,ι,ζ,utriq; ipſarũ α β,δ γ,paralleli ε θ,ι κ,ζ λ. Et ipſi quidẽ α θ parallelogrãmo,æquũ(p 14 ſecũdi)quadratũ cõſtituatur ο ν,ipſi autẽ ε κ,ν π. Ponãturq́;(p 14 primi)ſicut in rectas lineas μ ν,ipſi ν ξ,in rectas igitur lineas eſt & ρ ν,ipſi ν ο. Cõpleaturq́; ipſum ο π,parallelogrãmũ,quadratũ igitur eſt ο π. Et quoniã quod ſub α ε,ε ι,æquũ eſt ei quod ι ζ,eſt igitur(p cõſtructionẽ)ſicut α ε,ad ι ζ, ſic ζ ι,ad ι ε,& ſicut igitur(per 1 ſexti)α θ ad ι λ,ſic ι λ,ad ε κ. Ipſorũ igitur α θ,ε κ,mediũ ι λ,proportionale eſt. Sed α θ quidẽ,æquum eſt ipſi ο ν & ε κ,æquũ eſt ipſi ν π. Ipſorũ igitur α θ,ε κ,mediũ ι λ proportionale eſt. Eſt autẽ ipſorũ ο ν,ν π,mediũ μ ξ proportionale,(p oſtẽſum lẽma)æquũ eſt igitur μ ξ,ipſi ι λ. Sed μ ξ,quidẽ,ipſi ο ξ,æquũ eſt,& ι λ,ipſi ζ γ,totũ igitur ι γ,ipſis μ ξ,ο ξ,eſt æquale. Sũt autẽ et ipſa α θ,ε κ,ipſis ο ν,ν π, æqualia,(p 44 primi)totũ igitur α γ,æquũ eſt toti ο π,hoc eſt ei qđ ex μ ξ,quadrato,igitur ipſa μ ξ,ipſum poteſt α γ. Dico iã q, et ipſa μ ξ,ex binis nominibus eſt. Quoniã enim cõmẽſurabilis eſt(p 17 decimi)α ε ipſi ε ι,cõmẽſurabilis igitur eſt(p 12 decimi)& diffinitionẽ,& α ι,utriq; ipſarũ α ε,ε ι. Supponatur autẽ(p diffinitionẽ primæ)α ι ipſi α β,cõmẽſurabilis,& ipſæ igitur α ε,ε ι,ipſi α β,ſunt cõmẽſurabiles. Rationalis uerò eſt α β,rationalis igitur eſt & utraq; ipſarũ α ε,ε ι. Rationale igitur eſt & utrũq; ipſorũ α θ,ε κ. Cõmẽſurabile autẽ eſt(per 1 ſexti et 11 decimi)α θ ipſi ε κ. Sed α θ,ipſi quidẽ ο ν eſt æquale,ipſum uerò ε κ,ipſi ν π, & ipſa igitur ο ν,ν π,hoc eſt qđ ex μ ν,ν ξ,rationalia ſunt & cõmenſurabilia. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ι,ipſi ι δ longitudine,ſed ipſa qdẽ α ι ipſi α ε,eſt cõmenſurabilis,ipſa autẽ δ ι ipſi ι ζ cõmenſurabilis(per 13 decimi)incõmenſurabilis igitur eſt & α ε,ipſi ι ζ. Quare & α θ,ipſi ι λ,incõmenſurabile eſt. Sed α θ,quidem ipſi ο ν,eſt æquale,ipſum uero ι λ,ipſi μ ξ,& ο ν,igitur ipſi μ ξ.incõmẽſurabile eſt. Sed ſicut ο ν ad μ ξ,ſic & ο ν ad ν ξ.incõmenſurabilis igitur eſt ο ν ipſi ν ξ. Aequalis autem eſt ο ν ipſi μ ν,& ν ξ ipſi ν ξ,incõmenſurabilis igitur eſt μ ν,ipſi ν ξ. Et quod ex μ ν,commẽſurabile eſt ei quod ex ν ξ,& utrunq; rationale. Ipſæ igitur μ ν,ν ξ,rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles,ipſa igitur μ ξ,ex binis nominibus eſt,ipſumq́; α γ,poteſt: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 49.

49 SI fuerit ſuperficies linea rationali binomioq́; ſecundo cõtenta,latus eius tetragonicum erit bimediale primum.



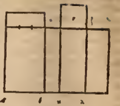
CAMP. Sit eadẽ figura eædẽq; hypotheſes quę in pręmiſſa,eritq; ex diffinitiõe binomij ſecũdi,linea d e,rationalis in lõgitudine,quare per 13 utraq; duarũ ſuperficierũ d g & g c,(ideoq; & duo ſupplemẽta p m,m q)erit rationalis,linea uerò b d erit rationalis in potẽtia tantũ,& diuiſa in duas lineas cõmunicãtes f d & b f,ex diffinitione binomij ſecũdi & præmiſſis hypotheſibus, & ſecunda parte 13 per 19 igitur erit utraq; duarũ ſuperficierũ a f & f h,(ideoq; & utrunq; quadratorũ l m & m n)medialis,itaq; ambæ lineæ l r & r p,ſunt mediales in potẽtia quoq; cõmunicantes,nã cũ linea b f cõmunicet lineæ f d,ſequitur ut a f cõmunicet f h,quare quadratũ l m,quadrato m n,ideoq; & linea l r,lineæ r p in potẽtia,in lõgitudine autẽ non cõmunicãt,quoniã per 1 ſexti una earũ ad alterã eſt ſicut l m ad m p. Cũ igitur l m nõ cõmunicet m p,eo quod altera medialis uidelicet l m,altera uero rationalis uidelicet m p,ſequitur ut l r nõ cõmunicet in lõgitudine r p. Quia igitur ipſæ cõtinent ſuperficiẽ rationalẽ quæ eſt m p,conſtat lineam l p ex 31 huius,eſſe bimediale primum.



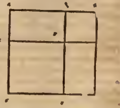
Euclid. ex Zamb. Theorema 37. Prop. 51.

51 Si areola comprehẽſa fuerit ſub rationali,& ex binis nominibus ſecunda,areolam potens irrationalis eſt,uocaturq́; ex binis medijs prima.

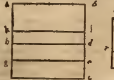
THEON ex Zã. Cõprehẽdatur areola α β γ δ,ſub rationali α β,ac ex binis nominibus ſecũda α δ. Dico q, α γ areã potẽs,ex binis medijs eſt prima. Quoniã enim ex binis nominib ſecũda eſt α δ,diuidatur in nomina in ſigno ι,ut maius nomẽ ſit α ι,ipſæ igitur α ι,ι δ,(p 49 decimi)ratiõales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles, & α ι,ipſa ι δ maius poteſt eo qđ ex ſibi cõmẽſurabili,ac nomẽ minus ι δ cõmẽſurabile eſt ipſi α β lõgitudine. Secetur(p 10 primi)ipſa ι δ bifariã in ſigno ζ,& ei qđ ex ι ζ,æquũ ad ipſam α ι cõparetur(p 28 ſexti)deficiẽs forma quadrata qđ ſub α ε,ε ι,cõmẽſurabilis igitur eſt(p 27 decimi)α ε,ipſi ε ι lõgitudine. Et p ipſa ε ι,ζ,ſigna excitẽtur(per 31 primi)paralleli ipſis α β,γ δ,ſintq́; ε θ,ι κ,ζ λ. Ac ei quidẽ qđ eſt α θ,parallelogrãmo cõſtruatur(per 14 ſecũdi)æquũ quadratũ ο ν,ipſi aũt ε κ,æquũ quadratũ ν π. Ponaturq́; (p 14 primi) ſic in rectas lineas,μ ν,ipſi ν ξ,in rectas lineas:igitur eſt & ρ ν,ipſi ν ο. Cõpleaturq́; ο π quadratũ. Manifeſtum iã eſt ex præoſtẽſo lẽmate qđ μ ξ mediũ proportionalitate eſt ipſorũ ο ν,ν π,& per præcedens theorema æquũ ipſi ι λ,& qđ α γ areã poteſt μ ξ. Oſtẽdendũ iã quod μ ξ,ex binis medijs eſt prima. Quoniã α ι,ipſi ι δ eſt incõmẽſurabilis lõgitudine,cõmẽſurabilis autẽ eſt(per 49 decimi)ι δ,ipſi α β,incõmẽſurabilis igitur per



13 decimi,eſt α ι,ipſi α ζ,lõgitudine Et quoniã cõmẽſurabilis eſt α η, ipſi ι η,cõmenſurabilis eſt et α ι utriq; ipſarũ α η,η ι. Et α ι,rationalis eſt,ratiõalis igitur & utraq; ipſarũ α η,η ι,p cõparationẽ. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ι,ipſi α ζ,cõmenſurabilis autẽ eſt α ι,utriq; ipſarũ α η,η ι,& ipſæ α η,η ι,igitur incõmenſurabiles ſunt ipſi α β. Ipſæ β α,α η,η ι,igitur (p 13 decimi) ratiõales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles. Quare (p 21 decimi) utrũq; ipſorũ α θ,ο κ,medium eſt,quare & utrũq; ipſorũ ο ρ,σ π,mediũ eſt,& ipſæ μ ρ,ρ ξ,igitur mediæ ſunt (per 21 decimi) Et quoniã cõmẽſurabilis eſt α η ipſi η ι lõgitudine,cõmẽſurabile eſt & α θ ipſi η κ,hoc eſt ο ρ ipſi σ π,hoc eſt qđ ex μ ρ ei qđ ρ ξ. quare & ipſæ μ ρ,ρ ξ,potẽtia sũt cõmẽſurabiles. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ι,ipſi ι δ,lõgitudine,ſed ipſa qdẽ α ι cõmẽſurabilis eſt ipſi α η,& ι δ,ipſi ι ζ,incõmenſurabilis igitur eſt (p 13 decimi) α η ipſi ι ζ. Quare (p 1 ſexti) & 11 decimi & α θ,ipſi ι λ incõmẽſurabile eſt,hoc ο ρ,ipſi μ τ,hoc eſt ο ρ,ipſi ρ ς,hoc eſt μ ρ,ipſi ρ ξ,incõmẽſurabilis lõgitudine eſt Oſtẽſum autẽ eſt qđ ipſæ μ ρ,ρ ξ,mediæ exiſtẽtes,potẽtia ſunt cõmẽſurabiles. Ipſæ igitur μ ρ,ρ ξ,mediæ ſunt potẽtia tantũ commẽſurabiles. Dico iã q; & rõnale cõprehẽdũt. Quoniã enim δ ι ſupponitur utriq; ipſarũ α β,ι ζ cõmẽſurabilis,cõmẽſurabilis igitur (p 12 decimi) eſt & ζ ι ipſi ι α. Et utraq; ipſarũ rationalis,rationale igitur ι λ,hoc eſt μ ς. Sed μ ς,eſt qđ ſub μ ρ,& ρ ξ. Si uerò (per 37 decimi) binæ mediæ potentia tantũ cõmenſurabiles,cõpoſitæ fuerint rationale cõprehendẽtes tota irrationalis eſt,uocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipſa μ ξ,ex binis eſt prima medijs: quod erat oſtendendum.



Eucl ex Camp. Prop. 50.

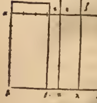




SI binomio tertio ac linea rationali ſuperficies contineatur, linea in eã potens erit bimediale ſecundũ. 50

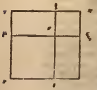
CAMP. Diſpoſitio & hypotheſes maneãt ut ſuprà. Eritq; ex his hypotheſibus & diffinitiõe binomij tertij & 19, unaquæq; quatuor ſuperficierũ in quas diuiſa eſt ſuperficies a c medialis, quare utrũq; duorũ quadratorũ l m, m n, & utrũque ſupplemẽtorũ p m & m q, erit etiã mediale, utraq; igitur duarũ linearũ l r & r p, erit medialis. Et cũ duæ ſuperficies a f & f h ſint cõmunicãtes, eo quòd duæ lineæ b f & f d ſint cõicãtes, p ſecũdã partẽ 13 erũt duæ lineæ l r & r p cõicãtes in potẽtia, in lõgitudine uero nõ, quia ſuperficies l m nõ cõicat cũ ſuperficie m p, eo quod neq; a f cõicat cũ d g. Nã linea b f nõ cõicat cũ d e, cũ igitur ipſæ cõtineãt ſuperficiem quæ eſt p m, conſtat ex 32 linea l p eſſe mediale ſecundum: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 38.* *Propoſitio 56.*



Si ſuperficies ſub rationali, & ex binis nominibus tertia comprehenſa fuerit, ſuperficiem potens irrationalis eſt, appellaturq; ex binis ſecunda medijs. 56

THEON ex Zamb. *Areola nãq; α β γ δ,cõprehendatur ſub rationali α β,ac ex binis nominibus tertia β δ diuiſa in nomina in ι,quorũ maius ſit α ι. Dico q; areolã α γ,potẽs irrationalis eſt,uocaturq; ex binis ſecũda medijs. Cõſtruantur nanq; eadẽ quæ prius Et quoniã α δ,ex binis eſt tertia nominibus,ipſæ igitur α ι,ι δ,rationales ſunt potẽtia tantũ commenſurabiles,& ipſæ α ι,ipſa ι δ,maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili,et ipſarũ α ι,ι δ,neutra ipſi α β,eſt cõmẽſurabilis lõgitudine. Similiter iã ex ijs quæ prius ſunt oſtẽſa,demõſtrabimus,quod ipſæ μ ρ,ρ ξ,mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Quare μ ξ,ex binis eſt medijs. Oſtẽdendũ etiã quod & ſecũda. Quoniã incõmenſurabilis eſt (p 50 decimi) δ ι,ipſi α β,lõgitudine,hoc eſt ipſi ι κ,atqui δ ι cõmenſurabilis eſt ipſi ι ζ,incõmenſurabilis igitur eſt (p 13 decimi) ι ζ,ipſi ι κ lõgitudine. Sũtq; rationales,ipſæ ζ ι,ι κ,igitur rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Mediũ igitur (p 21 decimi) eſt ι λ,hoc eſt μ ς,cõprehenditurq; ſub μ ρ,ρ ξ,mediũ igitur eſt quod ſub μ ρ,ρ ξ,Ipſa igitur μ ξ,ex binis eſt ſecunda medijs: quod fuerat oſtendendum.*



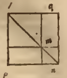
Euclid. ex Camp. Prop. 51.

SI linea rationali binomioq; quarto ſuperficies contineatur, quæ in eã ſuperficiem poteſt, eſt linea maior. 51



Campanvs. Cūctis ut in præmiſſis manētibus erit ex hypotheſi & diffinitione binomij 4 & 19 utraq; duarū ſuperficierū d g & g e (quare & utraq; duarū p m & m q) medialis, duoq; quadrata l m & m n pariter accepta rationale, eo quod ſuperficies a d eſt rationalis per diffinitionem binomij quarti & 15. Et quia d b diuiditur in pūcto f n duo in cōmunicātia per ſecūdā partē 14, erit ſuperficies a f incōmēſurabilis ſuperficiei f h, ideoq; & quadratū l m, in quadrato m n. Duę igitur lineę l r et r p, ſunt incōmēſurabiles in potētia quę cū cōtineāt ſuperficiē medialē p m & earū quadrata ambo pariter accepta ſint rationale, cōſtat per 33 lineam l p eſſe lineam maiorem quod erat demonſtrandum.

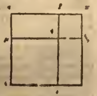
Euclid. ex Zamb. *Theorema 39.* *Propoſitio 57.*



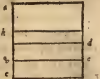
57 Si areola ſub rationali ac ex binis quarta nōibus cōprehēſa fuerit ipſam areolā potēs irrationalis eſt, uocatq; maior.

THEON *ex Zāb. Areola nāq; α γ, cōprehēdatur ſub rationali α β, et ex binis quarta nominibus α δ diuiſa in nomina in ε, quorū maius eſto α ε. Dico quòd areolā α γ, potēs irrationalis eſt appellata maior. Quoniā enim α δ ex binis eſt quarta nominibus, ipſæ igitur α ε, ε δ, rationales ſunt potētia tantū cōmēſurabiles, et α ε ipſa ε δ maius poteſt eo quod ex ſibi incōmenſurabili, & α ε, ipſi α β, longitudine cōmenſurabilis eſt. Secetur (per 10 primi) δ ε, biſariàm in ζ, & ei quod ex ε ζ, æquum ad α ε, cōparetur (per 44 primi) parallelogrāmū quod ſub α η, η ε. Incōmenſurabilis igitur eſt (per 18 decimi) α η, ipſi ε η lōgitudine excitētur (per 31 primi) paralleli ipſi α β, ſintq; η θ, ε κ, ζ λ. Fiantq; reliqua eadē ſicut in præcedēti. Manifeſtū iā eſt quod μ ξ, eſt potēs ipſam α γ. Oſtendendū uerò quod μ ξ irrationalis eſt, appellata maior. Quoniam incōmenſurabilis eſt α η ipſi ε η lōgitudine, incōmenſurabile (per 1 ſexti & 11 decimi) eſt & α θ ipſi η κ, hoc eſt ν ρ ipſi ν π. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, potētia ſunt incōmenſurabiles. Et quoniā cōmenſurabilis eſt α ε, ipſi α β lōgitudine, rationale eſt α κ. Et æquū eſt eis quæ ex μ ν, ν ξ, rationale eſt α κ, eſt, conflatū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniā (per 34 decimi) incōmenſurabilis eſt δ ε ipſi α ε longitudine, hoc eſt ipſi ε κ, ſed (per 19 decimi) δ ε cōmenſurabilis eſt ipſi ε ζ, incōmenſurabilis igitur eſt ε ζ, ipſi ε κ lōgitudine. Ipſæ igitur ε κ, ε ζ, rationales ſunt potētia tantū cōmenſurabiles. Mediū (per 21 decimi) igitur eſt λ ε hoc eſt μ ς. Cōprehenditurq; ſub μ ν, ν ξ, mediū igitur eſt quod ſub μ ν, ν ξ. Et compoſitū ex ijs, quæ ex μ ν, ν ξ, rationale & μ ν, ipſi ν ξ potentia incōmenſurabilis eſt. Si autē (per 39 decim) duæ lineæ potentia incōmenſurabiles cōpoſitæ fuerint efficientes cōpoſitum ex ijs quæ ex ipſis ſunt quadratis rationale, quod uerò ſub ipſis mediū, tota irrationalis eſt, appellatur autē maior. Ipſa igitur μ ξ irrationalis eſt, uocata maior ipſamq; α γ areolā poteſt: quod erat oſtendendum.*



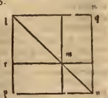


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 52.*

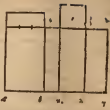


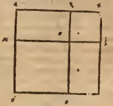
52 Si fuerit ſuperficies linea rationali atq; binomio quinto cōtēta, quæcunq; in eam lineā poteſt, potens in rationale & mediale eſſe, ex neceſſitate conuincitur.

Camp. Nec in hac quoq; eſt aliquid ex priorū diſpoſitiōe & poſitionib⁹ mutādū, eis enim manētib⁹ erit ex ijs quę poſita ſunt in diffinitione binomij 5 & 15, utraq; duarū ſuperficierū d g & g e quare utraq; duarū p m & m q, rationalis totaq; p d, quare & duo quadrata l m, m n pariter accepta, medialis ex 19. Cūq; ex ſecūda parte 14 ſit linea f b incōmēſurabilis lineę f d, ideoq; ſuperficies a f ſuperficiei f h, & quadrato m n, erit linea l r incōmēſurabilis in potētia lineę r p. At quia ipſę cōtinēt ſuperficiē rationalē p m, et earū quadrata ābo pariter accepta ſunt mediale, cōclude ex 34 lineā l p eſſe potētē in rōnale & mediale: qd' eſt propoſitū. *Euc. ex Zāb. Theor. 40. Prop. 58.*



58 Si areola cōprehendatur ſub rationali, ac ex binis quinta nominibus, areolā potens irrationalis eſt, appellata rationale mediūq; potens.

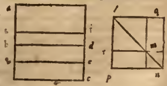




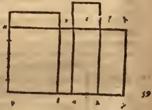
THEON ex Zāb. *Areola etenim α γ, cōprehēdatur ſub ratiōali α β, ac ex binis quinta noībus α δ diſiūcta in nomina in ε, ut maius nomē ſit α ε. Dico q. ipſam α γ, areolā potēs irrationalis eſt, appellata ratiōale mediūq; potēs. Cōſtruātur enim ea quæ ſuperius demōſtrata ſunt. Nō dubiū quod α γ areolā potēs, eſt μ ξ. Oſtēdēdū iā, quod μ ξ eſt rationale mediūq; potēs. Quoniā enim incōmēſurabilis eſt α ε ipſi ε δ, incōmēſurabile igitur eſt (p 1 ſexti, et 11 decimi) et α θ, ipſi θ ι, hoc eſt quod ex μ ν ei quod ex ν ξ. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, potētia ſunt incōmēſurabiles. Et quoniā α δ, ex binis eſt quinta nominibus, ac eius minus ſegmētū eſt ε δ, cōmēſurabilis igitur eſt ε δ ipſi α β lōgitudine. Sed α ε, ipſi ε δ, eſt incōmēſurabilis, & α β, igitur (per 13 decimi) ipſi α ε, eſt incōmēſurabilis lōgitudine. Ipſæ igitur α β, α ε, ratiōales ſunt potētia tātū cōmēſurabiles, mediū igitur eſt (p 21 decimi) α κ, hoc eſt cōflatū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniā cōmēſurabilis eſt δ ε, ipſi α β lōgitudine hoc eſt ε κ, ſed δ ε, ipſi ε ζ, cōmēſurabilis eſt, et ε ζ igitur (p 12 decimi) ipſi ε κ cōmēſurabilis eſt. Rationalis aūt ε κ, rationale igitur (p 19 decimi) et ε λ, hoc eſt μ ρ, hoc eſt quod ſub μ ν, ν ξ. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ (per 40 decimi) potētia incōmenſurabiles ſunt, efficiētes cōflatū ex ipſarū quadratis mediū, & quod ſub ipſis rationale, ipſa igitur μ ξ, eſt ratiōale mediūq; potēs, ipſamq; poteſt areā α δ. Quod fuerat demōſtrandū.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 55.*

SI binomio ſexto lineaq́ rationali ſuperficies cōtineatur, linea quæ in eam poteſt, in duo medialia potens eſſe probatur. 58

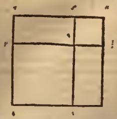


CAMPANVS. Hæc 53, adhuc te ſuſtinet ociari à pingēdis figuris, cōtēta enim eſt præmiſſis diſpoſitione & poſitionibus. Quibus ſtātibus, neceſſe eſt ex ipſis poſitis & diſpoſitione, id eſt diffinitiōe binomij poſtremi & 19, quālibet ex ſuperficiebus a d & d g & g e (propter quod & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) eſſe medialē. Cūq; b f & f d (propter quod a f & f h, ideoq; l m & m n) ſint incōmēſurabiles erūt duæ lineæ b c & r p incōmenſurabiles in potētia. At quia ipſę continēt ſuperficiē medialē p m, earūq; ambo quadrata pariter accepta ſunt mediale, quod eſt duplo ſuperficiei uni° in alterā incōmēſurabile, quod ex eo probatur quód ſuperficies b h eſt incōmēſurabilis ſuperficiei h c, propter hoc quod linea d b ex incōmenſurabilis lineę d c, ſequitur ex 35 lineā l p eſſe, quæ poteſt in duo medialia.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 41.* *Propoſitio 59.*

Si areola cōprehēdaē ſub ratioñali, & ex binis ſexta nominibus areolā potēs irrationalis eſt, appellata bina potens media. 59



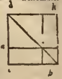
THEON ex Zāb. *Areola nāq; α β γ δ, cōprehēdatur ſub rationali α β, & ex binis nominibus α δ, diuiſa in nomina in ε, ut maius nomē ſit α ε. Dico q. ipſam α γ potēs, irrationalis eſt, appellata bina potēs in media. Cōſtruātur enim quæ et præoſtēſit. Nō dubiū quod μ ξ eſt potēs ipſam α γ, & q. incōmēſurabilis eſt μ ν, ipſi ν ξ, potētia. Et quoniā incōmenſurabilis eſt α ε, ipſi α β lōgitudine, ipſæ igitur α ε, α β, rationales ſunt potentia tātū cōmenſurabiles, mediū igitur eſt (p 21 decimi) α κ, hoc eſt cōpoſitū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Rurſus quoniā incōmēſurabilis eſt ε δ, ipſi α β lōgitudine, incōmēſurabilis igitur eſt & ε ζ, ipſi ε κ. Et ζ ε, ε κ, igitur rationales ſunt potentia tātū commenſurabiles, mediū igitur eſt (p eādem) ε λ, hoc eſt μ ρ, hoc eſt, conflatū ſub μ ν, ν ξ. Et quoniam incommenſurabilis eſt α ε ipſi ε ζ, & α κ ipſi ε λ incommenſurabile eſt. Sed*

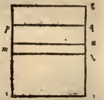
eſt. Sed ακ quidem eſt conſtatum ex iis quæ ex μν, νξ, & ιλ eſt quod ſub μν, νξ, incommenſurabile igitur eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) compoſitum ex iis quæ ex μν, νξ, et quod ſub μν, νξ, & ipſorũ utrunq; medium eſt. Ipſæ igitur μν, νξ, potentia ſunt incommenſurabiles. Ipſa igitur μξ bina potens eſt media (per 42 decimi) & ipſam poteſt αγ: quod oſtendere oportebat.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 54.

54 Si lineæ rationali æquũ quadrato binomij rectangulũ adiũgatur, latus eius ſecundum binomiũ primũ eſſe conueniet.

CAMPANVS. Hæ ſex ſequentes, conuerſæ ſunt ſex præcedentiũ per ordinẽ. Huius autẽ eſt hæc intẽtio, ſit linea a b binomiũ, diuiſa ad pũctũ c in duas lineas a c & c b, ſecũdũ ſuã diffinitionẽ aut terminũ, eiuſq; a b quadratũ ſit b d, ſitq; linea e f, rationalis in lõgitudine, cui adiungatur ſuperficies e g æqualis quadrato b d. Dico quòd latus ſecũdũ huius ſuperficiei eſt, quod & linea f g, eſt binomiũ primũ. Diuidatur enim quadratũ b d in duo quadrata b h & h d, quę ſint quadrata duarũ linearũ portionũ binomij, & in duo ſupplemẽta a h & h k, quorũ utrũq; continetur ſub duabus portionibus binomij, eritq; ex diffinitione binomij quę habetur per 30, utrũq; iſtorũ quadratorũ rationale, & per 19 utrũq; ſupplementũ mediale. Ex ſuperficie igitur e g, abſcindatur ſuperficies e l æqualis quadrato d h, & l m, æqualis quadrato h b, & n p æqualis uni duorũ ſupplemẽtorũ a h uel h k, eritq; p g reſidua, æqualis reliquo ſupplemento: quare per 1 ſexti linea n q, eſt ęqualis lineæ q g. Ex præmiſſis autẽ manifeſtum eſt quòd utraq; duarũ ſuperficierũ e l & l m (& ideo tota ſuperficies e n) eſt rationalis. Et utraq; duarum ęqualium n p & p g (& ideo tota m g) medialis, quare per 16 utraq; duarum linearum f l & l n, & tota linea f n, rationalis in longitudine, & lineę e f rationali poſitæ cõmenſurabilis, & per 20 utraq; duarum n q & q g, & tota n g, rationalis in potentia tantũ, incõmenſurabilis lineę m n (& ideo lineę e f ſibi æquali, & per conſequens & lineæ f n) in longitudine. Si igitur linea f n, quæ eſt maior linea n g ut ex primo duorum antecedentiũ 35 demõſtrationi ſubiunctorũ & prima ſexti apparet, fuerit potentior linea n g minori in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine, tunc ex diffinitione binomij primi manifeſtum eſt lineam f g eſſe binomium primũ. Hoc autẽ ita eſſe ſic habeto. Cũ inter duo quadrata d h & h b, ſit (per primã ſexti) ſuperficies a h medio loco proportionalis, conuincitur ex prioribus hypotheſibus ſuperficiẽ m q eſſe inter ſuperficies e l & l m medio loco proportionalis, quare (per primam ſexti) linea n q quæ eſt medietas lineæ n g eſt medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f in l n, eſt quantum quod ex n q in ſe per 16 ſexti, ideóq; per 4 ſecundi quantũ quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primã partẽ 13 cũ linea f n diuidatur à ſuperficie ſibi adiuncta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n g, ita quod ad cõplẽdã totã lineã f n deſit ſuperficies quadrata lineę ſibi cõmunicãtia ad punctũ l, erit f n potẽtior n g in quadrato lineæ ſibi cõmunicantis in lõgitudine. cõſtat ergo propoſitum.

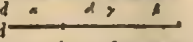




THEON. Lemma.

Si recta linea ſecetur in inęqualia, quæ ab inæqualibus quadrata, maiora ſunt, eo quod bis ſub inæqualibus comprehenſum eſt rectãgulum.

Sit recta linea αβ, ſeceturq; in inæqualia in γ, ſitq; maior αγ. Dico quòd quæ ex αγ, γβ, maiora ſunt eo quòd ſub αγ, γβ. Secetur enim (per 10 primi) αβ, biſariàm in δ. Quoniã igitur recta linea ſecta eſt in æqualia in δ, et in inæqualia in γ, igitur (per 5 ſecũdi) quod ſub αγ, γβ, unà cũ eo quod ex γδ, æquũ eſt ei quod ex αδ, & perinde quod ex ſub αγ, γβ, minus eſt eo quod αδ. Quod igitur bis ſub αγ, γβ, eſt minus quã duplũ eius quod ex αδ. Sed quæ ex αγ, γβ, dupla ſunt eorum quæ ex αδ, δγ, ergo quæ ex αγ, γβ, maiora ſunt eo quod bis ſub αγ, γβ: quod erat oſtendendum.



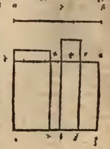
Euclid. ex Zamb. Theorema 42. Propoſitio 60.

60 Quod ex ea quę ex binis nominibus ad rationalem comparatũ latitudinem efficit, ex binis nomibus primam.

THEON ex Zamb. *Eſto ex binis nominibus αβ, diuiſa in nomina in γ, ut maius nomen ſit αγ, expoſitaq; rationalis δε, & ei quod ex αβ, æquum ad ipſam δε, cõparetur (per 44 primi) δεζη, latitudinem efficiens δη. Dico quòd δη ex binis eſt prima nominibus. Cõparetur enim (per 44 primi) ad δε, ei quidẽ quod ex αγ æquum δι, ei autem quod ex βγ, æquum κλ. Reliquum igitur quod bis ſub αγ, γβ (per 4 ſecundi) æquum eſt ipſi μζ. Secetur (per decimam primi) ipſa μη biſariàm in ν, excitetur q; (per 31 primi) parallelus νξ utriq; ipſarũ μλ, ηζ. Vtrunq; igitur ipſorũ μξ, νζ, æquũ eſt ei quod ſub αγ, γβ. Et quoniã αβ,*

ex binis

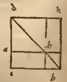
ex binis nominibus eſt diuiſa in nomina in γ, ipſæ igitur αγ, γβ, rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Quæ igitur ex αγ, γβ, rationalia, ſunt ſibi inuicem commenſurabilia. Quare (per 15 decimi) & cōflatum ex ijs quæ ex αγ, γβ, commenſurabile eſt eis quæ ex αγ, γβ, rationale igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex αγ, γβ. Et ipſi δλ, eſt æquale, rationale igitur eſt δλ. Et ad ipſam δι, comparatur, rationalis igitur (per 20 decimi) δμ, & ipſi δι, longitudine commenſurabilis. Rurſus quoniam αγ, γβ, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, medium igitur eſt quod bis ſub αγ, γβ, hoc eſt ipſum μζ, & ad ipſum comparatur μλ, rationalem, rationalis igitur eſt & μν, ipſi λμ incōmenſurabilis (hoc eſt ipſi δι) longitudine, eſt autē & μδ rationalis, & ipſi δι longitudine cōmenſurabilis. Incōmenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) δμ, ipſi μν, lōgitudine. Suntq́; ipſæ igitur δμ, μν rationales, potentia tantū cōmenſurabiles, ex binis nominibus igitur eſt (per 36 decimi) δν. Oſtendendū quòd & prima. Quoniā enim (per lēma precedēs 54 decimi) eorū quæ ex αγ, γβ, mediū proportionale eſt quod ſub αγ, γβ, et ipſorū igitur δθ, κλ, mediū proportionale eſt μξ. Eſt igitur (per cōſtructionē) ſicut δθ ad μξ, ſic μξ, ad κλ, hoc eſt ſicut δκ ad μν, ſic μν, ad κμ: quod igitur ſub δκ, κμ, æquum eſt ei quod ex μν. Et quoniam cōmenſurabile eſt quod ex αγ, ipſi quod ex βγ, cōmenſurabile eſt & δθ, ipſi κλ quare (per 1 ſexti & 11 decimi) & δκ ipſi κμ cōmenſurabilis eſt. Et quoniam maiora ſunt quæ ex αγ, γβ, eo quod bis ſub αγ, γβ, maius igitur eſt & δλ ipſo μζ. Quare (per lēma præcedens & per primā ſexti) & δμ, ipſa μν maior eſt, & quale quod ſub δκ, κμ, ei quod ex νν, hoc eſt quartæ parti eius quod ex μν, & cōmenſurabilis eſt δκ, ipſi κμ. Si uerò (per 17 decimi) fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquū, ad maiorem cōparetur deficiens forma quadrata, & in cōmenſurabilia ipſam diuiſerit, maior minore maius poteſt, eo quòd ex ſibi cōmenſurabili. Ipſa igitur δμ, ipſa μν maius poteſt, eo quod fit ex ſibi cōmēſurabili. Ipſa igitur δμ, ipſa μν maius poteſt, eo quod ex ſibi cōmenſurabili. Suntq́; rationales ipſæ δμ, μν, & δμ nomē maius exiſtens, cōmenſurabilis eſt longitudine ipſi δι expoſitæ rationali, ipſa igitur δν, ex binis nominibus eſt prima: quod oportuit demonſtraſſe.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 55.*

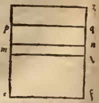
SI lineę rationali ęqua ſuperficies quadrato bimedialis primi adiungatur, latus eius reliquū binomiū ſecundū eſſe oportebit. 55

CAMPANVS. Sit linea a b bimediale primū, diuiſa ad pūctū c ſecūdū ſuū terminū, cætera autē ſint ut prius. Dico lineā f g eſſe binomiū ſecundū. Erit enim ſuperficies m g rationalis, eo quod partes bimedialis primi continent ſuperficiē rationalem, & ſuperficies tres e l, l m, & tota e n, mediales cōmunicantes, eo quòd portiones bimedialis primi ſunt lineæ mediales potentia tantum cōmunicantes ex 31. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in lōgitudine, cōmenſurabilis lineæ e f rationali poſitæ, & per 20 linea f n rationalis in potēna tantū: quæ cū ſit maior linea n g ex primo duorū antecedētiū demonſtrationi 35 adiunctorū & 1 ſexti, eaq́ potentior quadrato lineę communicantis ſecum in longitudine ex prima parte 13, erit à diffinitione linea f g binomium ſecundum: quod eſt propoſitum.

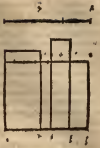


Euclid. ex Zamb. Theorema 43. Propoſitio 61. 61

Quod ex ea quę ex binis medijs prima ad rationalē cōparatū latitudinē, efficit ex binis noībus ſecūdā.

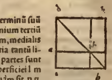


THEON ex Zamb. *Eſto (per 43 decimi) ex binis medijs prima αβ, diuiſa in medias in γ, quarum αγ maior ſit, exponaturq́; rationalis δι. Cōpareturq́; (per 44 primi) ad ipſam δι, ei quod ex αβ æquum parallelogrammum δζ, latitudinē efficiens δν. Dico quòd ipſa δν, ex binis eſt ſecunda nominibus. Conſtruantur enim eadem quæ & in præcedenti. Et quoniam αβ, ex binis medijs eſt prima diuiſa in γ, ipſæ αγ, γβ, igitur (per 37 decimi) mediæ ſunt potentia tantū cōmenſurabiles rationale comprehēdentes. Quare (per 24 decimi) & quæ ex αγ, γβ, media ſunt: medium igitur (per correlarium 23 decimi) eſt δλ. Et ad ipſam δι comparatur, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) μδ, & ipſi δι longitudine incommenſurabilis. Rurſus quoniam rationale eſt quod bis ſub αγ, γβ, rationale eſt & μζ, ad ipſamq́; μλ, rationalem comparatur, & rationalis igitur eſt (per 20 decimi) μν, & longitudine commenſurabilis ipſi μλ, hoc eſt ipſi δι. Incommenſurabilis igitur eſt δμ, ipſi μν longitudine. Suntq́; rationales ipſæ, igitur δμ, μν, rationales*

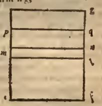


les ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt(per 36 decimi) δ ν. Oſtendendum id quod & ſecunda. Quoniam enim quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eo quod bis ſub α γ, γ β, maius eſt igitur & δ λ ipſo μ ζ, quare(per primam ſexti)et δ μ ipſa μ ν. Et quoniam cõmenſurabile eſt quod eſt ex α γ, ei quod ex γ β, commenſurabile eſt et δ θ ipſi κ λ. Quare & δ κ, ipſi κ μ, commenſurabilis eſt et id quod ſub δ κ, κ μ, æquum eſt ei quod ex ν ξ. Ipſa igitur δ μ, ipſa μ ν maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, & μ ν, ipſi δ ι longitudine cõmenſurabilis eſt, ipſa igitur δ ν, ex binis nominibus eſt ſecunda: quod erat oſtendendũ. Euclid. ex Camp. Prop. 56.

56 Vm adiũcta fuerit lineæ in lõgitudine rationali ſuperficies rectãgula æqualis quadrato bimedialis ſecũdi, latus eius ſecũdum binomium, tertium eſſe neceſſe eſt.



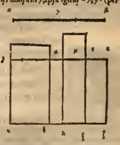
Campanvs. Si fuerit linea a b bimediale ſecundũ diuiſa per terminũ ſuũ ad punctũ e, reliqua uerò omnia fuerint ut prius, erit linea f g binomium tertiũ Erit enim ex 32 & noſtris poſitionibus utraq; ſuperficierum e n & g m, medialis quare per 30 utraq; duarũ linearũ f m & n g erit rationalis in potentia tantũ lineæ e f rationali potentia cõmenſurabilis. At quia bimedialis ſecũdi partes ſunt cõmunicantes in potentia tantũ, erit ſuperficies e l cõmunicans ſuperficiei l m & ideo linea f l lineæ l n, potentior ergo eſt per primã partẽ 13 f n quàm ſit n g, in quadrato lineæ ſibi cõmunicantis in longitudine. Cũq; ſint ſuperficies a h & quadratũ h b incõmẽſurabilia, eo quod lineę a c & c b incõmenſurabiles, ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus ſupplemẽtis pariter acceptis, eo quod quadrata ſibi inuicẽ cõmunicãt ex hypotheſi, ſupplementa quoq; cũ ſibi inuicẽ ſint æqualia, ſequitur ut ſuperficies e n ſit incõmẽſurabilis ſuperficiei m g, & ideo linea f n, lineę n g, per diffinitionem igitur eſt linea f g, binomiũ tertium: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 44.* *Propoſitio 62.*

62 Quod ex ea quæ ex binis ſecunda medijs ad rationalem comparatum latitudinem efficit, ex binis nominibus tertiam.

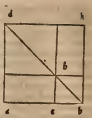
Theon ex Zamb. *Eſto(per 44 decimi) ex binis medijs ſecunda α β, diuiſa in medias in γ ut maius ſegmentũ ſit α γ, rationalis autem eſto δ ι, & ad ipſam δ ι, ei quod ex α β æquum parallelogrammum cõparetur(per 44 primi) δ ζ, latitudinem efficiens δ ν. Dico quòd δ ν eſt ex binis nominibus tertia Conſtruantur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam α β ex binis eſt ſecunda medijs diuiſa in γ, ipſæ igitur α γ, γ β (per 38 decimi) mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles mediũ cõprehẽdẽtes, quare et cõflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediũ eſt, & eſt æquale ipſi δ λ mediũ igitur eſt & δ λ, cõparaturq; ad rationalem δ ι. Rationalis igitur eſt(per 22 decimi) μ δ, ipſi δ ι lõgitudine incõmenſurabilis. Id propterea etiã μ ν rationalis eſt & ipſi μ λ incõmenſurabilis (hoc eſt ipſi δ ι) longitudine. Rationalis igitur eſt utraq; ipſarũ δ μ, μ ν, & ipſi δ ι lõgitudine incõmenſurabilis. Et quoniã α γ ipſi γ β lõgitudine eſt incõmenſurabilis, ſicut autẽ(per lẽma præcedẽs 22 decimi) α γ ad γ β, ſic quod ex α γ, ad id quod ſub α γ, γ β, incõmẽſurabile igitur eſt & quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ β. Quare et cõflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, ei quod bis ſub α γ, γ β, incõmenſurabile eſt, hoc eſt δ λ ipſi μ ζ. Quare(per 1 ſexti, & 11 decimi) et δ μ ipſi μ ν incõmenſurabilis eſt. Sũtq; rationales. Ipſa igitur δ ν, ex binis nominibus eſt. Oſtendendũ iã quod & tertia. Similiter iam ſicut in præcedentibus ratiocinabimur quod maior eſt δ μ ipſa μ ν, & quod & δ κ ipſi κ μ cõmenſurabilis eſt. Eſtq; quod ſub δ κ, κ μ, æquũ ei quod ex μ ξ. Ipſa igitur δ μ, ipſa μ ν, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, & neutra ipſarũ δ μ, μ ν, cõmẽſurabilis eſt ipſi δ ι, lõgitudine ipſa igitur δ ν, ex binis eſt tertia nominibus, quod erat oſtẽdẽdũ.* Euclid. ex Cãp. Propoſitio 57.

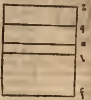


57 Si lineæ rationali rectangulũ ęquũ quadrato lineæ maioris adiũgatur, alterũ ſe continentiũ laterum erit binomium quartum.

Cam-

Campanvs. Si hæc quoq; fuerit linea a b linea maior diuiſa ſecundum terminũ ſuum ad punctũ c, cunctaq; reliqua nõ fuerint aliter quàm prius, erit linea f g binomium quartum. Cum enim ſint ambo quadrata portionum lineæ maioris pariter accepta rationale, erit ſuperficies c n rationalis, ideoq; per 16 linea f n rationalis in longitudine, communicans lineæ f rationali poſitæ, ſuperficies uerò m g erit medialis, propter illud quod portiones lineæ maioris continent ſuperficiem medialem, itaq; per 20 linea n g eſt in potentia rationalis tantum, & quia etiam portiones prędictæ linec a b ſunt potentialiter incommenſurabiles, ſuperficies c l incommenſurabilis erit l m, ideoq; linea f l, lineæ l n, igitur per primam partem 14 linea f n eſt potentior linea n g, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis. Ex diffinitione igitur eſt linea f g binomium quartũ: quod erat propoſitum.

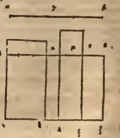




Euclid. ex Zamb. *Theorema 45.* *Propoſitio 63.*

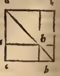
Quæ ex maiore ad rationalem cõparatum latitudinem efficit ex binis quartam nominibus. 63

Theon ex Zamb. *Sit maior α β, diuiſa in γ, ut maior ſit α γ, ipſa γ β. Rationalis uerò eſto δ ε, & ei quod ex α β, æquum ad ipſam δ ε, comparetur (per 44 primi) δ ζ parallelogrammũ, latitudinẽ efficiens δ η. Dico quòd δ η, ex binis eſt quarta nominibus. Conſtruantur eadem quæ in præoſtenſis. Et quoniã (per 39 decimi) maior eſt α β diuiſa in γ, ipſæ α γ, γ β, potẽtia ſunt commenſurabiles efficientes conflatum ex ijs quæ ex ipſis fiunt quadrata rationale, quod uerò ſub ipſis medium. Quoniam igitur rationale eſt conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, rationale igitur eſt δ λ, rationalis igitur eſt & μ δ, & δ ε, lõgitudine cõmenſurabilis. Rurſus quoniam medium eſt quod bis ſub α γ, γ β, hoc eſt μ ζ, & ad rationalem cõparatur μ λ, rationalis igitur (per 22 decimi) eſt & μ η, & ipſi δ ε, lõgitudine incommenſurabilis. Incommenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) et δ μ, ipſi μ η, longitudine. Ipſæ igitur δ μ, μ η, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt δ η. Oſtendendum iam quod et quarta. Similiter iã ſicut et in præcedẽtibus ratiocinabimur quod maior eſt δ μ ipſa μ η, et quòd quot ſub δ ν ν μ, æquum eſt ei quod ex ν η. Quoniam igitur incommenſurabile eſt quod ex α γ, ei quod ex γ β, incommenſurabile igitur eſt & δ θ, ipſi κ λ. Quare (per 1 ſexti & 11 decimi) & δ ν, ipſi ν μ incommenſurabilis eſt. Si autẽ fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod fit ex minore (per 17 decimi) æquum comparatũ fuerit parallelogrammum ad maiorẽ forma quadrata deficiens, & in incõmenſurabilia ipſam diuiſerit, maior minore maius poteſt, eo quod à ſibi incommenſurabili in longitudine, ipſa igitur δ μ, ipſa μ η maius poteſt, eo quod à ſibi incõmenſurabili ſunt & ipſæ δ μ, μ η, rationales potentia tantũ cõmenſurabiles, & δ μ cõmenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali δ ε, ipſa igitur δ η, ex binis nominibus eſt quarta: quod erat oſtendendum.*

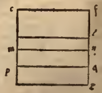


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 58.*

Si lineæ rationali quadrato lineæ potẽtis ſupra rationale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur, alterũ latus eius, binomium quintum eſſe neceſſe eſt. 58



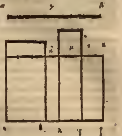
Campanvs. Propoſita linea a b ea quę poteſt ſupra mediale & rationale diuiſa ſecundum eius diffinitionem ad punctũ c nihil immutetur de reliquis, ſequiturq; lineã f g eſſe binomiũ quintum. Cũm enim partes huius lineæ a b contineant rationalem ſuperficiem, neceſſe eſt ut ſuperficies g m, ideoq; (per 16 linea n g) ſit rationalis. Cumq; ambo quadrata partium huius linee pariter accepta ſint mediale, erit ſuperficies e n medialis, & per 20 linea f n rationalis in potentia tantum lineæ f e potentia rationali communicans. At quia portiones prædictæ linee ſunt incommenſurabiles



biles in potentia, erit ſuperficies e l incommēſurabilis ſuperficiei m l, ideoq; & linea f l, lineæ l n: potentior igitur eſt per primam partem 14 linea f n linea n g, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabi lis. Per diffinitionem itaq; binomij quinti: conclude propoſitum.

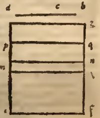
Euclid. ex Zamb. Theorema 46. Propoſitio 64.

64 Quod ex ea quę rationale mediumq́; poteſt ad rationalē comparatū, latitudinem efficit ex binis quintam nominibus.



THEON ex Zamb. *Sit rationale mediumq́; potens αβ, diuiſa in rectas lineas in γ, ut ſit maior αγ, exponaturq́; rationalis δι, & ei quod ex αβ, æquum ad δι comparetur δζ (per 44 primi) latitudinē efficiens δκ. Dico quòd δκ ex binis eſt quinta nominibus. Conſtruātur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniā αβ eſt rationale mediūq; potens diuiſa in γ, ipſæ igitur αγ, γβ, potentia ſunt incommenſurabiles efficientes conflatum ex earum quadratis medium, quod uerò ſub ipſis rationale. Quoniam igitur conflatum ex iis quæ ex αγ, γβ, medium eſt, medium igitur eſt δλ. Quare rationalis eſt δμ, & ipſi δι longitudine incommenſurabilis. Rurſus quoniam rationale eſt quod bis ſub αβ, βγ, hoc eſt μζ, rationalis igitur eſt μκ, et ipſi δι, lōgitudine cōmenſurabilis. Incommēſurabilis igitur eſt δμ, ipſi μκ. Ipſæ igitur δμ, μκ, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt δκ. Dico quòd & quinta. Similiter namq; oſtendetur quod ſub δκ, κμ, æquum eſt ei quod ex νκ, et quod δκ ipſi κμ longitudine incommenſurabilis eſt, ipſa igitur δμ, ipſa μκ maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ipſæ δμ, μκ, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & minor μκ, commenſurabilis eſt ipſi δι longitudine. Ipſa igitur δκ ex binis eſt quinta nominibus: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 59.

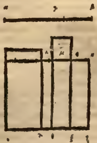


59 QVoties adiuncta fuerit lineę rationali ſuperficies rectangula æqualis quadrato lineæ potentis in duo medialia, eiuſdem ſuperficiei latus ſecundum, binomiū ſextum eſſe conuincitur.

CAMPANVS. In hac 59 ſit linea a b, linea potens ſupra duo medialia, quæ autem præter hæc ſunt, ſicut ſuprà maneant, & erit tunc linea f g binomium ſextū, quod ignorare non poteris, ſi præmiſſorum eiusq; quod 35 proponit, immemor non fueris, & ſic patet in hac, noſtra intentio.

Euclid. ex Zamb. Theorema 47. Propoſitio 65.

65 Quod ex bina media potente ad rationalem comparatum latitudinē efficit ex binis nominibus ſextam.



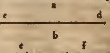
THEON ex Zamb. *Eſto (per 47 decimi) bina potens media αβ, diuiſa in γ, rationalis autem eſto δι, & ad ipſam rationalē δι, ei quod ex αβ æquum comparetur (per 44 primi) δζ, latitudinem efficiens δκ. Dico quòd ipſa δκ, ex binis nomibus eſt ſexta. Conſtruantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et quoniam αβ bina media potens, eſt diuiſa in γ, ipſæ igitur (per 41 decimi) αγ, γβ, potentia ſunt incommenſurabiles efficientes compoſitum ex earum quadratis medium, & quod ſub ipſis mediū & inſuper incōmenſurabile cōpoſito ex earū quadratis. Quare per ea quæ oſtenſa ſunt, medium eſt utrunq; ipſorum δλ, μζ. Et ad rationalem δι comparatur, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) utraq; ipſarum δμ, μκ, & ipſi δι longitudine incommenſurabilis. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex αγ, γβ, incommenſurabile eſt ei quod bis ſub αγ, γβ, incommenſurabile igitur eſt (per 2 partem 11 decimi) δλ ipſi μζ. Incommenſurabilis igitur eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) & δμ ipſi μκ. Ipſæ igitur δμ, μκ, rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt δκ. Dico quòd & ſexta. Similiter nāq; rurſus ut prius demōſtrabimus, quis quod*

ſub δ κ, κ μ, æquum eſt ei quod ex ν ξ, & quod δ κ ipſi κ μ longitudine incommenſurabilis eſt, ac id propterea δ μ ipſa μ ξ maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine cõmenſurabili, & neutra ipſarũ δ μ, μ ξ, commenſurabilis eſt expoſitæ rationali δ ε longitudine. Ipſa igitur δ ξ (per ſecundas diffinitiones) ex binis eſt ſexta nominibus: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 60.

Mnis linea cuilibet binomiorum cõmunicans, ſub eadem ſpecie binomium eſſe probatur. 60

Campanvs. Sit linea a binomium cuiuſuis ſpeciei, ſitq; linea b ei cõmunicans in longitudine. Dico lineam b eſſe binomiũ eiuſdem ſpeciei cuius a, ſint enim binomiales portiones a, c & d, eruntq; ambæ rationales in potentia tantum communicantes per 30, linea uerò b diuidatur per 12 ſexti ſecundum proportionem c ad d, in e & f, eritq; per coniunctam & euerſam & permutatam proportionalitatem c ad e, & d ad f, ſicut a ad b. Cùm ſint igitur a & b communicantes erunt etiam per primam partem 10 c & e, itemq; d & f, communicantes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tantũ, erit & e: ſi autẽ in longitudine & e. Eodemq; modo ſi d eſt rationalis in potentia tantum uel etiam in longitudine, erit quoq; & f ſimiliter, & ex 12 ſi potentior eſt c d, in quadrato lineæ ſibi commenſurabilis in longitudine, uel ſi forte incommenſurabilis, erit & e potentior f in quadrato lineę ſibi commenſurabilis uel etiam incommẽſurabilis, neceſſe eſt ex diffinitionibus ſex ſpecierum binomiorum, ut eiuſdem ſpeciei binomij ſint a & b.



Si autẽ linea b communicet binomio a in potentia tantũ, erit enĩ & ſic linea b. Binomiũ autem eiuſdem eſſe ſpeciei non eſt neceſſariũ, immo impoſſibile eſt ut ambæ ſimul cadant ſub prima ſpecie binomiorum uel ſub ſecunda, quarta uel quinta, ſed neceſſe eſt ut ambo cadant ſub primis tribus aut ambo ſub tribus poſtremis, unum enim eorum eſſe in aliqua ex tribus primis ſpeciebus, & aliud in aliqua ex tribus poſtremis, eſt impoſſibile. Cùm enim a communicet cum b in potentia tantum, c quoq; cum e, & d cum f communicabit tantũ in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine, non erit ſua compar ex lineis e & f rationalis in lõgitudine. Non eſt itaq; poſſibile ut a & b cadant ſimul ſub aliqua ex illis ſpeciebus binomiorum, in quibus altera duarum portionum binomij eſt rationalis in longitudine, hę autem ſpecies ſunt, prima & ſecunda, quarta & quinta. At uerò quia per 12 duæ lineæ c & e ſimul potentiores ſunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum ſibi in longitudine communicantium aut incommunicantium, neceſſe eſt ut ambo binomia a & b ſimul cadant ſub primis tribus ſpeciebus binomiorum, aut ſimul ſub tribus poſtremis ex diffinitione ipſarum ſpecierum. Lineam autem b quid dubitas eſſe binomium? cùm ſint enim c & e communicantes in potentia tantum, ſimiliter quoq; d & f, ſint autem c & d rationales in potentia, conuincitur e & f rationales in potentia tantũ, quæ quia non communicant in longitudine ſicut nec eis proportionales c & d, ipſæ componunt indubitanter binomium per 30 huius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 48.* *Propoſitio 66.*

Ei quæ ex binis nominibus longitudine commẽſurabilis, ipſa quoq; ex binis nominibus eſt ac in ordine eadem. 66

THEON ex Zamb. *Eſto ex binis nominibus α β & ipſi α β longitudine commenſurabilis eſto γ δ. Dico quòd ipſa γ δ ex binis nominibus eſt, & in ordine ipſi α β eadem. Quoniam enim (per 42 decimi) ex binis nominibus eſt α β, diuidatur in nomina in ε, ſitq; maius nomen α ε. Ipſæ igitur α ε, ε β, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Fiatq; ſicut α β ad γ δ, ſic α ε ad γ ζ. Et reliqua igitur ε β, ad reliquam ζ δ (per 19 quinti) eſt ſicut α β ad γ δ. Commenſurabilis autẽ eſt (per hypotheſin) α β ipſi γ δ lõgitudine. Cõmenſurabilis igitur eſt (per 12 decimi) & ipſa α ε ipſi γ ζ, & ε β ipſi ζ δ. Suntq; rationales ipſæ α ε & ε β, rationales igitur ſunt (per 11 decimi) & ipſæ γ ζ, ζ δ. Et quoniam eſt ſicut α ε ad γ ζ, ſic eſt ε β ad ζ δ, uiciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut α ε ad ε β, ſic eſt γ ζ ad ζ δ. Ipſæ autem α ε, ε β, tãtum potentia ſunt commenſurabiles, & ipſæ γ ζ, ζ δ, igitur potentia tantum ſunt commenſurabiles, ſuntq; rationales: ex binis igitur nominibus eſt ipſa γ δ. Dico iam quòd in ordine eſt eadem ipſi α β. Ipſa α ε, ipſa ε β aut maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, uel eo quod ex ſibi incommenſurabili. Si uerò α ε ipſa ε β maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, & γ ζ ipſa ζ δ (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex ſibi commenſurabili. Et ſi α ε expoſitæ rationali commenſurabilis fuerit, & γ ζ eidem commenſurabilis erit (per 12 decimi) idq; propterea utraq; ipſarum α β, γ δ, ex binis nominibus eſt prima, hoc eſt in ordine eadem. Si uerò ε β commenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali, & ζ δ eidem commenſurabilis eſt. Ac per hoc rurſus in ordine eadem eſt ipſi α β, utraq; enim ipſarum eſt ex binis nominibus ſecunda. Si uerò neutra ipſarum α ε, ε β, com*



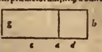


εζ, commẽſurabilis eſt expoſitæ rationali, neutra etiam ipſarum γη, ηδ, eidem erit commenſurabilis, & utraq; tertia eſt. Si autẽ αε ipſa εζ maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & γη, ηδ, ipſa ηδ maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ſi αε expoſitæ rationali commenſurabilis eſt, & γη eidem commẽſurabilis eſt, & utraq; erit quarta. Si autem εζ, & ηδ, & erit utraq; quinta. Si uerò neutra ipſarum αε, εβ & ipſarum γη, ηδ neutra commenſurabilis, eſt expoſitæ rationali, eritq; utraq; ſexta. Quare ei quæ ex binis nominibus lõgitudine cõmenſurabilis, ex binis nominibus eſt, & in ordine eadẽ: quod erat oſtendendũ.

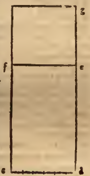
Euclid. ex Camp. Propoſitio 61.

61 OMnis linea alterutri bimedialium cõmẽſurabilis, ſub eadem ſpecie bimedialis eſſe, ex neceſſitate conuincitur.

CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur, ſiue in lõgitudine, ſiue etiam in potentia tantum communicet aliqua lineá alterutri bimedialium. Sint enim duæ lineę communicantes a & b quouis duorum modorum prædictorum, ſitq; a bimediale primum uel ſecundum, dico quód etiam b eſt bimediale primũ uel ſecundum, prout fuerit a. Diuiſo enim a bimediale in ſuas bimediales portiones, ex quibus componitur per 31 & 32 quæ ſunt c & d, b quoq; diuiſa in e & f ſecundum proportionem c ad d ut docet 12 ſexti, poſitaq; g ſuperficie contenta ſub c & d, & K ſub e & f, & poſito h quadrato d, & l f, erit per coniunctam & euerſam & permutatam proportionalitatem quemadmodum in præmiſſa c ad e & d ad f, ſicut a ad b ſicut igitur ex poſitione a & b ſunt communicantes, ſiue hoc ſit in longitudine ſiue in potentia, ſic c & e, itemq; d & f, ſimiliter erunt communicantes. At quia c & d ſunt mediales potentia tantum cõmunicantes, ſequitur ex 12 ut e & f ſint etiam mediales, & ex 10 potentia tantum communicantes, cùm ipſæ per hypotheſin ſint proportionales c & d. Cumq; ſit per primam ſexti g ad h, ſicut c ad d, & K ad l ſicut e ad f, erit g ad h ſicut k ad l, & permutatum g ad K ſicut h ad l. Quia igitur h eſt cõmunicans l, eo quod duo eorum latera quæ ſunt d & f communicant in longitudine uel in potentia ſecundum quod a & b in alterutro eorũ communicant, ſequitur ex 10 ut g & k quoq; ſibijnuicem communicent: erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione ſuperficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantum differt bimediale primum à bimediali ſecundo, quod portiones bimedialis primi in quas ſecundum ſuum terminum diuiditur, cõtinent ſuperficiem rationalem, bimedialis autem ſecundi, medialem. Si igitur a fuerit bimediale primum, erit ſuperficies g rationalis, quare & k, & ideo b bimediale primum per 31. Quod ſi a fuerit bimediale ſecundum, erit ſuperficies g medialis, ob hoc etiam & K, b itaq; per 32 erit bimediale ſecundum, quare conſtat propoſitum. Idem aliter. Ad lineam rationalem c d (poſita a alterutro bimedialium, & b ſibi in longitudine uel potentia communicante) adiungatur ſuperficies c e æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; ſuperficies c e & f g communicantes, eo quod quadrata eis æqualia quæ ſunt quadrata linearum a & b ſunt communicantia ex hypotheſi: ex prima igitur ſexti & decima huius, neceſſe eſt duas lineas d e & e g eſſe communicantes. Et quia ſi a fuerit bimediale primum, linea d e erit binomium ſecundũ per 55, ideoq; e g etiam binomium ſecundum per præmiſſam, quare latus tetragonicum ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale primum per 49, at uerò ſi a fuerit bimediale ſecundum linea d e erit binomium tertium per 56, ideo e g eſt binomium tertium per præmiſſam, quare & latus tetragonicum ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale ſecundum per 50, manifeſtũ eſt igitur uerum eſſe quod proponitur.





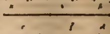


Euclid. ex Zamb. Theorema 49. Propoſitio 67.

67 Ei quæ ex binis medijs longitudine commẽſurabilis, & ipſa ex binis eſt medijs, & in ordine eadem.

THEON ex Zamb. *Eſto ex binis medijs αβ, & ipſi αβ commenſurabilis eſto longitudine γδ. Dico quòd γδ ex binis eſt medijs, & in ordine ipſi αβ eadem. Quoniam enim αβ ex binis medijs eſt diuiſa in medias in ε, ipſæ igitur αε, εβ (per 37 et 38 decimi) mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles. Fiatq; (per 12 ſexti) ſicut αβ ad γδ, ſic αε ad γζ, & reliqua igitur εβ ad ζδ, reliquã (per 19 quinti) eſt ſicut αβ ad γδ.*

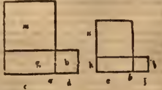
Cōmenſurabilis autē eſt αβ ipſi γδ longitudine, cōmenſurabilis igitur eſt & αε ipſi γζ, & εβ ipſi ζδ, ſuntq́; mediæ ipſæ αε, εβ, mediæ igitur ſunt & γζ, ζδ. Et quoniā eſt ſicut αε ad εβ & γζ ad ζδ, ipſæ autem αε, εβ, potentia tantū ſunt cōmenſurabiles, & ipſæ igitur γζ, ζδ, potentia tantū cōmenſurabiles. Oſtenſum autem quód mediæ. Ipſa igitur γδ, ex binis eſt medijs. Dico quód & in ordine eadē eſt ipſi αβ. Quoniā enim eſt ſicut αε, ad εβ, ſic eſt γζ ad ζδ, & ſicut igitur quod ex αε ad id quod ſub αε, εβ, ſic quod ex γζ ad id quod ſub γζ, ζδ. Viciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut quod ex αε ad id quod ex γζ, ſic quod ſub αε, εβ, ad id quod ſub γζ, ζδ. Commenſurabile autem eſt quod ex αε ei quod ex γζ. Commenſurabile igitur & quod ſub αε, εβ, ei quod ſub γζ, ζδ. Si igitur rationale eſt quod ſub αε, εβ, & quod ſub γζ, ζδ, rationale eſt, ac per hoc eſt ex binis medijs prima. Si autem medium fuerit quod ſub αε, εβ, medium erit & quod γζ, ζδ, & utraq; eſt ſecunda, ac per hoc & γδ erit ipſi αβ in ordine eadem: quod erat oſtendendū.

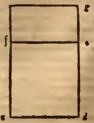


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 62.*

Omnis linea communicans lineæ maiori, eſt linea maior. 62

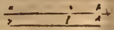
Campanvs. Et hęc quoq; ueritatē habet, ſi utrolibet modo cōmunicās fuerit aliqua linea lineę maiori. Eſto enim a linea maior, b uerò quouis ſibi cōmunicans modo, erit b linea maior. Diuiſa nāq; a in eas portiones ex quibus cōſtat per 33 quę ſunt c & d, & b ſecūdū earū proportionē in e & f, poſitoq; quod g ſit ſuperficies cōtenta ſub c & e, & k ſub e & f, et m & h ſint quadrata c et d, at n & l, e & f, erit m ad h ſicut n ad l, per ſecundā partē 18 ſexti, & cōiūctim m & h ad h, ſicut n & l ad l, & permutatim m & h ad n & l, ſicut h ad l, quia ergo h cōmunicat cū l eo quód d cōmunicat cū f, aut in longitudine aut in potētia prout cōmunicat cū b, ſequitur ut ambo quadrata m & h pariter accepta cōmunicēt cū ambobus quadrans n & l pariter acceptis. Cum itaq; duo prima pariter accepta ſint rationale per 31, erūt quoq; et duo poſtrema rationale per diffinitionē. At quia ſuperficiē k neceſſe eſt eſſe medialē ſicut g ex 21, lineasq; e & f eſſe incōmēſurabiles in potētia ſicut c & d ex 10, cōcluditur per 33 lineā b eſſe lineā quę dicitur maior quod eſt propoſitū. ¶ Idē aliter. Cū ſit a linea maior cui b cōmunicat ſiue hoc fuerit in lōgitudine ſiue in potentia, ſumpta linea rationali quę ſit c d, adiūgatur ſuperficies ei c e, æqualis quadrato lineæ a, deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cū igitur quadrata duarū linearū a & b ſint cōmunicātia ex hypotheſi, erit ſuperficies c e cōmunicās ſuperficiei f g, ideoq; per primā ſexti & 10 huius linea d e lineę e g in lōgitudine. At quia ex 57 linea d e eſt binomiū quartū, erit quoq; per 60 linea e g binomiū quartū, igitur ex 51 linea b potēs in ſuperficiē f g, eſt linea maior.





Euclid. ex Zamb. Theorema 30. *Propoſitio 68.*

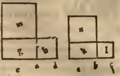
Maior commenſurabilis, eadem quoq; maior. 68



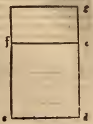
Theon ex Zamb. *Eſto maior αβ, & ipſi αβ cōmēſurabilis eſto γδ. Dico quód & γδ maior eſt. Diuidatur αβ in ε. Ipſæ igitur αε, εβ (per 39 decimi) potētia ſunt incommenſurabiles, efficientes quidē conflatū ex earū quadratis rationale, quod uerò ſub ipſis mediū. Fiantq́; eadē quæ in præcedentibus. Et quoniā eſt (per 2 ſexti) ſicut αβ ad γδ, ſic eſt αε ad γζ & εβ ad ζδ, cōmenſurabilis autē eſt αβ ipſi γδ, cōmenſurabilis igitur eſt & utraq; ipſarū αε, εβ, utriq; ipſarū γζ, ζδ. Et quoniā eſt ſicut αε ad γζ, ſic εβ ad ζδ, & uiciſſim (p 16 quinti) ſicut αε ad εβ, ſic eſt γζ ad ζδ. Et cōponendo igitur (p 18 quinti) ſicut αβ ad εβ, ſic γδ ad ζδ, & ſicut igitur (per 22 ſexti) quod ex αβ ad id quod ex βε, ſic quod ex γδ ad id quod ex ζδ. Similiter tñ demonſtrabimus quód & ſicut quod ex αβ ad id quod ex αε, ſic quod ex γδ ad id quod ex γζ. Et ſicut igitur (per 21 quinti) quod ex αβ ad ea quæ ex αε, εβ, ſic quod ex γδ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Et uiciſsim igitur (p 16 quinti) ſicut quod ex αβ ad id quod ex γδ, ſic quæ ex αε, εβ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Cōmenſurabile autē eſt id quod ex αβ, ei quod ex γδ. Cōmenſurabilia ſunt igitur & quæ ex αε, εβ, eis quæ ex γζ, ζδ. Suntq́; quæ ex αε, εβ, ſimul rationale, & quæ ex γζ, ζδ ſimul, rationale. Similiter autē & quód bis ſub αε, εβ, cōmenſurabile eſt ei quod bis ſub γζ, ζδ. At quod bis ſub αε, εβ, medium eſt: mediū igitur eſt & quod bis ſub γζ, ζδ. Ipſæ igitur γζ, ζδ, potētia ſunt incōmenſurabiles, efficiētes cōflatū ex earū quadratis ſimul rationale, & quod bis ſub ipſis mediū. Tota igitur γδ (per 57 decimi) irrationalis eſt, maior appellata. Maiori igitur cōmēſurabilis, & eadē maior eſt: quod oſtēdendū fuerat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

63 SI qua linea lineæ potenti in rationale & mediale cõmunicet, ipſa in rationale & mediale potens eſſe comprobatur.

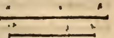


CAMPANVS. Verum quoq; eſt, quod quali tercunq; linea aliqua ſit cõmunicans potenti in rationale & mediale ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum, ipſa etiam eſt potens in rationale & mediale, quod ſicut prius duplici modo probatur, neceſſe eſt autẽ quãtũ ad primũ modũ, quòd ſicut duæ lineę c & d ſunt in potentia incommenſurabiles, ita ſint etiam e & f per 10, & quòd quẽadmodum g eſt ſuperficies rationalis (nã talẽ continent portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiã per diffinitionem ſit K rationalis, & quẽadmodũ duo quadrata m & h pariter accepta ſunt mediale, ſic etiam per 21 duo quadrata m & l pariter accepta erũt mediale, igitur ex 34 b eſt potens in rationale & mediale. Quantum autem ad ſecundum modũ, neceſſe eſt ex 58, ut linea d e ſit binomium quintũ, ideoq; & per 60 linea e g eſt binomium quintũ, quare per 52 latus tetragonicum ſuperficiei f g, quod eſt b, erit linea potẽs in rationale & mediale: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 51.* *Propoſitio 69.*

69 Rationale ac medium potẽti cõmenſurabilis, & eadem rationale ac medium potens eſt.



THEON *ex Zamb. Eſto rationale mediũq; potens αβ, & ipſi αβ cõmenſurabilis eſto γδ. Oſtendendũ quod & γδ rationale ac medium potẽs eſt. Diſtribuatur (per 46 decimi) αβ in rectas lineas in ε. Ipſæ igitur αε, εβ (per 40 decimi) potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes quidẽ cõpoſitũ ex earũ quadratis mediũ, quod uerò ſub ipſis rationale, & eadẽ conſtruãtur quæ in præcedẽtibus. Similiter iã demõſtrabimus quòd γζ, ζδ, potẽtia ſunt incõmenſurabiles, et cõmenſurabile eſt conflatũ ex ijs quæ ex αε, εβ, cõflato ex ijs quæ ex γζ, ζδ, quod autẽ ſub αε, εβ, ei quòd ſub γζ, ζδ. Quare & cõflatũ ex ijs quæ ex γζ, ζδ, quadratis, mediũ eſt, quod uerò ſub γζ, ζδ, rationale. Rationale igitur eſt ac mediũ potens, ipſa γδ: quod erat oſtendendũ.*

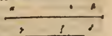
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 64.*

64 OMnis linea communicans potenti in duo medialia, ipſa quoque potens eſt in duo medialia.

CAMPANVS. Hæc quoq; manentibus eiſdem diſpoſitione & poſitionibus, eo duplici modo quo præmiſſæ probabitur uera eſſe, ſiue in lõgitudine ſiue in potentia cõmunicet linea b cum linea a potente in duo medialia. Quãtũ enim ad primũ argumẽtationis modũ erit per 35 ſuperficies g medialis, ideoq; & k per 21, cũ cõmunicet ei, duo quoq; quadrata m & h pariter accepta erũt ex eadẽ 35, ideoq; duo n & l pariter accepta p 21. At quia duo quadrata m et h pariter accepta ex prædicta 35 ſunt incõmenſurabile duplo ſuperficiei g, ſequitur per 10 & noſtras poſitiones ut duo quoq; l & n pariter accepta ſint incõmenſurabile duplo ſuperficiei K, cùm itaq; ſint e & f incommenſurabiles in potentia quẽadmodũ c & d, erit ex 35 linea b potens in duo medialia. Quantum autẽ ad ſecundũ ſolutæ argumentationis modũ erit per 59 d e binomium ſextum ideòq; etiam per 60 linea e g erit binomiũ ſextũ, quare per 53 latus tetragonicũ ſuperficiei f g quod eſt b, erit potens in duo medialia: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 52.* *Propoſitio 70.*

70 Bina potenti media commenſurabilis, bina potens eſt media.

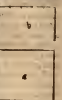


THEON *ex Zamb. Eſto bina potens media αβ, & ipſi αβ cõmẽſurabilis eſto γδ. Oſtendendũ quod & γδ, bina potẽs eſt media. Quoniam enim bina potẽs eſt media αβ, diſtribuatur (per 47 decimi) in rectas lineas in ε, igitur αε, εβ (per 41 decimi) potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, & quod ſub ipſis mediũ, & incommenſurabile eſt conflatũ ex ipſarum αε, εβ, quadratis ei quod ſub αε, εβ. Conſtruantur eadẽ quæ in præcedẽtibus. Similiter iã demõſtrabimus quòd & ipſæ γζ, ζδ, potẽtia ſunt incõmẽſurabiles, & cõpoſitũ ex ijs quæ ex αε, εβ, cõpoſito ex ijs quæ ex γζ, ζδ, cõmenſurabile eſt: quod autẽ ſub αε, εβ, ei quòd ſub γζ, ζδ, quare & conflatũ ex ipſarum γζ, ζδ, quadratis mediũ eſt, & quod ſub ipſis γζ, ζδ, mediũ & inſuper incõmenſurabile eſt cõflatum ex ipſarum*

γζ, ζδ, quadratis ei quod ſub γζ, ζδ. Ipſa igitur γδ, bina potens eſt media: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 65.*

SI duæ ſup̃ficies quarũ altera rationalis, altera uerò medialis cõiũgãt, linea potẽs totã ſup̃ficiẽ inde cõpoſitã aliq̃ erit quatuor irratiõaliũ linearũ, uidelicet aut binomiũ, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potẽs in ratiõale & mediale.



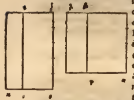
CAMPANVS. Vt ſi a ſit rationalis ſuperficies, & b medialis, erit linea potẽs in totã a b, aliqua præmiſſarũ quatuor. Sit enim linea c d rationalis, cui adiũgatur c e æqualis a, & f g æqualis b, eritq; ex 16 linea d e rationalis in longitudine, cõmunicãs lineæ c d rationali poſitæ, ex 20 linea e g rationalis in potentia tantũ, & ex 30 linea d g binomiũ, cuius cũ altera binomialiũ portionũ quę eſt d e, ſit rationalis in lõgitudine cõmunicans lineæ rationali poſitæ quæ eſt c d, ipſum erit ex diffinitione ſpecierum binomij aut binomium primum, aut ſecundũ, aut quartum aut quintũ: tertium autẽ aut ſextũ non erit ex diffininone, itaq; ex 44. 49. 51. & 52, linea potẽs in totã c g quæ eſt æqualis duab⁹ ſimul a & b, erit aut binomiũ, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potẽs in rationale aut mediale, quod eſt propoſitũ. Bimediale uerò ſecũdũ, aut potẽs in duo medialia nõ erit, quoniã ſi eſſet bimediale ſecũdũ, eſſet ex 56 linea d g binomiũ tertiũ, quod ſi eſſet potẽs in duo medialia, eſſet ex 59 linea d g binomiũ ſextũ, ſed neutrum erat: unde patet noſtra intentio.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 53.* *Propoſitio 71.*

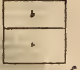
Rationali ac medio cõpoſitis, quatuor fiũt irrationales, quę ex binis noĩbus, quæ ex binis prima medijs, maior ac rationale mediumq; potens. 71

THEON *ex Zamb. Sit rationale αβ, mediũ autem γδ. Dico quòd ipſam αδ areolã potẽs, aut ex binis nominibus eſt, aut ex duobus prima medijs, aut maior, aut rationale mediũq; potens. Ipſa etenim αβ, ipſa γδ aut maior aut minor eſt. Eſto prius maior, exponaturq; rationalis εζ, cõpareturq; (per 44 primi) ad ipſam εζ ipſi αβ æqua areola εη, latitudinẽ efficiẽs εθ. Ipſi autẽ γδ æquũ ad εζ, hoc eſt θη, cõparetur θι latitudinẽ efficiẽs θκ. Et quoniã rationale eſt αβ, & æquale eſt ipſi εη, rationale igitur eſt & εη. Et ad ipſam rationalem εζ cõparatur, latitudinẽ efficiens εθ, rationalis igitur eſt εθ, & cõmenſurabilis eſt ipſi εζ lõgitudine. Rurſus quoniã mediũ eſt γδ, & æquũ eſt ipſi θι, mediũ igitur eſt et θι. Et ad rationalẽ εζ cõparatur, hoc eſt ad ipſam θη, latitudinẽ efficiens θκ, rationalis igitur eſt θκ, & ipſi εζ longitudine incõmenſurabilis. Et quoniã mediũ eſt γδ, rationale autem αβ, incõmenſurabile igitur eſt αβ ipſi γδ, quare & εη incommenſurabile eſt ipſi θι. Sicut autẽ εη ad θι ſic (per 1 ſexti) eſt εθ ad θκ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & εθ, ipſi θκ longitudine. Et ambæ ſunt rationales, ipſæ igitur εθ, θκ, rationales ſunt, potẽtia tantũ cõmẽſurabiles, ex binis igitur noĩbus eſt εκ, diuiſa in θ. Et quoniã maius eſt αβ ipſo γδ, æquũ autẽ eſt αβ ipſi εη, & γδ ipſi θι, maius igitur eſt εη ipſo θι, et εθ, igitur maior eſt ipſa θκ. Igitur εθ, ipſa θκ maius poteſt, aut eo quod ex ſibi lõgitudine cõmẽſurabili, aut eo qđ ex ſibi incõmẽſurabili. Poßit prius maius eo qđ fit ex ſibi cõmẽſurabili. Eſtq; maior εθ cõmẽſurabilis expoſitæ rationali εζ. Ipſa igitur εκ (per ſecũdas diffinitiones) ex binis nominibus eſt prima. Rationalis aũt eſt εζ. Si areola uerò cõprehẽdatur ſub rationali & ex binis nominibus prima, quæ areolã poteſt, eò binis nominibus (p 54 decimi) Igitur quæ ipſum ει poteſt, ex binis nominibus eſt. Quare & ipſum αδ potẽs, ex binis nominibus eſt. Poßit uerò εθ ipſa θκ, maius eo quod ex ſibi incõmẽſurabile, eſtq; maior εθ, cõmẽſurabilis ipſi εζ expoſitæ rationali lõgitudine. Ipſa igitur εκ, ex binis nominibus eſt quarta. Rationalis aũt eſt εζ. Si uerò areola cõprehẽdatur ſub rationali ac ex binis quarta nominibus, quæ areolã poteſt, irratiõalis eſt appellata maior (p 57 decimi) Igitur quæ ipſam ει poteſt areolã, maior eſt. Quare et ipſam αδ potẽs maior eſt. Sed iã eſto minus αβ ipſo γδ, & εη igitur ipſo θι minus eſt, quare et εθ, minor eſt ipſa θκ. At θκ ipſa εθ maius poteſt, aut eo q ex ſibi cõmẽſurabili, aut eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Poßit prius maius eo qđ ex ſibi cõmẽſurabili lõgitudine, & minor εθ eſt, cõmẽſurabilis lõgitudine ipſi εζ expoſitæ rationali, ipſa igitur εκ, ex binis nominibus ſecũda. Rationalis aũt eſt εζ. Si uerò areola cõprehẽdatur ſub rationali et ex binis ſecũda nominibus, quæ areolã poteſt, ex binis eſt prima (p 55 decimi) quæ igitur ipſam ει poteſt areolã, ex binis eſt prima medijs. Quare et quæ ipſam αδ areolã poteſt, ex binis medijs eſt prima. Atq; θκ, ipſa εθ maius poßit, eo qđ ex ſibi incõmẽſurabili, & minor εθ eſt, cõmẽſurabilis expoſitæ ratio*

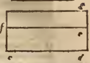


ſitæ ratio

ſitæ rationali ι ζ. Ipſa igitur ι κ ex binis nominibus eſt quinta. Rationalis autē eſt ι ζ. Si uerò areola cōpre-
bēdatur ſub rationali & ex binis nominibus quinta, quæ areolam poteſt rationale ac medium potens eſt
(per 58 decimi.) Quæ igitur ipſam ι ι areolā poteſt, rationale ac medium poteſt, quare & ipſam α δ areo
lam potens, rationale ac medium poteſt. Rationali igitur ac medio compoſitis, quatuor irrationales fiunt
quæ ex binis nominib. quæ ex binis prima medijs, maior, & rationale mediumq́; potēs: quod demōſtraſſe
oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 66.

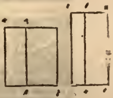


66 CVm cōiūctę fuerint duæ ſuperficies mediales in cōmēſurabiles linea potēs in totā ſuperficiē alterutra erit duarū irratiōaliū linearū, uidelicet aut bimediale ſecūdū aut potēs in duo medialia.



CAMP. Vt ſi a & b ſint duæ ſuperficies mediales incommenſurabiles (ſi enim
eſſent cōmenſurabiles, eſſet cōpoſita ex eis medialis ex 9 & 21, quare & linea po
tēs in eā, medialis ex 19) dico quod linea potens incōpoſitā ex ambabus, erit aut
bimediale ſecūdū, aut potēs in duo medialia. Sit quidē linea c d, rationalis, ſu-
perficies uero ſibi adiuncta c e æqualis a, & ſuperficies f g æqualis b, eritq́; ex
20 linea d e, ſimiliter quoq́; linea e g, rationalis in potētia tantū. Cūq́; ſuperfici-
es c e & f g, ſint incommenſurabiles ſicut a & b eis æquales, ideoq́; lineæ d e & e g ex prima ſexti & 10 huius
erit ex 30 linea d g binomiū. Cuius cū utraq́; binomialiū portionū quæ ſunt d e & e g, ſit incōmēſurabilis li-
neæ rationali poſitæ quæ eſt c d, ipſum erit ex diffinitiōe binomiū tertiū aut ſextū. Linea ergo potens in to-
tam c g æqualem compoſitæ ex a & b, erit ex 30 & 55, aut bimediale ſecundum aut potens in duo medialia:
quod eſt propoſitum. Euclid. ex Zamb. Propoſitio 72. Problema 54.

72 Binis medijs adinuicē incōmenſurabilibus cōpoſitis, reliquæ duæ irrationales fiūt, quæ ex binis ſecūda medijs, & quæ bina potēs eſt media.

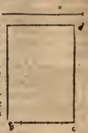


THEON ex Zamb. Cōponātur etenim bina media adinuicē incōmēſurabi-
lia, α β, γ δ. Dico q́; α δ areolā, potēs aut ex binis eſt ſecūda medijs, aut bina potens
eſt media. Ipſum nāq́; α β ipſo γ δ aut maius eſt aut minus. Sit prius maius α β ipſo
γ δ, exponaturq́; rationalis ι ζ, et ipſi α β æquū ad ipsā ι ζ (p 45 primi) cōparetur ι ο
latitudinē efficiēs ι θ, ipſi autē γ δ, æquū ϑ ι, latitudinē efficiēs ϑ κ. Et quoniā utrū
que ipſorū α β γ δ, mediū eſt, & utrūq́; igitur ipſorū ι ο, ϑ ι, mediū eſt. Et ad ipsā
ι ζ rationalē cōparatur, latitudinē efficiēs ipſas ι θ, θ κ, utraq́; igitur ipſarū ι θ, θ κ,
ratiōalis eſt (p 22 decimi) et ipſi ι ζ lōgitudine incōmēſurabilis. Et quoniā α β ipſi
γ δ incōmēſurabile eſt, & æquū eſt α β quidē ipſi ι ο, et γ δ ipſi ϑ ι, incōmenſurabi
le igitur eſt & ι κ ipſi ϑ ι. Sicut autē (p 1 ſexti) ι κ ad θ ι, ſic eſt ι θ ad θ κ, incōmenſu
rabilis igitur eſt (per 11 decimi) ι θ ipſi ϑ κ lōgitudine. Ipſæ igitur ι ϑ, ϑ κ, rationales ſunt potētia tantū cō
menſurabiles. Ipſa igitur ι κ, ex binis nominibus eſt. Ipſa autem ι ϑ ipſa ϑ κ aut maius poteſt eo qđ ex ſibi
cōmenſurabili, aut eo qđ ex ſibi incōmenſurabili. Poßit prius maius eo quod ex ſibi incōmenſurabili lō-
gitudine, & neutra ipſarū ι ϑ, ϑ κ, cōmenſurabilis eſt lōgitudine ipſi ι ζ expoſitæ rationali. Ipſa igitur ι κ
(p 50 decimi) ex binis eſt tertia nominibus. Rationalis autē eſt ι ζ. Si uerò areola cōprehendatur ſub ratio
nali & ex binis nominibus tertia, quæ areolā poteſt, ex binis eſt ſecūda medijs (per 56 decimi) Quæ areo
lam igitur ι ι, hoc eſt α δ poteſt, ex binis eſt ſecunda medijs. Sed iā ι ϑ ipſa θ κ, maius poßit eo quod ex ſibi
lōgitudine incōmēſurabili. Et quoniā incōmēſurabilis eſt utraq́; ipſarū ι θ, ϑ κ, ipſi ι ζ lōgitudine, ipſa igi
tur ι κ ex binis eſt ſexta nominibus (p 53 decimi.) Si uero ſub rationali & ex binis ſexta nominibus areola
cōprehendatur, quæ areolā poteſt, bina potēs eſt media (p 39 decimi) Quare & quæ α δ poteſt areolam,
bina potēs eſt media. Similiter iā oſtendemus, qđ & ſi minor fuerit α β ipſa γ δ, quæ ipſam α δ areolā po
teſt aut ex binis eſt ſecunda medijs, aut bina potēs eſt media. Binis igitur medijs inuicē cōmenſurabilibus
cōpoſitis, reliquæ irrationales fiunt ex binis ſecūda medijs & quæ bina potens eſt media: quod erat oſten-
dendum. Eucl. ex Camp. Propoſitio 67.

67 CVm poſita fuerit linea binomialis cæteræq́; irrationales ſequentes eam, non erit earum aliqua ſub termino alterius.

CAMP. Vult quod ſi linea aliqua ut a, fuerit aliqua ex ſex præhabitis lineis irra
tionalibus quæ ſunt binomiū & eius quinq́; comites, ipſa non erit a'iqua aliarū.
Si enim quadrato ei⁹ æqualis ſuperficies adiūgatur ad lineā ratiōalē b c, quę ſit b
d, ſi quidē a fuerit binomiū, erit ex 54 linea c d binomiū 1. Quæ ſi fuerit bimediale 1, erit c d ex 55
binomiū ſecūdū. Si autē bimediale ſecūdū, erit c d ex 56 binomiū tertiū. Et ſi linea maior, erit c d ex
57 binomium quartum. At ſi potens in rationale & mediale, aut ſi potens in duo medialia, erit

ex 58 c d binomium quiutum, aut ex 59 binomium ſextum. Et quia impoſſibile eſt c d eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus binomiorum a diffinitione, eſt impoſſibile a eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus ſex præhabitarum linearum irrationalium. De linea autem mediali conſtat quod ipſa quoq; non ſit aliqua ſex ſequenniũ, uidelicet neq; binomium, neq; aliqua ex ipſius cominibus. Cum enim ſuperficies æqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineam rationalem, latus eius ſecundum eſt rationale in potentia ex 20. Cum autem ſuperficies æqualis quadrato binomij, aut alicuius ſuarũ comitum, latus eius ſecundum, eſt binomium, aut primum, aut ſecundum, et ſic de cæteris per 54 quinq; eam ſequentes. Quare ipſum eſt irrationale & in longitudine & in potentia per 30. Cum igitur ſit impoſſibile eandem lineam eſſe rationalem in potentia, & irrationalem tam in longitudine quàm in potẽtia, nimirum impoſſibile lineam medialẽ eſſe binomialem aut aliquam ex quinq; ſuis cominibus.



THEON.

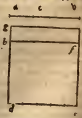
Quæ ex binis nominibus, & poſt ipſam irrationales, neq; mediæ neq; inuicẽ ſunt eædẽ. Quod enim ex media ad rationalem comparatum, latitudinẽ efficit rationalem & ei lõgitudine incommenſurabilẽ ad quam comparatur (per 22 decimi.) Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatũ, latitudinem efficit ex binis nominibus primam (per 60 decimi.) Quod ex ea uero quæ ex binis prima medijs ad rationalẽ comparatum, latitudinẽ efficit ex binis nominibus ſecundam (per 61 decimi.) Quod ex ea autem quæ ex binis ſecunda medijs ad rationalem comparatũ, latitudinem efficit ex binis nominibus tertiam (per 62 decimi.) Verùm quod ex minore ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus quartam (per 63 decimi.) Sed quod ex rationale ac medium potente ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus ſextam (per 65 decimi.) Quoniam prædictæ latitudines differunt & à prima & adinuicem, à prima quoniam rationalis eſt, adinuicem uerò quia in ordine non ſunt eædem, manifeſtum eſt quod & ipſæ irrationales adinuicem differunt.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 68.

SI linea de linea abſcindatur, fuerintq́; ambæ potẽtialiter tãtum rationales communicãtes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́; reſiduum. 68



CAMPANVS. Sit linea b c, abſciſa ex a b, ſintq́; ambę rationales tantum potentia communicantes, quales docuit inuenire 17 & 18, & hæ ſunt quæ componunt binomium. Dico quòd a c reliqua eſt irrationalis & ipſa uocatur reſiduum. Conſtat enim ex 7 ſecundi, quod quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta, quæ componunt ſuperficiem rationalem ex hypotheſi & diffinitione rationalis ſuperficiei & 9 huius, tantum ſunt quantum duplum ſuperficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumq́; ex 19 ſuperficies a b in b c ſit medialis, ideoq́; & duplum eius mediale per 21, & ideo irrationale per 19, ſequitur ut ambo quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta ſint incõmenſurabile duplo ſuperficiei unius earum in alteram, quare per 9, & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratum lineæ a c eſt irrationale, cum ipſum ſit incommẽſurabile rationali, uidelicet, duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, itaq; enĩ ex diffinitione linea a c eſt irrationalis, quod eſt propoſitum. Exemplariter in figura, eſto ſuperficies duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis, eritq́; rationalis, itemq́; ſit ſuperficies d f ęqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, eritq́; ex 19 medialis, & erit ex 7 ſecundi ſuperficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cũq́; ſuperficies e g ſit incommenſurabilis ſuperficiei d f, eadem erit ex 9 incõmenſurabilis f g, quare f g irrationalis, & eius tetragonicum latus a c.



Incipiunt hexades per aphræſin, hoc eſt per abſciſionem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 55.* *Propoſitio 73.*

Si rationali rationalis auferatur, potentia tantum commenſurabilis exiſtens toti, reliqua irrationalis eſt, uocatur autem apotome. 73



THEON *ex Zamb. A rationali namq; α β, rationalis inferatur β γ, potentia tantum toti cõmenſurabilis exiſtens. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt, apotome appellata. Quoniam α β ipſi β γ longitudine eſt incommenſurabilis, eſtq́; (per lẽma 21 decimi) ſicut α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ſub α β, β γ, incommenſurabile igitur eſt (per 11 decimi)*

quod

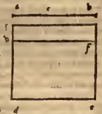
quod ex α β, ei quod ſub α β, β γ. Sed ei quidem quod ex α β, incommenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, quadrata, ei autem quod ſub α β, β γ, commenſurabile eſt quod bis ſub α β, β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, incõmenſurabilia ſunt ei quod bis ſub α β, β γ, & reliquo igitur quod ex α γ, incommenſurabilia ſunt ei quæ ex α β, β γ, quoniã (per 5 ſecũdi) & quæ ex α β, β γ, æqua ſunt ei quod bis ſub α β, β γ, unà cũ eo quod ex γ α. Rationalia autẽ ſunt ea quæ ex α β, β γ, quadrata, irrationalis igitur eſt linea α γ, uocatur autẽ ipſa, apotome.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 69.*

69 SI fuerit linea de linea abſciſa, fuerintq́ ambę mediales potentialiter tantum cõmunicantes, ſuperficiẽq́ rationalẽ continentes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ reſiduum mediale primum.



CAMPANVS. Sit linea b c, abſciſa ex linea a b, ſintq́ ambæ quales proponitur, quas ex 24 & 25 reperies, & hæ ſunt quæ coniungunt bimediale primum. Dico quòd reliqua linea a c erit irrationalis, & ipſa dicitur reſiduũ mediale primũ. Erunt etiam ambo earũ quadrata pariter accepta, mediale, duplũ uero ſuperficiei unius in alterã, rationale, itaq; ambo quadrata pariter accepta, incõmenſurabile ſunt duplo ſuperficiei unius in alterã. Quia itaque ambo quadrata pariter accepta componuntur ex duplo ſuperficiei unius in alteram & quadrato lineæ a c, ſequitur per 9 ut quadratum lineæ a c ſit incommenſurabile duplo ſuperficiei unius in alteram, quare tam ipſum quadratum quàm latus eius a c, eſt irrationale per diffinitionẽ, conſtat ergo propoſitum. Quod (quemadmodũ in præmiſſo) ſi libet potes declarare exemplariter in figura. Aliter idẽ ſic. Sit linea d e rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, & ſuperficies g e, æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq́ per 7 ſecũdi ſuperficies f g, æqualis quadrato lineæ a c. Cum itaq; per hypotheſin ſit ſuperficies e g, medialis erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. Cũ uero ſit ſuperficies e h rationalis per hypotheſin, erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 68, linea g h eſt reſiduum, & irrationalis: ideoq; per 15 à deſtructione cõſequentis ſuperficies f g eſt irrationalis, & eius latus tetragonicum quod eſt a c, eſt irrationale. Et ſic patet propoſitum.



Euclid. ex Zãb. *Theorema 56.* *Propoſitio 74.*

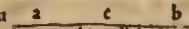
74 Si à media auferatur media potentia tãtum toti ſubſiſtens commenſurabilis, cum tota uerò rationale comprehendens, reliqua irrationalis eſt, uocetur ò uer mediæ apotome prima.



THEON *ex Zãb. A media nanq; α β, media auferatur β γ potentia tantum cõmenſurabilis ſubſiſtens toti α β, & cum ipſa α β rationale cõprehendens quod ſub α β, β γ. Dico quod reliqua α γ irrationalis eſt, appellaturq; mediæ apotome prima. Quoniam enim α β, β γ mediæ ſunt, media quoq; ſunt quæ ex α β, β γ. Rationale autem quod bis ſub α β, β γ, incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ: & reliquo igitur ei quod ex α γ (per 16 decimi) incõmẽſurabile eſt quod bis ſub α β, β γ, quoniam & ſi tota uni earum incommenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incõmenſurabiles erunt (per 16 decimi.) Rationale autem eſt quod bis ſub α β, β γ, irrationale igitur quod ex α γ. Irrationalis igitur eſt α γ, uocatur ſanè mediæ apotome prima: quod fuerat oſtendendum.*

Eucl. ex Camp. *Propoſitio 70.*

70 SI linea de linea ſecetur, fuerintq́ ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, continẽteſq́ mediale, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ reſiduum mediale ſecundum.



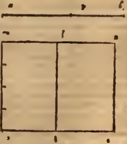
CAMPANVS. Sit hic quoq; linea b c, abſciſa ex linea a b, utraq; autem a b & b c, ſint ut ponitur, & ipſæ per 26 reperiũtur, & ſunt quæ cõponunt bimediale ſecũdũ. Dico quòd linea reliqua quæ eſt a c, eſt irrationalis, & ipſa dicitur reſiduũ mediale ſecundũ. Sunt enim ex hypotheſi & 21 ambo quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta mediale, ſimiliter quoq; duplũ ſuperficiei unius in alterã, eſt mediale. Cũ itaq; ex 22 mediale nõ differat à mediali niſi irrationali, erit quadratũ lineæ a c in quo per 7 ſecũdi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedũt duplũ ſuperficiei unius in alterã irratiõale, quare & linea a c, irrationalis. Figurali quoq; exẽplo patefieri poteſt iſtud ut prius. Si enim ſit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, ſimiliter & d f duplo ſuperficiei unius in alteram, erit f g per 7 ſecundi æqualis quadrato a c, quæ cum ſit differentia ſuperficiei unius medialis e g ad ſuperficiem medialem d f, ipſa eſt irrationalis per 22, & eius tetragonicum latus a c irrationale.



T E R T I U aliter. Sit linea d e rationalis, cui adiungatur ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, & e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, erit per 7 ſecundi f g, æqualis quadrato a c. Quia uerò e g eſt medialis, erit ex 20 linea d g in potentia tantum rationalis. Similiter quoq; cum e h ſit medialis, erit ex eadem, linea d h rationalis ſimiliter in potentia tantũ. Et quoniam a b & b c ſunt incommenſurabiles in longitudine, ideoq; quadratum utriuſq; earum ſuperficiei unius in alteram, & propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cum ipſa ex hypotheſi cõmunicent) ſunt quoq; incommenſurabilia duplo ſuperficiei unius in alteram, ſequitur ut e g ſit incommenſurabilis h e, quapropter linea d g, lineę d h, igitur ex 68, linea g h eſt reſiduum, & irrationalis: ideoq; per 16 à deſtructione conſequentis ſuperficies f g irrationalis, & eius latus tetragonicum a c irrationale.

Euclid. ex Zamb. *Problema 57.* *Propoſitio 75.*

Si à media media auferatur potentia tantum toti commenſurabilis ſubſiſtens, & cum tota medium comprehẽdens, reliqua irrationalis eſt, uocetur autem mediæ ſecunda apotome.



T H E O N *ex Zamb. A media namq; αβ, media auferatur γβ potentia tantum toti αβ cõmenſurabilis ſubſiſtens, unaq; cum ipſa tota αβ mediũ cõprehendens quod ſub αβ, βγ. Dico quòd reliqua αγ irrationalis eſt, appellatur autẽ mediæ ſecunda apotome. Exponatur enim rationalis δι. Et ipſis quidẽ quæ ex αβ, βγ, æquũ ad δι cõparetur (per 44 primi) δκ, latitudinẽ efficiens δη, ei uero quod bis ſub αβ, βγ, æquũ ad ipſam δι cõparetur (per 44 primi) θκ, latitudinẽ efficiens δζ. Reliquũ igitur ζκ, æquum eſt ei quod ex αγ. Et quoniã ea quæ ex αβ, βγ, media ſunt, mediũ igitur eſt & δκ, & ad ipſam rationalẽ δι cõparatur, latitudinẽ efficiens δη: rationalis igitur eſt (per 22 decimi) δη, & ipſi δι longitudine incõmenſurabilis. Rurſus quoniã quod ſub αβ, βγ, mediũ eſt, & quod bis igitur ſub αβ, βγ, mediũ eſt, & eſt æquale ipſi δθ & θκ igitur mediũ eſt, & ad ipſam δι rationalẽ cõparatum eſt, latitudinem efficiens δζ, rationalis igitur eſt δζ, & ipſi δι longitudine incõmenſurabilis. Et quoniam αβ, βγ, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles, incommenſurabilis eſt igitur αβ ipſi βγ longitudine. Incõmenſurabile igitur (per lemma 21 decimi & 11 decimi) & quod ex αβ quadratũ, ei quod ſub αβ, βγ. Sed ei quidem quod ex αβ, commenſurabilia ſunt quæ ex αβ, βγ, ei autem quod ſub αβ, βγ, cõmenſurabile eſt quod bis ſub αβ, βγ. Incommẽſurabilia igitur ſunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis ſub αβ, βγ. Sed eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquũ eſt δκ, ei autem quod bis ſub αβ, βγ, æquum eſt δθ. Incõmenſurabile igitur eſt δκ, ipſi δθ. Sicut autem δκ ad δθ, ſic ηδ ad δζ. Incommenſurabilis igitur eſt ηδ, ipſi δζ longitudine. Et utræque rationales. Ipſæ igitur ηδ, δζ (per 11 decimi) rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles.* 74
Ipſa igitur ζη, apotome eſt. Rationalis autem δι. Quod autem ſub rationali & irrationali comprehenſum, irrationale eſt (per lemma 20 decimi) & quæ illud poteſt irrationalis eſt. Ipſum autem ζκ, poteſt ipſa αγ, ipſa igitur αγ irrationalis eſt, appellatur autẽ mediæ ſecũda apotome. Eucl. ex Cãp. Prop. 71

S I inea de linea detrahatᷓ, fuerintq; ambę potentialiter incõmenſurabiles, cõtinentesq; mediale, quadrataq; earũ ambo pariter accepta rationale, reliqua linea erit irrõnalis, uocabiť q; minor.



C A M P A N V S. Si ſint a b & b c quales proponitur, quæ per 27 reperiuntur & componunt lineam maiorem, erit linea a c irrationalis, & ipſa eſt quæ dicitur linea minor. Quod qui præmiſſa firmiter tenuerit, poſitionesq; diligenter attenderit, duplici, modo ut antecedentes facile probabit.

Euclid. ex Zamb. *Problema 68.* *Propoſitio 76.*

Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti ſubſiſtens incõmenſurabilis, cum tota uerò efficiens quod ab eis ſimul rationale, quod uero ſub ipſis medium, reliqua irrationalis eſt, appellaturq; minor.

T H E O N *ex Zamb. A recta namq; linea αβ, auferatur recta linea βγ, potentia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, efficiens cum tota quidem αβ compoſitum ex iis quæ ex αβ, βγ, ſimul rationale, quod*

uero bis ſub ipſis α β, β γ, ſimul medium. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt, appellata minor. Quoniam nanque compoſitum quidem



ex ijs quæ ex α β, β γ, quadratis rationale eſt, quod uero ſub ipſis α β, β γ, medium, incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ. Et conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) incommenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod ex α γ. Rationale autem eſt, conflatum ex ijs quæ ex α β, β γ, irrationale igitur quod ex α γ, ipſa igitur α γ irrationalis eſt, appellatur autem minor.

Eucild. ex Camp. *Propoſitio 72.*

72 Si linea de linea dematur, fuerintq́ ambę potentialiter incommenſurabiles, ſuperficiemq́ rationalē continentes, quadrataq́ earum ambo pariter accepra mediale, linea reliqua erit irrationalis, dicaturq́ iuncta cum rationali componens totum mediale.

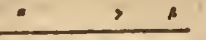
CAMPANVS. Et hoc quoq́ neſcire non poteſt qui priora nouerit, niſi à memoria exciderint: quin poſitis lineis a b & b c (quales proponitur, quæ & per 28 reperiuntur, & lineam potentem in rationale & mediale componunt) ſit a c reliqua, irrationalis, & ipſa dicitur quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 59.* *Propoſitio 77.*

77 Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti ſubſiſtens incōmenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipſarum quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale, reliqua irrationalis eſt, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens.

THEON *ex Zāb. A recta enim linea α β, recta linea auferatur β γ, toti α β potentia ſubſiſtens incōmenſurabilis, efficiens conflatum*

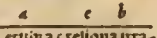


quidem ex ipſarū α β, β γ, quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quoniam enim conflatum ex ipſarum α β, β γ, quadratis medium eſt, quod uerò bis ſub ipſis α β, β γ, rationale, incōmenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β, β γ, quadrata ei quod bis ſub α β, β γ, & reliquū igitur quod ex α γ, incommenſurabile eſt quod bis ſub α β, β γ. Quod uerò bis ſub α β, β γ, rationale eſt, quod igitur ex α γ, irrationale eſt. Irrationalis igitur eſt ipſa α γ, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 73.*

73 Si linea à linea detrahatur, fuerintq́ ambæ potentialiter incōmenſurabiles, ſuperficiemq́ medialem continētes, quadrataq́ earum ambo pariter accepta mediale duplo ſuperficiei alterius in alterū incōmenſurabile, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ iuncta cum mediali faciens totum mediale.

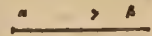
CAMPANVS. Sint etiam hic a b & b c quales proponitur, quæ per 29 reperiuntur, & ipſæ ſunt quæ componunt lineam potentem in duo medialia, eritq́ a c reliqua irrationalis dicta, quę iuncta cum mediali componit totum mediale. Quod ut facile (ſicut pręmiſſa) duplici argumentatione concludes, proceſſum 70 moneo diligenter attendas.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 60.* *Propoſitio 78.*

68 Si à recta linea recta linea ſublata fuerit potētia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, & cū tota efficiens conflatū ex ipſarū quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis mediū, inſuper ipſarū quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub ipſis, reliqua irrationalis eſt, appellatur autē cum medio medium totum efficiens.

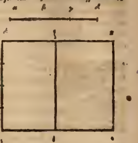
THEON *ex Zamb. A recta nanq; linea α β, recta linea auferatur β γ potētia incōmenſurabilis ſubſiſtens toti, efficiens compoſitū ex ipſarū α β, β γ, quadratis*



medium, quod uerò ſub ipſis α β, β γ, medium, inſuper ipſarū α β, β γ, quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub α β, β γ. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt, uocatur autem cum medio medium totum efficiens.

Exponatur

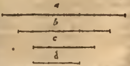
Exponatur rationalis δι, & eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum ad ipſam δι comparetur (per 44 primi) δε, latitudinem efficiens δη, ei autem quod bis ſub αβ, βγ, æquum auferatur δθ, latitudinem efficiens δζ, reliquũ igitur ζε, æquũ eſt ei quod ex αγ, quare αγ poteſt ipſum ζε. Et quoniam compoſitũ ex ipſarum αβ, βγ, quadratus medium eſt, & ipſi δε eſt æquale, ipſum igitur δε medium eſt. Et ad ipſam δι rationalem comparatur, latitudinem efficiens δη rationalis igitur eſt (per 22 decimi) δη, & ipſi δι longitudine incommenſurabilis. Rurſus quoniam quod bis ſub αβ, βγ, medium eſt & ipſi δθ æquale, igitur δθ medium eſt. Et ad ipſam δι rationalem comparatur, latitudinem efficiẽs δζ, rationalis igitur eſt δζ, & ipſi δι longitudine incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilia ſunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis ſub αβ, βγ, incommenſurabile igitur eſt & δε ipſi δθ. Sicut autem (per primam ſexti) δε ad δθ, ſic eſt & δη ad δζ. Incommenſurabilis igitur eſt ηδ ipſi δζ, & utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur ηδ, δζ rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt ζη, rationalis autem eſt ζθ. Quod uero ſub rationali & apotome comprehenſum rectangulum, irrationale eſt & illud potens irrationalis eſt (per 73 decimi) Ipſum autem ζε, poteſt ipſa γα. Igitur ipſa γα irrationalis eſt, appellatur ſane cum medio medium totum efficiens: quod erat oſtendendum.



CAMPANVS. Eſt autem præmittendum hic antecedens neceſſarium ad demonſtrationes ſequentium.

Si fuerint quatuor quantitates, quarum differentia primæ ad ſecundam, ſit ſicut tertiæ ad quartam, erit permutatim differentia primæ ad tertiam ſicut ſecundæ ad quartam.

Intelligendum eſt hoc de quantitatibus eodem modo relatis, ut cum prima maior fuerit ſecunda, ſit quoq; tertia maior quarta, cum uero minor, et minor. Exempli gratia ſit differentia a ad b, ſicut c ad d, dico quòd erit a ad c ſic b ad d eſt enim (per hanc communem animi conceptionem differentia extremorum, compoſita eſt ex differentijs ipſorum ad media) differẽtia a, ad c, compoſita eſt ex ea quæ eſt a ad b, & ea quæ eſt b ad c. At ea quæ eſt b ad p, per eandem conceptionem componitur ex ea quæ eſt b ad c, & ea quæ eſt c ad d. Et quia ex hypotheſi differentia a ad b, ſicut c ad d, ea uero quæ eſt b ad c eſt communis, ſequitur per communem ſcientiam ut ſit a ad c, ſicut b ad d: quod eſt propoſitum.



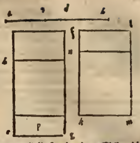
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 74.*

NVlla linea niſi una tantum reſiduo cõiungi poteſt, ut ſint ambæ ſub termino earum quæ erant ante ſeparationem. 74

CAMPANVS. Sit linea a c reſiduum, quæ fuerit reliqua abſciſa b c ex a b, eruntq; a b & b c, rationales tantum potentia communicãtes ex 68. Dico quòd ipſa a c, nulli alij lineæ quàm b c poterit componi ſub hac diffinitione, neq; maiori b c, neque minori b c. Si autem poteſt, componatur cum c d, indifferenter maiori aut minori quàm b c, eruntq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c, rationales in potentia tantum communicantes. Quare ergo ex 7 ſecundi quadrata ambarum linearum a b & b c pariter accepta excedũt duplum ſuperficiei unius earum in alteram in quadrato a c, ſimiliter quoque quadrata duarum linearum a d & d c pariter accepta, excedũt duplum ſuperficiei unius ipſarum in alteram in quadrato eiuſdem a c, ſequitur ex præmiſſo antecedente, ut differẽtia duorum quadratorum duarum linearum a b & b c pariter acceptorum ad duo quadrata duarum linearum a d & c d pariter accepta, ſit ſicut differẽtia dupli ſuperficiei a b in b c ad duplum ſuperficiei a d in d c. Cum autem ſint duo quadrata utriuſq; ſectionis pariter accepta rationale ex hypotheſi, duplum uero ſuperficiei unius in alteram portionum utriuſq; ſectionis mediale per hypotheſin, & 19, erit una & eadem differentia duarum ſuperficierum rationalium & duarum medialium, hoc autem eſt impoſſibile, rationales eum ſuperficies non differunt niſi in rationali ſuperficie, ut patet per diffinitionem rationalis ſuperficiei & per 9, medialis autem, non differt a mediali niſi irrationali ſuperficie



per



per 22. Hoc autem fit manifeſtus in figurã, ſic. Sit enim ſuperficies e f, adiũcta, ad lineam e g, æqualis ambobus quadratis duarum ſuperficierum a b & b c pariter acceptis, at g h ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram. Eritq́ f h, æqualis quadrato lineæ a c ex 7 ſecundi. Similiter quoq; ſit K l, adiuncta ad lineam K m, æqualis duobus quadratis duarum linearum a d & d c pariter acceptis, & m n, ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, eritq́ ex 7 ſecundi n l æqualis quadrato lineæ a c, ideoq́ etiam æqualis h f. Eſt itaq; differẽtia e f ad g h, ſicut k l ad m n. Quare per antecedens præmiſſum, erit permutatim differentia e f ad K l (& ipſa ſit p) ſicut g h ad m n. Et quia utraq; duarum ſuperficierum e f & k l eſt rationalis, utraq; uero duarum ſuperficierum g h & m n medialis, ſequitur impoſſibile, uidelicet, ſuperficiem p eſſe rationalem & irrationalem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 61.* *Propoſitio 79.*

79 Apotome una tantum congruit recta linea rationalis, potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis.



THEON *ex Zamb. Sit apotome α ζ, cõgruens autẽ ei ſit ζ γ, ipſæ igitur α γ, γ β, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles. Dico quòd ipſi α β, altera non congruit rationalis potentia tantũ ſubſiſtens toti commenſurabilis. Si enim poßibile, congruat, ſitq́; β δ. Ipſæ igitur α δ, δ β, potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Et quoniã (per 7 ſecundi) quo excedunt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis ſub α δ, δ β, hoc excedunt & quæ ex α γ, γ β, id quod bis ſub α γ, γ β, (eodem nanq; id eſt quod ex α β, utraq; excedunt) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedũt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ ζ eo excedit, & id quod bis ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β. Sed quæ ex α β, ζ δ, ea quæ ex α γ, γ ζ, excedunt rationali, utraq; nanq; rationalia ſunt, & quod bis igitur ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β, rationali excedit, quod eſt impoßibile. Vtraq; nanq; media ſunt, & (per 22 decimi) medium non excedit rationali. Ipſi igitur α β, altera non cõgruit rationalis potẽtia tantũ cõmenſurabilis exiſtens toti. Vna igitur tantũ ipſi apotomæ congruit, rationalis potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis: quod erat oſtendendum.*

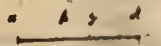
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 75.*

75 NVlla linea niſi una tantum reſiduo mediali primo coniungi poteſt, ut ſint ambæ ſub termino earum quæ erant ante ſeparationem.

CAMPANVS. Hæc quoque probabis ſimili modo. Sint enim in utraq; ſectione ambo quadrata pariter accepta, mediale duplum uero ſuperficiei unius in alteram rationale. Et quia ut prius eadem differentia quadratorum unius ſectionis ad quadrata alterius, quæ eſt dupli ſuperficiei unius ad duplũ ſuperficiei alterius, erit una & eadem ſuperficies differentia duarum medialium & duarum rationalium: quod eſt impoſſibile.

Euclid. ex Zãb. *Theorema 62.* *Propoſitio 80.*

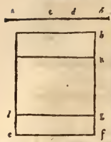
80 Mediæ apotomæ primæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis, & cum tota irrationale comprehendens.



THEON *ex Zamb. Eſto nanq; media apotome prima α β, & ipſi α β, congruat β γ, ipſæ igitur α γ, γ β, mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, rationale cõprehendentes duo quod ſub α γ, γ β. Dico quòd ipſi α β, altera non congruit media, toti potentia tantum ſubſiſtẽs cõmenſurabilis, & cum tota rationale cõprehendens. Si enim poßibile, congruat & δ β, ipſæ igitur α δ, δ β, mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, rationale cõprehendentes, quod ſub α δ, δ β. Et quoniã (p 7 ſecũdi) quo excedunt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis ſub α δ, δ ζ, hoc excedũt & quæ ex α γ, γ β, id quod bis ſub α γ, γ β, (eodẽ etenim rurſus excedunt, id eſt quod ex α ζ) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedũt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit et id quod bis ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ ζ. At quod bis ſub α δ, δ ζ, id quod bis ſub α γ, γ ζ, excedit rationali, utraq; nẽpe rationalia. Et quæ ex α δ, δ ζ, igitur quadrata, quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali. Quod eſt impoßibile. Media etenim utraq; & (p 26 decimi) mediũ ſanè mediũ nõ excedit rationali. Mediæ igitur apotomæ primæ una cõgruit recta linea media, potẽtia tantũ toti ſubſiſtẽs cõmẽſurabilis, & cũ tota ratiõale cõprebẽdẽs: qđ oport. demonſt.*

Eucl. ex Camp. Propoſitio 76.

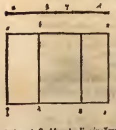
NVlla linea reſiduo mediali ſecundo cõiungibilis eſt, ut ſub termino earum fiãt, niſi tantũ quæ ab ea ante ſeparata erat. 76



CAMPANVS. Sit enim a c reſiduũ mediale ſecundũ, quæ fuit reſidua, abſciſa b c ex a b, eruntq́ ex 70, duæ lineæ a b & b c, mediales potentia tantum communicantes mediale continentes. Dico quòd ipſa a c, nulli lineæ alij quàm c b, ſub hac diffinitione coniungi poteſt. Sin autẽ, cõiungatur lineæ c d. Sitq́ linea e f rationalis in longitudine, ad quam coniungatur ſuperficies e h æqualis quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, & e k æqualis quadratis linearum a d & d c pariter acceptis, à qua abſcindatur e g, æqualis quadrato lineæ a c, eritq́ per 7 ſecundi ſuperficies l h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, & l K per eãdem æqualis duplo ſuperficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarum partium primæ ſectionis ſunt mediale, & duplũ etiam ſuperficiei mediale incommẽſurabile duobus quadratis pariter acceptis (quæ neſcire diligens Geometra non poterit, qui poſitiones diligẽter ſeruauerit) erit ſuperficies e h medialis, cum ipſa ſit æqualis duobus quadratis pariter acceptis, & ſuperficies l h medialis, cùm ipſa ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, per 20 igitur eſt utraque duarum linearum f h & g h, rationalis in potentia tantum. Et quia una eſt incõmenſurabilis alij, eo quòd ſuperficies e h eſt incommenſurabilis ſuperficiei h l, ſicut duo quadrata duplo ſuperficiei, erit ex 68 linea f g reſiduum. Quare linea f g quę eſt reſiduũ cõponitur lineæ g h, ut ſint ambæ ſub termino earũ quæ erant ante ſeparationẽ. Similiter quoq; probabis eandem f g cũ linea g k cõponi eadẽ conditione, mediantibus ſuperficiebus e k & K l, quarũ prima eſt æqualis quadrans duarũ linearũ a d & d c, pariter acceptis, & ſecunda duplo ſuperficiei unius in alterã: quod eſt impoſſibile per 74. Et hic modus demonſtrationis poteſt eſſe cõmunis 75 cæteriſq; quatuor eam ſequentibus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 62. Propoſitio 81.

Mediæ apotomæ ſecundæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantũ toti cõmenſurabilis & cum tota medium cõprehendẽs. 85



THEON ex Zamb. Eſto media apotome ſecunda α β, & ipſi α β, congruens ſit β γ. Ipſæ igitur α γ, γ β, mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, mediũ cõprehendentes quod ſub α γ, γ β. Dico quòd ipſi α β, alia non congruit recta linea media, potẽtia tantum toti ſubſiſtens cõmenſurabilis & cum tota medium cõprehendẽs. Si enim poſſibile, cõueniat β δ, igitur α δ, & δ β, mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, mediũ cõprehendentes quod ſub α δ, δ β. Exponaturq́; rationalis ε ζ. Et eis quidem quæ ex α γ, γ β, æquum ad ipſam ε ζ comparetur (per 44 primi) ε η, latitudinem efficiens ε μ, ei uerò quod ſub α γ, γ β, æquũ auferatur θ η latitudinẽ efficiẽs θ μ. Reliquũ igitur ε λ, (per 7 ſecũdi) æquũ eſt ei quod ex α β. Quare α β ipſum poteſt ε λ. Rurſus iã eis quæ ex α δ, δ β, æquum ad ipſam ε ζ comparetur (per 44 primi) ε ι, latitudinẽ efficiẽs, ε ν. Eſt autem & ε λ, æquum ei quod ex α β, quadrato, reliquũ igitur θ ι, (per 7 ſecundi) æquũ eſt ei quod bis ſub α δ, δ β. Et quoniam ipſæ α γ, γ β, mediæ ſunt, media igitur ſunt & quæ ex α γ, γ β. & æqualia ſunt ipſi ε η, mediũ igitur (p 16 decimi & correlariũ 23) eſt ε η. Et ad ipſam rationalẽ ε ζ apponitur, latitudinem efficiẽs ε μ: rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ε μ, & ipſi ε ζ lõgitudine incõmenſurabilis. Rurſus quoniam quod ſub α γ, γ β, mediũ eſt, & quod bis ſub α γ, γ β, mediũ eſt (per correlariũ 23 decimi) & æquũ eſt ipſi θ η, & θ η, igitur mediũ eſt. Ad ipſamq́; ε ζ rationalem apponitur, latitudinem efficiens θ μ, rationalis igitur eſt θ μ (per 22 decimi) & ipſi ε ζ, longitudine incõmenſurabilis. Et quoniam α γ, γ β, potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles, incommẽſurabilis igitur eſt α γ, ipſi γ β, lõgitudine. Sicut autẽ α γ, ipſi γ β, ſic eſt (p lẽma 22 decimi) quod ex α γ, ad id quod ſub α γ, γ β. Incõmẽſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ β. Sed ei qđ ex α γ, cõmẽſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ β. Ei autẽ qđ ſub α γ, γ β, cõmẽſurabile eſt quod bis ſub α γ, γ β. Incõmẽſurabilia igitur ſunt quæ ex α γ, γ β, ei quod bis ſub α γ, γ β. Eis autẽ quæ ex α γ, γ β, æquũ eſt ε η, ei uerò quod bis ſub α γ, γ β, æquũ eſt η θ. Incõmẽſurabile igitur eſt ε η, ipſi θ η. Sicut autem ε η, ad θ η, ſic eſt ε μ, ad θ μ. Incommenſurabilis igitur eſt ε μ, ipſi θ μ longitudine. Et utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur ε μ, μ θ, rõales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, apotome igitur eſt ε θ, congruens autẽ ei eſt θ μ. Similiter oſtẽdemus quod et θ ν, ei cõgruit. Apotome igitur, alia & alia cõgruit recta linea, potẽtia tãtũ toti ſubſiſtẽs cõmẽſurabilis, qđ (p 79 decimi) eſt impoſſibile. Mediæ igitur apotomæ ſecũdæ una tãtũ cõgruit recta linea potẽtia tãtũ toti ſubſiſtẽs cõmẽſurabilis et cũ tota mediũ cõprehẽdẽs: qđ erat oſtẽdẽdũ.

Eucl. ex Cãp. Prop. 77

NVlla linea minori cõiungibilis eſt, ut ſub termino ſuo fiant niſi tãtum quæ ante ſibi abſciſionem coniungebatur. 77

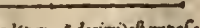
CAMP.

CAMPANVS. Intellige quid ſit linea minor: quod ſi oblitus es, conſule 21. & ſine obiectione cõcludes propoſitum, ſi (quemadmodũ in 74) proceſſeris, poterisq́ ſi libuerit, quemadmodum in 76 procedere.

Euclid. ex Zamb. Theorema 64. Propoſitio 82.

82 Minori una tantum congruit recta linea potentia toti incommenſurabilis ſubſiſtens, efficiens cum tota compoſitum ex earum quadratis rationale, quod uerò bis ſub ipſis medium.

THEON ex Zamb. *Eſto minor α β, & ipſi α β congruens eſto ζ γ, ipſæ igitur α γ, γ β, potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes conflatũ quidẽ ipſarũ quadratis rationale, quod uero bis ſub ipſis mediũ. Dico quòd ipſi α β, alia recta linea non congruit efficiens eadẽ. Si enim poßibile, congruat β δ, & igitur α δ, δ β, potentia ſunt incõmenſurabiles efficientes quæ ex α δ, δ β, quadrata ſimul rationale, quod autẽ bis ſub ipſis α δ, δ β, medium. Et quoniam quod excedunt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit & id quod bis ſub α δ, δ β, quod bis ſub α γ, γ β, quæ autẽ ex α δ, δ β, quadrata, ea quadrata quæ ex α γ, γ β, rationali excedunt, utraq; enim rationalia, & quod bis igitur ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β, rationali excedit, quod (per 26 decimi) eſt impoſſibile, utraq; namq; media ſunt. Minori igitur una tantum congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, efficiens quæ ex ipſis quadratis ſimul rationale, quod uero bis ſub ipſis medium: quod oſtendere oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 78.

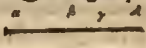
78 Linea quæ coniuncta cum rationali facit totam mediale, niſi uni tãtum componi non poteſt, ut ſub earũ termino fiant quæ erant ante ſeparationem.

CAMPANVS. Quid ſit linea quæ proponitur, ex 72 didiciſti. Cum ergò de ea uolueris quod per hanc 78 dicitur demonſtrare, à proceſſu 75, in quo quam non deuies, ſed ſicut in 76, ſi te delectauerit, ingenio duce poteris procedere.

Euclid. ex Zamb. Theorema 65. Propoſitio 83.

83 Efficienti cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea potentia toti incommenſurabilis ſubſiſtens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipſarum quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale.

THEON ex Zamb. *Sit cũ rationali mediũ totum efficiens α β, & ipſi α β congruat ζ γ. Ipſæ igitur α γ, γ β, potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes conflatũ quidẽ ex ipſarũ α γ, γ β, quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis α γ, γ β, rationale. Dico quòd ipſi α ζ, alia non congruit eadem efficiens. Si enim poſſibile, congruat β δ, & ipſæ igitur α δ, δ β, rectæ lineæ, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatum ex ipſarũ α δ, δ β, quadratis mediũ, quod uerò bis ſub ipſis α δ, δ β, rationale. Quoniam igitur quo excedũt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit & quod bis ſub α δ, δ ζ, id quod bis ſub α γ, γ β, excedit, & quod bis ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β conſequenter ut in præcedentibus, quod uerò bis ſub α δ, δ ζ, id quod bis ſub α γ, γ β, excedit rationali, rationalia namq; utraq; & quæ ex α δ, δ β, igitur ea quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali, quod eſt (per 26 decimi) impoßibile, utraq; enim media ſunt (per 77 decimi.) Ipſi igitur α β, alia non congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium, quod autem bis ſub ipſis rationale. Efficiẽti ergo cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 79.

79 Lineæ quæ iuncta cum mediali facit totum mediale, niſi una linea tantum iungi nequit, ut ſub earum termino fiant quę erant ante ſeparationem.

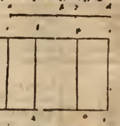
CAMPANVS. Huius lineæ quę iuncta cum mediali componit totum mediale, mag ſt a eſt 73. De qua quod hæc 79 enunciat, concludere cogeris, ſicut de reſiduo mediali ſecundo (quod per 76 enunnatum eſt) concluſiſti.

Euclid. ex Zamb. Theorema 66. Propoſitio 84.

84 Efficienti cum medio mediũ totum, una tantum cõgruit recta linea

potentia incõmenſurabilis toti ſubſiſtens, & cũ tota efficiens cõflatum ex ipſarũ quadratis medium, & quod bis ſub ipſis medium, & inſuper incommenſurabile conflatum ex ijs quæ ab ipſis, ei quod bis ſub ipſis.

THEON ex Zãb. *Eſto cũ medio mediũ totũ efficiẽs α β, congruẽs autẽ illi ſit β γ: ipſæ igitur α γ, γ β, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficiẽtes conflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, & quod bis ſub ipſis α γ, γ β, mediũ, inſup et quæ ex α γ, γ β, quadrata, incõmẽſurabilia ei qđ bis ſub α γ, γ β. Dico ꝙ alia ipſi α β, nõ cõgruit, cũ tota efficiẽs propoſita. Quod ſi poſsibile eſt, cõgruat β δ, ut et α δ, δ β, potẽtia ſint incõmẽſurabiles efficiẽtes quæ ex α δ, δ β, quadratis ſimul mediũ, et qđ bis ſub ipſis α δ, δ β, mediũ, & inſup quæ ex α δ, δ β, incõmẽſurabilia ei qđ bis ſub α δ, δ β. Exponaturq; rationalis ε ζ. Et eis quidẽ quæ ex α γ, γ β, æquũ ad ipſam ε ζ cõparetur (p 45 primi) ε η, latitudinẽ efficiẽs ε μ, ei autẽ qđ bis ſub α γ, γ β, æquũ auferatur (p 44 primi) θ η, latitudinẽ efficiẽs θ μ. Reliquũ igitur qđ ex α β, (p 7 ſecũdi) æquũ eſt ipſi ε λ, ipſa igitur α β λ poteſt. Rurſus eis quæ ex α δ, δ β, æquũ ad ipſã ε ζ cõparetur (p 44 primi) ε ι, latitudinẽ efficiẽs ε ν. Eſt autẽ quod ex α β, æquũ ipſi ε λ. Reliquũ igitur qđ bis ſub α δ, δ β, æquũ eſt ipſi θ ι. Et quoniã cõflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediũ eſt, ac ipſi ε η, æquale, mediũ igitur eſt & ε η. Et ad rationalẽ cõparatur ε ζ, latitudinẽ efficiẽs ε μ, rationalis igitur eſt (p 22 decimi) ε μ, & ipſi ε ζ, lõgitudine incõmẽſurabilis. Rurſus quoniã quod bis ſub α γ, γ β, mediũ eſt & ipſi θ η æquale, mediũ igitur eſt θ η. Et ad ipſam rationẽ ε ζ apponitur latitudinẽ efficiens θ μ, rationalis igitur eſt θ μ, & ipſi ε ζ lõgitudine incõmenſurabilis. Et quoniã incõmenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ β, et quod bis ſub α γ, γ β, incõmenſurabile igitur eſt ε η, ipſi θ η, incommenſurabilis igitur eſt et ε μ, ipſi μ θ longitudine, & ambæ rationales ſunt. Ipſæ igitur ε μ, μ θ, potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Igitur ipſa ε θ, apotome eſt. Congruẽs autẽ ei, eſt θ μ. Similiter iã oſtendemus quòd ε θ, rurſus apotome eſt: congruẽs autẽ ei eſt θ ν. Apotome igitur ipſi alia & alia cõgruit potentia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis, quod (per 69 decimi) impoſsibile eſſe oſtendimus. Ipſi igitur α β, alia recta linea non congruit. Ipſi igitur α β, una recta linea tantum congruit, potentia tantũ toti ſubſiſtens incõmenſurabilis, & cum tota efficiẽs quæ ex ipſis quadratis ſimul medium, & quod bis ſub ipſis. Efficienti igitur cum medio mediũ totum, et quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*



Ex Campano. *Reſiduorum diffinitiones.*

1 Si fuerit idem totum poſitæ rationali lineæ in lõgitudine cõmenſurabile, quod poſitũ erat, dicetur reſiduum primum.

2 Si uerò linea adiuncta, poſitæ rationali communicet in lõgitudine, dicetur reſiduum ſecundũ. 3 Quòd ſi fuerit utraq; rationali poſitæ in longitudine incommenſurabilis, uocabitur reſiduum tertium. 4 Si eadem tota poſitæ rationali cõmunicet in lõgitudine, nũcupabitur reſiduũ quartum. 5 Si uerò linea adiuncta, poſitæ rationali, cõmunicet in lõgitudine, uocabitur reſiduum quintum. 6 Quòd ſi fuerit utraq; rationali poſitæ in longitudine incommenſurabilis, appellatur reſiduum ſextum.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera rationali, altera reſiduo, adiectaq; ipſi reſiduo ſecũdũ eius terminũ, ſi fuerit totũ compoſitum potẽtius linea adiecta, in quadrato lineæ ipſi toti communicantis in longitudine.

Commune initium trium poſteriorum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera rationali, altera reſiduo, adiectaq; ipſi reſiduo ſecũdũ eius terminum, ſi fuerit totũ compoſitum potentius linea adiecta, in quadrato lineæ ipſi toti incõmenſurabilis in longitudine.

Ex Zamb.

Ex Zamberto. *Apothemarum Diffinitiones.*

1 Siquidem tota expoſitæ rationali longitudine cōmenſurabilis fuerit, appellatur apotome prima. 2 Si uerò congruens commenſurabilis fuerit, lōgitudine expoſitę rationali, ſecūda appellatur apotome. 3 Si autem neutra commenſurabilis fuerit expoſitæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome. 4 Si quidem tota commenſurabilis fuerit expoſitæ rationali lōgitudine, appellatũ apotome quarta. 5 Si uerò congruens, quinta. 6 Si autem neutra, ſexta.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Suppoſita rationali & apotomæ, ſiquidē tota, cōgruēte maius potuerit eo quod fit ex ſibi lōgitudine cōmēſurabili.

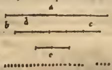
Commune initium trium poſteriorum diffinitionum.

Rurſus ſuppoſita rationali & apotomæ, ſi tota maius potuerit congruēte eo quod fit ex ſibi longiore incommenſurabili.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 80.*

80 REſiduum primum inueſtigare.

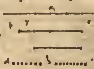
CAMPANVS. Ab inuentione omnium ſpecierum reſidui, facilè nos abſoluat inuentio per ordinem omnium ſpecierum binomij. Nam in qualibet ſpecie binomiorum ſi minor portio abſcindatur de maiori, linea reliqua erit reſiduum ſimilis ſpeciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorū quàm reſiduorum. Proprijs tamen inuentionibus reſiduorum inſiſtentes: ſic inquiramus primum. Sit linea a rationalis poſita, cui cōmenſurabilis in longitudine ſumatur b c, ſitq; e numerus quadratus diuiſus in f nō quadratum & in quadratum g, ſitq; proportio quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ c d, ſicut e ad f, eritq; per ultimā partē ſeptimę, c d, rationalis in potentia tantum. Cum itaq; ſit c b potentior c d in quadrato lineæ ſibi communicantis in lōgitudine, quod patet in explanatione binomij primi, conſtat ex diffinitione lineam b d eſſe reſiduum primum.



Euclid. ex Zāb. *Problema 19.* *Propoſitio 85.*

85 Inuenire primam apotomen.

THEON *ex Zamb. Exponatur rationalis α, & ipſi α longitudine commenſurabilis eſto β α, rationalis igitur eſt β α. Exponanturq; bini quadrati numeri δ ε, ε ζ, quorū exceſſus δ ζ non ſit quadratus. Igitur (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi) ε δ, ad δ ζ, rationē non habet quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Fiatq; (per correlariū 6 decimi) ſicut ε δ, ad δ ζ, ſic quod ex β α quadratū ad id quod ex α γ quadratū, cōmenſurabile igitur eſt quod ex β α, ei quod ex α γ. Rationale autem quod ex β α, rationale igitur & quod ex α γ. Rationalis igitur eſt (per diffinitionem) & α γ. Et quoniam ε δ ad δ ζ rationalem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex β α, ad α γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Incommenſurabilis igitur eſt β α ipſi α γ longitudine, utræq; autem ſunt rationales. Ipſæ igitur β γ, α γ, (per 9 decimi) rationales ſunt potētia commenſurabiles. Igitur ipſa β γ, apotome eſt (per 73 decimi) Dico quòd & prima. Quo nāq; maius eſt quod ex β α, eo quod ex α γ, ſit quod ex θ. Et quoniam ſicut ε δ ad δ ζ, ſic eſt quod ex β α, ad id quod ex α γ, conuertendo igitur (per correlarium 18 quinti) ſicut δ ε, ad ε ζ, ſic quod ex α β ad id quod ex θ. At δ ε ad ε ζ, rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, uterq; enim quadratus eſt. Quod igitur ex α β, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commenſurabilis igitur eſt β α ipſi θ longitudine, & β α ipſa α γ maius poteſt, eo quod ex θ, ipſa igitur β α ipſa α γ maius poteſt eo quod ex ſibi lōgitudine cōmenſurabile, eſtq; tota β α, ipſi α expoſitæ rationali cōmēſurabilis. Igi-*

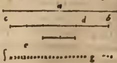


tur(per tertias diffinitiones.)βγ apotome eſt prima. Inuēta igitur eſt prima apotome βγ:quod erat agendum.

Euclid.ex Camp. Propoſitio 81.

Reſiduum ſecundum patefacere. 81

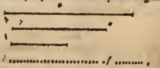
CAMPANVS. Ad habendum reſiduum ſecundum, ſit a linea rationalis poſita, eiq́ communicans in longitudine c d, & ſit quadratum c d ad quadratum b c, ſicut f ad e, eritq́ b d reſiduum ſecundum ex diffinitione. Si dubitas, aut poſitas non ſeruas hypotheſes aut binomij ſecundi repetitione indiges.



Euclid.ex Zamb. Problema 19. Propoſitio 86.

Inuenire ad ſecundam apotomen. 86

THEON *ex Zamb. Exponatur rationalis α, & ipſi α longitudine cõmenſurabilis eſto ηγ. Rationalis igitur eſt ηγ. Et exponãtur bini numeri quadrati δε, & εζ, quorũ exceſſus δζ, nõ ſit quadratus. Fiatq́; (p correlariũ 1 lẽmatis 28 decimi) ſicut δζ ad δε, ſic quadratũ qđ ex ηγ, ad quadratũ qđ ex ηβ, cõmẽſurabile igitur eſt (p 11 decimi) qđ ex ηγ quadratũ, ei qđ ex ηβ, quadrato. Ratiõale autẽ eſt qđ ex γη, rõnale igitur eſt qđ ex ηβ. Rationalis igitur eſt βη. Et quoniã quod ex ηγ quadratũ ad id qđ ex ηβ, rõnem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmẽſurabilis igitur eſt (p 19 decimi) γη, ipſi ηβ lõgitudine, & ambæ ſunt rõnales. Ipſæ igitur γη, ηβ, rõnales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Igitur (p 73 decimi) βγ apotome eſt. Dico q, & ſecũda. Quo etenim maius eſt qđ ex βη, eo qđ ex ηγ, eſto quod ex θ. Quoniã igitur eſt (p correlariũ 6 decimi) ſicut qđ ex βη, ad id qđ ex ηγ, ſic eſt εδ numerus ad δζ, numerum, cõuertendo igitur (p correlariũ 19 quinti) eſt ſicut qđ ex βη, ad id quod ex θ, ſic eſt δε, ad εζ, et uterq; ipſorũ δε, εζ, quadratus eſt, quod igitur ex βη, ad id quod ex θ, (per 9 decimi) rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, cõmẽſurabilis igitur eſt βη, ipſi θ, & βη, ipſa ηγ, maius poteſt, eo quod ex θ. igitur βη, ipſa ηγ, maius poteſt eo qđ ex ſibi lõgitudine cõmẽſurabili. Et cõgruẽs eſt γη, cõmenſurabilis lõgitudine ipſi α expoſitæ rationali. Ipſa igitur βγ (per tertias diffinitiones) ſecunda eſt apotome. Inuenta eſt igitur ſecunda apotome βγ: quod facere oportebat.*



Euclid.ex Camp. Propoſitio 82.

Reſiduum tertium perſcrutari. 82

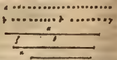
CAMPANVS. Reſiduum tertiũ ſic habetur. Poſita ut prius a rationali numeroq́ e quadrato diuiſo in f non quadratũ & g quadratũ aſſumptoq́ h numero primo, ſit quadratũ lineæ a ad quadratũ lineæ b c, ſicut h ad e, ſitq́ quadratum lineæ b c ad quadratũ lineæ c d, ſicut e ad f, eritq́ ex diffinitione (de quo ſi hæſitas conſule binomium tertium) linea d b, reſiduum tertium.



Euclid.ex Zamb. Problema 20. Propoſitio 87.

Inuenire tertiam apotomen. 87

THEON *ex Zamb. Exponatur rationalis α, explicentur tres numeri ε, βγ, γδ, rationẽ adinuicẽ nõ habentes quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Ipſe autẽ βγ, ad δβ rationẽ habeat, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq́; (p correlariũ 6 decimi) ſicut ε ad βγ, ſic qđ ex α quadratũ ad idquod ex ζη, quadratũ, ſicut uerò βγ ad γδ, ſic qđ ex ζη, quadratũ ad id quod ex ηθ. Quoniã igitur eſt ſicut ε ad βγ, ſic qđ ex α, quadratũ ad id qđ ex ζη quadratũ, qđ igitur ex α, quadratũ ei qđ ex ζη quadrato eſt cõmẽſurabile. Quadratũ autẽ ex α, rõnale eſt: ratiõale igitur eſt & qđ ex ζη, ratiõalis igitur eſt ζη. Et quoniã ε, ad βγ, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur qđ ex α, quadratũ, ad id qđ ex ζη, quadratũ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α, ipſi ζη lõgitudine. Rurſus quoniam eſt ſicut βγ ad γδ ſic quod ex ζη, quadratum ad id quod ex ηθ, commenſurabile igitur eſt quod ex ζη, ei quod ex ηθ. Rationale autem eſt quod ex ζη. Rationale igitur quod ex ηθ, rationalis igitur eſt ηθ. Et quoniam βγ, ad γδ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ζη, ad id quod ex ηθ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incommenſurabilis igitur eſt ζη, ipſi ηθ longitudine. Et utræq; ſunt rõnales, ipſæ igitur ζη, ηθ, rationales ſunt, potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt ζθ (per 73 decimi) Dico q, et tertia. Quoniã enim eſt ſicut ε ad βγ, ſic quod ex α quadratũ, ad id quod ex ζη*

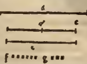


qua

quadratū, ſicut autē βγ, ad γδ, ſic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut ι ad γδ, ſic quod ex α ad id quod ex θη. Sed ι ad γδ rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Neq; igitur quod ex α ad id quod ηθ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Incommenſurabilis igitur eſt α ipſi ηθ longitudine. Neutra igitur ipſarū ζη, ηθ, cōmenſurabilis eſt longitudine ipſi α expoſitæ rationali. Quo nempe maius eſt quòd ex ζη eo quod ex ηθ, eſto id quod ex κ. Quoniā igitur eſt ſicut βγ, ad γδ, ſic eſt quod ex ζη, ad id quod ex ηθ, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) eſt ſicut βγ ad γδ, ſic eſt quod ex ζη, quadratū ad id quod ex κ. At βγ, ad βδ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, & quod ex ζη, igitur ad id quod ex κ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, commenſurabilis igitur eſt ζη, ipſi κ longitudine. Et ζη, ipſa ηθ, maius poteſt, eo quod ex κ, ipſa igitur ζη, ipſa ηθ, maius poteſt, eo quòd ex ſibi commenſurabili. Et neutra ipſarum ζη, ηθ, commenſurabilis eſt longitudine ipſi α expoſitæ rationali. Igitur (per 3 diffinitiones) ζθ, apotome eſt tertia. Inuenta igitur eſt tertia apotome: quod erat agendum. Euclid. ex Camp. *Propoſitio 83.*

REſiduum quartum inuenire.

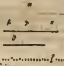
83 CAMP. Hic (ſicut in inuentione reſidui primi) ſit linea b c, communis lineæ a rationali poſitæ, numerus autem e quadratus, ſit diuiſus in f & g, quorū ſit uterq; nō quadrat⁹, ſitq; quadratū lineæ b c, quadratū lineæ d e, ſicut e ad f, & ſcies ex diffinitione, lineam d b eſſe reſiduum quartum, ſi eorum quę in inuentione binomij quarti didicerat, oblitus non fueris.



Euclid. ex Zamb. *Problema 21.* *Propoſitio 88.*

Inuenire quartam apotomen.

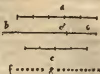
88 THEON *ex Zāb. Exponatur rationalis α, & ei lōgitudine cōmenſurabilis eſto βη, rationalis igitur eſt & βη. Exponāturq; (p lēma ſecūdū 18 decimi) bini numeri δζ, ζι, ut totus δι ad utrūq; ipſorū δζ, ζι, rationē nō habeat quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Fiatq; (p correlariū 6) ſicut δι ad ιζ ſic quod ex βη, quadratū cōmēſurabile igitur eſt (per correlariū 11 decimi) quod ex βη, ei quod ex ηγ. Rationale autē eſt id quod ex βη, rationale igitur & quod ex ηγ, rationalis igitur eſt (per 7 diffinitionē decimi) & ηγ. Et quoniā δι ad ιζ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex βη, ad id quod ex ηγ rationē habet quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Incōmēſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) βη, ipſi ηγ lōgitudine. Et utræq; rationales. Ipſæ igitur βη, ηγ, rationales ſunt potētia tātū cōmēſurabiles. Apotome igitur eſt βγ. Dico q, & quarta. Quo nēpe maius eſt quod ex βη, eo quod ex ηγ, eſto (per lēma 13 decimi) quod ex θ. Quoniam igitur eſt ſicut δι, ad ιζ, ſic eſt quod ex βη, ad id quod ex ηγ, et cōuertendo igitur (per correlariū 18 quinti) ſicut ιδ, ad δζ, ſic quod ex ηβ, ad id quod ex θ. Sed ιδ, ad δζ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex ηβ ad id quod ex θ, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmēſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) βη, ipſi θ lōgitudine, & ηβ, ipſa ηγ, maius poteſt, eo quod ex θ, ipſa igitur βη, ipſa ηγ maius poteſt, eo quod ex ſibi incōmenſurabili, eſtq; tota βη, cōmenſurabilis lōgitudine ipſi α rationali expoſitæ. Ipſa igitur βγ (per 3 diffinitiones) apotome eſt quarta. Inuenta igitur eſt quarta apotome: quod faciendum erat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 84.*

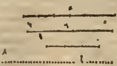
REſiduum quintum demonſtrare.

84 CAMP. Cū reſiduū quintū inuenire libuerit, erit linea c d cōmunicans lineæ a rationali poſitę in longitudine ſicut erat in inquiſitione ſecundi, & erit quadratus numerus e diuiſus in f & e, quorū neuter quadratus ſicut in præmiſſa erit quadratū lineæ c d ad quadratū b c, ſicut f ad e, ex quibus à diffinitione concludere licet (habita ſufficienti norma binomij quinti) lineā d b eſſe reſiduū quintū. Eucl. ex Zā. Theo. 22. Prop. 89.



Inuenire quintam apotomen.

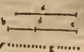
89 THEON *ex Zamb. Exponatur rationalis α & ipſi α lōgitudine commenſurabilis eſto γη, rationalis igitur eſt γη. Exponaturq; (per ſecundum lemma 28 decimi) bini numeri δζ, ζι, ad utrunque ipſorum δζ, ζι, rationem rurſus non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Fiatq; (per correlarium 6 decimi) ſicut ζι, ad ιδ, ſic quod ex ηγ ad id quod ex ηβ, commenſurabile (per 11 decimi) igitur eſt quod ex γη, ei quod ex βη. Rationale autem eſt quod ex γη, rationale & quod ex βη, rationalis igitur eſt βη. Et quoniā eſt ſicut δι ad ιζ, ſic eſt quòd ex βη ad id quod ex ηγ, at δι, ad ιζ, rationem nō habet numerus quadratus ad quadratum nu-*



merũ, neq; igitur quod ex ζ ε ad id quod ex ε γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) β ε ipſi ε γ longitudine. Et utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur β ε, ε γ, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles. Igitur β γ, apotome eſt (p 73 decimi) Dico quòd et quinta. Quo nãq; maius eſt id quod ex ζ ε, eo quod ex ε γ, eſto id quod ex θ. Quoniã igitur eſt ſicut quod ex β ε, ad id quod ex ε γ ſic eſt δ ε ad ε ζ, cõuertẽdo igitur (p correlariũ 18 quinti) eſt ſicut ε δ, ad δ ζ, ſic quod ex ζ ε, ad id q. ex θ. At ε δ, ad δ ζ, rationẽ nõ habet quàm quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex β ε, ad id quod ex ε θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur (p 9 decimi) ζ ε, ipſi θ, longitudine. Ipſaq; ε ζ, ipſa ε γ, maius poteſt eo quod ex θ. Ipſa igitur ε ζ ipſa ε γ maius poteſt, eo quod ex ſibi lõgitudine incõmẽſurabili, & cõgruẽs eſt lõgitudine cõmenſurabilis ipſi α expoſitæ rationali. Ipſa igitur β γ, apotome eſt quinta. Inuenta igitur eſt apotome quinta: quod oſtendendum fuerat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 85.

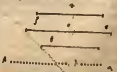
Eſiduum ſextum demum præſto ſit reperire.

CAMP. Reſiduũ ſextũ ſic reperitur. Erit ut pri⁹ linea a rationalis poſita, & c numerus quadratus diuiſus in f & g nõ quadratos, et erit h numerus primus. Et quadratũ 85
lineę a ad quadratũ lineę b c, ſicut h ad e, at uerò quadratũ lineæ b c, quadratũ c d, ut e ad f, eritq; ex diffinitiõe linea d b, reſiduũ ſextũ. Cui nõ plane anim⁹ tu⁹ aſſenſerit, exerceri te cõuenit in inuẽtione binomij ſexti. Euc. ex Zãb. Prob. 23. Prop. 90.

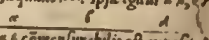


Inuenire ſextam apotomen. 90

THEON ex Zãb. Exponatur rationalis α, & tres numeri ε β, β ζ, γ δ, rationẽ nõ habentes adinuicẽ quã quadratus numerus ad quadratũ. Inſuperq; & ζ γ, ad ζ δ rationẽ nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) ſicut ε ad β γ, ſic quod ex α ad id quod ex ζ η, ſicut autẽ β γ ad γ δ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ. Quoniã igitur eſt ſicut ε ad β γ, ſic eſt quod ex α ad id quod ex ζ η cõmẽſurabile igitur eſt (per 6 decimi) quod ex α ei quod ex ζ η, rationale autẽ quod ex α rationale igitur eſt & id quod ex ζ η, rationalis igitur eſt & ζ η. Et quoniã ε ad β γ rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex α ad id quod ex ζ η, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α ipſi ζ η longitudine. Rurſus quoniã eſt ſicut β γ, ad γ δ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, commenſurabile igitur eſt (per 6 decimi) quod ex ζ η, ei quod ex η θ rationale autẽ eſt quod ex ζ η, rationale igitur eſt, & quod ex η θ, rationalis igitur & η θ. Et quoniã β γ ad γ δ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) ζ η, ipſi η θ longitudine. Et utræq; rationales. Ipſæ igitur ζ η, η θ, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. Igitur ζ θ apotome eſt. Dico iã quod et ſexta. Quoniã enim eſt ſicut ε ad ζ γ ſic quod ex α ad id quod ex ζ η, ſicutq; ζ γ ad γ δ ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut ε ad γ δ, ſic quod ex α ad id quod ex η θ. At ε ad γ δ rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Neq; igitur quod ex α, ad id quod ex θ η, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α ipſi η θ lõgitudine, & neutra ipſarũ ζ η, η θ, cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi α expoſitæ rationali. Quo nẽpe maius eſt quod ex ζ η, eo quod ex ζ θ, eſto quod ex κ. Quoniã enim eſt ſicut β γ ad γ δ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, cõuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) eſt ſicut ζ γ, ad β δ ſic eſt quod ex ζ η, ad id quod ex κ. At γ β, ad ζ δ rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ζ η, ad id quod ex κ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommenſurabilis igitur eſt ζ η ipſi κ lõgitudine. Et ζ η, ipſa η θ maius poteſt, eo quod ex κ. Igitur ζ η, ipſa η θ maius poteſt eo quod eſt ſibi lõgitudine incommenſurabili, & utraq; ipſarũ ζ η, η θ, incõmenſurabilis eſt lõgitudine ipſi α expoſitæ rationali. Ipſa igitur ζ θ, apotome eſt ſexta. Inuenta igitur eſt apotome ſexta ζ θ, quod erat agendũ.



Sit prædictarũ ſex apotomarũ inuẽtionis oſtenſio cõciſior. Deturq; ut inueniatur prima. Exponaturq; ex binis nominibus prima α γ cuius maius nomen ſit α β, & ab ipſa quidem α β, auferatur ipſi quidem β γ, æqualis β δ. Ipſæ igitur α β, β γ hoc eſt α β, β δ, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, & α β, ipſa β γ, hoc eſt ipſa β δ, maius poteſt, eo quod ex ſibi incommenſurabili, & α β cõmenſurabilis eſt expoſitæ rationali lõgitudine. Igitur α δ prima eſt apotome. Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus eas quæ ex binis nominibus * in numeros exponentes.



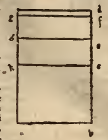
ἰσαρίθμως, pari numero, id eſt eiuſdem ordinis.

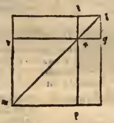
Euclid. ex Camp. Propoſitio 86.

SI fuerit ſuperficies linea rationali reſiduo primo contenta, latus eius tetragonicum neceſſe eſt eſſe reſiduum. 86

Campa-

CAMPANVS. Sit ſuperficies a c contēta linea rationali a b & reſiduo primo b c, dico latus tetragonicū ſuperficiei a c, eſſe reſiduū. Adiungatur enim ad lineā b c, linea c d, ſitq; illa cuius detractione b c fuit reſiduū primū. Eritq; ex diffinitione, b d rationalis ex longitudine, & c d in potentia tantum, b d quoq; erit potentior d c, in quadrato lineæ ſecū cōmunicantis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e, & tota b d diuidatur ea conditione in f, quod inter b f & f d ſit e d medio loco proportionalis, eritq; ex ſecunda parte 13 b f cōmunicans in longitudine f d, per 9 igitur utraq; earū cōmunicat cū tota linea b d, quare per diffinitionē ambæ ſunt rationales in longitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h, & c K, æquidiſtantes a b, eritq; per 15 utraq; duarū ſuperficierū a f & g d, rationalis. Sit quadratū ergo l m, æquale ſuperficiei a f, eritq; rationale, & latus eius rationale in potētia. Intra illud quadratū protracta diagonali linea l m, deſcribatur quadratum l n, æquale ſuperficiei g d, eritq; ipſum rationale & eius latus rationale in potentia, protrahantur autē duę lineę m p, q n, æquidiſtāter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratū p r eſſe æquale ſuperficiei a c, & eius latus quod eſt n p eſt reſiduū. Cū enim linea d e ſit ex hypotheſi medio loco proportionalis inter b f & f d, erit ex prima ſexti ſuperficies h d medio loco proportionalis inter duas ſuperficies a f & g d, ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cumq; ex prima ſexti ſit ſuperficies l p medio loco proportionalis inter eadē duo quadrata, erit l p æqualis d h, & etiam h c. Et quia quadratū l n eſt æquale g d, erit t r æquale g e, totus itaq; gnomo circūſcriptus quadrato m n, eſt ęqualis c g. Et quia l m erat ęquale a f, relinquitur m n ęquale a c. Quòd autem n p latus quadrati m n ſit reſiduum, ſic collige. Eſt enim utraque duarum p t & t n rationalis in potentia, eo quod utrūq; quadratum l m & n l eſt rationale, unaq; earū eſt incommēſurabilis alij per primam ſexti & 10 huius, eo quod quadratum l m eſt incommenſurabile l r ſuperficiei, ſicut ſuperficies a f ſuperficiei h d. De quibus manifeſtum eſt quòd ipſæ ſunt incommenſurabiles, eſt enim per primam ſexti una earū ad alterā, ſicut linea b f quæ eſt rationalis in longitudine ad lineam d e quæ eſt rationalis in potentia tantū, ex 68 igitur linea p n, quæ poteſt in ſuperficiem a c, eſt reſiduum: & hoc eſt quod intendimus.





Euclid. ex Zamb. *Theorema 67.* *Propoſitio 91.*

91 Si areola cōprehēdatur ſub rationali & apotome prima, quę areolam poteſt, apotome eſt.

THEON ex Zāb. *Comprehendatur enim areola αβ, ſub rationali αγ, & apotome prima αδ. Dico quòd ipſam αβ areolā potens, apotome eſt. Quoniā apotome eſt αδ, eſto eidem cōgruens (per 79 decimi) δη. Ipſæ igitur αη, ηδ, rationales ſunt potentia tantū cōmēſurabiles, & tota αη (per 3 diffinitiones) cōmenſurabilis eſt ipſi αγ, expoſitæ rationali, & αη, ipſa ηδ (per 73 decimi) maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine cōmenſurabili. Si igitur (per 28 ſexti) quartæ parti eius quod ex δη æquum ad ipſam αη comparetur deficiēs forma quadrata, incōmēſurabilia ipſam (per 17 decimi) diuiſerit. Secetur (per 10 primi) δη biſariàm in ε, & ei quod ex εη, æquū ad ipſam αη cōparetur (per 28 ſexti) deficiens forma quadrata, ſitq; quod ſub αζ, ζη, cōmēſurabilis igitur eſt αζ, ipſi ζη. Et per ε, ζ, η, ſigna (p 31 primi) ipſi αγ paralleli excitētur εθ, ζι, ηκ. Et quoniā cōmēſurabilis eſt αζ ipſi ζη, lōgitudine, et αη igitur utriq; ipſarū αζ, ζη, cōmēſurabilis eſt lōgitudine. Sed αη cōmēſurabilis eſt ipſi αγ, & utraq; igitur ipſarū αζ, ζη, cōmēſurabilis eſt lōgitudine ipſi αγ, & rationalis eſt αγ, rationalis igitur eſt & utraq; ipſarum αζ, ζη, quare & utrunq; ipſorum αι, ζκ, rationale eſt. Et quoniam commenſurabilis eſt δε, ipſi εη (æquales nanque) quæ uerò æqualia commenſurabilia ſunt longitudine: & δη, igitur utrique ipſarum δε, εη, longitudine commenſurabilis eſt. Rationalis autem eſt δη, & ipſi αγ longitudine incommenſurabilis, rationalis igitur eſt & utraque ipſarum δε, εη, & ipſi αγ, longitudine incommēſurabilis, utrūq; igitur ipſorum δθ, εκ, mediū eſt. Apponatur iam ipſi quidē αι, æquū quadratū λμ, ipſi autē ζκ, æquū auferatur cōmunē ipſi λμ, angulū habēs eū q ſub λο, ομ ſitq; νξ, circa eundē igitur dimetiētē ſunt (per 26 ſexti) ipſa λμ, νξ, quadrata, ſit eorū dimetiēs ορ, ac deſcribatur figura. Quoniam certè rectangulum cōprehenſum ſub αζ, ζη, æquum eſt ei quod ex εη, quadrato: eſt igi*

ad ι β, ſicut autẽ ι κ, ad ζ κ, ſic ι κ, ad ζ κ. Ipſorum igitur α ι, ζ κ, mediũ proportionale eſt ι κ. Sed ipſorum λ μ, ν ξ, quadratorũ, mediũ proportionale eſt (per lẽma 53 decimi) μ ν, & α ι, quidem æquum eſt ipſi λ μ, & ζ κ ipſi ν ξ. Igitur μ ν ipſi ι κ, æquum eſt. Sed ipſi quidem ι κ, æquũ eſt δ θ, at μ ν, ipſi λ ξ (per 36 primi) eſt æquale. Totũ igitur δ β, æquum eſt ipſi ο φ χ, gnomoni & ipſi ν ξ. Quoniam ergo totum α κ, æquum eſt ipſis λ μ, ν ξ, quorum δ α æquum eſt ipſi ο φ χ gnomoni & ipſi ν ξ, reliquum igitur α β ipſi σ τ, eſt æquale. Hoc eſt, ei quod ex λ ν, quod igitur ex λ ν, ipſi α β, areolæ æquũ eſt, ipſam igitur α β areolã, ipſa λ ν poteſt. Dico quòd λ ν, mediæ apotomæ eſt prima. Quoniã enim ι κ rationale eſt, & ipſi ν μ æquale, hoc eſt ipſi λ ξ, rationale igitur eſt λ ξ, hoc eſt id quod ſub λ ο, ο ν (per cõſtructionẽ) Oſtẽſum autẽ eſt, quòd ν ξ mediũ eſt. Igitur λ ξ, ipſi ν ξ, eſt incõmẽſurabile. Sicut autẽ λ ξ, ad ν ξ ſic λ ο, ad ο ν. Ipſæ igitur λ ο, ο ν lõgitudine ſunt incõmẽſurabiles. Ipſæ igitur λ ο, ο ν, mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles, rationale cõprehẽdentes. Ipſa igitur λ ν, mediæ apotomæ eſt prima (per 74 decimi) Et ipſam α β poteſt areolã. Igitur quæ ipſam α β areolã poteſt, mediæ apotomæ eſt prima. Si areola igitur cõprehenſa fuerit, et quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtẽdendũ.

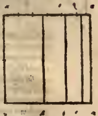
Euclid. ex Camp. Propoſitio 88.

88 SI linea rationali reſiduoq́ tertio ſuperficies cõtineatur, erit linea ſuper eam potens reſiduum mediale ſecundum.

CAMP. Priori demõſtrationi inſiſte, & facile cõcludes propoſitũ ex diffinitiõe reſidui tertij & ſecũda parte 13 & 9 & 19 & 70. Eucl. ex Zã. Theor. 69. Prop. 33.

93 Si areola cõprehẽdatur ſub rationali & apotome tertia, quæ areolam poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecunda.

THEON ex Zamb. Areola enim α β, comprehendatur ſub rationali α γ, & apotome tertia α δ. Dico quòd quæ ipſam α β, areolã poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecunda. Eſto enim (per 79 decimi) ipſi α δ congruens δ η. Ipſæ igitur α η, η δ, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, & neutra ipſarum α η, η δ, ipſi α γ, expoſitæ rationali cõmenſurabilis eſt longitudine. At (per 87 decimi) tota α η, ipſa δ η, cõgruente maius poteſt, eo quod ex ſibi cõmenſurabili. Si igitur quartæ parti eius quod ex δ η, æquum ad ipſam α η, apponatur forma deficiens quadrata, in incommenſurabilia (per 18 decimi) ipſam diuiſerit, ſecetur (per 10 primi) nempe δ η biſariã in ε, & (per 18 ſexti) ei quod ex ε η, æquum ad ipſam α η, comparetur forma deficiens quadrata, ſitq́ quod ſub α ζ, ζ η. Excitenturq́ (per 31 primi) per ε ζ η, ſigna ipſi α γ, paralleli ε θ, ζ ι, η κ cõmenſurabiles igitur ſunt α ζ, ζ η, cõmenſurabile igitur eſt & α ι ipſi ζ κ. Et quoniã α ζ, ζ η, commẽſurabiles ſunt longitudine, & α η, igitur (per parabolẽ) utriq; ipſarũ α ζ, ζ η, cõmenſurabilis eſt longitudine. Rationalis autẽ eſt α η, & ipſi α γ, longitudine incommenſurabilis, & utraq; igitur ipſarũ α ζ, ζ η, rationalis eſt, & ipſi α γ, longitudine incõmenſurabilis, & utrunq; igitur ipſorum α ι, ζ κ (per 22 decimi) mediũ eſt. Rurſus quoniã cõmenſurabilis eſt δ ε, ipſi ε η, longitudine & δ η, igitur utriq; ipſarũ δ ε, ε η, longitudine commenſurabilis eſt (per 16 decimi) Rationalis autẽ eſt γ δ, & ipſi α γ, lõgitudine incõmenſurabilis, rationalis igitur eſt & utraq; ipſarũ δ ε, ε η, & α γ, longitudine incõmenſurabilis. Vtrũq; igitur ipſarũ δ θ, ε κ (per 21 decimi) mediũ eſt Et quoniam α η, η δ potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles, incommenſurabilis igitur eſt longitudine α η, ipſi η δ. Sed α η, ipſi quidẽ α ζ lõgitudine cõmẽſurabilis eſt; & δ η, ipſi ε η, incõmenſurabilis igitur eſt α ζ ipſi ε η longitudine. Sicut autem α ζ, ad ε η, ſic α ι ad ε κ, incommenſurabile igitur eſt α ι, ipſi ε κ. Conſtituatur igitur (per 14 ſecundi) ipſi quidem α ι æquũ quadratũ λ μ, ipſi aũt ζ κ, æquũ auferatur ν ξ, circa eundem exiſtens angulũ cũ μ λ. Circa igitur eundem dimetientẽ, ſunt λ μ, & ν ξ, eſto (per 26 ſexti) ipſorum dimetiens ο ρ deſcribaturq́ figura. Quoniam igitur quod ſub α ζ, ζ η, æquum eſt ei quod ex ε η, eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut α ζ, ad ε η ſic ε η ad ζ η. Sed ſicut quidẽ α ζ ad ε η, ſic eſt α ι ad ε κ, ſicut autẽ ε η ad ζ η, ſic eſt ε κ, ad ζ κ, & ſicut igitur α ι ad ε κ, ita ε κ ad ζ κ. Ipſorum igitur α ι, ζ κ, mediũ proportionale eſt ε κ, eſt autem (per lemma 53 decimi) ipſorũ λ μ, ν ξ, quadratorũ medium proportionale μ ν, & α ι, æquum eſt ipſi λ μ, & ζ κ, ipſi ν ξ. Et ε κ igitur æquum eſt ipſi μ ν. Sed μ ν ipſi λ ξ, eſt æquale, & ε κ, ipſi δ θ æquum eſt (p 36 primi) & totũ igitur δ κ æquũ eſt ipſi σ φ χ, gnomoni & ipſi ν ξ. Eſt autẽ & α κ æquum ipſis λ μ, ν ξ, reliquũ igitur α β, æquũ eſt ipſi σ τ, hoc eſt ei quod ex λ ν quadrato. Igitur ipſa λ ν, ipſam α β, areolã poteſt. Dico iã quòd λ ν mediæ apotomæ eſt ſecunda. Quoniam enim oſtẽſum eſt quòd α ι, ζ κ, media ſunt & æqualia eis quæ ex λ ο, ο ν, mediũ igitur eſt (p correlariũ 23 decimi) & utrunq; ipſorũ quæ ex λ ο, ο ν, media igitur eſt utraq; ipſarum λ ο, ο ν. Et quoniã α ι ipſi ζ κ, cõmẽſurabile eſt, igitur quod ex λ ο, ei quod ex ο ν, cõmẽſurabile eſt. Rurſus quoniã oſtẽſum eſt quod α ι, ipſi ε κ incõmẽſurabile eſt: incõmẽſurabile igitur eſt λ μ ipſi μ ν, hoc eſt quod ex λ ο, ei quod ex ſub λ ο, ο ν, quare & λ ο, incõmenſurabilis eſt lõgitudine ipſi ο ν. Ipſæ igitur λ ο, ο ν, mediæ ſunt potentia tãtũ cõmẽſurabiles. Dico iã q; & mediũ cõprehendũt. Quoniã patuit quòd ε κ, mediũ eſt, & ei eſt æquale quod ſub λ ο, ο ν, medium igitur (p correlarium 23 decimi) eſt & quod ſub λ ο, ο ν. Quare ipſæ λ ο, λ ν, mediæ ſunt potentia tãtum cõmenſurabiles medium cõprehendentes. Ipſa igitur λ ν mediæ apotomæ eſt ſecunda (per 75 decimi) & ipſam α β poteſt α β. Quæ igitur ipſam α β, areolam poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecunda: quod oſtendere oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 89.

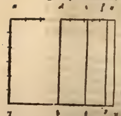
SI fuerit ſuperficies linea rationali reſiduoq́; quarto cōtēta, linea ſuper eam potens erit linea minor. 89

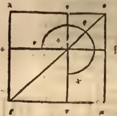
CAMPANVS. In hac quoq; non aliter procedas quàm prius, facile erit ibi propoſitū cōcludere, ſi præmiſſam non deſpicis, ex diffinitione reſidui quarti & ſecūda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71, & ſic patebit propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 70. Propoſitio 94.

Si areola cōprehendatur ſub rationali & quarta apotome, quæ areolam poteſt, minor eſt. 94

THEON ex Zamb. *Areola nāq; αβ, cōprehendatur ſub rationali αγ, & quarta apotome αδ. Dico quòd quæ αβ areolā poteſt, minor eſt. Sit enim (per 80 decimi) ipſi αδ congruens δε, ipſæ igitur αε, εδ, rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, & αε, ipſi αγ, expoſitæ rationali longitudine commenſurabilis eſt, & tota αε, ipſa δε congruente maius poteſt eo quod ex ſibi lōgitudine incōmenſurabili. Quoniam igitur (per 52 decimi) αε ipſa εδ maius poteſt, eo quod ex ſibi longitudine incōmenſurabili, ſi igitur quartæ parti eius quod ex δε, æquum ad ipſam αε, comparetur (per 28 ſexti) forma deficiens quadrata, in incōmenſurabili (per 18 decimi) ipſam diuiſerit. Secetur (per 10 primi) igitur δε, biſariàm in η, & ei quod ex ηε (per 28 ſexti) æquum ad ipſam αε cōparetur forma deficiens quadrata, ſitq; quod ſub αζ, ζε. Incommenſurabilis igitur eſt longitudine αζ, ipſi ζε. Excitentur igitur (per 31 primi) per η, ζ, ε ſigna paralleli ipſis αγ, βδ, ſintq; ηθ, ζι, εκ. Quoniam igitur rationalis eſt αε, & ipſi αγ, longitudine cōmenſurabilis, rationale igitur eſt totum ακ. Rurſus quoniam cōmenſurabilis eſt δε ipſi αγ longitudine, & utræq; ſunt rationales, mediū igitur eſt δκ (per 22 decimi). Rurſus quoniā incōmenſurabilis eſt αζ, ipſi ζε longitudine, incōmenſurabile igitur eſt (per 9 decimi) & αι ipſi ζκ. Conſtituatur igitur (per 14 ſecundi) ipſi quidem αι æquum quadratū λμ, ipſi autem ζκ, æquum auferatur νξ, ad eundem exiſtens ipſi λμ, angulū qui ſub ομ, circa igitur eundem dimetientem ſunt (per 26 ſexti) ipſa λμ, νξ quadrata. Sit ipſorum dimetiens ορ, deſcribaturq́; figura. Quoniam igitur quod ſub αζ, ζε, æquū eſt ei quod ex ηε, proportionaliter igitur eſt (per 17 ſexti) ſicut αζ, ad ηε, ſic ηε, ad ζε. Sed ſicut quidem αζ ad ηε, ſic αι ad ηκ, ſicut autem (per 1 ſexti) ηε ad ζε, ſic ηκ, ad ζκ. Ipſorum igitur αι, ζκ, mediū proportionale eſt ηκ. Ipſorum autē λμ, νξ, quadratorum (per lēma 53 decimi) medium proportionale eſt μν, & αι, æquum eſt ipſi λμ, & ζκ, ipſi νξ, & ηκ, igitur ipſi μν eſt æquale. Sed ipſi quidē ηκ, æquum eſt δθ, ipſi autem μν, æquum eſt λξ. Totū igitur δκ, æquum eſt ipſi υφχ, gnomoni, & ipſi νξ. Quoniam igitur ακ, totum æquum eſt ipſis λμ, νξ, quadratis, quorū δκ, æquū eſt ipſi υφχ, gnomoni & ipſi νξ quadrato, reliquum igitur αβ (per 3 cōmunē ſententiā) æquum eſt ipſi ςτ, hoc eſt ei quod ex λν, quadrato. Igitur λν, ipſam αβ, areolam poteſt. Dico quòd λν irrationalis eſt, appellata minor. Quoniam enim ακ rationale eſt, & eis eſt æquale quæ ex λο, ον, ſunt quadratis, conflatum igitur ex iis quæ ex λο, ον, rationale eſt (per diffinitionem). Rurſus quoniam δκ medium eſt, & δθ, æquum eſt ei quod bis ſub λο, ον, quod igitur bis ſub λο, ον, medium eſt. Et quoniam patuit quod αι, ipſi ζκ, eſt incommenſurabile: incommenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quadratum quod ex λο, ei quod ex ον quadrato. Ipſæ igitur λο, ον (per 76 decimi) potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes conflatum quidem earū quadratis rationale, quod uerò bis ſub ipſis medium. Ipſa igitur λν, irrationalis eſt appellata minor, & ipſam areolam αβ poteſt. Quæ igitur ipſam αβ areolam poteſt, minor eſt: quod erat oſtendendum.*





Euclid. ex Camp. Propoſitio 90.

SI fuerit linea rationali reſiduoq́; quinto ſuperficies cōtēta, latus eius tetragonicū erit cū rationali componēs mediale. 90

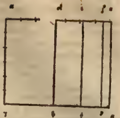
CAMPANVS. Nitere præmiſſa argumentatione ex diffinitione reſidui quinti & ſecunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71. quod propoſitum eſt concludere.

Euclid. ex Zamb. Theorema 71. Propoſitio 95.

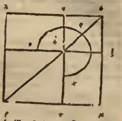
Si areola cōprehendatur ſub rationale et quinta apotóme, quę areolā poteſt, eſt quæ cum rationali medium totum conficit. 95

THEON ex Zāb. *Areola etenim αβ, cōprehēdatur ſub rationali αγ, & quinta apotome αδ. Dico quòd*

quæ



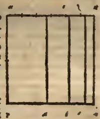
quæ ipſam areolā α ζ, poteſt, eſt quæ cū rationali mediū totum conficit. Sit nanq; (per 79 decimi) ipſi α δ congruens δ ε, ipſæ igitur α ε, ε δ (per 80 decimi) rationales ſunt potentia tantū cōmēſurabiles, & congruens ε δ, commenſurabilis eſt longitudine ipſi α γ, expoſitæ rationali. Et tota α ε congruens δ ε maius poteſt eo quod ex ſibi incōmēſurabili. Si igitur (per 28 ſexti) quartæ parti eius quod ex δ ε, æquum ad ipſam α ε (per 17 decimi) comparetur deficiens forma quadrata, in incommēſurabilia ipſam diuidet. Secetur igitur (per 10 primi) δ ε, biſariàm in ι ſigno, & ei quod ex ι ε (per 18 decimi) æquū ad α ε cōparetur forma deficiens quadrata, ſitq; quod ſub α ζ, ζ ε. Incōmenſurabilis igitur eſt (per 9 & 14 decimi) α ζ, ipſi ζ ε longitudine. Excitenturq; (per 31 primi) per ι ζ ε, ſigna ipſi α γ paralleli ι θ, ζ ι, ε λ. Et quoniā α ε ipſi α γ longitudine eſt incōmēſurabilis, & utræq; ſunt rationales, medium igitur eſt α κ. Rurſus quoniam δ ε eſt rationalis et ipſi α γ longitudine cōmenſurabilis, rationale igitur eſt δ κ. Conſtituatur igitur (per 14 ſecundi) ipſi quidē α ι æquū quadratū λ μ, ipſi autē ζ λ, æquum quadratum auferatur ν ξ. Ad eundē angulum qui ſub λ ο μ ſunt ipſa λ μ, & ν ξ, ad eandem igitur diametrum ſunt λ μ, ν ξ quadrata. Sit (per 26 ſexti) ipſorū dimetiens ο ξ deſcribaturq; figura. Similiter iam oſtendemus, quòd λ ν, poteſt ipſam α β areolam, dico quòd ipſa λ ν, eſt quæ cum rationali medium totū conficit. Quoniā enim oſtēſum quod α κ mediū eſt, et ei ſunt æqua quæ



ex λ ο, ο ν, conflatum, igitur ex eis quæ ex λ ο, ο ν, medium eſt (per correlariū 23 decimi) Rurſus quoniam δ κ rationale eſt, & ei eſt æquum quod bis ſub λ ο, ο ν, & quod bis igitur ſub λ ο, ο ν, rationale eſt. Et quoniā incommenſurabile eſt α ι ipſi ζ λ, incommenſurabile igitur eſt quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipſæ igitur λ ο, ο ν, potentia incommenſurabiles efficientes conflatum ex ipſarum quadratis medium, quod autem bis ſub ipſis rationales, reliqua igitur λ ν (per 77 decimi) irrationalis eſt appellata cū rationali medium totā efficiens. Et ipſam α ζ, areolam poteſt, quæ igitur ipſam α β, areolam poteſt, eſt quæ cum rationali medium totū efficit: quod oportuit demonſtrare.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 92.*

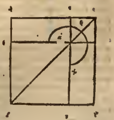
92 SI linea ratiōali reſiduoq; ſexto ſuperficies cōtineatur, latus tetragonicum quod ſuper eam poteſt cum mediali conſtituēs, totū mediale eſſe comprobatur.



CAMPANVS. Nunc quoq; ultimo quod per hanc dicitur præmiſſo modo ſatage concludere ex diffinitione reſidui ſexti, & ſecūda parte 14 & 19 & 73. In his autem omnibus proceſſum tuū nihil offendere poterit, ſi primā earū et perfecte didiceris et memoriter tenueris, et quid quoque ſupponet ſoleriter attenderis. Quod ſi forſan de aliquo in quadrato l m te dubitare contigerit, ad ſuum æquale in ſuperficie a d tibi recurrendum erit, & patebuut tuo ingenio.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 62.* *Propoſitio 96.*

96 Si areola cōprehēdatur ſub rationali & apotome ſexta, quæ areolā poteſt, eſt quæ cum medio mediū totum efficit.



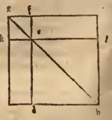
THEON ex Zamb. *Areola nanq; α β comprehendatur ſub rationali α γ & apotome ſexta α δ. Dico quòd quæ α β areolā poteſt, eſt quæ cū medio mediū totū efficit. Eſto enim (per 79 decimi) ipſi α δ cōgruens δ ε, ipſæ igitur α ε, ε δ (per 90 decimi) rationales ſunt potentia tantū commenſurabiles. Et neutra ipſarum α ε, ε δ (per 3 diffinitiones) cōmenſurabilis eſt ipſi α γ expoſitæ rationali longitudine, & tota α ε ipſa δ ε congrente maius poteſt eo quod ex longitudine incōmenſurabili. Quoniam igitur α ε ipſa ε δ, maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine incōmēſurabili, ſi igitur (per 18 ſexti) quartæ parti eius quod ex δ ε, æquū ad ipſam α ε cōparetur forma deficiens quadrata in incōmenſurabilia ipſam (p 17 decimi) diuidet. Secetur igitur (p 10 primi)*

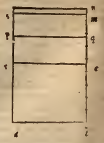
α β, bifariam in ſigno γ, & ei quod ex γ β (per 28 ſexti) æquū ad ipſam α β, comparetur forma deficiens quadrata, ſitq; quod ſub α ζ, ζ β. Incommenſurabilis igitur eſt (per 18 decimi) α ζ, ipſi ζ β, longitudine. Sicut autem (per 1 ſexti) α ζ ad ζ β, ſic α ι ad ζ κ, incommenſurabile igitur eſt (per 9 decimi) α ι ipſi ζ κ. Et quoniā ipſæ α β, α γ, rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, medium eſt α δ. Et quoniam ipſæ α γ, δ β, rationales ſunt longitudine incōmenſurabiles, mediū eſt & δ κ (per 22 decimi) Quoniam igitur ipſæ α β, β δ, potētia tantū ſunt commenſurabiles, igitur α β, ipſi δ β longitudine eſt incōmenſurabilis. Sicut autem α β ad β δ ſic eſt α κ ad κ δ ſic eſt α κ, ad δ κ, incommenſurabile igitur eſt α κ, ipſi κ δ. Cōſtituatur igitur (per 24 ſecundi) ipſi α ι, æquū quadratū λ μ, ipſi autē ζ κ, æquū auferatur ν ξ, ad eundē angulū ipſi λ μ, circa eūdē dimetientē igitur (p 20 ſexti) ſunt ipſa λ μ, ν ξ, quadrata eſto ipſorū dimetiēs ο ρ, deſcribaturq; figura. Similiter iā ex præcedētibus oſtēdemus, q λ ν, poteſt ipſam α δ areolā. Dico q ipſa λ ν eſt quæ cū medio mediū totū efficit. Quoniā nāq; patuit quod α κ mediū eſt & eis eſt æquale quæ ex λ ο, ο ν: cōflatū igitur ex iis quæ ex λ ο, ο ν, mediū eſt (p correlariū 23 decimi) Rurſus quoniā patuit qđ δ κ mediū eſt, et ei æquale qđ bis ſub λ ο, ο ν, & qđ igitur bis ſub λ ο, ο ν, mediū eſt. Et quoniā patuit qđ α κ, ipſi δ κ eſt incōmēſurabile, incōmēſurabilia igitur ſunt et quæ ex λ ο, ο ν, ſunt quadrata ei quod bis ſub λ ο, ο ν. Et quoniā α ζ, ipſi ζ β, eſt incōmēſurabile, incōmenſurabile eſt igitur & quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipſa λ ο, ο ν, igitur (per 78 decimi) potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes conflatū ex ipſarum quadratis medium, & quod bis ſub ipſis medium inſuper quæ ex ipſis quadrata incommenſurabilia ei, quod bis ſub ipſis. Ipſa igitur λ ν, irrationalis eſt, appellata cum medio medium totum efficiens: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 92.

SI ad lineā rationalē ſuperficies ęqualis quadrato reſidui applicetur, alterum latus reſiduum primum eſſe neceſſe eſt. 92

Campanvs. Hæ ſex ſequentes, ſunt cōuerſæ ſex præcedentium per ordinem. Huius autem primæ hęc eſt intentio, quod ſi ſit ſuperficies a c adiuncta ad lineam rationalem a b, æqualis quadrato reſidui quod ſit d e, erit eius latus ſecundū quod eſt b c neceſſario reſiduum primum. Adiiciatur enim lineæ d e quæ proponitur eſſe reſiduum, linea per cuius abſciſionem ipſa d e fuerit reſiduū, ſitq; ei adiuncta e f, eritq; ex 68 utraq; duarum linearū d f & f e, rationalis in potētia, & una earū incōmēſurabilis alti. Deſcribatur ergo quadratū lineę f e, quod ſit e g, & quadratū d e quæ poſita eſt eſſe reſiduū, quod ſit e h, & adiiciantur ſupplementa d k & f l, eritq; quadratum g h, tanquam quadratū lineæ d f, et quadratū e h erit ſicut ſuperficies a c. Erit etiam utrunq; quadratorū g h & g e, rationale. Sit igitur ſuperficies a m adiuncta ad lineā a b, ęqualis quadrato g h, eritq; ob hoc rationalis, quare per 16 linea m n eſt rationalis, in longitudine, ſuperficies uerò p n ſit ęqualis quadrato e g, quæ propter hoc erit rationalis, & per 16 linea m n rationalis in longitudine, itaq; tota linea b n eſt ratiōalis per 9. Diuidatur autē c n per æqualia in q, & ducatur q r æquidiſtans a b, eritq; ex prima ſexti c r æqualis r n. Manifeſtū uerò eſt quod cū tota ſuperficies a n ſit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quæ ſunt quadrata duarū linearū d f & f e, & ſuperficies a c ſit ęqualis quadrato lineæ d e quod eſt e h, erit per 7 ſecundi ſuperficies reſidua ex a n quæ eſt c ſ æqualis duplo ſuperficiei ex d f in f e, quare & horū dimidia quæ ſunt r n & d g, neceſſe eſt eſſe æqualia. Cūq; igitur ex prima ſexti ſit ſuperficies d g medio loco proportiōalis inter duo quadrata g h & g e, erit quoq; ſuperficies r n medio loco proportionalis inter duas ſuperficies a m & p n, ideoq; per primam ſexti erit etiam q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cumq; ſit q n dimidium lineæ n c, et linea b n diuiſa per punctum m in duo cōmunicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis, ſequitur ex prima parte 13 quod linea b n ſit potētior linea n c in quadrato lineæ ſecum cōmunicantis in longitudine.





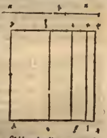
Quia ergo ſuperficies d g eſt medialis ex 19, ex hypotheſi autem ſuperficies c r ſibi æqualis medialis, & linea c q rationalis in potentia tantū per 20, ideoq; etiā duplū eius quod eſt linea n c eſt rationalis tantū in potentia, quia ergo b n eſt rationalis in lōgitudine cōmunicantis lineæ a b poſitæ rationali, & potentior n c in quadrato lineæ ſibi incommunicantis in longitudine, ſequitur ex diffinitione lineam b c eſſe reſiduum primum: quod eſt propoſitum.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 73. Propoſitio 97.

97 Quod ex apotome ad rationalē comparatum latitudinem, primam efficit apotomen.

THEON ex Zamb. *Sit apotome αβ, rationalis autē ſit γδ, & ei quod ex αβ, æquū ad ipſam γδ, cōparetur γε, latitudinem efficiens γζ. Dico q, γζ, eſt prima apotome. Eſto enim (per 79 decimi) ipſi αβ congruens βη, ipſæ igitur αη, ηβ (per 80 decimi) rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles. Et ei quidem quod ex αη (per 44 primi) æquū, ad ipſam γδ, cōparetur γθ, ei autē quod ex βη, comparetur κλ. Totū igitur γλ, æquū eſt eis quæ ex αη, ηβ, quorū γε æquū eſt ei quod ex αβ, reliquū igitur ζλ, æquū eſt ei quod bis ſub αη, ηβ. Secetur (per 10 primi) ζμ bifariā in ſigno ν, et excitetur (per 31 primi) per ν ipſi γδ parallelus νξ. Vtrūq; igitur ipſorū, ζξ, λν, æquum eſt ei quod ſub αη, ηβ. Et quoniā quæ ex αη, ηβ, rationalia ſunt, & eis quæ ex αη, ηβ, æquū eſt δμ, rationale igitur eſt (per diffinitionē decimi) δμ. Et ad rationalē apponitur γδ, latitudinem efficiens γμ, rationalis igitur eſt γμ (per 20 decimi) & ipſi γδ longitudine cōmenſurabilis. Rurſus quoniā quod bis ſub αη, ηβ, medium eſt (per 21 decimi) & ei quod bis ſub αη, ηβ, æquum eſt ζλ mediū igitur eſt ζλ. Et ad ipſam γδ rationalem apponitur latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur eſt ζμ, & ipſi γδ longitudine incōmenſurabilis. Et quoniam quæ ex αη, ηβ, rationalia ſunt, quod autē bis ſub αη, ηβ, medium eſt, incōmenſurabilia igitur ſunt quæ ex αη, ηβ, ei quod bis ſub αη, ηβ. Et eis quidem quæ ex αη, ηβ, æquum eſt γλ, ei autē quod bis ſub αη, ηβ, æquum eſt ζλ, incommenſurabile igitur eſt (per 9 decimi) δμ ipſi ζλ. Sicut autē (per 1 ſexti) δμ, ad ζλ, ſic eſt γμ, ad ζμ, incommenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) γμ ipſi ζμ, lōgitudine. Et utræq; ſunt rationales, igitur γμ, μζ (per 11 decimi) rationales ſunt potentia tantū commenſurabiles. Igitur γζ apotome eſt. Dico inſuper q, & prima. Quoniam nēpe eorū quæ ex αη, ηβ, medium proportionale eſt quod ſub αη, ηβ, & quod ex αη, æquum eſt ipſi γθ, ipſi autem quod ſub αη, ηβ, eſt νλ, ei autem quod ex βη, æquū eſt κλ, & ipſorum igitur γθ, κλ, medium proportionale eſt νλ. Eſt igitur (per 1 ſexti) ſicut γθ ad νλ, ſic eſt νλ, ad κλ. Sed ſicut quidē γθ ad νλ, ſic eſt γκ ad νμ, ſicut autē νλ ad κλ, ſic eſt νμ ad κμ, & ſicut igitur (per 11 quinti) γκ ad νμ, ſic νμ, ad κμ. Quod igitur ſub γκ, κμ (per 17 decimi) æquum eſt ei quod ex νμ, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζμ. Et quoniam quod ex αη, ei quod ex ηβ eſt incommenſurabile, commenſurabile eſt γθ ipſi κλ. Sicut autem γθ ad κλ, ſic γκ, ad κμ, commenſurabilis eſt igitur (per 11 decimi) γκ ipſi κμ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ ſunt inæquales ſcilicet γμ, μζ, & quartæ parti eius quod ex ζμ æquū ad ipſam γμ apponitur forma deficiens quadrata quod ſcilicet ſub γκ, κμ, & γκ ipſi κμ commenſurabilis eſt, ipſa igitur μγ, ipſa μζ maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine commenſurabilis. Et γμ, cōmenſurabilis eſt ipſi γδ, expoſitæ rationali longitudine. Ipſa igitur γζ (per 85 decimi) apotome eſt prima. Quod igitur ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem, efficit primā apotomē: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 93.

93 CVm adiuncta fuerit ſuperficies æqualis quadrato reſiduí medialis primi ad lineâ rationalē, alterū latus eius erit reſiduum ſecundum.

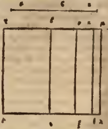
CAMP. Hic erit linea d e reſiduū mediale primū, & linea c f erit linea illa per cuius abſciſionē d e fuerat reſiduū mediale primū. Dico quod b c erit reſiduū ſecundū. Quod neſcire nō poteris, ſi demonſtrationi præmiſſæ (quouſq; eam ſolido amplectaris habitu) inſtiteris, & quales lineas oporteat eſſe d f & f e uigilanter attenderis: de quo ſi dubitas, 69 requirenda erit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 74. Propoſitio 98.

98 Quod ex mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatū latitudinem, ſecundam efficit apotomen.

THEON ex Zāb. *Sit mediæ apotomæ prima αβ, rationalis autē eſto γδ, & ei quod ex αβ (p 44 primi) æquum ad ipſam γδ, apponatur γε, latitudinē efficiens γζ. Dico q, γζ apotome eſt ſecunda, eſto nanq; ipſi αβ congruens βη, ipſæ igitur αη, ηβ, mediæ ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex αη æquum ad ipſam γδ comparetur (per 44 primi) γθ, latitudinē efficiens γκ, ei autem quod ex ηβ, æquum ad ipſam κθ comparetur κλ latitudinē efficiens κμ. Totum igitur γλ, æquū eſt eis quæ ex αη, ηβ, medium igitur eſt & γλ. Et ad ipſam γδ rationalem comparatur, latitudinē efficiens γμ, rationalis igitur eſt & γμ, & ipſi γδ in longitudine incōmenſurabilis (per 22 decimi) Et quoniam γλ æquū eſt eis quæ ex αη, ηβ quadratis, quorū quod ex αβ, æquum eſt ipſi γε, reliquum igitur quod bis ſub α*

η, ε ζ, æquũ eſt ipſi ζλ. Rationale autẽ eſt quod bis ſub α ε, ε β, cõprehenditur: rationale igitur et ζλ. Et ad ζι rationalem comparatur, latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) & ζμ, & ipſi γδ lõgitudine cõmenſurabilis. Quoniam igitur quæ ex α ε, ε β, hoc eſt ipſum γλ, medium eſt, quod autem bis ſub α ε, ε γ, hoc eſt ipſum ζλ rationale, incommẽſurabile igitur eſt (per 9 decimi) γλ ipſi ζλ. Sicut autem γλ, ad ζλ ſic eſt γμ, ad ζμ, incommenſurabilis igitur γμ, ipſi ζμ lõgitudine, & utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur γμ, μζ, rationales ſunt potentia tãtũ cõmenſurabiles, ipſa igitur γζ, apotome eſt (per 75 decimi) Dico etiã q; & ſecũda. Secetur nãq; (per 10 primi) ζμ biſariàm in ν. Exciteturq; (per 31 primi) per ν, ipſi γδ, parallelus ν ξ, utrunq; igitur ipſorum ζξ, νλ, æquũ eſt ei quod ſub α ε, ε β. Et quoniam (per lemma 53 decimi) ipſorum quæ ex α ε, ε β, quadratorum medium proportionale eſt quod ſub α ε, ε ζ, & quod ex α ε, æquũ eſt ipſi γθ, quod uerò ſub α ε, ε ζ, ipſi ν λ qđ autẽ ex β ε ipſi κλ, & ipſorũ igitur γθ, κλ, medium proportionale eſt ν λ (per idem lẽma) Eſt igitur ſicut γθ ad ν λ, ſic ν λ, ad κλ, ſed ſicut quidẽ γθ ad νλ, ſic eſt γκ ad νμ, ſicut aũt νλ ad κλ, ſic eſt νμ ad μκ. Sicut igitur (p 11 quinti) γκ ad νμ, ſic eſt νμ, ad κμ. Igitur quod ſub γκ, κμ (per 17 decimi) ei eſt æquum quod ex νμ, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζμ. Et quoniã quod ex α ε, cõmenſurabile eſt ei quod ex β ε, cõmenſurabile eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) & γθ ipſi κλ, hoc eſt γκ, ipſi κμ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γμ, & μζ, quartæ autem parti eius quod ex μζ (per 17 decimi) æquum ad maiorẽ γμ apponitur deficiens forma quadrata, quod ſcilicet ſub γκ, κμ, & ipſam in commenſurabilia diſpeſcit, ipſa igitur γμ ipſa μζ (per eandem) maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili. Et congruens ζμ (per 85 decimi) eſt commenſurabilis longitudine ipſi γδ expoſitæ rationali. Ipſa igitur γζ, apotome eſt ſecunda (per 3 diffinitiones) Quod igitur à mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem, ſecundam efficit apotomen: quod erat oſtendendum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 94.

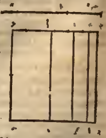
SI ſuperficies æqualis quadrato reſidui medialis ſecũdi applicata fuerit ad lineam rationalẽ, alterum latus eius reſiduum tertium eſſe conueniet. 94

CAMPANVS. Hic etiam erit d e reſiduũ mediale ſecundũ, & ſequetur ut ſit c b reſiduum tertium. Quod ut facile concludas, primę demonſtrationi inſiſtas & quales lineas conueniat eſſe d f & f e, ex 70 collige.

Euclid. ex Zamb. Theorema 75. Propoſitio 99.

Quod ex mediæ apotomæ ſecunda ad rationalem cõparatum latitudinem tertiam apotomen conficit. 99

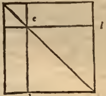
THEON ex Zamb. Eſto mediæ apotome ſecunda α β, rationalis autem eſto γδ, & ei quod ex α β (p 44 primi) æquum ad ipſam γδ apponatur γι, latitudinem efficiens γζ. Dico q; γζ eſt apotome tertia. Sit nãq; α β, congruens β ε, ipſæ igitur α ε, ε β (per 81 decimi) mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles medium cõprehendentes. Et ei quidem quod ex α ε (per 44 primi) æquum ad ipſam γδ, comparetur γθ, latitudinem efficiens γκ, ei autẽ quod ex β ε (per eandem) æquum ad ipſam κθ comparetur κλ, latitudinem efficiens κμ. Totum igitur γλ, æquũ eſt eis quæ ex α ε, ε β. Et ea quæ ex α ε, ε β, media ſunt, medium igitur eſt & γλ. Et ad ipſam γδ apponitur, latitudinem efficiens γμ. Rationalis igitur eſt γμ, & ipſi γδ longitudine incommenſurabilis. Et quoniã totũ γλ, æquum eſt eis quæ ex α ε, ε β, quorũ γι æquum eſt ei quod ex α β, reliquum igitur λζ (per 7 ſecundi) æquũ eſt ei quod bis ſub α ε, ε β. Secetur igitur (per 10 primi) ζμ, biſariàm in ν, ſigno & ipſi γδ (p 31 primi) parallelus excitetur ν ξ, utrunq; igitur ipſorum ζξ, νλ, æquũ eſt ei quod ſub α ε, ε β. Medium autem eſt quod ſub α ε, ε β, medium igitur eſt & λζ. Et ad ipſam ιζ rationalem cõparetur, latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ζμ, et ipſi γδ, longitudine incommenſurabilis. Et quoniam ipſæ α ε, ε β, potentia tantum ſunt commenſurabiles, incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α ε, ipſi ε β longitudine. Incõmenſurabile igitur eſt & quod ex α ε, ei quod ſub α ε, ε β. Sed ei quidẽ quod ex α ε, cõmẽſurabilia ſunt quæ ex α ε, ε β, ei autem quod ſub α ε, ε β, cõmenſurabile eſt quod bis ſub α ε, ε β. Incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex α ε, ε β, ei quod bis ſub α ε, ε β. Sed eis quidẽ quæ ex α ε, ε β, æquũ eſt γλ ei autẽ quod bis ſub α ε, ε β, æquũ eſt ζλ. Incõmenſurabile igitur eſt γλ, ipſi ζλ. Sicut autẽ γλ ad ζλ, ſic eſt



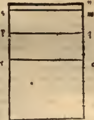
(per 1

(per 1 ſexti, & 11 decimi) γμ ad ζμ, incommenſurabilis igitur eſt γμ, ipſi ζμ longitudine. Et utraq; ſunt rationales. Ipſæ igitur γμ, μζ, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt γζ. Dico q, & tertia. Quoniam enim quod ex αη commenſurabile eſt ei quod ex ζη, commenſurabile igitur eſt γθ ipſi κλ, quare & γκ, ipſi κμ. Et quoniam eorum quæ ex αη, ηβ (per lemma 53 decimi) mediũ proportionale eſt quod ſub αη, ηβ, & ei quidẽ quod ex αη æquũ eſt γθ, ei autem quod ex ηζ æquũ eſt κλ ei: autẽ quod ſub αη, ηζ, æquum eſt νλ, & ipſorum γθ, κλ, igitur (per lẽma 53 decimi) medium proportionale eſt νλ. Eſt igitur ſicut γθ ad νλ, ſic eſt νλ ad κλ. Sed ſicut γθ ad νλ, ſic (per 1 ſexti) eſt γκ ad νμ, ſicut autem νλ, ad κλ, ſic eſt νμ, ad κμ. Sicut igitur γκ, ad νμ, ſic eſt νμ ad κμ: quod igitur ſub γκ, κμ, æquũ eſt ei quod ex μν hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζμ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γμ, μζ, & quartæ parti eius quod ex ζμ (per 17 decimi) æquũ ad ipſam γμ apponitur forma deficiens quadrata, & incõmẽſurabilia ipſam diuidit, igitur γμ ipſa μζ maius poteſt, eo quod ex ſibi cõmenſurabili. Et ipſarũ γμ, μζ, neutra cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi γδ expoſitæ rationali. Ipſa igitur γζ (per 95 decimi) apotome eſt tertia. Quod igitur ex mediæ apotomæ ſecunda ad rationalem comparatum latitudinem, efficit tertiã apotomen: quod erat oſtendendum. *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio 95.*

95 Vm adiuncta fuerit lineę rationali ſuperficies ęqualis quadrato lineæ minoris, latus eius ſecundum, erit reſiduũ quartum.



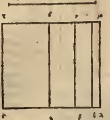
CAMP. Si fuerit d e linea minor, aſſerit hæc 95 quòd b c erit reſiduũ quartum. Eſt autẽ ſumẽdum ex 71 quales lineas eſſe neceſſe ſit d f & f e, cũ d e fuerit linea minor, & eſt aſtruendum propoſitum pręmiſſo modo, excepto quòd in hac & duabus ſequentibus neceſſe eſt lineã b n diuidi ad punctum m in duo incommẽſurabilia, quæ in trib⁹ præmiſſis diuidebatur neceſſariò duo cõmenſurabilia, nam in tribus præmiſſis fuerant duæ lineæ d f & f e communicãtes in potentia tantũ, & ideo earũ quadrata cõmunicantia, propter quod & ſuperficies a m & p n quadratis earum æquales communicãtes, quapropter etiam & duæ lineæ b m & m n, ideoq; fuit in tribus præmiſſis linea b n potentior linea n c, in quadrato lineę ſecum communicantis in longitudine ex prima parte 13. In hac autẽ & duabus ſequentibus ſunt duæ lineæ d f & f e incommenſurabiles in potentia, ut apparet ex 71 & 72 & 73, & ideo earum quadrata, propter quod & ſuperficies a m & p n incõmenſurabiles, propter quod & duæ lineę b m & m n incõmẽſurabiles: ideoq; per primã partẽ 14 tã in hac quàm in duabus ſequentibus neceſſe eſt lineã b n eſſe potentiorẽ linea n c, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine: cætera perquire ut prius.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 76.* *Propoſitio 100.*

100 Quod ex minori ad rationalem comparatũ latitudinem, efficit quartam apotomen.

THEON *ex Zãb. Sit minor αβ, rationalis autẽ eſto γδ, & ei qđ ex αβ (per 44 primi) æquum ad ipſam γδ cõparetur γε, latitudinẽ efficiens γζ. Dico q, γζ apotome eſt quarta. Sit (per 79 decimi) ipſi αβ, cõgruens βη. Ipſæ igitur αη, ηβ (per 80 decimi) potentia ſunt incõmẽſurabiles, efficiẽtes cõſtatũ ex ijs quæ ex αη, ηβ, quadrata rationale, qđ autẽ bis ſub αη, ηβ, mediũ. Et ei quidẽ quod ex αη (per 28 ſexti) æquũ ad ipſam γδ cõparetur γθ, latitudinẽ efficiẽs γκ, ei autẽ quod ex βη æquũ ad ipſam κθ cõparetur κλ latitudinẽ efficiẽs κμ. Totũ igitur γλ, æquũ eſt eis quod ex αη, ηβ, & conſtatũ ex ijs quæ ex αη, ηβ, rationale eſt: rationale igitur eſt & γλ, & ad rationalẽ γδ comparatur, latitudinem efficiens γμ, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) γμ, & ipſi γδ longitudine commenſurabilis. Et quoniã totum γλ æquum eſt eis quæ ex αη, ηβ, quorum γε, æquum eſt ei quod ex αβ, reliquũ igitur ζλ (per 7 ſecundi) æquũ eſt ei quod bis ſub αη, ηβ. Secetur (per 10 primi) ζμ, bifariàm in ν ſigno. Excitetur q; (per 31 primi) per ν ſignum, utriq; ipſarũ γδ, μλ, parallelus νξ: utrunq; igitur ipſorũ ζξ, νλ, æquũ eſt ei quod ſub αη, ηβ. Et quoniam quod bis ſub αη, ηβ, medium eſt & ipſi ζλ æquale: medium igitur eſt &*



ζλ. Et ad ipſam ζι rationalẽ comparetur: latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur eſt ζμ, & ipſi γδ, longitudine incõmenſurabilis. Et quoniã conflatũ quidem ex iis quæ ex αε, εβ, rationale eſt, quod aũt bis ſub αε εβ, mediũ: incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex αε, εβ, ei quod bis ſub αε, εβ. At γλ, æquum eſt eis quæ ex αε, εβ, ei autẽ quod bis ſub αε, εβ, æquũ eſt ζλ. Incõmẽſurabile igitur eſt (per 9 decimi) γλ, ipſi ζλ. Sicut autẽ γλ, ad ζλ (p 1 ſexti & 11 decimi) ſic eſt γμ, ad μζ. Incõmenſurabilis igitur eſt γμ, ipſi ζμ lõgitudine. Et utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur γμ, μζ (per 73 decimi) rationales ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles. Apotome igitur eſt γζ. Dico q, & quarta. Quoniã enim ipſæ αε, εβ, potentia ſunt incõmenſurabiles, incõmenſurabile eſt igitur & quod ex αε, ei quod ex εβ. Et ei quidẽ quod ex αε, æquũ eſt γθ, ei autem quod ex εβ, æquũ eſt & κλ. Incõmenſurabile igitur eſt γθ, ipſi κλ. Sicut autẽ γθ ad κλ, ſic eſt γκ ad κμ, incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) γκ ipſi κμ longitudine. Et quoniã ipſorum quæ ex αε, εβ, mediũ proportionale eſt (per lẽma 53 decimi) quod ſub αε, εβ, & id quod ex αε, æquũ eſt ipſi γθ, quod autẽ ex εβ, æquum eſt ipſi κλ, quod uerò ſub αε, εβ, æquũ eſt ipſi νλ, ipſorũ igitur γθ, κλ, mediũ proportionale eſt (per idẽ lẽma νλ) Eſt igitur ſicut γθ ad νλ, ſic eſt νλ ad κλ. Sed ſicut quidẽ γθ ad νλ, ſic (per 1 ſexti) eſt γκ ad κμ, ſicut autẽ νλ ad κλ, ſic eſt νμ ad κμ, & ſicut igitur (p 11 qnti) γκ ad μν, ſic eſt μν ad κμ. Quod igitur ſub γκ, κμ, æquũ eſt ei quod ex μν, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζμ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γμ & μζ, & quartæ parti eius quod ex μζ (per 17 decimi) ad ipſam γμ, apponitur forma deficiẽs quadrata, qđ ſcilicet ſub γκ, κμ, & in incõmẽſurabilia ipſam diuidit, ipſa igitur γμ, ipſa μζ, maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, & tota γμ, ipſi γδ, expoſitæ rationali cõmẽſurabilis eſt lõgitudine. Ipſa igitur γζ apotome eſt quarta (per 85 decimi) quod ex minori ad rationalẽ igitur cõparatũ latitudinẽ, quartã efficit apotomẽ: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 96.

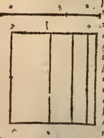
Si ad lineã rõnalẽ quadrato lineę cũ rõnali cõſtituẽtis mediale ęqualis ſupficies adiũgat̃, latus eius ſecũdũ, erit reſiduũ qntũ. 96

Camp. Pone ſimiliter hic lineã d e eſſe illam quæ iũcta cũ rationali cõponat totũ mediale, & attẽde ex 72 quales lineas oporteat eſſe d f & f e, & cõcludes ſine offendiculo, ſi prius habitæ demonſtrationi oportune inſtiteris, lineam b c eſſe reſiduum quintum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 77. Propoſitio 101.

Quod ex ea quæ cũ rationali medium totũ efficit, ad rationalẽ comparatum latitudinem, quintam efficit apotomen. 101

THEON ex Zãb. *Sit cũ rationali mediũ totũ efficiẽs αβ, rationalis autẽ eſto γδ, & ei quod ex αβ (per 44 primi) æquũ ad ipſam γδ, cõparetur γι, latitudinẽ efficiẽs γζ. Dico q, ζγ, apotome eſt quinta. Sit enim (per 77 decimi) ipſi αβ, cõgruẽs βε. Ipſæ igitur αε, εβ, rectæ lineæ potentia tãtũ, ſunt incõmẽſurabiles, efficiẽtes conflatũ quidẽ ex ipſarũ quadratis medium, quod autẽ bis ſub ipſis rationale. Et ei quidẽ qđ ex αε (per 44 primi) æquũ ad ipſam γδ comparetur γθ, ei autẽ quod ex εβ, æquũ eſto κλ. Totũ igitur γλ æquũ eſt eis quæ ex αε, εβ. Quod autẽ conflatũ ex iis quæ ex αε, εβ, ſimul mediũ eſt, mediũ igitur eſt (per 22 decimi γλ) Et ad ipſam rationalẽ γδ, apponitur, latitudinẽ efficiens γμ, rationalis igitur eſt γμ, & ipſi γδ, incõmenſurabilis Et quoniã totũ γλ, æquũ eſt iis quæ ex αε, εβ, quorũ γι, æquũ eſt ei quod ex αβ, reliquũ igitur ζλ, æquũ eſt ei quod bis ſub αε, εβ. Secetur inquã (per 10 primi) ζμ, bifariam in ν, exciteturq; per ν (per 31 primi) utriq; ipſarum γδ, μλ, parallelus νξ. Vtrũq; igitur ipſorum ζξ, νλ, æquum eſt ei quod ſub αε, εβ. Et quoniã quod bis ſub αε, εβ, rationale eſt & ipſi ζλ eſt æquale, ratiõale igitur eſt ζλ. Et ad rationalẽ ιζ, cõparatur latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) ζμ, & ipſi γδ lõgitudine commenſurabilis. Et quoniã γλ quidem medium eſt, at ζλ rationale, igitur γλ ipſi ζλ eſt incommenſurabile. Sicut autem γλ ad ζλ, ſic γμ, ad μζ, incommenſurabilis igitur eſt γμ, ipſi μζ longitudine. Et utræq; ſunt rationales, ipſæ igitur γμ, μζ (per 73 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Igitur γζ, apotome eſt. Dico q, & quinta. Similiter nãq; oſtendemus quòd ſub γκ, κμ, æquum eſt ei quod ex νμ, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζμ. Et quoniã quod ex αε ei quod ex εβ eſt incommenſurabile, quod uerò ex αε æquum eſt ipſi γθ, quod autem ex εβ ipſi κλ, incõmenſurabile igitur eſt γθ, ipſi κλ. Sicut autem γθ ad κλ, ſic eſt γκ, ad κμ. Igitur γκ, ipſi κμ longitudine eſt incõmenſurabilis. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γμ, μζ, & quartæ parti eius quod ex ζμ (p 17 decimi) æquum ad ipſam γμ apponitur forma deficiens quadrata, & in incõmenſurabilia ipſam diuidit, igitur (p 85 decimi) γμ, ipſa μζ, maius poteſt eo quod ex ſibi lõgitudine incõmenſurabili. Et cõgruens ζμ, ipſi γδ rationali expoſitæ eſt cõmenſurabilis. Igitur γζ, eſt apotome quinta. Quod ex ea igitur quæ cum rationali medium totum, & reliqua quæ ſequuntur: quod fuerat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 97.

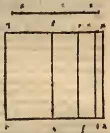
Si ad lineã rationalẽ ſuperficies æqualis quadrato lineæ cũ mediali componẽtis mediale adiungatur, latus eius alterum erit reſiduum ſextum. 97

CAMPANVS. Nunc ultimò conuenit lineā d e eſſe illā, quæ iuncta cum mediali componit totū mediale, cui adiūcta linea e f (quę uidelicet ſit illa per cuius abſciſionē linea d e fuerat quæ proponitur) ſi quales lineas d f & f e eſſe oporteat ex 73 didiceris, priorēq; argumentationē firma mēte tenueris, ſine obice quoquā lineam b c eſſe reſiduum ſextum cōcludere poteris. Si autem forraſſis in aliquo te hæſitare contigerit, quicquid illud fuerit de quadrato g h ad ſibi æqualē ſuperficiē a n conferendum erit: & ſic patebit propoſitum noſtrum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 78. Propoſitio 102.

102 Quod ex ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalē comparatum latitudinem, efficit ſextam apotomen.

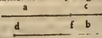
THEON ex Zāb. *Sit cū medio medium totū efficiēs α β, rationalis autē eſto γ δ, & ei quidem quod ex α β (per 44 primi) æquum ad ipſam γ δ, cōparetur γ ε, latitudinē efficiens γ ζ. Dico q. γ ζ ſexta eſt apotome. Sit inquā (per 84 decimi) ipſi α β congruens β η, ipſæ igitur α η, η β, potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes conflatū quidem ex iis quæ ab ipſis ſunt quadratis medium, & quod bis ſub α η, η β medium, inſuper incommēſurabilia quæ ex α η, η β, ei quod bis ſub α η, η β. Comparetur inquam ad ipſam γ δ, ei quidem quod ex α η, æquum γ θ, latitudinem efficiens γ κ, ei autē quod ex β η, ſit θ λ. Totum igitur γ λ, æquum eſt eis quæ ex α η, η β. Igitur γ λ, medium eſt. Et ad rationalē γ δ, cōparatur, latitudinē efficiens γ μ: rationalis igitur eſt (per 22 decimi) γ μ, & ipſi γ δ lōgitudine incōmenſurabilis. Quoniā igitur γ λ, æquū eſt eis quæ ex α η, η β, quorū γ ε æquum eſt ei quod ex α β, reliquū igitur ζ λ æquū eſt ei quod bis ſub α η, η β. Et quod bis ſub α η, η β, medium eſt et ζ λ igitur medium eſt. Et ad ipſam ζ ε, cōparatur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ζ μ, & ipſi γ δ longitudine incommenſurabilis. Et quoniā quæ ex α η, η β, incōmenſurabilia ſunt ei quod bis ſub α η, η β, & eis quidem quæ ex α η, η β, æquum eſt γ λ, ei uerò quod bis ſub α η, η β, æquū eſt ζ λ, incommenſurabile igitur eſt γ λ ipſi ζ λ. Sicut autē γ λ ad ζ λ, ſic eſt γ μ, ad ζ μ, incōmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) γ μ ipſi μ ζ longitudine. Et utræq; ſunt rationales, ipſæ igitur γ μ, μ ζ, rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles. Apotome igitur eſt γ ζ (per 73 decimi) Dico q. & ſexta. Quoniā ζ λ, æquum eſt ei quod bis ſub α η, η β, ſecetur (per 10 primi) in ν ipſa ζ μ, bifariam, excitetur q; (per 31 primi) per ν ad ipſam γ δ, parallelus ν ξ. Vtrunq; igitur ipſorū ζ ξ, ν λ, æquū eſt ei quod bis ſub α η, η β. Et quoniā ipſæ α η, η β, potētia ſunt incommenſurabiles, incommēſurabile igitur eſt quod ex α η, ei quod ex η β. Sed ei quidē quod ex α η, æquum eſt γ θ, ei autem quod ex η β æquum eſt κ λ: incōmenſurabile igitur eſt γ θ, ipſi κ λ. Sicut autem γ θ, ad κ λ, ſic eſt γ κ ad κ μ: incōmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) γ κ, ipſi κ μ. Et quoniā eorū quæ ex α η, η β, medium proportionale eſt (per lēma 53 decimi) quod ſub α η, η β, & quod ex α η, æquum eſt ipſi γ θ, ei autem quod ex η β, æquū eſt κ λ, et uerò quod ſub α η, η β, æquū eſt ν λ, ipſorum igitur γ θ, κ λ, medium eſt proportionale ν λ. Eſt igitur ſicut γ θ ad ν λ, ſic eſt ν λ, ad κ λ, & id propterea iam (per 85 decimi) γ μ, ipſa μ ζ maius poteſt, eo quod ex ſibi incōmenſurabili, & ipſarū neutra ipſi γ δ, expoſitæ rationali eſt cōmenſurabilis, ipſa igitur γ ζ, ſexta eſt apotome. Quod ex ea igitur quæ cum medio, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 98.

98 OMnis linea reſiduo cōmenſurabilis, ipſa quoq; in termino & ordine eſt idem reſiduum.

CAMPANVS. Quod 60 & quatuor eā ſequentes de binomio eiuſq; comitibus quinq; propoſuerūt, hæc 98 & quatuor eā ſequētes de reſiduo ſuiſq; quinq; comitibus uerū eſſe proponūt, quibus qui uſq; ad ſolitū habitū inſtiterit, has ignorare nō poterit. Quidquid autē in illis de cōmunicātia in lōgitudine & potētia tātū dictū eſt, in his quoq; idē oportet intelligi, nā omnis linea reſiduo cōmunicās in longitudine, ſiue in potentia tantū, ipſa etiā eſt reſiduū. Sed ſi cōmunicat in lōgitudine, non ſolū eſt ipſa reſiduū, ſed etiā eiuſdē ſpeciei reſiduū, uerbi gratia, linea cōmunicās in lōgitudine reſiduo primo, eſt reſiduū primū, & ſecundo communicans eſt ſecundū, ſic quoq; in cæteris. Quod autē linea communicat reſiduo in potētia tantū, ipſam quoq; neceſſe eſt eſſe reſiduū, ſed non eiuſdē ſpeciei: immo impoſſibile eſt, ut linea communicās in potētia tātū reſiduo primo aut ſecūdo aut tertio aut quarto aut quinto cadat ſimul cū eo ſub eadē ſpecie, ſed neceſſe eſt ut ambo cadāt ſimul ſub tribus primis ſpeciebus, aut ambo ſimul ſub tribus poſtremis. Sit itaq; exēpli gratia, a reſiduum: cui

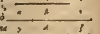


communicet b in longitudine, dico quòd b erit reſiduũ eiuſdem ſpeciei cum a. Adiungatur enim linea c ad lineam a, & c illa ſit per cuius abſciſionẽ a fuit reſiduum. Et ad b adiungatur alia quæ ſit d, ad quam ſic ſe habeat b ſicut a ad c, ſitq́ compoſita ex a & c e: cõpoſita uero ex b & d, ſit f, eritq́ ex permutata proportionalitate a ad b, ſicut c ad d, & per 13 quinti erit e ad f, ſicut a ad b, uel ſicut c ad d. Cum itaq́ a communicet cum b, erit per 10 c communicans cum d, et e communicans cum f. Et quia etiam eſt neceſſariò ex permutata proportionalitate e ad c ſicut f ad d, ſequitur per 12 ut ſi fuerit e potentior c in quadrato lineæ ſibi cõmunicantis in longitudine, uel ſi forte incommenſurabilis, ſit ſimiliter f potentior d. At quoniam omnis linea communicans in longitudine lineæ rationali, eſt ſimiliter illi rationalis (ſimiliter dico, quia ambæ erunt rationales in longitudine, uel ambę in potentia tantum) ſequitur ex diffinitionibus reſiduorum ut b ſit reſiduũ eiuſdem ſpeciei cum a. Si autem b cõ municat in potentia tantùm cum a, ipſa quoq́ erit reſiduũ, non tamen eiuſdẽ ſpeciei neceſſariò, ſed quemadmodũ dictum eſt, cuius demonſtratio ex iis quæ in 60 de binomiis dicta ſunt, colligenda eſt.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 79.* *Propoſitio 103.*

Quæ ipſi apotomæ longitudine eſt commenſurabilis, apotome eſt & in ordine eadem. 103

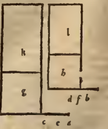
THEON *ex Zãb. Sit apotome αβ, & ipſi αβ lõgitudine cõmenſurabilis eſto γδ. Dico quòd et γδ apotome eſt, & in ordine eadẽ. Quoniã enim αβ apotome eſt, ſit ei cõgruẽs (per 79 decimi) βε. Ipſæ igitur αε, εβ, (per eandẽ) rationales ſunt potentia tantũ cõmẽſurabiles. Et ipſius αβ ad γδ, ratione eadẽ fiat ratio ipſius βε, ad δζ. Et igitur ſicut (per 12 quinti) unum ad unũ, omnia ſunt ad omnia, eſt igitur & ſicut tota αε, ad totam γζ, ſic eſt αβ, ad γδ. Commenſurabilis autẽ eſt αβ, ipſi γδ lõgitudine, cõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & αε, ipſi γζ, & βε ipſi δζ. Et ipſæ αε, εβ, rationales ſunt potentia tantũ commenſurabiles, & ipſæ igitur γζ, ζδ, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt γδ. Dico etiã q. in ordine eadẽ ipſi αβ. Quoniã eſt ſicut αε, ad γζ, ſic eſt βε, ad δζ, uiciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut αε, ad εβ, ſic eſt γζ, ad δζ. Iam ipſa αε, ipſa εβ, aut maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, aut eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Si quidem αε, ipſa εβ maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, & γζ, ipſa ζδ, (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex ſibi commenſurabili. Et ſiquidem cõmenſurabilis eſt αε ipſi expoſitæ rationali longitudine, & (per 13 decimi) γζ, quoq́, ſi uerò βε, & δζ etiam, ſi autem neutra ipſarum αε, εβ, & neutra ipſarum γζ, ζδ. Si uerò αε, ipſa εβ, maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili, & γζ, ipſa ζδ maius poterit eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Et ipſi αε, ipſi expoſitæ rationali commenſurabilis eſt longitudine, & γζ, (per 13 decimi) ſi autem βε, & δζ etiam, ſi uero neutra ipſarum αε, εβ, neutra etiam ipſarũ γζ, ζδ. Igitur γδ apotome eſt, & ipſi αβ, in ordine eadem. Quæ ipſi igitur apotomæ, & reliqua quæ ſequuntur: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 99.*

OMnis linea utrilibet reſiduo mediali communicans, eſt ſub ipſius termino & in ordine reſiduum mediale. 99

CAMPANVS. Verum eſt quod dicitur, ſiue communicet linea cum utrolibet reſiduo mediali in longitudine, ſiue in potentia. Sit enim a utrumlibet reſiduũ mediale, cui b communicet in longitudine uel potentia. Dico quòd b eſt etiam reſiduũ mediale, quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a, & ſit c per cuius abſciſionem a fuit reſiduum mediale. Et ad b adiungatur alia quæ ſit d, ſitq́ b ad d, ſicut a ad c, totaq́ compoſita ex a & c, ſit e: & ex b, d, ſit f. Deſcribãtur igitur quadrata c & d, quæ ſint g & h, & ſuperficies e in c, ſit k, & f in d, ſit l. Et quia eſt ut prius e ad f & c ad d ſicut a ad b, ſunt autẽ e & c mediales potentia tantũ communicantes ex 69 & 70, ſequitur ex 21 ut f & d eis cõmunicãtes ſint etiam mediales potentia tantũ cõmunicantes. Conſtat autem ex prima ſexti, quòd ſit K ad g ſicut e ad c, & l ad h ſicut f ad d. Et quia eſt e ad c ſicut f ad d, ſequitur ut ſit K ad g ſicut l ad h. Et permutatim K ad l, ſicut g ad h. Cũ ergo g communicet cum h, ſequitur ut k cõmunicet cum l. Si igitur k eſt rationale (quod eſt in reſiduo mediali primo) erit etiam per diffinitionem l rationalis, quare per 69 b etiam eſt reſiduum mediale primum. Si autem k ſit medialis (quod eſt in reſiduo mediali ſecundo) erit per 21 etiã l medialis, ideoq́ b per 70 reſiduũ mediale ſecundũ: quare cõſtat propoſitũ.



IDEM

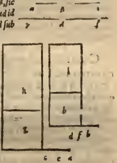
IDEM aliter. Si linea b communicat cum linea a (quæ eſt utrumlibet reſiduū mediale) in longitudine uel in potentia, ſit ſuperficies c e adiūcta ad lineam rationalem c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; ob hoc c e & f g communicantes, quemadmodū & quadrata linearum a & b eis æqualia, ideoq; per primam ſexti & 10 huius, d e & e g ſunt communicātes in longitudine. Et quia ſi a eſt reſiduum mediale primum linea d e eſt reſiduum ſecundum per 93, & ſi a eſt reſiduum mediale ſecundum linea d e eſt reſiduum tertium per 94, at cum d e eſt reſiduum ſecundum, linea e g eſt etiam reſiduum ſecundum, & cum illa tertium ſimiliter, & hæc eſt tertium per 98, ſequitur itaq; ex 87 & 88 ut b ſit reſiduum mediale primum aut ſecundum, prout fuerit a. Et ſic patet quod intendimus.



Euclid. ex Zamb. Theorema 80. Propoſitio 104.

104 Mediæ apotomæ commenſurabilis, mediæ apotomæ eſt, & in ordine eadem.

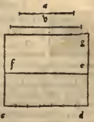
THEON ex Zāb. Sit mediæ apotome αβ, & ipſi αβ cōmenſurabilis eſto γδ. Dico q, & γδ mediæ apotome eſt, & in ordine eadem ipſi αβ. Quoniā enim mediæ apotome eſt αβ, eſto ei congruens (per 80 decimi) ipſa βε, ipſæ igitur αε, εβ, mediæ ſunt potētia tantū cōmenſurabiles, fiatq; (per 12 ſexti) ſicut αβ ad γδ, ſic βε ad δζ: cōmenſurabilis igitur eſt (per 6 decimi) & αε, ipſi γζ, & βε, ipſi δζ. Ipſæ autē αε, εβ, mediæ ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Ipſæ igitur γζ, ζδ, mediæ ſunt in potentia tantū cōmenſurabiles, mediæ igitur apotome eſt (per 74 & 75 decimi) γδ. Oſtendendū eſt quòd & in ordine eadē eſt ipſi αβ. Quoniā enim eſt ſicut αε ad εβ, ſic γζ, ad ζδ ſed ſicut quidē αε, ad εβ, ſic quod ex αε, ad id quod ſub αε, εβ, ſicut autem γζ, ad ζδ, ſic quod ex γζ, ad id quod ſub γζ, ζδ, eſt igitur (per 11 quinti) & ſicut quod ex αε, ad id quod ſub αε, εβ, ſic quod ex γζ, ad id quod ſub γζ, ζδ. Et uiciſſim (per 16 quinti) ſicut quod ex γζ ad id quod ex ζγ, ſic quod ſub αε, εβ, ad id quod ſub γζ, ζδ. Cōmenſurabile autē eſt quod ex αε, ei quod ex γζ cōmenſurabile igitur eſt & quod ſub αε, εβ, ei quod ſub γζ, ζδ. Si quidē igitur quod ſub αε, εβ, rationale eſt, rationale eſt & quod ſub γζ, ζδ. Si autem medium eſt quod ſub αε, εβ, mediū eſt & quod ſub γζ, ζδ, mediæ igitur apotome eſt γδ, & ipſi αβ, in ordine eadem: quod erat oſtendendum.



Eucl. ex Camp. Propoſitio 100.

100 Si linea aliqua lineæ minori communicet, ipſa quoq; erit linea minor.

CAMPANVS. Facile eſt hanc probare duplici modo ſicut præmiſſam, ſiue cōmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine, ſiue in potentia. Hoc autem appoſito, quantum ad primum modū, quòd cum ſit f ad d ſicut e ad c, erit ex ſecunda parte 18 ſexti quadratum f ad quadratum d, ſicut quadratū e ad quadratum c, & coniunctim quadrata duarū linearū f & d ad quadratum d, ſicut quadrata duarum linearum e & c ad quadratum c, & permutatim quadrata duarum linearum f & d ad quadrata duarum linearum e & e, ſicut quadratū d ad quadratum c. Communicat autem quadratum d, cum quadrato c, ergo duo quadrata duarum linearum f & d pariter accepta, communicant cum duobus duarum linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ſunt rationale: erit etiam per diffinitionem & duo duarum linearum f d & d pariter accepta rationale. Cumq; ſit ſuperficies K medialis, erit etiam l ſibi communicans medialis, igitur ex 71 b eſt linea minor. Quantum autem ad ſecundum modum erit per 95 linea d e reſiduū quartū, ideoq; per 98 & linea e g erit etiam reſiduum quartum, ideoq; etiam per 89 linea b eſt linea minor.

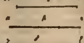


Euclid. ex Zamb. Theorema 81. Propoſitio 105.

105 Minori commenſurabilis, minor eſt.

THEON ex Zāb. Sit minor αβ, & ipſi αβ, cōmēſurabilis eſto γδ. Dico q, γδ, minor eſt. Fiāt inquā ſic prædicta. Et quoniā ipſæ αε, εβ, potentia ſunt incommenſurabiles, & ipſæ γζ, ζδ, potentia ſunt incōmenſurabiles

ſurabiles. Quoniã igitur eſt ſicut αε, ad εβ, ſic eſt γζ ad ζδ, eſt igitur (per 22 ſexti) & ſicut quod ex αε ad id quod ex εβ, ſic qđ ex γζ ad id quod ex ζδ. Cõponendo igitur (per 18 quinti) eſt ſicut quod ex αε, εβ, ad id qđ ex εβ, ſic eſt quod ex γζ, ζδ, ad id quod ex ζδ, & uiciſſim (per 16 quinti.) Cõmenſurabile autẽ eſt (p 6 decimi) quod ex βε ei quod ex δζ, cõmenſurabile igitur eſt & conflatũ ex ipſarũ αε, εβ, quadratis, conflato ex ipſarũ γζ, ζδ, quadratis. Rationale autẽ eſt (per 22 decimi) conflatũ ex ipſarũ αε, εβ, quadratis, rationale igitur eſt (per correlariũ 25 decimi & 11 quinti) & cõflatũ ex ipſarũ γζ, ζδ, quadratis Rurſus quoniã eſt ſicut quod ex αε ad id quod ſub αε, εβ, ſic quod ex γζ, ζδ, ad id qđ ſub γζ, ζδ, et uiciſſim: cõmenſurabile autẽ eſt (per 6 decimi) quod ex αε quadratũ ei quod ex γζ, quadrato, cõmenſurabile igitur eſt quod ſub αε, εβ, ei quod ſub γζ, ζδ. Medium autem quod αε, εβ, mediũ itidem quod ſub γζ, ζδ. Ipſæ igitur γζ, ζδ, (per 82 decimi) ſunt incommenſurabiles, ſunt efficientes quidem conflatum ex ipſarum quadratis rationale, quod uero bis ſub ipſis medium. Ipſa igitur γδ, minor eſt. Minori cõmenſurabilis igitur, & quæ ſequuntur: quod erat oſtendendum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 101.*

OMnis linea communicans lineæ cum rationali componẽti mediale, eſt cum rationali componens mediale. 101

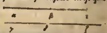
Figura pro poſitionis 100

CAMPANVS. Hanc quoq; duplici prædicto modo non eſt difficile probare, ſiue de communicantia in lõgitudine ſiue de communicantia in potentia tantum intelligatur. Sed quantum ad primum modum, erunt duo quadrata duarũ linearum f & d pariter accepta mediale per 21, quemadmodum ſunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72, quibus ipſa communicant, ſuperficies l erit rationalis, per diffinitionem, quemadmodum eſt ſuperficies K ex 72 cui ipſa communicat. Igitur ex 72 b eſt cum rationali componens mediale. Quantum ad ſecundum modum, erit d e reſiduum quintum ex 69, ideoq; & e g ex 98. quare b eſt cum rationali componens mediale per 90.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 82.* *Propoſitio 106.*

Cum rationali medium totum efficienti commenſurabilis, & eadem cum rationali medium totum efficiens eſt. 106

THEON *ex Zamb. Eſto cũ rationali mediũ totũ efficiẽs αβ, et ipſi αβ cõmenſurabilis eſto γδ. Dico q. γδ eſt cũ rationali mediũ totũ efficiẽs. Sit inquã (per 79 decimi) ipſi αβ cõgruens βε. Ipſæ igitur αε, εβ (per 80 decimi) potẽtia ſunt incõmenſurabiles, efficiẽtes quidẽ ex ipſarũ quadratis mediũ, quod autẽ ſub ipſis rationale & eadẽ cõſtruãtur. Similiter iã oſtẽdemus ex præcedentibus, qđ ipſæ γζ, ζδ, in eadẽ ſunt ratiõe ipſis αε, εβ, & conflatũ quidem ex ipſarũ αε, εβ, quadratis, cõmenſurabile eſt conflato ex iis quæ ex γζ, ζδ, quadratis, quod autem ſub αε, εβ, ei quod ſub γζ, ζδ. Quare et ipſæ γζ, ζδ, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ quidem ex ipſarum γζ, ζδ, quadratis mediũ, quod autem ſub ipſis rationale. Ipſa igitur γδ eſt cum rationali totum efficiens medium. Cum rationali ergo medium totum efficienti, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 102.*

OMnis linea commenſurabilis lineæ cum mediali conſtituens mediale, eſt cum mediali conſtituens mediale. 102

Figura eadem.

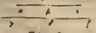
CAMPANVS. Hic quoq; pone lineam aliquam communicare cum ea quæ cum mediali componit mediale, indifferẽter in longitudine uel potentia tantum prout uolueris, & duplici modo præmiſſo ſine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum, ſuperficies l medialis quemadmodum & k, & duo quoq; quadrata duarum linearũ f d pariter accepta mediale, ſicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoque duarum linearum e & c ad k ſicut duo duarum f & d ad l, cum duo prima non communicent cum duplo K ex 73, neque duo ſecunda communicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex ſeptuageſima tertia b eſt cum mediali componens mediale. Quantum autem ad ſecundum modum, erit d e reſiduum ſextum ex 97, ideoq; & e g ex 98. Quare b eſt cum mediali componens mediale ex 91.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 83.* *Propoſitio 107.*

Cum medio medium totum efficienti commenſurabilis, & eadem cum medio medium totum efficiens eſt. 107

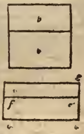
THEON

THEON ex Zãb. Esto cũ medio mediũ, totũ efficiẽs αβ, & ipsi αβ, cõmensurabilis esto γδ. Dico q; γδ cũ medio mediũ totũ efficiẽs est. Sit (p 78 decimi) ipsi αβ, cõgruẽs βε, et eadẽ cõstruãtur. Ipsæ igitur αε, εβ, (per eãdem potentiã) ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, & quod ſub ipſis mediũ, & inſuper incõmenſurabile conflatũ quidẽ ex ipſarũ quadratis ei quod ſub ipſis. Suntq; ſicut oſtenſum eſt, ipſæ αε, εβ, cõmenſurabiles ipſis γζ, ζδ, conflatum ex ipſarũ αε, εβ, quadratis cõflato ex iis quæ ex γζ, ζδ, quod autem ſub αε, εβ ei quod ſub γζ, ζδ. Et ipſæ igitur γζ, ζδ, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, & quod ſub ipſis mediũ, & inſuper incõmenſurabile conflatum ex ipſarum quadratis ei quod ſub ipſis. Igitur γδ, cum medio medium totum efficiens eſt. Cum medio medium totum igitur, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 103.

103 Si de ſuperficie rationali ſuperficies medialis abſcindatur, linea in reliquam ſuperficiem potens, erit alterutra duarum irrationaliũ aut reſiduũ, aut linea minor.

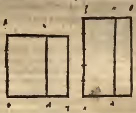


CAMPANVS. Sit enim tota ſuperficies conſtans ex a & b, rationalis, a qua detrahatur b quæ ſit medialis. Dico quòd linea potens in a reliquum, aut eſt reſiduum aut linea minor. Eſto nanq; linea c d rationalis, ſuperficiesq; c e ſibi adiuncta ſit tanquam a, & f g tanquam b, & tota c g ſicut tota a b, eritq; c g rationalis, ideoq; per 16 linea d g rationalis, in longitudine, & f g medialis, ideoq; per 20 e g rationalis in potentia tantum, eſt igitur ex diffinitione linea d e, reſiduum primum aut quartum, ergo per 86 & 89 linea potens in ſuperficiem c e, & ideo in ſuperficiem a ſibi æqualem eſt reſiduũ aut linea minor. Quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 84. Propoſitio 108.

108 A rationali, media ablata, reliquam areolam potẽs una duarum irrationaliũ eſt, uel apotome uel minor.

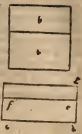
THEON ex Zamb. A rationali enim βγ, auferatur media βδ. Dico quòd quæ reliquam areolam εγ poteſt, una duarum irrationalium eſt, uel apotome uel minor. Exponatur enim rationalis ζη, & ipſi (per 44 primi) æquum ad ipſam ζη, comparetur rectangulũ parallelogrammũ ηθ. Ipſi autem δβ, æquũ auferatur ηκ, reliquũ igitur εγ, (per 3 communẽ ſententiã) æquum eſt ipſi λθ. Quoniam igitur βγ rationale eſt, mediũ autem βδ, æquum uero βγ ipſi ηθ, & βδ, ipſi ηκ, rationale igitur eſt ηθ, mediũ autem ηκ, & ad ipſam ζη comparetur, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) ζθ, & ipſi ζη, cõmenſurabilis longitudine, rationalis autem (per 22 decimi) ζκ, & incõmenſurabilis longitudine ipſi ζη. Incõmenſurabilis igitur eſt (per lẽma 12 decimi) ζθ ipſi ζκ longitudine. Et utræq; rationales, ipſæ igitur ζθ, ζκ, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt κθ, congruẽs autem ei eſt κζ. At ζθ, ipſa κζ aut maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Poſsit prius eo quod ex ſibi cõmenſurabili, & tota θζ, commenſurabilis eſt ipſi ζη, expoſitæ rationali lõgitudine, apotome igitur prima eſt κθ, (p 5 diffinitiones & 85 decimi) Areolam autem ſub rationali & apotome prima cõprehenſam potens, apotome eſt (per . 1 decimi) Quæ igitur λθ, hoc eſt εγ poteſt, apotome eſt. Si autem θζ, ipſa ζκ maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & tota ζθ cõmenſurabilis eſt longitudine expoſitæ rationali ζη apotome quarta eſt κθ. Areolã autem ſub rationali & apotome quarta cõprehenſam potens, minor eſt (per 94 decimi) A rationali media ablata igitur, reliquã, & quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtẽdẽdum.



Eucl ex Camp. Propoſitio 104.

104 Si de ſuperficie mediali ſuperficies rationalis detrahatur, linea in reliquam ſuperficiem potẽs erit alterutra duarum irrationalium linearum, aut reſiduum mediale primum, aut cum rationali componens mediale.

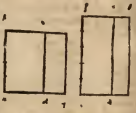
CAMP.



Campanus. Hæc quoq; ſicut præmiſſa probatur. Erit enim tota a b medialis, b autem rationalis, & tunc dico quòd in a reliquum poteſt, aut eſt reſiduum mediale primum, aut cum rationali componens mediale. Cum enim c g æqualis ſit a b, erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. & cum ſit f g æqualis b, erit per 16 linea e g rationalis in longitudine, ergo à diffinitione erit linea d e, reſiduum ſecundum aut quintum, quare per 87 & 90 latus tetragonicum ſuperficiei c e, & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduum mediale primũ, aut cum rationali componẽs mediale: quod eſt propoſitum noſtrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 85.* *Propoſitio 109.*

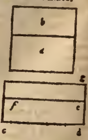
A medio, rationali ſublato, aliæ duæ irrationales fiunt uel mediæ apotomæ prima, uel cum rationali medium totum efficens. 109



THEON ex Zãb. *A medio βγ, rationale auferatur βδ. Dico q; quæ reliquũ poteſt γδ, una duarũ irrationaliũ eſt, aut mediæ apotomæ prima, aut cum rationali medium totum efficiens. Exponatur enim rationalis ζη, & comparentur ſimiliter areolæ. Conſequenter eſt autem rationalis quidem ζθ, & ipſi ζη longitudine incommenſurabilis. Rationalis autem eſt (per 22 decimi) ηζ, & ipſi ζη, longitudine commenſurabilis. Ipſæ igitur ζθ, ζη, (per 20 decimi) rationales ſunt potẽtia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt ipſa ηθ. Congruẽs autẽ eſt ζη. At ζθ, ipſa ζη, uel maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, uel ex eo quod ex incommenſurabili. Si quidem θζ, ipſa ζη, maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili & eſt congruens (per 80 decimi) ζη commenſurabilis ipſi ζη expoſitæ rationali longitudine, ipſa ηθ apotome eſt ſecunda (per 3 diffinitiones) Rationalis autem eſt ζη. Quæ autem poteſt quod ſub rationali & apotome ſecunda, mediæ eſt prima (per 92 decimi.) Quare λθ, hoc eſt γδ, potẽs, mediæ apotomæ eſt prima. Si autem θζ, ipſa ζη maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ζη congruens eſt commenſurabilis longitudine ipſi ζη, expoſitæ rationali, apotome quinta eſt ηθ. Quare ipſam γδ potens, (per 95 decimi) cum rationali mediũ totum efficiens eſt. A medio igitur, rationali ſublato, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 105.*

SI ſuperficies medialis de ſuperficie mediali detrahatˀ, fueritq; reliqua toti incommẽſurabilis, quæ in ipſam reliquã poteſt alterutra erit duarum irrationaliũ, uidelicet aut reſiduũ mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale. 105



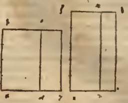
Campanus. Si a duarum præmiſſarum demonſtratione non deuias, concludes ſine difficultate propoſitum. Sint enim tota a b & b mediales, & ſit a reliqua incommenſurabilis toti (aliter enim eſſet a medialis ex 21, & eius latus tetragonicum mediale ex 19) tunc dico quòd linea potens in a, eſt reſiduum mediale ſecundũ, aut cum mediali componens mediale. Nam cum ſit c g æqualis a b, erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum, per eandem quoq; cum ſit f g æqualis b, erit etiam e g rationalis in potentia tantum, & cum ſit a incommenſurabilis toti a b, erit etiam f g incõmenſurabilis c g, ideoq; per primam ſexti & 10 huius erit etiam e g incommenſurabilis d g, igitur à diffinitione linea d e, erit reſiduum tertium, aut ſextum, quare per 88 & 91 latus tetragonicum ſuperficiei c e. & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduum mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 86.* *Propoſitio 110.*

A medio, medio ablato incõmenſurabili toti, reliquæ duæ irrationales fiunt, uel mediæ apotomæ ſecunda, uel cum medio mediũ efficiens. 110

THEON

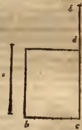
THEON *ex Zamb.* *Auferatur enim ſicut in præcedentibus deſcriptionibus, à medio βγ, medium ζδ, incommenſurabile toti. Dico quòd quæ ιγ poteſt, una eſt duarum irrationalium, aut mediæ apotomæ ſecunda, uel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium eſt (per 22 decimi) utrunq; ipſorum, ζγ, βδ, & ζγ, ipſi βδ, eſt incommenſurabile, erit per conſequens rationalis utraq; ipſarum ζθ, ζκ, & ipſi ζκ longitudine incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilis eſt βγ, ipſi ζδ, hoc eſt εθ ipſi κλ, incommenſurabilis eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) & ζθ, ipſi ζλ, & ipſæ igitur θζ, ζκ (per 73) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt κθ, congruens autem eſt ζλ. At θζ, ipſa ζλ maius poteſt, aut eo quod ex ſibi commenſurabili, aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Siquidem igitur θζ, ipſa ζλ, maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili: & neutra ipſarum θζ, ζκ commenſurabilis eſt ipſi ζε, expoſitæ rationali longitudine, apotome tertia eſt ipſa λθ. Rationalis autem λκ. Quod autem ſub rationali & apotome tertia comprehenſum rectangulum, irrationale eſt, & quæ illud poteſt irrationalis eſt, appelleturq; mediæ apotomæ ſecunda (per 93 decimi) quare κθ, hoc eſt ιγ, potens mediæ eſt apotomæ ſecunda. Si autem θζ, ζλ, maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili longitudine, & neutra ipſarum θζ, ζκ, ipſi ζκ, longitudine eſt commenſurabilis, apotome ſexta eſt θκ. Quæ autem poteſt id quod ſub rationali & apotome ſexta, eſt cum medio medium totum efficiens, quare quæ ipſum κθ, hoc eſt ιε poteſt, cum medio medium totum efficiens eſt (per 96 decimi) A medio igitur, medio ablato, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 106.*

106 Linearum irrationalium quæ ſunt reſiduum & poſt ipſam ſubſecutæ, ullam, alij termino & ordine ſubeſſe impoſsibile eſt, reſiduo quoque, binomij terminũ uel ordinem conuenire, non eſt poſsibile.

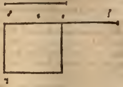
CAMPANVS. Vult autem per hanc 106, quod reſiduum, & aliæ quinq; lineæ irrationales eam ſequentes differunt ſpecie & diffininone adinuicem, & nulla linea una poteſt eſſe ſub duabus neq; ſub pluribus ſpeciebus harum ſex linearum irrationalium quæ ſunt reſiduum, & eius quinq; comites, & quod omnes ſpecies reſidui differunt ab omnibus ſpeciebus binomij, nec eſt poſsibile lineam unam ſimul eſſe reſiduum & binomium cuiuſcunq; ſpeciei reſidui uel binomij. Pars prima ſic conſtat, quoniã ſuperficies æquales quadratis reſidui & ſuarum quinq; comitum cum adiunguntur ad lineam rationalem, habent ſecunda latera neceſſariò diuerſa ab inuicem ex 92 & quinq; eam ſequentibus, ſunt autem ſecunda latera reſiduum primum & ſecundum & deinceps uſque ad ſextum. Secunda pars conſtat hoc modo. Si eadem linea poteſt eſſe ſimul reſiduum & binomium ſit a, cuius quadrato ſuperficies æqualis adiungatur ad rationalẽ lineam b c, ſitq; b d, eritq; ex 54 linea c d binomiũ primum, & ex 92 reſiduum primum, inquantum ergo binomium primum, diuidatur in ſuas binomiales portiones ad punctum e, ſitq; maior portio c e, quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionem, inquantum autem eſt reſiduum primum, et adiungatur d g, per cuius abſciſionem fuerat reſiduum primum, eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in longitudine. Cum itaq; ſit utraq; duarum linearum e g & c e rationalis in longitudine, erit etiam per 9 linea e g rationalis in longitudine. At quia linea d e eſt rationalis in potentia tantum, cum ipſa ſit per hypotheſin minor portio binomij primi, erit per 68 linea d g reſiduum, & quia ipſa erat rationalis in potentia tantum, cum per eius abſciſionem eſſet linea c d reſiduum, ſequitur impoſsibile per 68. Quod ut clarius pateat, eſto ſuperficies b d adiuncta ad lineam rationalẽ b c, æqualis quadrato lineæ d g. Cùm itaq; linea d g ſit rationalis in potentia, erit per 16 linea c d rationalis in longitudine. At cum etiam linea d g ſit reſiduũ, erit ex 92 linea c d reſiduum primum, quod eſſe non poteſt, cum linea quæ dicitur reſiduum, ſit irrationalis per 68.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 87.* *Propoſitio 111.*

111 Apotome non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus.

THEON ex Zamb. *Eſto apotome αβ. Dico quòd αβ non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus. Si enim poßibile: eſto, exponatur rationalis δγ. Et ei quod ex αβ (per 44 primi) æquũ ad ipſam γδ, comparetur rectangulum γη, latitudinem efficiens δη. Quoniam igitur apotome eſt αβ, apotome igitur eſt (per 93 decimi) prima ipſa δη. Eſto ei (per 79 decimi) congruens ηζ, ipſæ igitur δζ, ζη, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & δζ, ipſa ζη maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, & δζ, commenſurabilis eſt ipſi δγ expoſitæ rationali longitudine. Rurſus quoniam ex binis nominibus eſt αβ, ex binis igitur nominibus eſt prima (per 60 decimi) ipſa δη. Diuidatur (per 42 decimi) in nomina in ε, ſitq́ maius nomen δε, ipſæ igitur δε, εη, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & δε, ipſa εη maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili, & δε, commenſurabilis eſt longitudine ipſi δγ expoſitæ rationali, & δζ igitur ipſi δε longitudine eſt commenſurabilis. & reliquæ igitur εζ (per 12 decimi) commenſurabilis eſt longitudine ipſa δζ. Quoniam igitur δζ, ipſi εζ eſt commenſurabilis, rationalis autem eſt δζ, rationalis igitur eſt & εζ. Quoniam igitur commenſurabilis eſt δζ ipſi εζ, incommenſurabilis autem eſt δζ, ipſi ζη, incommenſurabilis igitur eſt longitudine ζε ipſi ζη, & ſunt rationales. Ipſæ igitur εζ, ζη, rationales ſunt, potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt (per 73 decimi) ηε, ſed & rationalis, quod eſt impoßibile. Igitur apotome non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus: quod erat oſtendendum.*

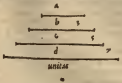


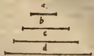
Euclid. ex Camp. Propoſitio 107.

LInca quæ reſiduum dicitur, ulla ue irrationalium, quæ poſt eam ſunt, nequit eſſe ſub termino binomij, aut ſub termino & ordine ullius cæterarum linearum irrationalium quæ binomium ſubſequuntur. Cùm autem poſſibile ſit linearum irrationalium ſeriem in infinitum produci, non eſt poſſibile ullam earum cum ea quæ præceſſerit in termino & ordine conuenire. 107

CAMPANVS. Vult per hanc ultimam libri decimi, quòd tredecim irrationales lineæ, de quibus in hoc decimo demonſtratum eſt (& ipſæ ſunt linea medialis, binomium & eius quinq; comites reſiduum & eius quinq; comites) ſint abinuicem ſingulæ à ſingulis ſpecie differentes, & quòd nulla linea una poteſt eſſe ſimul ſub duabus aut pluribus ſpeciebus earum, & quòd ſpecies linearum irrationalium poſſunt in infinitum produci, quarum nulla cum alia cõuenit in diffinitione & ordine. Quod autem hæ tredecim lineę, uidelicet medialis, binomiũ & eius quinq; comites, reſiduũ & eius quinq; comites, ſint irrationales, demonſtratũ eſſe ſuperius memento: de mediali quidem, ex 19, de binomio autẽ & eius quinq; comitibus, ex 30 & quinq; eam ſequentibus, at uerò de reſiduo ſuisq; quinq; comitibus, ex 68, & quinq; eam ſequẽtibus. Nullam autem harũ tredecim linearum irrationaliũ poſſe conuenire in ſpecie cum aliqua aliarũ, ſic collige. Eſto enim ut ad unã eandemq; lineã rationalem in longitudine adiungãtur ſuperficies æquales quadratis prædictarũ tredecim linearũ irrationalium, ſecundũ quòd ordine ſe inuicẽ ſequuntur, eritq; ex 20 ſecundum latus primæ iſtarum tredecim ſuperficierum & quinq; eam ſequẽtium, rationale in potentia tantum. Secunda autẽ latera ſecundę iſtarum tredecim ſuperficierum & quinq; eam ſequentium eſſe omnes ſpecies binomiorũ per ordinẽ, uidelicet binomium primum, ſecundũ, & deinceps uſq; ad ſextũ. ex 54 & quinq; eam ſequentibus demonſtratũ eſſe memineris. Secunda uerò latera octauæ ſuperficiei & quinq; eam ſequentiũ, ſunt ſpecies reſiduorũ in ordine, uidelicet reſiduum primum & reſiduum ſecundũ, & deinceps uſq; ad ſextum, quod ex 92 & quinq; eam ſequentibus didiciſti. Cùm igitur ipſa linea rationalis in potentia tantum nõ conueniat cum aliqua ſpecie binomiorũ aut cum aliqua reſiduorum, quoniam omne binomium per 30 et omne reſiduum per 68 eſt linea irrationalis & in longitudine & in potentia: & cùm nulla ſpecies reſiduorum conueniat cum aliqua ſpecie binomiorum ex ſecunda parte penultimæ huius decimi, ſequitur ut omnia ſecunda latera harũ tredecim ſuperficierũ ſint abinuicẽ diuerſa, ideoq; per primã ſexti & ipſæ tredecim ſuperficies ſunt diuerſæ, cũ earũ omniũ altitudo ſit una, quare etiã hæ tredecim lineę irrationales propoſitę, ſunt ſingulę à ſingulis diuerſę. Poſſunt aũt harũ tredecim linearũ irrationaliũ ſpecies, in infinitũ produci, infinitę enim ſunt ſpecies linearũ medialiũ, infinitę quoq; binomiorũ, & ſic de ſingulis. Quod hoc modo cõſtat. Eſto linea a medialis, ſumaturq; unitas & quotlibet numeri primi ut 3 5, & 7,

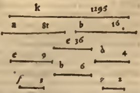
5,& 7,& ſint totidem lineæ b,c,d,quot ſunt ſumpti numeri primi, ſintq; quadrata iſtarum linearum b c d ad quadratum a,ſicut hi numeri primi ad unitatem, eruntq; lineæ b c d, mediales ex 21, quoniam ipſæ communicant in potentia cum linea a mediali. Omnes autem erunt diuerſæ in longitudine ab a, & a ſeinuicem per ultimam partem 7:quoniã nullius iſtorum numerorum ad unitatem,nec alicuius eorum ad alterum per 16 & 8 & correlarium ſecundæ octaui & præſentis hypotheſis eſt proportio ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum, erit ergo a, & omnes ſibi communicantes in longitudine, ſub prima ſpecie linearum medialium, b uero & omnes ſibi communicãtes in longitudine, ſub ſecunda, c autem & omnes eidem communicantes uel commenſurabiles, ſub tertia,d quoq; & omnes ſibi communicantes in longitudine, ſub quarta. Et quia numeri primi ſunt infiniti ut ex 21 noni didiſtici, neceſſe eſt ſpecies linearũ medialium eſſe infinitas. Quod autem eſt dictum de linea mediali:intellige de binomio ſuisq; quinq; comitibus,& reſiduo ſuisq; quinq; comitibus,nam ſicut omnis linea communicans mediali eſt medialis,ſiue communicet ei in longitudine ſiue in potentia, ut probatum eſt in 21.ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui ſuarum quinq; comitum, uel etiam reſiduo aut alicui ſuarum quinq; comitum in lõgitudine uel in potentia,eſt ſecum ſub eadem ſpecie, ut probatum eſt in 60 & quatuor eam ſequentibus,& 98 & quatuor eam ſequentibus. Sunt igitur ſpecies harum tredecim linearum irrationalium infinitę,quarum nulla conueniet cum pręcedenti in ordine uel diffinitione. Conuenit quoq; aliter demonſtrare, ſpecies linearum irrationalium eſſe infinitas. Nam omne latus tetragonicum ſuperficiei dictæ à numero non quadrato,eſt irrationale per ultimam partem 7 & per diffinitionem. Cùm itaq; tales numeri ſint infiniti,erunt etiam ſpecies harum linearum irrationalium infinitæ. Tertio modo cõtingit ſecundam partem huius ultimæ concluſionis libri decimi ſic exponi,ut dicamus ab unaquaq; linea rationali in potentia tantum, infinitas linearum irrationalium ſpecies produci, quarum nullam cum aliqua earum quæ ipſam præceſſerint,poſſibile eſt in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia, Sumatur aliqua ſuperficies rationalis dicta à numero non quadrato ut 5, eritq; latus eius tetragonicum irrationale in longitudine,quoniam ipſum eſt incommenſurabile lateri tetragonico ſuperficiei rationalis dictæ à numero quadrato ex ultima parte 7. Dico ergo quòd huius lateris latus,itemq; ſecundi lateris latus,& rurſus huius tertij lateris latus,& ſic in infinitum,ſunt lineæ irrationales tam in longitudine quàm in potentia,& quod nulla earum conuenit diffinitione uel ſpecie cum aliqua quę eam præceſſerit in ordine : eſtq; latus tetragonicum præmiſſæ ſuperficiei quæcunq; dicta fuerit à numero non quadrato earum omnium ſicut radix & principium,& quælibet ipſarum eſt principium omnium ipſam ſequentium,& quæcunq; ab aliquo tetragonico latere cuiuſq; talis ſuperficiei proficiſcuntur,diuerſæ ſunt in longitudine & potentia ab omnibus quæ à quoquam alio tetragonico lateris talis ſuperficiei generantur. Et hoc dico,cum ipſarum ſuperficierum non fuerit proportio ſicut numerorum quadratorum. Hæc autem ut poſſumus firma demonſtratione colligere,antecedens ad ipſa præmittere oportet. Sitq; iſtud,

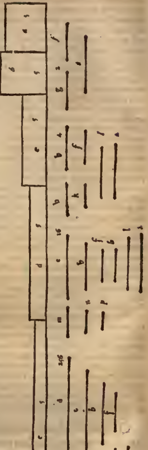




Quibuslibet duobus inuicem ductis ſi quid licet producatur, quota latera tetragonica duorum præcedentium inuicem duces, totum tetragonicum latus ipſius producti produces.

Verbi gratia. Sit ut ex a in b ſit k: at c d ſint latera tetragonica a & b: fiat autem e, ex c in d: ſintq; iterũ f & g latera tetragonica c & d, & fiat h ex f in g. Dico quòd h eſt latus tetragonicum e,& quod e rurſus eſt latus tetragonicũ k. Cùm enim ex f in ſe & in g fiant c & h, erit c ad h ſicut f ad g, ſed & ſit h ad d, ſicut f ad g, eo quod ex g in f & in ſe fiunt h & d, ſunt igitur c h d, continue proportionales. Itaq; ex h in ſe, quantũ ex c in d, quare h, eſt latus tetragonicum e. Eadem quoq; rõne cũ ex c in ſe ſit a, & in d ſit e, & ex d in ſe ſit b, erunt etiã a e b, continue proportionales in proportione c ad d. Cũ igitur ex a in b ſit k, ſequi





tur etiam ut ex e in ſe fit k, quare e eſt latus tetragonicum k. Conſtat itaq; quod dicitur. Reſtat itaq; demonſtrare quod propoſitum eſt. Sit igitur ſuperficies a, rationalis, dicta à numero non quadrato ut 5, ſitq; linea a, eius tetragonicum latus, & ſumantur quotlibet lineæ rationales in longitudine quæ ſint b c d e. Sintq; dictæ à numeris quorum quiſq; præcedens ſit tetragonicum latus proximo ſequentis, ut ſi b ſit 2, c 4, d 16, e uero 256, ad has autem lineas rationales in longitudine, adiungatur ſuperficies æqualis a, eruntq; ſecunda latera ſingularũ rationalia in longitudine per 16: ut ſecundum latus b, 2 & dimidium, ſecundum c, unum & quarta, ſecundum uerò d, una quarta & una 16, at uero ſuperficiei e ſecundũ latus, erit una 64 & una 256. Sit ergo f tetragonicum latus b: g uerò ſit tetragonicum latus ſecundi lateris ſuperficiei b, eritq; per præmiſſam antecedens ut ex f in g ſit a. Rurſus ſit h tetragonicum latus ſecundi lateris c, k quoq; ſit tetragonicum latus h, eritq; per prædictum antecedens ut ex b in h ſit a, & ex c in k ſit tetragonicum latus a, quod ſit l. Sit iterum m tetragonicũ latus ſecundi lateris ſuperficiei d, ſed cum n ſit tetragonicum latus m, & p tetragonicũ n, eritq; per prædictum antecedẽs ut ex c in m fiat a, & ex b in n l, & ex f in p tetragonicum latus l quod ſit q. Amplius autem ſit r, tetragonicum latus lateris ſecundi ſuperficiei e, ſit quoq; s tetragonicum r & t s, ſit & u tetragonicum t, ſequiturq; per dictum antecedens, ut ex d in r fiat a, & ex c in ſ l, & ex b in t, ſit q, & etiã ex f in u, tetragonicũ latus q, quod ſit x, & ſic in infinitum. Dico ergo has lineas a l q x, quarum a eſt tanquã radicale principium, eſſe irrationales, a quidem in longitudine tantum, cæteræ uerò in longitudine & in potentia, & dico quòd nulla earum conuenit cum alia in diffinitione uel ordine. Cùm enim ex f in g & k fiãt a & l: erit a ad l, ſicut g ad k. Et quia ut patet ex dictis hypotheſibus g & k ſunt incommẽſurabiles in longitudine & in potentia, ſequitur etiã ut a & l ſint incõmenſurabiles in longitudine & in potentia. Eadẽ ratione a & q, eſt enim a ad q, ſicut g ad p. Et propter eandem cauſam etiam a & x, cum ſint ſicut g & u. Et hac uia quoq; neceſſe eſt, ut l & q ſint ſimpliciter incõmenſurabiles tam in lõgitudine quàm in potentia, cum enim ex f in k & p, fiant l & q, erit l ad q, ut k ad p. At k & p nec cõmenſurabiles ſunt in longitudine nec in potentia. Si enim ſint, erunt h & n commenſurabiles, ſed nõ ſunt, at uerò l & x oportet eſſe utróq; modo incõmenſurabiles, eſt enim l ad x: ſicut k ad u, eo quòd ex f in k & u fiunt l & x. Sunt autẽ k & n, utroq; modo incõmenſurabiles, ſin autẽ accideret d & h eſſe cõmenſurabiles, quòd eſt inconueniens, q uerò & x quod ſint quoq; incommenſurabiles, potentia & lõgitudine, ex eo patet, quòd eſt q ad x ſicut p ad q: conſtat autem quod p & u ſunt incommenſurabiles, nam ſi non, erunt n & c cõmenſurabiles, ideóq; m & s, ſed non ſunt. Manifeſtum eſt itaq; infinitas lineas irrationales in longitudine & in potentia incommẽſurabiles, & ideo diffinitione & ſpecie differentes, produci ex linea a rationali in potentia tantum. Reſtat autem nunc oſtendere quòd quæcunq; irrationales lineæ ab aliqua linea rationali in potẽtia tantum hac uia generãtur, diuerſæ ſunt ab omnibus tam in lõgitudine quàm

in

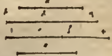
in potentia quæ à qualibet alia linea rationali in potentia tantum quadratũ, cuius ad quadratum prioris nõ ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratũ, hac eadem uia egrediũtur: hoc quoq; ſic conſtat. Sint a & b rationales in potẽtia tantum ſiue tetragonica latera duarum ſuperficierum dictarum à numeris non quadratis: ſintq; ut illi numeri non ſint in proportione aliquorum numerorum quadratorum, lineæ quoq; quæ procedunt hac uia ab a, ſint c d e, & a b procedant f g h. Dico quòd nulla ex lineis c d e communicat in longitudine uel potentia cum aliqua ex lineis f g h, cum enim ſint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f, & e & h, tetragonica latera d & g, non eſt poſſibile ut aliqua ex c d e, communicet cum ſua compari ex f g h, uel longitudine uel potẽtia. Si enim alterutro modo communicet e cum h, ſequitur ut d communicet cum g, & c cum f, quare & a cum b etiam in longitudine, quod eſt contra hypotheſin. Vniuerſaliter autem uerum eſt dicere quamlibet harum eſſe utroq; modo incõmenſurabilem cuilibet. Dato nanq; quod d communicet cum h etiam in potentia tantum, ſequitur ut c quoq; communicet cum g, & a cum f, quod non eſt poſſibile. Attendere autem oportet, quòd cum dico latus lateris, nihil aliud intelligo quàm latus ſuperficiei denominatæ à latere priori, unde tetragonicum latus lineæ a, uoco lineam illam quæ poteſt in ſuperficiem dictam a linea a, talis autem ſuperficies eſt quam continet linea a & linea rationalis in longitudine dicta ab uno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuslibet lineæ, ſit linea a, cuius tetragonicum latus uolo inuenire, b uerò ſit linea rationalis in longitudine dicta ab unitate, & ipſa eſt minima omnium linearum rationalium numeratarum ab integris, medio loco proportionalis inter eas ſit c, eſt igitur per 16 ſexti c tetragonicum latus a: idẽ enim ſit ex a in b & ex c in ſe. At uero ex a in b ſit ſuperficies dicta ab a. Quicquid enim à quolibet in unum ducto producitur, ab eo quod unum multiplicat, denominatur. Et nota quòd cum c fuerit latus tetragonicum lineæ a, indifferenter contingit lineam c eſſe maiorem linea a & minorem, prout b etiam fuerit maior aut minor.

THEON ex Zamb. *Apotome & quæ poſt eam irrationales, neq; mediæ, neq; adinuicem ſunt eædem.* *Quod ex media nanq; ad rationalem comparatum latitudinem efficit rationalem & ei ad quam apponitur longitudine incõmenſurabilem (p. r 22 decimi)* *Quod uerò ex apotome ad rationalem comparatũ latitudinem, primam efficit apotomen (per 97 decimi)* *Quod autem ex mediæ apotomæ prima ad rationalem appoſitũ latitudinem, ſecundã efficit apotomen (per 98 decimi)* *Quod ex mediæ ſecunda apotomæ ad rationalem appoſitũ latitudinem, tertiã efficit apotomen (per 99 decimi)* *Quod ex minori ad rationalem appoſitũ latitudinem, quartã efficit apotomen (per 100 decimi)* *Quod ex efficiẽte cum rationali medium totum ad rationalem appoſitũ latitudinem, efficit quintã apotomen (per 101 decimi)*

Quod ex efficienti uerò cum medio medium totum ad rationalẽ comparatum latitudinẽ, ſextam efficit apotomen (per 102 decimi) *Quoniã igitur prædictæ latitudines à prima & adinuicẽ differunt (à prima quidem quoniã rationalis eſt, adinuicẽ uerò quia in ordine nõ ſunt eædem) patet quòd & ipſæ irrationales differunt adinuicẽ. Et quoniam oſtenſum eſt (per 111 decimi) quòd apotome nõ eſt eadem ei quæ ex binis nominibus, ad rationalem autem appoſitæ latitudinẽ efficiant, quæ ſane poſt apotomen apotomas, conſequenter unaqueq; quæ in ordine circa eandem: quæ uerò poſt eas quæ ex binis nominibus, eas quæ ex binis nominibus, & eaſdem, ordine cõſequenter: aliæ igitur ſunt quæ poſt apotomen, & aliæ quæ poſt eam quæ ex binis nominibus, ut omnes irrationales ſint tredecim, hæ uidelicet:*

1 Media. 2 Ex binis nominibus. 3 Ex binis prima medijs. 4 Ex binis ſecunda medijs. 5 Maior. 6 Rationale mediumq; potens. 7 Bina potens media. 8 Apotome. 9 Mediæ prima apotome. 10 Mediæ ſecunda apotome. 11 Minor. 12 Cum rationali medium totũ efficiens. 13 Cum medio mediũ totum efficiens. Eucl. ex Zã. Theor. 88. Propoſ. 112.

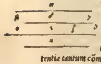
112 Quod ex rationali ad irrationalẽ, eã quæ ex binis nominib. appoſitũ latitudinẽ efficit apotomẽ, cuius nõia cõmẽſurabilia ſunt nõib. eius quæ ex binis nõib. eſt, & in eadẽ rõne, & inſuper apotome quæ gignĩt, eundẽ habebit ordinẽ ei quæ ex binis nõibus eſt.



THEON ex Zãb. *Sit rõnalis quidẽ α, ex binis nominibus ſit βγ, cuius maius nomẽ eſto δγ, et ei quod ex α æquũ eſto id quod ſub βγ, εζ. Dico q ipſa εζ apotome eſt, cuius nõia cõmenſurabilia ſunt ipſis γδ, δβ, & in eadẽ ratione, et inſuper εζ eundẽ ordinẽ habet ipſi βγ. Sit enim rurſus ei quod ex α, æquũ id quod ſub βδ η. Quoniã igitur quod ſub βγ, εζ, æquũ eſt ei quod ſub βδ, η, eſt igitur (p 14 quinti) ſicut γβ, ad βδ, ſic eſt η ad εζ, maior aũt eſt γβ, ipſa βδ, maior igitur et η ipſa εζ. Eſto ipſi η æqualis εθ. Eſt igitur (p 7 & 11 quinti) ſicut γβ ad βδ, ſic eſt θε ad ζε, diuidẽdo igitur eſt (p 17 quinti) quod ſicut γδ, ad βδ, ſic eſt θζ ad ζε. Fiat ſicut θζ ad ζε ſic ζκ, ad κε, & tota igitur θκ (per 12 quinti) ad totã κζ, eſt ſicut ζκ ad κε. Sicut enim unũ antecedẽtium ad unũ cõſequentium, ſic omnia antecedẽtia ad omnia ſequentia. Sicut autem (per 12 quinti) ζκ ad κε, ſic eſt γδ*

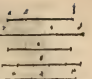
ad δβ, & ſicut igitur (per 11 quinti) θη, ad ηζ, ſic γα, ad αβ, cõmenſurabile aũt eſt (per 11 decimi) quod ex γδ, ei quod ex βδ, cõmenſurabile igitur eſt et quod ex θη, ei quod ex ζη. Et eſt ſicut (per 22 ſexti) quod ex θη, ad id quod ex ηζ, ſic eſt θη, ad ηι. Et quoniã ipſæ tres θη, κζ, ηι, ſunt proportionales: cõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) θη, ipſi ηζ lõgitudine, quare & θι, ipſi ικ longitudine eſt cõmenſurabilis. Et quoniã (per correlariũ 20 ſexti) quod ex α æquũ eſt ei quod ſub ιθ, βδ, rõnale autẽ eſt id quod ex α, rõnale igitur eſt et id quod ſub θι, εδ. Et ad ipſam εδ, rõnalem apponitur, rõnalis igitur eſt & ιθ, & ipſi βδ lõgitudine cõmenſurabilis, quare & ei cõmenſurabilis ικ, rõnalis eſt, & ipſi βδ, longitudine cõmenſurabilis. Quoniã igitur eſt ſicut γδ, ad δε, ſic ζκ ad κι, ipſæ aũt γδ, δε, potentia tantũ cõmenſurabiles, & ipſæ igitur ζκ, κι (p 11 decimi) potẽtia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Rõnalis aũt eſt ηι, & ipſi βδ lõgitudine cõmenſurabilis. Rõnalis igitur eſt & ζη, & ipſi γδ lõgitudine cõmenſurabilis. Ipſæ igitur ζη, ηι, rõnales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles (p 11 decimi) igitur ζι apotome eſt. Verũ γδ, ipſa δε, aut maius põt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, aut quod ex ſibi incõmenſurabili. Si quidẽ γδ, ipſa δε, maius põt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, & ζη (p 13 decimi) ipſa ηι maius põt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili. Et ſi γδ, ipſi expoſitæ rõnali cõmenſurabilis eſt longitudine, & ζη, ſi aũt δε, & ηι, ſi uero neutra ipſarũ γδ, δε, & neutra ipſarũ ζη, ηι. Si aũt γδ, ipſa βδ maius põt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, & ζη, ipſa ηι, maius põt eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Et ſi quidẽ γδ cõmenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rõnali lõgitudine, & ζη, ſi aũt βδ, et κι, ſi uero neutra ipſarũ γδ, δε, & neutra ipſarũ ζη, ηι. Quare ipſa ζι apotome eſt, cuius nomina ζη, ηι, cõmẽſurabilia ſunt eis noibus quæ ſunt ex ea quæ ex binis nominib. hoc eſt ipſis γδ, βδ, & in eadẽ rõne, eũdẽ habet ordinẽ ipſi βγ. A rõnali igitur et reliqua: qđ erat oſtẽdẽdũ. Eucl. ex Zã. Theor. 89. Prop. 113.

Quod ex rõnali ad apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficit eã quę ex binis noĩb. cuius noĩa cõmẽſurabilia ſunt ipſius apotomes noĩbus, et in eadẽ rõne, & ĩſuper q̃ gignit̃ ex binis noĩb. ipſi apotomę eũdẽ obtĩet ordinẽ. 113



THEON ex Zã. Eſto rõnalis quidẽ α, apotome aũt ſit βδ, & ei quidẽ quod ex α, æquum eſto quod ſub εδ, κθ, ut quod ex α rõnali ad ipſam βδ apotomen cõparatũ latitudinẽ efficiat ipſam ηθ. Dico q. ηθ ex binis nominib. eſt, cuius noĩa cõmenſurabilia ſunt eis quæ ipſius βδ, ſunt nominibus, & in eadẽ rõne, & q. ipſa κθ, eundẽ habebit ordinẽ ipſi εδ. Sit, inquã (p 80 decimi) ipſi εδ cõgruens δγ. Ipſæ igitur βγ, γδ (p 80 decimi) rõnales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Et ei qđ ex α, æquũ eſto id qđ ſub βγ η, rõnale aũt eſt qđ ex α, rõnale igitur & qđ ſub βγ η, & ad rationalẽ βγ comparatũ, rõnalis igitur eſt (p diffinitionẽ decimi) ipſi η, & ipſi εγ lõgitudine cõmenſurabilis. Quoniã igitur (p 20 decimi) qđ ſub βγ η, æquũ ei qđ ſub εδ, ηθ, proportionaliter igitur eſt (p 16 ſexti) ſicut εγ, ad βδ, ſic eſt ηθ ad η, maior autẽ εγ, ipſa εδ, maior igitur eſt & ηθ, q̃ η. Ponatur (p 2 primi) ipſi η, æqualis ηι. Cõmenſurabilis (p 12 decimi) igitur eſt ηι ipſi εγ, longitudine. Et quoniam eſt ſicut γβ ad βδ, ſic eſt θη, ad κι, cõuertendo igitur eſt (p correlarium 18 quinti) ſicut βγ ad γδ, ſic eſt κθ ad θι. Fiat (per 12 quinti) ſicut κθ, ad θι, ſic θζ, ad ζι, & reliqua igitur ηζ, ad θζ, eſt ſicut κθ, ad θι, hoc eſt ſicut βγ, ad γδ. Ipſæ autẽ βγ, γδ, potẽtia tãtum ſunt cõmenſurabiles, & ipſæ igitur ηζ, ζθ (p 11 decimi) potentia tantum ſunt cõmenſurabiles. Et quoniã eſt ſicut ηθ ad θι, ſic ηζ, ad ζθ, ſed ſicut ηθ, ad θι, ſic θζ, ζι, & ſicut igitur (p 11 quinti) ηζ ad ζθ, ſic θζ ad ζι. Quare (p correlarium 19 ſexti) & ſicut prima ad tertiã, ſic qđ ex prima ad id qđ ex ſecunda, & ſicut igitur (p 11 quinti) ηζ, ad ζι, ſic qđ ex ηζ, ad id qđ ex ζθ, cõmenſurabile autẽ eſt (p 9 decimi) qđ ex ηζ, ei quod ex ζθ. Ipſæ ηζ, ζθ, potẽtia ſunt cõmenſurabiles: igitur eſt ηζ, ipſi ζι, lõgitudine, quare & ιη, ipſi ζι, lõgitudine cõmenſurabilis eſt. Rõnalis autẽ eſt ηι, & ipſi βγ lõgitudine commenſurabilis: rõnalis igitur eſt (per 12 decimi) ηζ, & ipſi βγ lõgitudine cõmenſurabilis. Et quoniã eſt ſicut βγ ad γδ ſic κζ, ad ζθ, uiciſſim quoq; (per 16 quinti) & ſicut βγ ad ηζ, ſic δγ, ad ζθ, cõmenſurabilis autẽ eſt βγ ipſi ηζ: cõmenſurabilis igitur eſt & ζθ, ipſi γδ. Ipſæ autẽ βγ, γδ, rõnales ſunt potentia tãtum cõmenſurabiles, & ipſæ igitur ηζ, ζθ, rationales ſunt potẽtia cõmenſurabiles. Ex binis igitur nominibus eſt ηθ. Siquidem igitur βγ, ipſa γδ, maius poteſt eo qđ ex ſibi cõmenſurabili, & ηζ, ipſa ζθ, maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili. Et ſi βγ, cõmenſurabilis eſt lõgitudine ipſi expoſitæ rõnali, et ηζ quoq;. Si aũt εδ cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi expoſitæ rationali, & ζθ quoq;: ſi aũt neutra ipſarũ βγ, γδ, & neutra ipſarum ηζ, ζθ. Si uero βγ, ipſa γδ maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & κζ, ipſa ζθ maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili. Et ſi εγ ipſi expoſitæ rationali commenſurabilis eſt longitudine, & ηζ, ſi autem γδ, & ζθ, ſi uero neutra ipſarum βγ, γδ, & neutra ipſarum ηζ, ζθ. Ex binis nominibus igitur eſt ηθ, cuius nomina ηζ, ζθ, cõmenſurabilia ſunt ipſis βγ, γδ nominibus ipſius apotomes & in eadem ratione, et inſuper κθ, ipſi εγ eundẽ habebit ordinẽ: qđ erat oſtendendũ. Euclid. ex Zãb. Theorema 90. Propoſitio 114.

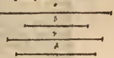
Si areola comprehẽdatur ſub apotome & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina cõmenſurabilia ſunt ipſius apotomes nominibus, & in eadem ratione quæ areolam poteſt, rationalis eſt. 114



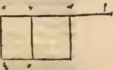
THEON ex Zamb. *Comprehendatur areola ſub apotome αβ, & ea quæ ex binis nominibus γδ, cuius maius nomen γε, ſintq́; eius quæ ex binis nominibus nomina γε, εδ (per 113 decimi) commenſurabilia ipſius apotomes nominibus αζ, ζβ, & in eadem ratione. Sitq́; potens id quod ſub αβ, γδ, ipſa η. Dico q ipſa η rationalis eſt. Exponatur enim rationalis θ, & ei quod ex θ, æquum ad ipſam γδ comparetur, latitudinem efficiens κλ, igitur ipſa κλ, apotome eſt (per 113 decimi) cuius nomina ſint κμ, μλ, commenſurabilia nominibus eius quæ ex binis nominibus hoc eſt ipſis γε, εδ, & in eadem ratione. Iam & ipſæ γε, εδ (per 12 decimi) commenſurabiles ſunt ipſis αζ, ζβ, & in eadem ratione, eſt igitur ſicut αζ, ad ζβ, ſic eſt κμ, ad μλ, uiciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut αζ, ad κμ, ſic eſt ζβ ad λμ, & reliqua igitur αβ (per 12 quinti) ad reliquam κλ eſt, ſicut αζ, ad κμ. Commenſurabilis autem eſt αζ, ipſi κμ, commenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) & αβ ipſi κλ. Eſtq́; (per conſtructionem, ſicut αβ ad κλ, ſic eſt quod ſub γδ, αβ, ad id quod ſub γδ, κλ. Commenſurabile igitur eſt & quod ſub γδ, αβ, ei quod ſub γδ, κλ. Aequum autem eſt id quod ſub γδ, κλ, ei quod ex θ, commenſurabile igitur eſt quod ſub γδ, αβ, ei quod ex θ. Quod autem ſub γδ, αβ, æquum eſt ei quod ex η, commenſurabile igitur eſt & quod η, ei quod ex θ. Rationale autem eſt id quod ex θ, rationale igitur eſt & id quod ex η. Rationalis igitur eſt (per diffinitionem decimi) η, & ipſam poteſt areolam quæ ſub γδ, αβ. Si areola igitur comprehendatur ſub apotome, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendū.* CORREL. *Fitq́; nobis & id propterea manifeſtum, qđ poßibile eſt rationalē areolā ſub irrationalibus rectis lineis cōtineri.*

Euclid. ex Zāb. Theorema 91. Propoſitio 115.

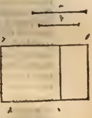
115 A media infinitæ irrationales fiunt, neq; ulla ulli earum quæ prius eſt eadem.



THEON ex Zamb. *Eſto media α. Dico quòd ab α infinitæ irrationales fiunt neq; ulla ulli earum quæ prius eſt eadem. Exponatur rationalis β, et ei quod ſub βα (per 14 ſecundi) æquum eſto id quod ex γ. Igitur γ irrationalis eſt. Quod enim ſub irrationali, & rationali (per lemma 38 decimi) irrationale eſt, & nulli earum quæ prius eſt eadem. Nō enim quòd ex ulla earum quæ prius ad rationalem appoſitum latitudinem efficit mediam. Rurſus iam ei quod ſub β γ, æquum eſto id quod ex δ. Irrationale igitur eſt id quod ex δ, irrationalis igitur δ, & nulli earū quæ prius eadem eſt. Non enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appoſitum latitudinem efficit γ. Similiter quoq; iam & huiuſmodi ordo ſequetur, ſi in infinitū extendas, manifeſtum eſt igitur quòd à media infinitæ fiunt irrationales, neq; ulla ulli earum quæ prius eadem.*



ALITER. *Eſto media αγ. Dico quòd ab αγ, infinitæ ſunt irrationales, neq; ulla ulli earum quæ prius eſt eadem. Excitetur (p 11 primi) ipſi αγ ad angulos rectos αβ, ſit rationalis αβ, compleaturq́; βγ, irrationale igitur eſt (per 11 decimi) et ipſum potens irrationalis eſt. Poßit aūt (per lemma 38 decimi) ipſum γδ, igitur γδ eſt irrationalis & nulli earum quæ prius eadem eſt. Nō enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appoſitū latitudinem efficit mediā. Rurſus compleatur εδ, irrationale igitur eſt εδ, & ipſum potens irrationalis eſt, poßit autem ipſum δζ, irrationalis igitur eſt δζ, & nulli earum quæ prius eadem. Non enim quod ex ulla ipſarum quæ prius ad rationalem appoſitum latitudinem efficit εδ, à media igitur infinitæ irrationales, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 92. Propoſitio 116.

116 Minori commenſurabilis, minor eſt.

THEON ex Zāb. *Eſto minor α, & ipſi α cōmenſurabilis eſto (per 11 decimi) β. Dico q β minor eſt. Exponatur εδ rationalis, et ei q ex α (per 44 primi) æquū ad ipſam γδ cōparetur γε, latitudinē efficiens γζ. Apotome igitur eſt quarta γζ. Et autem qđ ex β (per eandem) æquū ad ipſam ζθ cōparetur ζη, latitudinē efficiens ζθ. Quoniā igitur commenſurabilis eſt α ipſi β, cōmenſurabile igitur eſt & qđ ex α, ei qđ ex β. Sed ei quidē qđ ex α, æquū γε: ei autem qđ ex β, æquū eſt ζη, cōmenſurabile igitur eſt γε, ipſi ζη. Sicut autem δε, ipſi ζη, ſic eſt γζ, ad ζθ. Cōmenſurabilis igitur eſt γζ, ipſi ζθ longitudine. Apotome aūt quarta eſt (per 100 decimi) ipſa γζ. Igitur & ζθ, quarta eſt apotome. Rōnalis aūt eſt ζε. Si uero areola cōprehendatur ſub rationali et quarta apotome, quæ areolā pōt minor eſt (per 64 decimi) Ipſam aūt ζη areolā, ipſa β poteſt, ergo α minor eſt: qđ erat oſtendendū.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 93. Propoſitio 117.

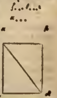
117 Cum rationali medium totum efficienti commenſurabilis, cum rationali medium totum efficiens eſt.

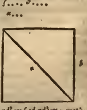
THEON ex Zā. *Sit cū rationali mediū totum efficiens α, cōmenſurabilis autem eſto β. Dico q β cū rationali mediū totum efficiēs eſt. Exponatur rōnalis γδ, & ei quidē qđ ex α æquum ad ipſam γδ comparetur γε, latitudinē efficiēs γζ.*

Apotome igitur eſt quinta ipſa γζ (per 102 decimi) Ei autem quod ex β (per 44 primi) æquum ad ipſam ζι cōparetur ζη, latitudinē efficiens ζθ. Quoniam igitur cōmēſurabilis eſt α ipſi β, cōmmēſurabile igitur eſt id quod ex α ei quod ex β. Sed ei quidem quod ex α, æquū eſt εγ, ei uerò quod ex β, æquū eſt ζη. Igitur γι, ipſi ζη, eſt cōmēſurabile. Cōmēſurabilis igitur eſt γζ, ipſi ζθ, longitudine. Quinta autē apotome eſt εζ. Apotome igitur quinta eſt, & ζθ. Rationalis autē ζι. Si uero areola cōprehēdatur ſub rationali & apotome quinta, quæ areolā poteſt eſt rationali mediū totū efficiēs eſt (per 95 decimi.) Poteſt aūt ipſum ζη, ipſa β. Igitur β, cū rōnali mediū totū efficiēs eſt. qđ erat oſtēdēdū. Eucl. ex Zā. Theo. 94. Prop. 118

Propoſitū nobis ſit oſtendere, quòd in quadratis figuris incōmenſurabilis eſt dimetiens lateri longitudine. 118

THEON ex Zamberto. *Eſto quadratū αβγδ, dimetiēs uerò illius ſit α, γ, Dico quòd αγ, ipſi αβ, longitudine eſt incōmēſurabilis. Si enim poßibile, ſit cōmēſurabilis. Dico qđ eueniet, quòd idem nūerus erit par & impar. Manifeſtū quidē igitur (per 47 primi) quòd id quod ex αγ duplū eſt eius quod ex αβ. Et quoniā αγ ipſi αβ cōmēſurabilis eſt, igitur αγ, ad αβ rōnem habet quā nūerus ad numerū (per 5 decimi) habeat aūt quā εζ ad η. Sintq́; εζ minimi eandē rōnem habentium eis. Igitur εζ nō eſt unitas. Si enim εζ, eſt unitas, & rōnem habet ad η, quā αγ ad αβ, & maior eſt αγ ipſa αβ, maior igitur eſt εζ unitas ipſo η nūero, quod eſt impoßibile. Igitur ζε, nō eſt unitas, nūerus igitur. Et quoniā eſt ſicut αγ ad β, ſic eſt εζ ad η, & ſicut igitur (per 15 quinti) quod ex γα, ad id quod ex αβ, ſic qui ex εζ, ad eū qui ex η. Duplū aūt eſt quod ex γα eius quod ex αβ. Duplus igitur eſt & qui ex εζ, eius qui ex η, par igitur eſt qui eſt ex εζ, quare & ipſe εζ par eſt. Si enim impar eſſet, & qui ex eo quadratus impar eſſet (per 29 noni) quippe quoniā ſi quilibet nūeri impares cōpoſiti fuerint, multitudoq́; fuerit impar, totus impar eſt. Igitur εζ, par eſt. Secetur (p 10 primi) εζ, bifariā in θ. Et quoniā ipſi εζ, η, numeri, minimi ſunt eandē eis habentiū rōnem, primi ſunt adinuicē (per 24 ſeptimi) & εζ, par eſt. Impar igitur eſt η. Si enim eſſet par, ipſos εζ, metiretur binarius (omnis etenim par, habet partē dimidiā) primos adinuicē exiſtētes, quod eſt impoßibile. Igitur η non eſt par. Et quoniam ipſius εθ, duplus eſt εζ, quadruplus igitur eius qui ex εζ, eius quod ex εθ. Duplus autē qui ex εζ eius qui ex η. duplus igitur qui ex η, eius qui γ ex εθ. Igitur qui ex η par eſt, & par igitur eſt η per ea quæ dicta ſunt, ſed & impar, quod eſt impoßibile. Igitur αγ, ipſi αβ lōgitudine nō eſt cōmenſurabilis, incōmenſurabilis igitur. Oſtendendū & aliter, quod incōmenſurabilis eſt quadrati dimetiēs lateri. Sit enim pro dimetiēte, α pro latere uero, ſit β. Dico q. α, ipſi β lōgitudine eſt incōmēſurabilis. Si enim poſſibile, ſit cōmenſurabilis. Fiatq́; rurſus ſicut α ad β, ſic εζ, ad η, ſintq́; minimi eandē eiſdē habentiū rōnem, ipſi εζ η. η igitur ipſi, primi ſunt adinuicē. Dico primū q. η nō eſt unitas. Si enim poßibile, eſto unitas. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic eſt εζ, ad η, et ſicut igitur (per 11 et 15 quinti) quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex εζ, ad eū qui ex η. Duplum aūt eſt id quod ex α, eius quod ex β. Duplus igitur & qui ex εζ, eius qui ex η. Et η unitas eſt. Igitur εζ binarius eſt quadratus. Quod eſt impoßibile. Igitur η nō eſt unitas, numerus igitur. Et quoniā eſt ſicut quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex εζ, ad eū qui ex η, et rurſus ſicut qđ ex β ad id qđ ex α, ſic q ex η ad eū q ex εζ, metitur aūt qđ ex β, id qđ ex α, metitur igitur & qui ex η quadratus eū qui ex εζ, quare & latus idē η ipſum εζ metitur, metitur aūt et ſeipſum η, igitur η ipſos εζ, η, metitur qui primi ſunt adinuicem, quod eſt impoßibile. Igitur α, ipſi β nō eſt cōmenſurabilis: incōmēſurabilis igitur, quod oſtendere oportuit.* *Priorum dilucidior explanatio.*





Græcus nō habet. Sit quadratum a b c d, dimetiens uerò ipſius ſit a c. Manifeſtū eſt quod iſoceles eſt triangulū c d a, æquū habens d a ipſi d c, ſimiliterq́ triangulum iſoceles eſt a b c. Sit igitur d a unitatū 4 ſiue pedū, ſicq́ & c d, quatuor, quare manifeſtū eſt, quod ex d a quadratū eſt unitatum ſiue pedū 16. ſic etiam et qđ ex c d. 16 eſt unitatū ſiue pedū. At quoniā id quod ex a c æquū eſt eis quæ ſunt ex d a, c d, quēadmodū ex 47 primi perſpicuū eſt, manifeſtū eſt quòd id quod ex a c eſt duplū ei⁹ quod ex d a. At id quod ex d a, eſt unitatū 16, id igitur quod ex dimetiente, 32 erit, in dupla quidem. At quoniā longitudine cōmēſurabiles lineę ſunt quas aliqua magnitudo metitur, earūq́ quadrata rōnem habēt quā nūerus quadratus ad numerū quadratū, at efficiēs 32 per latus aliqua magnitudo nō metitur, neq; quę ex eis quadrata ſunt rōnē habēt quā nūerus quadratus ad nūerū quadratū (nullū enim quadratū alteri⁹ quadratū duplū eſt, incōmēſurabilis igitur eſt lōgitudine dimetiens lateri, efficiens enim 32 ſiue latus eſt unitatū 5 & minutorū 39. quę 5, 39, ac 4, nullam habēt cōmunē mēſurā, quare 32 ad 16 ſicut dictū eſt: rōnē nō habet qualē quadrat⁹ nūer⁹ ad quadratū numerum.

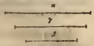


Inuen-

Inuentis iam longitudine incommenſurabilibus rectis ut α, β, & plures aliæ magnitudines ex binis diuiſionibus comperimur (plana intelligo) adinuicem incommenſurabiles. Quoniam ſi ipſarum α, β, linearum rectarum mediam proportionalem ſuſceperimus γ, erit igitur ſicut α ad β, ſic quæ ex α ſpecies ad eam quæ ex γ ſimilem ſimiliterq́; deſcriptam *ſpeciem, ſiue quadrata, ſiue aliæ rectilineæ ſimiles deſcriptæ fuerint, ſiue etiam circuli circa dimetientes α γ, quippe quoniam circuli adinuicem ſunt ſicut ea quæ ex dimetientibus ſunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incõmenſurabiles. Cum oſtenderimus quòd ex binis interuallis diuerſæ areolæ incommenſurabiles, oſtendemus eas quæ ex ſolidis ſpeculationes, qualiter ſunt ſolida commenſurabilia & incommenſurabilia adinuicem. Si enim in iis quæ ex α, β, quadratis aut eis æqualibus rectilineis figuris conſtituamus altitudine æqualia ſolida parallelepipeda, uel pyramides, uel priſmata, erunt ipſa conſtituta adinuicem ſicut baſes & ſiquidem baſes ſint cõmenſurabiles, commenſurabilia erunt ipſa ſolida. Si uerò incommenſurabiles, incommenſurabilia. Sed & ſi duobus expoſitis circulis α β, ipſis conos uel cylindros altitudine æquales deſcribemus, erunt adinuicem ſicut baſes, hoc eſt, ſicut ipſi circuli. Et ipſi circuli ſunt commenſurabiles & ipſi coni & cylindri commenſurabiles erunt. Si uerò ipſi circuli erunt incommenſurabiles, ipſi coni & cylindri erũt incõmenſurabiles. Et nobis fit manifeſtum, quòd nõ ſolũ in lineis & ſuperficiebus ſunt cõmenſurabiles & incõmẽſurabiles, ſed in ſolidis quoq; figuris hoc reperitur.*

* interuallis

* figura



DECIMI LIBRI FINIS.

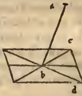
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, *Liber undecimus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*

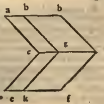
Corpus, eſt quod longitudinem & latitudinem, et altitudinẽ habet. Cuius termini, ſunt ſuperficies.

Linea erecta ſupra ſuperficiem, eſt quę cum ſingulis ſibi conterminalibus lineis in ea ſuperficie expaſſis angulos rectos facit. Linea autem hæc ſupra eam ſuperficiem perpendicularis eſſe, & ad eandem orthogonaliter inſiſtere dicitur.

Intelligatur enim linea a b exurgere ſupra planũ, ita quòd punctus a imaginetur in aëre, & b in plano, & à pũcto b ducãtur plures lineæ in eodẽ plano: ut b c, b d, & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit quòd linea a b cũ linea b c, & cũ linea b d, & cũ qualibet alia linea protracta à pũcto b in plano illo angulũ rectũ cõtineat, ipſa dicetur eſſe perpendicularis ad illam ſuperficiẽ in qua protractæ ſunt hę lineę, uidelicet b c, & b d, & aliæ cum quibus ipſa ponitur continere angulum rectum.



Superficies aũt erecta ſuper ſuperficiẽ eſt, quoties puncto uno eodẽ lineæ quæ eſt cõmunis terminus illarũ ſuperficierũ duæ perpẽdiculares cõterminales ſuperſtant, quæ rectũ cõtinentes angulum in eiſdem ſuperficiebus ſitæ ſunt.



Verbi gratia imaginemur ſuperficiem a b c d exurgere, ſuperficiẽ uerò c d e f iacere, & intelligam⁹ lineã c d eſſe cõmunẽ terminũ ambarũ. In ea itaq; ſignetur pũct⁹ g à quo ad lineã c d extrahãtur duę lineę perpẽdiculares, una uidelicet in ſuperficie c d e f, quę ſit g k & alia in ſupficie a b c d quę ſit g h. Si igitur ãgul⁹ conti-

quem continent hæ duæ lineæ perpendiculares,uidelicet g h & g k,erit rectus: ſuperficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta ſuper ſuperficiem c d e f.

Superficies æquidiſtātes ſunt,quæ in utramlibet partem protractæ non concurrent,etſi in infinitum producantur. 4

Intellectum eſt qnod dicitur. Scire tamē debes, quòd omnes planæ ſuperficies,aut ſunt æquidiſtantes abinuicem , aut in omnem partem protractæ concurrent alicubi & ſuper rectam lineam ſe ſecabunt. Lineas autem rectas non eſt neceſſarium uel eſſe æquidiſtantes uel in utranque partem protractas concurrere,quippe quæ in eadem ſuperficie non ſunt nec æquidiſtant ab inuicem,nec tamen quantumlibet protractæ concurrent.

Æqua corpora ſunt atque ſimilia,quorum terminales ſuperficies numero ac quantitate æquales unius creationis ſint atque ſimiles. 5

Similia corpora, ſunt quæ ſimilibus ſuperficiebus numero æqualibus continentur. 6

Si has duas diffinitiones de corporibus æqualibus & ſimilibus , non intelligis,ad diffinitionem ſimilium ſuperficierum poſitam in principio ſexti recurre.

Corpus ſerratile dicitur,quod quinque ſuperficiebus,quarum tres parallelogrammæ ſunt,duæ uerò triangulæ , continentur. 7

Domui quatuor parietes æquidiſtantes habenti,tectum unico faſtigio ſupremis duorum parietum lateribus æquali & æquidiſtanti ſuperpoſitum , ſerratilis corporis expreſſam ſimilitudinem gerit.

Sphæra,eſt tranſitus arcus circunferentiæ dimidij circuli quoties ſumpto uel ſupremo ſemicirculo lineaq; diametri fixa donec ad locum ſuum redeat,arcus ipſe circunducitur. 8

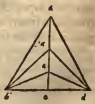
Super quamlibet lineam ſemicirculo deſcripto,ſi linea illa fixa ſemicirculus tota reuolutione circunducatur,corpus quod deſcribitur,ſphæra nominatur. Cuius centrum,conſtat eſſe cētrum ſemicirculi circunducti.

Pyramis laterata,eſt figura corporea,quam continent ſuperficies à quarū una reliquæ ſunt ad unum oppoſitū punctum ſurſum erectæ. 9

In omni laterata pyramide cunctæ ſuperficies ipſam ambientes,ab ipſius baſi ad unum punctum ſubleuantur,qui conus pyramidis dicitur: ſuntq; omnes hæ laterales ſuperficies , triangulæ,baſis uerò frequenter non eſt triangula.

Pyramis rotunda,eſt figura ſolida,eſtq; tranſitus trianguli rectanguli alterutro ſuorum laterum rectum angulum continētium fixo,donec uſq; ad locum unde moueri cœpit,redeat,triangulo ipſo circundu cto. Si igitur latus fixum lateri circunducto fuerit æquale,erit figura rectangula. Si autem longius,acutiangula. Si uerò breuius, obtuſi angula erit. Axis autem ipſius figuræ,eſt latus fixū. Baſisq; ſua,circulus. Dicitur autem figura hæc,pyramis columnæ rotundæ. 10

1 Sit trigonus a b c,rectum angulum habens qui ſit b,figaturq; alterum duorum laterum ambientium rectum angulum b,ſitq; latus quod figitur a b, quo fixo,circūdatur trigonus quo uſq; ad locū unde moueri cœperit redeat. Corporea ergo figura quæ huius trigoui motu deſcribitur,rotunda pyramis appellatur. Cuius tres ſunt differentiæ: Alia enim eſt rectangula,alia acutiangula,tertia obtuſiangula. Et prima quidem eſt,quando latus a b lateri b c fuerit æquale. Eſto enim ut linea b c,quū rotatu trigoni peruenerit ad ſitum lineæ b d, ita quòd punctus c cadat ſuper punctum d,fiat linea una: hoc eſt,ut ipſa tunc cōiungatur

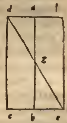


gatur ſitui à quo moueri cœpit ſecundū rectitudinem, eritq́ linea hæc, quaſi b c d. Et quia (ex 32 primi & 5 eiuſdem) angulus c a b eſt medietas recti, erit angulus c a d rectus, ideoq́ pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b ſit longius latere b c, erit acutiangula. Erit enim tunc (ex triceſimaſecunda primi & 19) eiuſdem angulus c a b, minor medietate recti: ideoq́ totus angulus c a d eſt minor recto & acutus, quare pyramis acutiangula. Quòd ſi latus a b fuerit breuius latere b c, erit angulus c a d maior medietate recti (ex 32 primi & 19 eiuſdem) & totus c a d, qui eſt duplus ad ipſum c a b, maior recto & obtuſus, igitur & pyramis conuenienter tunc dicitur obtuſiangula. Axis autem huius pyramidis, dicitur linea a b. Baſis uerò eius, circulus quem deſcribit linea c b ſuper centrum b. Dicitur quoq́ hæc pyramis columnæ rotundæ, illius uidelicet quam motu ſuo deſcriberet parallelogrammum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

11 Figura corporea rotunda, cuius baſes ſunt circuli duo plani extremitatibus, & craſſitudine, ideſt altitudine æquales, eſt tranſitus parallelogrammi rectanguli latere rectum angulū continente fixo, ipſaq́ ſuperficie donec ad locum ſuum redeat circunducta. Diciturq́ hæc figura, columna rotunda. Columnæ itaq́ rotundæ atq́ ſphæræ circuliq́, unū atque idem eſt centrum.



Sit parallelogrammum rectangulū a b c d, figaturq́ latus a b, & eo fixo totum parallelogrammum, quouſq́ ad locū ſuum cadat uel redeat, circundatur. Corporea ergo figura huius parallelogrammi motu deſcripta, rotunda columna nominatur, cuius baſes ſunt duo circuli, & eſt unus eorum, circulus quem deſcribit motu ſuo linea b c, cuius circuli centrum eſt punctus b, alter uerò eſt, quem motu ſuo deſignat linea d a, & eius centrum eſt punctus a. Axis autem huius columnæ, dicitur linea a b, quæ manet fixa in motu parallelogrammi. Quòd ſi imaginati fuerimus parallelogrāmum a b c d cū peruenerit rotatu ſuo ad ſitū a b e f, coniūgi ſitui à quo moueri cœpit ſecūdum continuitatem ſuperficiei planæ, ut ſcilicet totum ſit unum parallelogrammum d c, e f, & protraxerimus in eo diametrum d e, erit quoq́ diameter d e diameter columnæ. Quod autem dicitur columnæ & ſphæræ & circuli idem eſſe centrum, intelligi debet cum horū una eſt eademq́ diameter. Verbi gratia, diximus enim quòd d e eſt diameter iſtius columnæ. Sphæram igitur atq́ circulum quorū diameter eſt linea d e, neceſſe eſt idem centrum habere cum centro propoſitæ columnæ. Sit enim ut linea d e ſecet lineam a b in puncto g, eritq́ g centrū columnę: diuidit enim axē colūnæ per æqualia, quod patet per 25. primi, nam & anguli qui ſunt ad g ſunt æquales ex 15. primi, & anguli qui ſunt ad a b, recti ex hypotheſi, linea quoq́ a d, eſt æqualis lineæ b e, itaq́ d g eſt æqualis e g, & a g æqualis g b. Cūq́ anguli c & f ſint recti, ſi ſuper punctum g ſecundum ſpacium d g, ac ſuper lineam d e circulus deſcribatur, tranſibit ex cōuerſa primę partis 30 tertij per puncta c & f, itaq́ punctum g eſt centrū circuli, cuius diameter eſt diameter columnæ, ideoq́ & ſphæræ. Quare & manifeſtum eſt omni parallelogrammo rectangulo circulum, omniq́ columnæ rotundæ ſphæram eſſe circūſcriptibiles. Sicq́ patet quod uoluit iſtud theorema.



12 Angulus corporeus ſiue ſolidus, eſt quem continent anguli plani plures quàm duo, qui haudquaquam in una ſuperficie ſiti ad unum punctum angularem conueniunt.

Duo anguli plani angulum ſolidum perficere nequeunt: ſicut nec duæ rectæ lineæ nequeūt ſuperficiem claudere. Angulos quoque planos ſolidum angulum continentes in eadem ſuperficie non conuenit eſſe ſitos, ſed in diuerſis, quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum, non conuenit ſibi inuicem ſecundum ſitum rectitudinis applicari.

Similes

Similes ſunt figuræ corporeæ rotundæ, ſiue ſint colũnę, ſiue earum 15
pyramides, quarũ axes diametris ſuarum baſium ſunt proportionales.

Propoſitis enim duabus pyramidibus rotundis, aut duabus columnis rotundis, ſi fuerit proportio axis unius earum ad diametrum ſuæ baſis ſicut alterius ad diametrum ſuæ baſis, illæ duæ columnæ aut pyramides ſimiles adinuicem eſſe dicuntur.

Ex translatione Zamberti *Diffinitiones.*

SOlidum, eſt quod longitudinẽ, latitudinẽ, & craſſitudinẽ habet. Solidi uerò terminus, ſuperficies eſt. 2 Recta linea ad planum recta eſt, quãdo ad omnes cõtingentes ipſam rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtẽtes, rectos efficit angulos. 3 Planum ad planũ rectum eſt, quando communi ſegmento ipſorum planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno ipſorũ planorũ, reliquo plano ad angulos rectos fuerint. Rectæ lineæ ad planum inclinatio eſt, quãdo à termino ſublimi rectę lineæ in planum ducta perpendiculari, à ſigno facto & à termino lineæ in plano, recta cõiuncta fuerit, angulus acutus qui ſub ducta linea & ſtante continetur. 4 Plani ad planum inclinatio, eſt angulus acutus comprehenſus ſub ĳs quæ ad angulos rectos cõmuni ſegmento ducunt ad idẽ ſignũ in utroq; ipſorũ planorũ. 5 Planum ad planum ſimiliter inclinari dicitur, & alterum ad alterum, quando prædicti inclinationũ anguli ſibi inuicem æquales fuerint. 6 Parallela plana, ſunt quæ contactum nõ admittunt. 7 Similes ſolidæ figuræ ſunt, quæ ſub ſimilibus planis, ęqualibus multitudine comprehẽdunt. 8 Similes ſolidæ figuræ & æquales, ſunt quæ ſub ſimilibus planis, multitudine & magnitudine æqualibus, cõprehẽdunt. 9 Angulus ſolidus, eſt ſub pluribus duabus lineis ſeſe ad inuicẽ tangentibus & nõ exiſtẽtibus in eadẽ ſuperficie ad oẽs lineas inclinatio. *Aliter*

Solidus angulus, eſt qui ſub pluribus duobus planis angulis cõprehenditur, non exiſtentibus in eodẽ plano ad unum ſignum conſtitutis.

10 Pyramis, eſt figura ſolida planis cõprehenſa ab uno plano ad unum ſignum cõſtituta. 11 Priſma, eſt figura ſolida planis comprehenſa, quorũ duo quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia et parallela ſunt, reliqua uerò parallelogrãma. 12 Sphæra, eſt quãdo ſemicirculi manẽte dimetiẽte circũductus ſemicirculus in ſeipſum rurſus reuoluitur unde incepit, circũaſſumpta figura. 13 Axis ſphæræ, eſt manẽs recta linea quã circũ ſemicirculus uertitur, 14 Centrũ ſphæræ, eſt illud quod & ſemicirculi. 15 Dimetiens ſphæræ, eſt recta quædam linea per centrum acta & terminata ex utraq; parte ſub ipſius ſphæræ ſuperficie. 16 Conus, eſt quando rectãguli, trianguli manente uno eorũ quę circa rectum angulum latere, circumductum triangulum in idem rurſus unde ſumpſerat exordium circumuoluitur, ea aſſumpta figura. Etſi manens

recta

recta linea æqua fuerit reliquæ quæ circum rectum circumductæ, rectan gulus erit conus. Si uerò minor, amblygonius. Si autem maior, oxygonius. 17 Axis coni eſt, manens quædam recta linea quam circum triangulũ uertitur. Baſis autem eſt, circulus ſub circũducta recta linea de ſcriptus. 18 Cylindrus eſt, quando rectanguli parallelogrammi ma nente uno eorum quæ circum rectũ angulũ latere circumductũ parallelogrammũ in idẽ unde ſumpſit exordium ſteterit, ea aſſumpta figura.

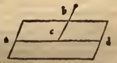
19 Axis cylindri, eſt manens quædam recta linea quam circũ paralle logrammũ uertitur. Baſis autẽ circuli, qui ſub ijs quæ ex oppoſito circũ ductis lateribus ſunt deſcripti. 20 Similes coni & cylindri, ſunt quo rũ axes & dimetientes baſium, ſunt proportionales. 21 Cubus eſt, figura ſolida ſub ſex quadratis contenta lateribus. 22 Octaedrũ eſt, figura ſolida ſub octo æqualibus & æquilateris contenta triangulis.

23 Dodecaedrum eſt, figura ſolida ſub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehenſa. 24 Icoſaedrum eſt, figura ſolida ſub uiginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehenſum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

1 Ineæ rectæ partem eſſe in plano & partem in ſublimi, eſt impoſſibile.

CAMPANVS. Sit linea a b recta. Dico quòd nõ eſt poſſibile, ut pars eius ſit in plano, & pars ſurſum eleuata. Si enim eſt impoſſibile, ſit pars eius quæ eſt a c ſita in plano, & pars eius quę eſt c b in ſublimi poſita, & protrahatur directè a c in plano, in quo ipſa ſita eſt, uſque ad d, eritq; ut uni eidemq; lineæ quæ eſt linea a c, duæ lineæ penitus diuerſæ quæ ſunt lineæ c b & c d ex eadem parte directè adijciantur: quod eſt impoſſibile ex 13 primi.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

1 Rectæ lineę partem in ſubiecto plano, partem uerò in ſublimi eſſe, eſt impoſſibile.

THEON ex Zamb. *Si enim poßibile, rectæ lineæ α β γ, pars quidẽ α β eſto in plano, pars autẽ β γ eſto in ſublimi, erit iam quædam ipſi α β, continua recta linea in rectum in ſuppoſito plano, ſit β δ. Igitur binis datis rectis lineis α β γ, α β δ. cõmune ſegmentum eſt α β, quod eſt impoßibile. Recta linea nanq; cũ recta linea non concurrit in pluribus ſignis uno ſi adinuicem ipſæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partem in ſubiecto plano, partem autem in ſublimi eſſe, eſt impoßibile: quod fuerat oſtendendum.*

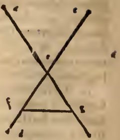


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

2 Mnes lineæ duę quarũ altera alterã ſecat, in una ſuperficie ſitæ ſunt, omniſq; triangulus, in una ſuperficie totus cõſiſtit.

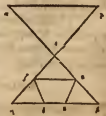
CAMPANVS. Sint duę lineæ rectæ a b & c d, ſe inuicẽ ſecantes in puncto e. Dico eas eſſe in ſuperficie una, & omnem triangulũ dico eſſe in ſuperficie una totũ. Signetur enim punctus f, in linea c d, & pũctus g, in linea a b, & ducatur linea f g.

Quia igitur impoſſibile eſt partē trianguli e f g eſſe in plano & partē in ſublimi, quinetiā ſuarū terminaliū linearū unius aut pluriū pars ſimiliter ſit in plano et pars ſimiliter in ſublimi, cū de lineis hoc ſit impoſſibile per præmiſſam; erit quoq; impoſſibile de triangulo. Itaq; totus triangulus e f g, eſt in ſuperficie una. Ex hac igitur ſecūda parte & præmiſſa, cōſtat pars huius ſecūdæ propoſitionis. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 3.* *Propoſitio 2.*



Si binę rectę lineę ſe adinuicē ſecuerint, in uno ſunt plano, & omne triãgulũ in uno plano eſt.

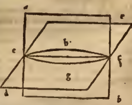
THEON ex Zamb. *Binæ, inquã rectæ lineæ αβ, γδ, ſe adinuicem ſecent in ſigno ε. Dico quòd ipſæ αβ, γδ, in uno conſiſtunt plano & omne triangulũ in uno eſt plano. Aſſumantur in ipſis εγ, εβ, ſigna utcunq; ſintq; ζ, η, cõnectãturq; ζγ, ζη, extẽdaturq; ζθ, ηκ, dico primũ quod triãgulũ εζγ in uno eſt plano. Si ipſius nanq; triãguli εγβ pars, aut ζγθ, aut ηβκ in ſubiecto plano eſt, reliquũ uerò in alio, erit etiam unius ipſarũ εγ, εβ, rectarũ linearũ pars in ſubiecto plano, pars autẽ in alio. Si autẽ ipſius εγβ triãguli, ζγβη, pars fuerit in ſubiecto plano, reliquũ uerò in alio, erit & ambarũ εγ, εζ, rectarũ linearũ pars quidẽ in ſubiecto plano, & pars in alio, quod (per 1 undecimi) impoßibile eſſe oſtẽſum eſt. Igitur triangulũ ζγε in uno eſt plano. In quo enim eſt triangulũ βγε, in eo eſt & utraq; ipſarũ εγ, εζ. In quo autẽ eſt utraq; ipſarũ εγ, εζ, in eodẽ ſunt & αβ, γδ (per eandem) ipſæ igitur αβ, γδ, rectæ lineæ, in uno exiſtunt plano, & omne triangulum in uno eſt plano: quod erat oſtẽdendũ.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

Omnium duarũ ſuperficierũ ſeinuicẽ ſecantiũ, cõmunis ſectio eſt linea recta.

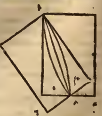
CAMPANVS. De planis ſuperficieb⁹ intellige, & uerũ erit quod dicitur. Sint itaq; duæ ſuperficies planè a b & c d, ſeinuicẽ ſecãtes. Dico quòd earũ cõmunis ſectio, erit linea recta. Eſto enim duo pũcta e & f termini cõmunis ſectionis earũ quæ cõtinẽtur per lineã rectã quæ ſit e f. Si igitur linea e f eſt in utraq; duarũ ſuperficierũ a b & c d, cõſtat propoſitũ. At uerò ſi in neutra, aut ſi nõ in altera, cũ ambo pũcta e & f ſint in utraq; ſuperficierũ a b & c d, in ea ſuperficie in qua ipſa nõ fuerit, protrahatur linea recta quæ ſit e h f, erunt igitur duæ rectæ lineę e f & e h f, habẽtes duos terminos cõmunes. Quod eſt impoſſibile. Sic enim duæ rectæ lineæ includerent ſuperficiem, quod eſt contra petitionem ultimam primi libri.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

Si bina plana ſe adinuicẽ ſecuerint, cõmunis eorũ ſectio recta linea eſt.

THEON ex Zãb. *Bina etenim plana αβ, βγ, ſe adinuicẽ diſpeſcant, cõmunis autẽ ſectio ſit linea δβ. Dico quòd δβ linea recta eſt. Si autẽ non, connectantur δβ ipſo αβ plano, recta linea δεβ, & in ipſo βγ plano, recta linea δζβ, erunt nẽpe duarũ rectarũ linearũ δεβ, δζβ, ijdem fines, & perinde areolã cõprehendent, quod (per ultimã cõmunẽ ſententiã) eſt impoßibile. Ipſæ igitur δεβ, δζβ, rectæ lineæ non ſunt. Similiter quoq; oſtendemus, quòd neq; ulla alia ex δ in β ducta recta linea eſt, præter ipſam δβ cõmunẽ ſectionẽ ipſorũ αβ, βγ, planorũ. Si bina igitur plana ſe adinuicẽ ſecuerint, ipſorũ cõmunis ſectio recta linea eſt: quod erat oſtendendum.*

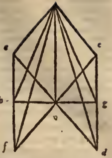


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

Si fuerit linea orthogonaliter ab inciſione duarũ linearũ erecta interſecantiũ ſe, ipſa ad earundẽ ſuperficiem perpendicularis erit.

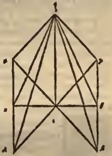
CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta ſuper inciſionẽ duarũ linearũ c d &

c d & e f ſecantium ſe in puncto b, de quibus cõſtat per ante præmiſſam quòd ipſæ ſunt ſitæ in una ſuperficie. Dico quòd linea a b, perpendicularis eſt ad ipſarum ſuperficiẽ. Sint enim c b & b d, æquales, at uerò f b & b e æquales, & protrahãtur lineæ e d & c f, quæ erunt æquales per 4 primi, & æquidiſtantes per 27 eiuſdem. Signato itaq; puncto aliquo in linea e d, qui ſit g, ducatur linea g b h, eritq; ex 26 primi e g, æqualis f h, igitur à pũcto a uel quouis pũcto lineæ a b, demittantur hypothenuſaliter lineæ a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritq; ex 4 primi a c, æqualis a d & a e ęqualis a f. Itẽq; per 8 eiuſdẽ æqualis erit angulus a e d, æqualis angulo a f c, ergo per 4 ipſius erit a g æqualis a h, & ideo per 8 eiuſdem erit angulus a b g, ęqualis angulo a b h, quare ex diffinitione uterq; eſt rectus, et linea a b perpẽdicularis ad lineã g h. Simili quoque modo probabis eandẽ eſſe perpendicularẽ ad omnes lineas protractas à pũcto b in ſuperficie duarũ linearũ c d & e f, igitur ex diffinitione cõſtat, lineã a b eſſe perpendicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſitæ ſunt duæ lineę c d & e f ſe inuicẽ ſecãtes: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

4 Si recta linea duabus rectis lineis ſe adinuicẽ diſpeſcẽtibus in cõmuni ſectione ad rectos angulos ſteterit, & ad earũdẽ planũ ad angulos rectos erit.



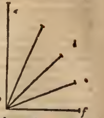
THEON ex Zãb. *Recta enim linea quædam ε ζ, duabus rectis lineis α β, γ δ ſe inuicẽ diſpeſcẽtibus in ε ſigno, ex ε ad angulos rectos conſtituatur. Dico quòd ε ζ etiã ad ipſarũ α β γ δ planum ad angulos eſt rectos. Aſſumantur nãq; ipſæ α ε, ε β, γ ε, ε δ, ſibi inuicem æquales. Extendaturq; quædã recta linea per ε utcunq;, ſitq; η ε θ, cõnectãturq; ipſæ ζ α, ζ δ, ζ γ, ζ θ, ζ β. Et quoniã binæ α ε, ε δ, duabus γ ε, ε β, ſunt æquales, & æquales cõprehendũt angulos (per 15 primi) igitur (per 4 primi) baſis α δ æqualis eſt baſi γ β, & triangulũ α ε δ ipſi γ ε β triãgulo æquum eſt, quare & angulus qui ſub δ α ε angulo qui ſub ε β γ eſt æqualis. Eſt autẽ & qui ſub α ε η angulus ei, qui ſub β ε θ æqualis: bina igitur ſunt triãgula (per 26 primi) α η ε, β ε θ, binos angulos binis angulis æqualia habentia alterũ alteri, & unũ latus uni lateri æquum ad æquos angulos, α ε ipſi ε β & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebũt: æqualis igitur eſt η ε ipſi ε θ, & α η ipſi β θ. Et quoniã æqualis eſt α ε ipſi ε β, cõmunis autem & ad angulos rectos ζ ε, baſis igitur ζ α (per 4 primi) baſi ζ β, eſt æqualis. Id propterea & ζ γ ipſi ζ δ eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt α δ ipſi γ β, eſt autem & ζ α ipſi ζ β æqualis, duæ igitur ζ α, α δ, duabus ζ β, γ β, æquales ſunt altera alteri, & baſis ζ δ, baſi ζ γ eſt æqualis: & angulus igitur qui ſub ζ α δ, angulo qui ſub ζ β γ eſt æqualis. Et quoniam rurſus oſtenſum quod α η ipſæ β θ eſt æqualis, ſed ζ α ipſi ζ β eſt æqualis, binæ iã ζ α, α η, duabus ζ β, β θ, ſunt æquales, & angulus qui ſub ζ α η, oſtenſus eſt æqualis ei qui ſub ζ β θ, baſis igitur ζ η (per 4 primi) baſi ζ θ eſt æqualis. Et quoniã rurſus æqua eſt oſtenſa η ε ipſi ε θ, cõmunis autem ε ζ, duæ igitur η ε, ε ζ, duabus θ ε, ε ζ ſunt æquales & baſis ζ θ, baſi ζ η eſt æqualis: angulus igitur qui ſub η ε ζ, angulo qui ſub θ ε ζ eſt æqualis, uterq; igitur ipſorũ η ε ζ, θ ε ζ, angulorũ rectus eſt. Ipſa igitur ζ ε, ad ipſam η θ contingenter per ε ductã, recta eſt. Similiter iã demonſtrabimus, quod ζ ε ad omnes eam tangentes rectas lineas & in ſubiecto exiſtentes plano, rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planũ (per 2 diffinitionem 11) recta eis, quando ad omnes eam tangentes rectas lineas & in eodem exiſtentes plano, rectos efficit angulos. Igitur ipſa ζ ε in ſubiecto plano, eſt ad angulos rectos. Subiectũ autem planũ, eſt quod fit per ipſas α β, γ δ, rectas lineas. Ipſa igitur ζ ε ad angulos rectos eſt ei quod per α β, γ δ, eſt plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

5 SI ſuper tres lineas conterminales cõmuni earũ termino erecta linea quædam orthogonaliter inſiſtat, eædem tres lineę in una ſuperficie ſitæ erunt.

CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta ſuper communẽ terminum triũ linearum b c, b d, b e, angulariter ſe contingentium in puncto b, quarũ nulla alij directè applicetur, quod idẽ eſt ac ſi inuicem ſecent in puncto e, protractæ enim ſe ſecabunt. Dico quòd tres li-

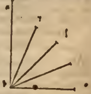
neæ b c, b d, b e ſunt in una ſuperficie ſitæ. Conſtat autē de quibuſq; earū duabus quòd ipſæ ſunt in una ſuperficie ſitæ, per 2 huius uel per primā partē ſecūdę huius. Si igitur linea b d nō fuerit in ſuperficie duarū linearū b c & b e, ſed illæ duæ in plano, hæc autē in ſublimi, erit ut hæc ſuperficies in qua ſitæ ſunt duæ lineæ a b & b d, ſi protrahatur & per illud quod notū eſt ſuper quartā, ſecet illā in qua ſitæ ſunt b c & b e, eritq; per 3 huius cōmunis earū ſectio linea recta, et ipſa ſit b f. Quia igitur ex præmiſſa, linea a b eſt perpēdicularis ad ſuperficiē duarū linearū b c & b e, ſequitur ex diffinitione ut ipſa ſit perpēdicularis ad lineā b f, quare angulus a b f, eſt rectus. Cūq; etiā angul⁹ a b d ſit rect⁹ ex hypotheſi, ſequitur impoſſibile: uidelicet partē ſuo toti eſſe ęqualē.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

Si recta linea tribus rectis lineis ſe adinuicē tangētibus, ad angulos rectos in cōmuni cōtactu extiterit, ipſę tres rectæ lineę in uno ſunt plano. 5

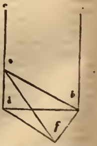
THEON *ex Zamb. Recta enim linea quædā αβ, tribus rectis lineis βγ, βδ, βε, ad rectos angulos communi contactu β cōſtituatur. Dico quòd ipſæ βγ, βδ, βε, in uno ſunt plano. Nō enim, ſed ſi poſsibile eſt, ſint ipſæ quidem βδ, βε, in ſubiecto plano ipſa autē βγ in ſublimi, protendaturq́; per ipſas αβ, βγ planū. Cōmunē ſectionē, inquā, faciet in ſubiecto plano, & rectā efficiet lineam (per 3 undecimi) βζ. In uno igitur ſunt plano deducto per ipſas αβ, βγ, ipſæ tres rectæ lineæ αβ, βγ, βζ. Et quoniam αβ recta eſt ad utramq; ipſarū βδ, βε, & ei igitur quod per βδ, βε, plano recta eſt ipſa αβ. Subiectū autē planū eſt quod per βδ, βε. Ipſa igitur αβ, recta eſt ad ſubiectum planū, quare (per 3 diffinitionē undecimi) ad omnes eā tangētes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtētes, rectos efficit angulos ipſa αβ. Tangit autē ipſam βζ exiſtens in ſubiecto plano. Angulus igitur qui ſub αβζ, rectus eſt. Supponitur autē qui ſub αβγ, rectus æqualis igitur eſt & qui ſub αβζ, angulus ei qui ſub αβγ, & in uno ſunt plano. Quod eſt impoſsibile. Ipſa igitur βγ recta linea in altiori plano nō eſt. Tres igitur rectæ lineæ βγ, βδ, βε, in uno ſunt plano (per 2 undecimi) Si recta linea igitur tribus rectis lineis ſeſe adinuicē tangentibus in contactu ad rectos angulos extiterit, ipſæ tres rectæ lineæ in uno ſunt plano: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

Si fuerint duę lineę ſuper unam ſuperficiē perpendiculares, eas æquidiſtantes eſſe neceſſe eſt. 6

CAMPANVS. Sint duæ lineę a b & c d, perpendiculares ad unam ſuperficiem. Dico eas eſſe ęquidiſtantes. Protrahatur enim linea b d, eruntq; ex diffinitione, duo anguli a b d & c d b, recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d ſint in ſuperficie una, ipſę ſunt æquidiſtātes per ſecūdā partē 28 primi. Ipſas aūt eſſe in ſuperficie una ſic collige. A puncto b ſuper lineam b d, in plano cui perpēdiculariter inſiſtūt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineā b f, & ex linea c d, ſume d e æqualē b f, & protrahe lineas e b & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, trianguli e d b, æqualia duobus lateribus f b & d b, trianguli f b d, & angulus e d b æqualis angulo f b d, cū uterq; ſit rectus, itaq; per 4 primi linea b e, eſt æqualis lineæ d f. Itemq; cū duo latera e b & b f trianguli e b f ſint æqualia duobus lateribus f d & d e trianguli f d e, & baſis e f communis, erit (per 8 primi) angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e eſt rectus ex diffinitione, erit etiam angulus e b f rectus: itaq; linea f b, perpendiculariter eſt erecta ſuper cōmunem terminū triū linearū b a, b d, b e, ſe cōtingentiū angulariter in pūcto b, quare per præmiſſam ipſæ ſunt in ſuperficie una. Cū igitur ex ſecunda parte ſecundæ huius linea c d ſit in eadē ſuperficie cū utraq; linearū e b & b d, ſequitur a b & c d eſſe in ſuperficie una: conſtat ergo propoſitū.



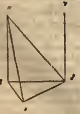
Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 6.*

Si binę rectæ lineæ in eodem plano ad angulos rectos fuerint, parallelæ erunt ipſæ rectæ lineæ. 6

THEON *ex Zamb. Binæ inquam, rectæ lineæ αβ, γδ, ſubiecto cuidam plano ſint ad angulos rectos. Dico quòd parallelus eſt αβ, ipſi γδ. Concurrant enim in ſignis ſubiecto plano β δ, connectanturq́; βδ. Et (per 11 primi) ipſi βδ ad angulos rectos in ſubiecto plano excitetur δε, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi αβ æqualis δε, cōnectanturq́; βε, αε, αδ. Et quoniā recta αβ linea eſt ad ſubiectū planū, & ad omnes igitur eam*

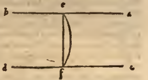
tangentes

tangentes rectas lineas (per 2 diffinitionē undecimi) & in ſubiecto plano exiſtentes, rectos efficiet angulos ipſa αζ. Tangit autē ipſam αβ, utraq; ipſarū βδ, βε, exiſtens in ſubiecto plano, rectus igitur eſt uterq; ipſorū angulorū αβδ, αβε, id propterea etiā uterq; ipſorū γδβ, γδε, rectus eſt. Et quoniā αβ ipſi δε eſt æqualis, cōmunis autē βδ, duæ igitur αβ, βδ, duabus εδ, δβ, ſunt æquales, & rectos cōprehendunt angulos: baſis igitur αδ (per 4 primi) baſi βε eſt æqualis. Et quoniā æqualis eſt αβ ipſi δε, ſed & αδ ipſi βε, duæ igitur αβ, βε, duabus εδ, δα, ſunt æquales, & ipſorū cōmunis baſis eſt αε, angulus igitur qui ſub αβε (per 8 primi) angulo qui ſub εδα, eſt æqualis: rectus autē qui ſub αβε, rectus igitur & qui ſub εδα. Igitur εδ, ad ipſam δα, recta eſt, eſt autē & ad utranq; ipſarū βδ, δγ, recta. Igitur εδ, tribus rectis lineis βδ, δα, δγ, ad angulos rectos in cōtactu ſtetit. Igitur ipſæ tres rectæ lineæ βδ, δα, δγ (per 5 decimi) in uno ſunt plano, et in quo ſunt ipſæ βδ, δα, in eodem & αβ: omne enim triangulū in uno eſt plano (per 2 undecimi) Ipſæ igitur αβ, βδ, δγ, rectæ lineæ, in uno ſunt plano. Et uterq; ipſorū αβδ, βδγ, angulorū, rectus eſt. parallelus igitur eſt αβ, ipſi γδ (p 28 primi) Si duæ igitur rectæ lineæ eidē plano ad āgulos fuerint rectos, parallelæ erūt ipſæ rectæ lineæ: quod erat oſtendendum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

7 SI in duabus lineis æquidiſtantibus, duobus pūctis ſignatis, ab altero ad alterū recta linea ducatur, in qua ſuperficie illæ duæ lineæ ſitæ ſunt, eā quoq; in eandē ſitam eſſe neceſſariò comprobatur.

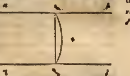


CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidiſtantes, de quibus cōſtat per diffinitionē quòd ipſæ ſunt in ſuperficie una, in eis autē ſignētur duo pūcta e et f, & producatur linea recta e f. Dico itaq; lineā e f, eſſe ſitā in ſuperficie linearū a b & c d. Sin autē ſit e f in alia ſuperficie ut in ſublimi, depēdēs quoq; ſuperficies ſi protrahatur, ſecabit neceſſariò ſuperficiē in qua ſitæ ſunt duæ lineæ a b & c d, eritq; per 3 huius, communis ſectio earū, linea recta eiſdē punctis terminata. Quod eſt impoſſibile, ſic enim duæ rectæ lineæ concluderent ſuperficiem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 7.*

7 Si fuerīt binæ rectæ lineæ parallelæ, aſſumantūrq; in ipſarū utraq; cōtingētia ſigna, ad ipſa ſigna cōnexa recta linea in eodē eſt plano cū ipſis parallelis.

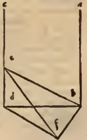
THEON ex Zāb. *Sint binæ rectæ lineæ parallelæ αβ, γδ, ſumāturq; in ipſarū utraq; utcūq; ſigna εζ. Dico q. ad ipſa εζ, ſigna * adiecta recta linea, in eodē eſt plano cū ipſis parallelis. Nō enim, ſed ſi poßibile eſto in ſublimiori ſicut εηζ, * exciteturq; per εηζ, planū, ſectionē iā faciet in ſuppoſito plano rectā lineā, efficiat (p 3 undecimi) εζ. Binæ igitur rectæ lineæ εηζ, εζ, areolā cōprehendunt. Quod eſt impoßibile (per ultimā communē ſententiā) Igitur quæ ex ε in ζ adiecta recta linea, in ſublimiori plano nō eſt. In eo igitur (in quo & αβ & γδ parallelæ) eſt plano, quæ ex ε in ζ adiūcta eſt recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ, aſſumāturq; in ipſarū utraq; utcūq; ſigna, ad ipſa ſigna adiecta recta linea, in eodē eſt cū ipſis parallelis plano: quod oſtendere oportebat.*



Euclid. ex Cāp. *Propoſitio 8.*

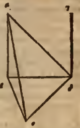
8 SI in idē planū duæ rectæ lineæ æquediſtāter erigātur, altera uerò earū orthogonaliter ſiſtat reliquā quoq; idem planum perpendicularē eſſe cōueniet.

CAMPANVS. Hæc eſt quaſi cōuerſa ſextæ. Sint enim duæ lineæ a b & c d æquidiſtantes, & ſit earū altera ut e d erecta perpēdiculariter ſuper ſuperficiē quālibet. Dico reliquā earū quæ eſt a b, eſſe perpēdicularē ad eādē ſuperficiē. Fiat enim prorſus eadē diſpoſitio quæ in ſexta, eritq; ut ibi uterq; duorū angulorum f b e, & f d e, rectus: primus quidē, per poſitionē, ſecūdus autē, per 8 primi, quare per 4 huius, linea f b, eſt perpēdiculariter erecta ſuper ſuperficiē in qua ſunt duæ lineæ b d & b e. Cūq; per præmiſſam duæ lineæ a b & c d ſint in eadē ſuperficie cū



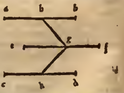
duabus lineis b d & b e, ſequitur lineã f b eſſe perpendiculariter erectã ſupra ſuperficiẽ in qua eſt linea b a. A diffinitione igitur erit angulus f b a, rectus. Et quia etiã angulus d b a eſt rectus per ultimã partẽ 29 primi, ſequitur ꝑ 4 huius, lineã a b eſſe perpẽdicularẽ ad ſuꝑficiẽ in qua ſitæ ſunt duæ lineæ b d & b f, quare cõſtat propoſitum. *Euclid. ex Zãb.* *Theorema 2.* *Propoſitio 8.*

Si fuerint binę rectę lineæ parallelæ, altera autẽ ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit.



THEON *ex Zãb. Sint binæ rectæ lineæ parallelæ αβ, γδ, altera autẽ ipſarũ, hoc eſt αβ, in ſubiecto plano ad angulos ſit rectos. Dico ꝙ reliqua γδ, eidem plano ad angulos rectos erit.* Cõcurrãt *enim ipſæ αβ, γδ, in ſubiecto plano in ſignis βδ, cõnectaturq́; (per 1 poſtulatũ) βδ. Igitur ipſæ αβ, γδ, βδ, in uno ſunt plano. Exciteturq́; (per 11 primi) ipſi βδ ad angulos rectos in ſubiecto plano δε, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi αβ æqualis δε, cõnectanturq́; βε, αδ. Et quoniã αβ recta eſt ad ſubiectũ planũ, & ad omnes igitur eã tãgẽtes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtẽtes (per 2 undecimi diffinitionẽ) recta eſt ipſa αβ. Igitur uterq; ipſorũ αβδ, αβε, angulorũ rectus eſt. Et quoniã in parallelos αβ, γδ, recta linea incidit βδ, igitur ipſi anguli αβδ, γδβ, duobus rectis ſunt æquales (per 29 primi) rectus autẽ eſt qui ſub αβδ, rectus igitur & qui ſub γδβ, igitur γδ, ad βδ recta eſt. Et quoniã αβ ipſi δε eſt æqualis, cõmunis autẽ βδ, duæ igitur αβ, βδ, duabus εδ, δβ, ſunt æquales, & angulus qui ſub αβδ, angulo qui ſub εδβ eſt æqualis, rectus enim uterq;: baſis igitur αδ (per 4 primi) baſi βε eſt æqualis. Et quoniã αβ ipſi δε eſt æqualis, et βε ipſi αδ, binæ igitur αβ, βε, ſunt æquales altera alteri, et cõmunis ipſarũ baſis αε. Angulus igitur qui ſub αβε, angulo qui ſub εδα eſt æqualis (per 8 primi) Rectus autẽ eſt qui ſub αβε, rectus igitur & qui ſub εδα. Igitur εδ, ad αδ recta eſt, ſed recta eſt etiã ad ipſam δβ, igitur εδ, ad id quod per βδ, δα, planũ recta eſt: & ad omnes igitur eã tãgentes rectas lineas & exiſtentes in eo quod per βδ, αβ, plano rectos efficiet angulos ipſa εδ (per 2 undecimi diffinitionẽ) In eo autẽ quod per βδ, δα, plano eſt ipſa δγ. Quoniã igitur in eo quod per βδ, δα, plano ſunt ipſæ αβ, βδ, in quo autẽ ipſæ αβ, βδ, in eodẽ eſt & δε, igitur εδ ipſi δγ ad angulos eſt rectos. Quare & γδ, ipſi δε ad rectos angulos eſt. Eſt autẽ et γδ ipſi δβ ad angulos rectos. Igitur ipſa γδ, duabus rectis lineis ſe adinuicẽ diſpeſcẽtibus δε, δβ, ab ipſa δ ſectione ad angulos rectos ſtetit. Quare ipſa γδ, in eo quod per δε, δβ, plano ad angulos rectos eſt (per 4 undecimi) Subiectũ autẽ planũ eſt, quod per δε, δβ. Igitur ipſa γδ in ſubiecto plano ad angulos eſt rectos. Si igitur fuerint duæ rectæ lineæ parallelæ, altera autẽ ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidẽ plano ad angulos rectos erit: quod oſtẽdiſſe oportuit.* *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio 9.*

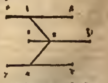
SI duæ lineæ uni nõ in una ſuperficie æquidiſtãt, eas quoq; ſibi inuicẽ æquidiſtare neceſſe eſt.



CAMP. Sit utraq; duarũ linearũ a b & c d æquidiſtãs lineæ e f, nec ſint oẽs in ſuperficie una. Dico quòd eædẽ quoq; ſibi inuicẽ ſunt æquidiſtãtes. De ijs quidẽ quæ ſunt oẽs in ſuperficie una, probatũ eſt per 30 primi. At uerò de ijs quę in una ſuperficie nõ ſunt, ut eſt hic e f quæ intelligatur surſũ erecta in ſublimi, reſtat hoc loco probãdũ. Signetur itaq; in ea pũct° g, à quo educãtur duę perpẽdiculares ad duas lineas a b et c d, quę ſint g h et g k, eritq; per 4 huius linea e f, perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, uidelicet illã in qua ſunt ſitæ duæ lineæ g h & g k. Itaq; per præmiſſam bis aſſumptã utraq; illarum duarum linearũ a b & c d, perpẽdicularis eſt ad eandẽ ſuperficiẽ uidelicet ad illam in qua ſitæ ſunt dictæ duæ lineæ g h & g k, per 6 huius, igitur ipſæ ſunt ſibi inuicem æquidiſtantes: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 9.*

Quæ eidẽ rectæ lineę parallelæ nec eidẽ in eodẽ exiſtentes plano, adinuicẽ ſunt parallelæ.

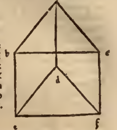


THEON *ex Zãb. Sit enim utraq; ipſarũ αβ, γδ, ipſi εζ parallelus nõ exiſtẽs eidẽ in eodẽ plano. Dico ꝙ parallelus eſt αβ ipſi γδ. Sumatur enim in ipſa εζ, utcũq; ſignũ η. Et ab ipſo η, ipſi εζ, in eo quod per εζ, αβ, plano ad angulos rectos excitetur ηθ (per 11 primi) in eo autẽ quod per ζε, γδ, ipſi εζ rurſus ad angulos excitetur rectos ηκ. Et quoniã εζ ad utrãque ipſarũ ηθ, ηκ, recta eſt, igitur (per 4 undecimi) εζ, ad id quod per ηθ, ηκ, planũ ad angulos eſt rectos, et εζ ipſi αβ parallelus eſt, & αβ igitur ei quod per ηθ, ηκ, plano ad angulos eſt rectos. Et id propterea ipſa γδ, ei quod*

δ, ei quod per α β, ε η, plano ad angulos eſt rectos. Vtraq; igitur ipſarum α β, γ δ, ei quod per α β, ε η, plano ad angulos eſt rectos. Si autē binæ rectæ lineæ eidē plano ad rectos fuerint angulos, parallelæ erunt ipſæ rectæ lineæ (per 6 undecimi) Parallelus igitur eſt α β, γ δ: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

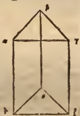
10 SI duæ lineæ ſe angulariter cōtingētes, duabus alijs ſe cōtingētibus eis oppoſitis æquidiſtātes fuerint, nō autem in ſuperficie una, qui ab eis fiūt duo anguli æqui ſibi inuicem eſſe comprobantur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, ſe angulariter cōtingētes in pūcto a, æquidiſtātes alijs duabus quæ ſunt d e & d f, ſe quoq; angulariter cōtingentibus in pūcto d, nec ſint cū eis in ſuperficie una. Dico angulū a eſſe æqualem angulo d. Eſto enim linea d e æqualis lineæ a b, cui ipſa poſita eſt eſſe æquidiſtās, & d f æqualis a c, cui etiā ipſa æquidiſtare ponitur, & ducantur lineę d a & e b & f c, eritq; ex 33 primi bis aſſumpta, utraq; duarum linearum b e & c f, æqualis & ęquidiſtans lineę a d: per conceptionem igitur et pręmiſſam, eędem ſunt ęquales & ęquidiſtantes ſibi inuicē, et itaq; per 33 primi denuo repertam duę lineæ b c & e f, ſunt etiam æquales & æquidiſtantes. Igitur per 8 primi conſtat propoſitum.

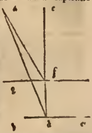
Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 10.*

10 Si binæ rectæ lineæ ſeſe inuicē tāgētes, ad binas rectas lineas ſeſe inuicē tāgētes parallelæ, in eodē nō fuerint plano, æquales angulos cōprehēdent. THEON ex Zamb. *Binæ, inquā, rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas δ ε, ε ζ, ſeſe inuicem tangentes parallelæ ſint non tamē in eodē plano. Dico q; angulus qui ſub α β γ, æquus eſt angulo δ ε ζ.* * *Suſcipiantur enim ipſæ β α, β γ, ε δ, ε ζ, ſibi inuicē æquales, cōnectātur q; α δ, γ ζ, β ε, α γ, δ ζ. Et quoniam β α ipſi ε δ æqualis & parallelus eſt, & α δ igitur ipſi β ε, æqualis & parallelus eſt. Idq; propterea ipſa γ ζ, ipſi β ε eſt æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipſarū α δ, γ ζ, ipſi ε β eſt æqualis & parallelus (per 33 primi) Quæ autē eidem rectæ lineæ parallelæ, & in eodē plano non exiſtentes, & ad inuicē ſunt parallelæ (per 9 undecimi) parallelus igitur eſt α δ ipſi γ ζ, & æquales eidem. Et ipſas connectunt, ipſæ α γ, δ ζ. Igitur (per 33 primi) et α γ ipſi δ ζ eſt æqualis, & parallelus. Et quoniā binæ α β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, ſunt æquales, & baſis etiā α γ baſi δ ζ eſt æqualis, angulus igitur qui ſub α β γ (per 8 primi) angulo qui ſub δ ε ζ eſt æqualis. Si igitur duæ rectæ lineæ inuicē ſeſe tāgentes, fuerint ad binas rectas lineas inuicē ſeſe tangentes parallelæ, non in eodem plano, æquos angulos comprehendunt: quod erat oſtendendum.* [illegible]



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

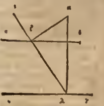
11 PVncto in aëre aſſignato, ab eo ad datā ſuperficiē perpēdicularē ducere. CAMP. Sit pūctus a, ſurſum in aëre, à quo uolum⁹ ad ſuperficiē ſubiacētē, perpēdicularē ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c utcūq; cōtigerit, ad quā ab ipſo puncto a ducatur perpēdicularis a d, ſecūdū doctrinā 12 primi. Rurſ⁹q; à pūcto d, in plano illo ad quod ducenda eſt perpēdicularis à puncto a, extrahatur linea d e quæ ſit perpendicularis ad lineā b c, ut docet 11 primi. Ad hanc quoq; lineā d e, ducatur alia linea perpēdicularis à pūcto a, quæ ſit a f. Hanc dico eſſe eā quā intendimus. Sit enim linea f g æquidiſtās lineę b c. Et quia uterq; duorū angulorū b d a & b d f, eſt rectus, erit ex 4 huius, linea b d perpendicularis ad ſuperficiē in qua eſt triangulus a d f, ideoq; etiā per 8 huius erit linea g f perpendicularis ad eādem ſuperficiem. Igitur à diffinitione erit angulus g f a, rectus. Cūq; etiam angulus d f a, ſit rectus, ſequitur ex 4 huius, lineā a f eſſe perpendicularem ad ſuperficiem in qua ſunt duæ lineæ d f & f g: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 11.*

11 A dato ſigno in ſublimi, ad ſubiectū planū perpēdicularē lineā ducere.

THEON ex Zamb. *Sit datum quidē ſignū in ſublimi α, datū autē planū ſuppoſitū.* Oportet iam *ab ipſo α ſigno, in ſubiectū planū perpendicularē rectā lineā ducere.* Extendatur enim quædam in ſub*iecto plano recta linea utcunq;, ſitq; βγ,* exciteturq́; (per 12 primi) ab ipſo α ſigno, in ipſam βγ, perpendi*cularis αδ. Si igitur αδ* perpendicularis *eſt ad ſubiectū planū factū iam eſt quod quæritur. Si autē non,* excitetur (per 11 primi) ab ipſo δ ſigno ipſi βγ in ſubiecto plano ad angulos rectos δε. Exciteturq́; (per *11 primi) ab ipſo α, in ipſam δε, perpendicularis αζ, & per ζ ſignū ipſi βγ paralellus excitetur (per 31 primi) ζθ. Et quoniā βγ utriq; ipſarum δα, δε, ad angulos eſt rectos, igitur (per 4 undecimi) βγ ad id quod per εδα planū ad angulos eſt rectos. Et ei paralellus eſt ηθ. Si autem fuerint binæ rectæ lineæ paralellæ, altera uerò ipſarū plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua ad idem planū ad angulos erit rectos (per 8 undecimi) linea igitur ηθ ei quod per εδ, α, plano ad angulos eſt rectos, & ad omnes rectas lineas eam tangentes, & in eo quod per ε δ δ α, plano exiſtentes, ipſa ηθ recta eſt (per conuerſionē diffinitionis 2 undecimi.) Tangit autē ipſam, ipſa αζ exiſtens in eo quod per εδ, δα, plano. Igitur ηθ, ad ipſam ζα recta eſt (per 2 undecimi.) Quare & θα, recta eſt ad ipſam ηθ. Eſt autē & αζ ad ipſam δε recta, igitur αζ utrāq; ipſarum θα, δε, recta eſt. Si autem recta linea (per 4 undecimi) duabus rectis lineis inuicem ſe tangentibus in cōtactu ad angulos rectos ſteterit, & ad id quod per ipſa planū ad angulos rectos erit. Igitur ζα ad id quod ſub εδ, ηθ, planū ad angulos rectos eſt. Quod autē per εδ, ηθ, planū eſt ſubiectū. Ipſa igitur αζ, ipſi ſubiecto plano ad angulos rectos eſt. A dato igitur ſigno in ſublimi α, in ſubiectum planum perpendicularis recta linea acta eſt: quod facerē oportebat.*



Euclid. ex Zamb. Propoſitio 12.

SVperficie propoſita, punctoq́; in ea aſsignato, ab eo pūcto ad datam ſuperficiem, lineam orthogonaliter erigere. 12

CAMPANVS. Cum à pūcto quolibet in ſuperficie propoſita aſsignato, perpēdicularē educere libuerit, à quolibet puncto ſurſum in aëre ad libitū poſito, ad eādē ſuperficiem perpēdicularē (quemadmodū præmiſſa docuit) demitte, quæ ſi in aſsignatum punctum ceciderit, ipſa eſt quam quæris. Sin autem, ab ipſa aſsignato puncto ad demiſſam perpendicularem, æquidiſtantem ducito, eamq́; per 8 huius probabis eſſe quam quæris.

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 12.

Ad datū planū, à dato in eo ſigno, ad angulos rectos rectā lineā conſtituere. **THEON ex Zamb.** *Sit datū planū ſuppoſitū, ſignū autē in eo ſit α. Oportet ab ipſo α ſigno, ipſi ſuppoſito plano ad angulos rectos rectam lineam conſtituere. Intelligitur ſignū quoddā in ſublimi, ſitq; β, & ab ipſo β (per 11 undecimi) ad ſubiectū planū perpendicularis excitetur βγ, exciteturq́; (per 31 primi) ab ipſo α ſigno, ad angulos rectos αδ. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ parallelæ ſunt αδ, γβ, altera autē ipſarū βγ ad ſubiectum planū ad rectos eſt angulos, reliqua igitur αδ ad ſubiectū ad angulos eſt rectos (per 8 undecimi:) ad datum igitur planum, à ſigno in eo dato α, ad rectos angulos conſtituta eſt αδ. Quod facerē oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

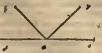
DVas lineas ſuper punctum unum ad ſuperficiem unam orthogonaliter inſiſtere, impoſsibile eſt. 13

CAMPANVS. Si enim poſsibile eſt ut duæ lineæ uni eidemq́; ſuperficiei ſuper punctū unum perpendiculariter inſiſtant, ſuperficies in qua ipſæ perpendiculares ſitæ ſunt intelligatur produci quouſq; ſecet in ſuperficiē, cui dictæ lineæ perpendiculariter inſiſtunt, eritq́; per 3 huius, communis earum ſectio linea recta. Et quia ex diffinitione utraq; illarū duarū perpendicularium cum cōmuni ſectione continet angelum rectū, ſequitur ut angulus rectus ſit pars anguli recti. Quod eſt impoſsibile. Quemadmodum autē demōſtratum eſt, impoſsibile eſſe ab uno eodēq; puncto extra ſuperficiē duas lineas ſuper punctū unum ad eandē ſuperficiē eſſe perpendiculares, ita etiā demonſtrabimus impoſsibile eſſe duas lineas ab uno eodēq; puncto extra ſuperficiē ſignato ad eandē ſuperficiē protractas ad ipſam eſſe perpendiculares. Si enim hoc fuerit, ipſæ erunt æquidiſtantes ex 6 huius. Quod eſt impoſsibile ex diffinitione linearum æquidiſtantiū. Conſtat igitur ex hac, quòd ſi aliqua ſuperficies plana aliā planam ſuperficiem orthogonaliter ſecet, & ab aliquo puncto ſecantis ſuperficiei ad ſuperficiem ſectam perpendicularis ducatur, in communi earum ſectione eam cadere neceſſe eſt. Alioqui ab eodem puncto ſecātis ſuperficiei ad communem earum ſectionem perpendicularis protrahatur, docet 12 primi, & à puncto in quo incidit cum communi ſectione, alia perpendicularis ad eandem communem ſectionem in ſuperficie ſecta educatur ut docet 11 primi. Eritq́; ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continēt hæ duæ lineæ perpendiculares, rectus: quare per 4 huius prima harum duarum perpendicularium,

etiam eſt perpendicularis ad ſuperficiem ſectā. Ergo ab uno pūcto protractæ ſunt duæ lineæ perpendiculares ad eandem ſuperficiem, quod eſt impoſſibile, relinquitur itaq; propoſitū noſtrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 13.*

13 Ab eodem ſigno, ad idem planū binę rectæ lineæ ad angulos rectos non conſtituentur ad eaſdem partes.



διήχθω,

THEON *ex Zamb. Si enim poßibile, ac eodem ſigno α, ad idem planū binæ rectæ lineæ αβ, αγ, ad angulos rectos conſtituantur ad eaſdem partes.* ✻ Extēdaturq; *per βα, αγ, planū. Quod iam efficiet ſectionem per α in ſubiecto plano lineā rectā, efficiat lineā δαε. Ipſæ igitur αβ, αγ, δαε, in uno ſunt plano (per 3 undecimi) Et quoniā γα ad ſubiectū planū ad angulos rectos eſt, & ad omnes igitur rectas lineas eam tāgentes & in ſubiecto plano exiſtentes, rectos efficiet angulos (per 2 undecimi diffinitionem) Ipſam autem tangit δαε in ſubiecto exiſtens plano. Igitur angulus qui ſub γαε, rectus eſt, & id propterea angulus qui ſub βαε, rectus eſt. Aequalis igitur eſt angulus qui ſub γαε ei qui ſub βαε, & in uno ſunt plano. Quod eſt impoßibile. Ab eodem igitur ſigno, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non conſtituentur ad eaſdem partes: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI linea una ſuper duas ſuperficies aſſignatas orthogonaliter inſiſtat, illæ duæ ſuperficies ſi etiam in infinitum in quamcunq; partem protrahantur, nunquam concurrent.

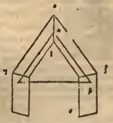
CAMPAN. ſ. Poſita enim una linea duabus ſuperficiebus orthogonaliter inſiſtere, ſi impoſſibile eſt ſuperficies illas cōcurrere, in earum communi ſectione, quę per 3 huius erit linea recta, punctus quocūq; modo ſignetur, à quo duæ lineæ in illis duabus ſuperficiebus ad lineam illam quæ ipſis perpendiculariter ſuperſtat protrahatur, erit conſtitutus triangulorum ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; trianguli uterq; duorum angulorum qui ſuper perpendicularē cōſiſtunt, eſt rectus, ut patet ex diffinitione lineę ſuper ſuperficiem perpendiculariter ſtantis, hoc autem eſt impoſſibile per 32 primi. E conuerſo quoq;, uidelicet,

Si ſuper duas ſuperficies æquidiſtātes linea recta ceciderit, quæ ad alterā earū perpēdicularis ſit, ipſa quoq; perpēdicularis erit ad reliquam.

Poſitis enim duabus ſuperficiebus æquidiſtantibus, intelligatur linea recta ambas penetrans quæ alteri earū perpendiculariter ſuperſtat. Dico quód eadē linea reliquæ ſuperficiei perpēdiculariter ſuperſtat. Sit enim ſuperficies una ſecās poſitas ſuperficies æquidiſtātes, ſuper lineā eas penetrantē, eritq; cōmunis ſectio huius ſuperficiei ſecantis & alterius ſectarū uidelicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter inſiſtere, conſiſtens angulū rectū cum ipſa linea penetrāte ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiē. Si igitur alia cōmunis ſectio ipſius ſuperficiei ſecātis & reliquæ duarū ſectarū cū eadem linea penetrāte non contineat angulū rectū, erit ex ultima petitione, primi, ut illæ duæ cōmunes ſectiones in alterutrā partē protractę neceſſarió concurrant, quare & ſuperficies quæ poſitæ ſunt æquidiſtātes, neceſſarió cōcurrēt. Et quia hoc eſt impoſſibile, erit ille angulus rectus. Eodēq; modo erit de qualibet alia ſuperficie eaſdē ſuperficies æquidiſtātes ſecāte ſuper eandē lineā, igitur ex quarta huius & ex iſta 14, cōſtat uerū eſſe quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 14.*

14 Ad quæ plana eadem recta linea recta eſt, parallela ſunt ipſa plana.



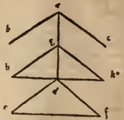
ἐπεζεύ-
χθω,

THEON *ex Zamb. Recta enim quedā linea αβ, ad utrūq; γδ, εζ, planorū, eſto ad angulos rectos. Dico q parallela ſunt ipſa plana. Si aūt nō,* ✻ *extēſa cōcurrūt. Cōcurrāt. Efficiēt iā cōmunē ſectionē lineā rectā, efficiāt ηθ (p 3 undecimi) aſſumaturq; in ipſa ηθ, utcūq; ſignū κ, cōnectāturq; ακ, βκ. Et quoniā αβ recta eſt ad ipſum εζ planū, & ad ipſam igitur βκ rectā lineam exiſtentē in ipſo εζ extenſo plano, recta eſt ipſa αβ. Igitur angulus qui ſub αβκ, rectus eſt. Et id propterea etiam angulus qui ſub βακ, rectus eſt. Trianguli igitur αβκ, anguli qui ſub αβκ, βακ, duobus rectis ſunt æquales. Quod eſt impoßibile (per 17 primi) Igitur ipſa γδ, εζ, plana, extēſa nō cōcurrūt, parallela igitur ſunt ipſa γδ, εζ, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta eſt, parallela ſunt: quod oportebat oſtendere.*

Eucl. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 SI fuerint duæ lineæ ſe contingentes angulariter, æquidiſtātes alijs duabus ſe contingentibus, non autē in ſuperficie una, ab

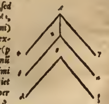
eiſdem lineis contentæ duæ ſuperficies in nulla parte quantumcunque producantur, poſſunt concurrere.



Campanvs. Sint duæ lineę a b & a c, ſe angulariter contingentes in puncto a, æquidiſtantes duabus lineis d e & d f, ſe angulariter contingentibus in puncto d, & non ſint in ſuperficie una, dico earum ſuperficies in quamcunq; partem & quantumcunq; protrahantur, nunquam concurrere. Protrahatur etenim á puncto d, prout docet 5 huius, perpendicularis ad ſuperficiem duarũ linearũ a b & a c, ſitq; d g, & á puncto g, ducatur g h æquidiſtãs a b, & g K, æquidiſtãs a c, eritq; ex diffinitione uterq; duorum angulorũ d g h, d g k, rectus, & per 9 erit linea d f æquidiſtans lineæ g K, & linea d e æquidiſtans lineæ g h, quare per ultimam partem 29 primi, uterq; duorum angulorũ e d g, f d g erit rectus, ideoq; per 4 huius linea d g, erit perpendicularis ad ſuperficiem duarum linearum d e & d f. Cumq; ipſa eadem ſit etiam ex hypotheſi perpendicularis ad ſuperficiem duarum linearum a b & a c, ex præmiſſa liquet quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 15.*

15 Si binæ rectæ lineæ ſeinuicem tangentes ad binas rectas lineas ſeinuicem tangentes fuerint parallelæ, non tamen in eodem plano exiſtentes, parallela ſunt quæ per ipſas plana.



Theon ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ ſeſe inuicem tãgentes αβ, βγ, ad binas rectas lineas ſeſe inuicẽ tangentes δε, εζ, ſint parallelæ, ſed non in eodem exiſtentes plano. Dico quòd * educta quæ per αβ, βγ & δε, εζ, plana, non concurrunt adinuicẽ. Excitetur, inquam, (per 11 undecimi) ab ipſo β ſigno, in id quod per δε, εζ, planum perpendicularis βη, & * extẽdatur in planũ per η ſignũ. Et per η, ipſi quidẽ εδ parallelus excitetur (per 31 primi) ηθ, ipſi autẽ εζ, ipſa ηκ. Et quoniã βη ad id quod per δε, εζ, planũ recta eſt, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas (per 2 undecimi diffinitionẽ) & in eodem quod per δε, εζ, plano exiſtentes, rectos efficiet angulos. Tangit autẽ ipſam utraq; ipſarũ ηθ, ηκ, exiſtens in eo quod per δε, εζ, plano, rectus igitur eſt (per 4 undecimi) uterq; ipſorũ qui ſub βηθ, βηκ, angulorũ. Et quoniã parallelus eſt βα ipſi ηθ, ipſi igitur ſub ηβα, βηθ, anguli (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales, ſed rectus eſt qui ſub βηθ, rectus igitur eſt qui ſub ηβα, igitur ipſa ηβ, ipſi βα, ad angulos rectos eſt. Id propterea etiã βη, ipſi βγ ad angulos rectus eſt. Quoniã igitur recta linea βη duab. rectis lineis βα, βγ, ſeſe inuicẽ tangentibus ad angulos rectos ſtetit, igitur (per 4 undecimi) βη, & ad id quod per βα, βγ, planũ ad rectos angulos eſt. Eſt autem & ei quod per ηθ, ηκ, plano recta quod uero per ηθ, ηκ planũ, id eſt quod per δε, εζ, ipſa igitur βη ei quod per δε, εζ, plano recta eſt. Igitur βη ad utrũq; eorum quæ per αβ, βγ, δε, εζ, planorũ, recta eſt. Plana autem ad quæ eadẽ recta linea recta eſt, parallela ſunt (per 14 undecimi) Parallelum igitur eſt quod per αβ, βγ, planum, ad id quod per δε, εζ. Si binæ igitur rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes, ad binas rectas lineas ſeſe inuicẽ tangentes fuerint parallelæ, ſed non in eodẽ plano parallela ſunt quæ per ipſas plana: quod erat oſtendendum.*

[Margin: * ἢ παράλληλα. * συμβάλλονται.]

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

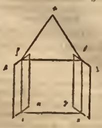
16 Si duas ſuperficies æquidiſtantes una ſuperficies ſecet, cõmunes earum ſectiones æquidiſtantes erunt. Camp. Conſtat equidẽ ex tertia, quod una ſuperficie quaſcũq; duas ſuperficies æquidiſtãtes ſecãte, cõmunes earũ ſectiones erũt duæ lineæ rectæ. Quę cũ ſint ambę ſitæ in ſuperficie ſecante, ſi ipſe non fuerint ęquidiſtãtes, ponãtur ad quodlibet unũ punctũ concurrere, erit itaq; ut unus atq; idẽ punctus ſit in utraq; illarum duarũ ſectionũ communium. Cumq; una illarũ communium ſectionum ſit in una duarũ ſuperficierum ſectarum & reliqua in altera, ſequitur ſuperficies illas quæ poſitæ ſunt eſſe æquidiſtantes concurrere, hoc autem impoſſibile eſt. Erunt igitur communes earum ſectiones æquidiſtantes: quod eſt propoſitum.

Campanvs. Ex hac & præmiſſa potes elicere concluſionem unam ſimilem trigeſimæ primi, uidelicet iſtam ipſam. Si fuerint duæ ſuperficies uni æquidiſtantes, ipſæ quoq; erunt adinuicem æquidiſtantes. Poſitis enim tribus ſuperficiebus, quarum utraque duarum extremarum æquidiſtat mediæ, dico quòd neceſſe eſt ipſas extremas æquidiſtare adinuicem. Secentur omnes illæ tres ſuperficies duabus ſuperficiebus ſe quoque inuicem ſecantibus, eruntq; ex hac

ex hac 16 communes ſectiones duarum extremarũ ſuperficierum, æquidiſtantes ſectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipſæ etiam ſectiones duarum extremarum ſuperficierum, erunt æquidiſtantes adinuicem. Et quia ipſæ contingunt ſe in communi ſectione duarum ſuperficierum tres poſitas ſuperficies ſecantium, ex præmiſſa euidenter conſtat quod diximus.

Euclid. ex Zãb. *Theorema 14.* *Propoſitio 16.*

16 Si bina plana parallela à plano aliquo diſſecta fuerint, communes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt.



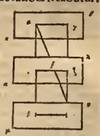
THEON *ex Zãb. Bina, inquã, plana parallela αβ, γδ, à plano εζ ηθ ſecentur, communes autẽ ipſorũ ſectiones, ſint εζ, ηθ. Dico q. parallelus eſt εζ, ipſi ηθ. Si autẽ nõ, productæ ipſæ εζ, ηθ, uel ad partes ζθ, uel ad εη concurrent. Producantur primũ ad ζθ partes, & concurrant in κ. Et quoniã εζκ eſt in plano αβ, & omnia igitur quæ in ipſa εζκ ſigna in ipſo αβ ſunt plano (per 2 undecimi) Vnũ autẽ eorũ quæ in εζκ recta linea ſignorũ, eſt κ: igitur κ, in ipſo eſt αβ plano, & id propterea etiam κ, in ipſo γδ, eſt plano. Igitur αβ, γδ, plana, producta concurrunt. Non concurrunt autem per hypotheſin, quoniam parallela ſupponuntur. Ipſæ εζ, ηθ, rectæ lineæ productæ ad partes ζθ, non concurrunt. Similiter quoq; oſtendemus, quod ipſæ εζ, ηθ, rectæ lineæ neq; ad partes εη productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrunt (per ultimã diffinitionẽ primi) parallelæ ſunt: parallelus igitur eſt εζ, ipſi ηθ. Si bina igitur plana, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtẽdendũ.* *Euclid. ex Cãp.* *Prop. 17.*

17 SI ſuperficies tres uel plures æquidiſtãtes duas rectas lineas ſe inuicem contingentes uel æquidiſtantes ſecent, illarum linearum portiones proportionales eſſe probantur.

CAMPANVS. Intelligãtur enim duæ rectæ lineæ penetrantes qualitercunq; cõtigerit tres ſuperficies æquidiſtantes, aut etiã plures trib. dico itaq; duas portiones illarũ linearũ inter quaslibet duas ſuperficies interceptas, proportionales eſſe quibuſq; duabus inter alias duas ex illis æquidiſtantib. ſuperficiebus interceptis. Coniungantur enim duæ extremitates illarum duarũ linearũ, ducta inter eas linea una diagonaliter, eritq; hæc diagonalis, cũ utraq; illarũ duarũ linearũ penetrantiũ ſuperficies propoſitas, in ſuperficie una illas æquidiſtãtes ſuperficies poſitas ſecante. Si ergo harum ſuperficierum communes ſectiones, quæ per præmiſſam erunt æquidiſtantes, cogitatione protraxeris, ex prima parte ſecundæ ſexti conſtabit propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 17.*

17 Si binæ rectę lineę à planis parallelis ſecẽtur, in eaſdẽ rationes ſecabũtur.



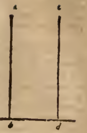
THEON *ex Zamb. Binæ, inquam, rectæ lineæ αβ, γδ, à planis parallelis ηθ, κλ, μν, ſecentur in α, ε, β, γ, ζ, δ, ſigna. Dico quòd eſt ſicut αε recta linea ad εβ, ſic eſt γζ ad ζδ. Connectantur αγ, βδ, αδ, & concurrat αδ ipſi κλ plano in ξ ſigno, connectaturq; εξ, ξζ. Et quoniã bina plana parallela κλ, μν, à plano εβδξ, ſecantur, ipſorum communes ſectiones εξ, βδ, parallelæ ſunt (per 16 undecimi) Idq; propterea quoniã bina plana parallela ηθ, κλ, à plano αξζγ, ſecantur, communes ipſorum ſectiones αγ, ξζ, parallelæ ſunt (per 16 undecimi.) Et quoniam lateri βδ trianguli αβδ, recta linea parallelus ducta eſt εξ, proportionaliter igitur ſicut αε ad εβ, ſic eſt αξ ad ξδ. Rurſus quoniam lateri αγ trianguli αδγ, recta linea parallelus ducta eſt ξζ, proportionaliter igitur ſicut αξ ad ξδ, ſic γζ ad ζδ, patuit autem & ſicut αξ ad ξδ, ſic αε ad εβ, & ſicut igitur (per 11 quinti) αε ad εβ, ſic γζ ad ζδ. Si binæ igitur rectæ lineæ à planis parallelis ſecẽtur.*

Eucl. ex Camp. *Propoſitio 18.*

18 SI in ſuperficie aſſignata orthogonaliter ſteterit linea, omnis ſuperficies à linea illa quorſumlibet ducta, ad eandem aſſignatam ſuperficiem erit orthogonaliter erecta.

CAMPANVS. Sit enim linea a b erecta perpendiculariter ſuper aſſignatam ſuperficiẽ, & à linea a b producatur ſuperficies quorſum libuerit. Quam dico ſuper propoſitam ſuperficiem eſſe perpendiculariter erectam. Cum enim ipſa ſecet ſuperficiem

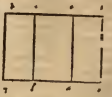
ciem aſſignatã, erit earũ communis ſectio linea recta ex 3 huius, ſitq́ b d. In hac ergo communi ſectione ſignato puncto quolibet qui ſit d, extrahatur ab eo in ſuperficie quæ producta eſt à linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ ſit d c. Eritq́ ex ſecnda parte 18 primi, linea c d, æquidiſtans lineæ a b, ideoq́ ex 8 huius, linea c d, eſt etiam perpendicularis ad ſuperficiem propoſitam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter à quolibet puncto lineæ b d, ad ipſam lineam b d in ipſa ſuperficie quæ producta eſt à linea a b. eſt perpendicularis ad propoſitam ſuperficiem, ex diffinitione ſuperficiei ſupra ſuperficiem orthogonaliter erectæ: conſtat uerum eſſe quod propoſitum eſt.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quę per ipſam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. 18

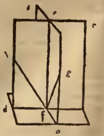
THEON *ex Zamb. Recta enim linea α β, ſubiecto plano ad angulos rectos eſto. Dico quòd & omnia quæ per α β plana, ad ſubiectũ planum ad angulos rectos ſunt. Extẽdatur, inquam, per α β, planum δ ε, ſitq́; (per 3 undecimi) communis ſectio ipſius δ ε linea plani, & ſubiecti, γ ε, & ſumatur in γ ε, contingens ſignũ ζ, & ab ipſo ζ, (per 12 undecimi) ipſi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipſa ζ η. Et quoniam α β ad ſubiectũ planum recta eſt, & ad omnes igitur ipſam tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes recta eſt ipſa α β (per 3 undecimi diffinitionem) quare & ad γ ε recta eſt. Igitur angulus qui ſub α β ζ, rectus, eſt autem qui ſub η ζ β, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipſi ζ η parallelus eſt. Ipſa autem α β, ad ſubiectum planũ ad angulos rectos eſt, & ζ η igitur ad ſubiectum planum ad angulos rectos eſt. Et quoniam (per 3 diffinitionem undecimi) planũ ad planũ rectum eſt quando quæ cõmuni ſectioni planorũ ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquũ planum ad angulos fuerint rectos, & ipſi γ ε ſectioni planorũ cõmuni, in uno planorum δ ε ſcilicet ad angulos rectos acta ζ η, oſtenſa eſt ſuppoſito plano ad angulos rectos eſſe, igitur planum δ ε rectum eſt ad ſuppoſitum planum. Similiter iam oſtendetur quod omnia quæ per α β plana, recta ſunt ad ſubiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipſam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 19.

SI duæ ſuperficies ſeinuicem ſecantes, ſupra unam ſuperficiem erectæ fuerint orthogonaliter, cõmunis earum ſectio ad eandem ſuperficiem perpendicularis erit. 19

CAMPANVS. Sint duæ ſuperficies a b & c d ſeinuicem ſecantes, erectæ orthogonaliter ſuper aſſignatam ſuperficiẽ, ſitq́ cõmunis earũ ſectio linea recta e f. Hanc dico eſſe perpendicularẽ ad aſſignatam ſuperficiem Alioqui à puncto f qui eſt communis terminus ſectionum duarum ſuperficierum ſecantium & tertiæ ſuperficiei ſectæ, producatur una linea recta quæ ſit f g, in ſuperficie a b, perpendicularis ad ſuperficiem aſſignatam, itemq́ ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem ſuperficiem, quæ ſita ſit in ſuperficie c d & ipſa ſit f h, eruntq́ duæ lineæ f g & f h, orthogonaliter inſiſtentes ſuper punctum unum ad ſuperficiẽ aſſignatã. Hoc autem, impoſſibile eſt per 13 huius. Tales autem lineas poſſe protrahi à puncto f in utraq́ duarum ſuperficierũ a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad aſſignatam ſuperficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis ſectio ſuperficiei a b & ſuperficiei aſſignatæ, & linea f d, ſuperficiei c d & ſuperficiei aſſignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq́ duarũ linearum f b & f d, ipſa etiam erit perpendicularis ad ſuperficiem aſſignatã ex quarta huius. Si autem ad neutram, ſit f g perpẽdicularis ad fb, & f h perpẽdicularis ad fd. Deinde à puncto f protrahe in ſuperficie aſſignata unam lineam perpẽdicularẽ ad lineam fb, quæ ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ, cum linea f g



continebit

continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea f g, perpendicularis ad ſuperficiem aſsignatam. Eodem quoq; modo protracta alia linea à puncto f in ſuperficie aſsignata, quæ ſit perpendicularis ad lineam f d, ſequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius, lineam f h eſſe perpendicularem ad ſuperficiem aſsignatam, quod eſt impoſsibile per 13 huius. Quod ſi conſiteare lineam e f eſſe perpendicularem ad lineam f b, ſed non ad lineam f d, ſequetur modo conſimili duas lineas e f & f h eſſe perpendiculares ad ſuperficiem aſsignatã. Quod nihil minus eſt impoſsibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 19*

19 Si bina plana ſeſe inuicem diſpeſcentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint, & ipſorum communis ſectio ad idem planum ad angulos rectos erit.

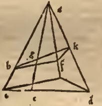
THEON ex Zamber. *Bina etenim plana αβ, βγ, ſubiecto plano ad angulos ſint rectos, communis autem ipſorum ſectio ſit βδ. Dico quod ipſa βδ, ad ſubiectũ planum ad angulos eſt rectos. Non ſit. Et excitentur (per 12 undecimi) ab ipſo δ ſigno in plano quidem αβ, ipſi αδ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipſa δε, in plano autem βγ, ipſi γδ ad angulos rectos δζ. Et quoniam planum αβ ad ſubiectum planum rectum eſt, & communi ipſorum ſectioni αδ ad angulos rectos, δε in ipſo αβ plano excitatur δε, igitur δε ad ſubiectum planum recta eſt. Similiter iam demonſtrabimus, quod & δζ ad ſubiectum planum recta eſt. Ab eodem igitur ſigno δ, ad ſubiectum planum binæ rectæ ad angulos rectos conſtitutæ ſunt ad eaſdẽ partes. Quod eſt impoßibile. Igitur ad ſubiectum planum, a ſigno γ ad angulos rectos non cõſtituetur alia, præter δβ communem ſectionem, ipſorum βα, βγ, planorum. Si bina igitur plana inuicem ſeſe diſpeſcentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos, & communis ipſorum ſectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod oſtendere oportebat.*



Eucl. ex Camp. *Propoſitio 20.*

20 SI tres anguli ſuperficiales ſolidum angulum contineant, illorum trium angulorum quiq; duo pariter accepti reliquo ſunt maiores.

CAMPANVS. Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectæ ſupra ſuperficiem b c d, continentes tres ſuperficiales angulos, ex quibus ſolidus perficitur angul⁹ in pũcto a. Dico quoslibet duos ex ipſis ſuperficialibus angulis ſolidum angulum in puncto a cõſtituentibus, pariter acceptos, tertio eſſe maiores. Si enim hi tres anguli ſuperficiales fuerint ſibi inuicem æquales, aut ſi duo tantum æquales exiſtente tertio minore utrolibet duorum æqualiũ, conſtat per cõmunem ſcientiam uerum eſſe quod dicitur. Quod ſi eorum unus utrolibet duorum reliquorum maior fuerit ſiue illi duo ponantur æquales ſiue non æquales, adhuc conſtat illum maiorem & utrumlibet duorum reliquorum pariter acceptos, tertio eſſe maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur, eſſe maiores, ſic collige. Eſto enim trium propoſitorum angulorum ſuperficialium angulus a c d, maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipſo ergo abſcindam angulum e a d æqualem angulo b a d, protracta linea a e. Et ſumam ex hac linea a e, lineam a g, & ex linea a b, lineã a f, quas ponam eſſe æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunq; contingat, in ſuperficie duarum linearum a c & a d, quouſq; ſecet a c in puncto h, & a d in puncto k, & ipſa ſit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum ſit igitur a f æqualis a g, poſita a k communi, erit per 4 primi f k æqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k ſunt maiores linea h k, erit per conceptionem h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cum ſit linea a f æqualis lineæ a g, erit angulus f a h, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur conſtat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos, eſſe maiores angulo h a k. Quod erat demonſtrandum.



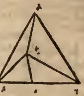
Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 20.*

21 Si ſolidus angulus ſub tribus angulis plenis comprehendatur, quiuis duo reliquo maiores ſunt quomodocunq; ſuſcepti.

THEON ex Zamb. *Solidus angulus qui ad α, ſub tribus planis, hoc eſt βαγ, γαδ, δαβ, comprehendatur. Dico quod bini quomodocunq; ſuſcepti, reliquo ſunt maiores. Si quidem ipſi qui ſub βαγ,*

Hb

γαδ, δαβ, anguli ſunt inuicem æquales, manifeſtum eſt quòd bini reliquo, quomodocunq; ſuſcepti ſunt maiores. Si autem non, ſit maior qui ſub ζαγ, conſtituaturq́; (per 23 primi) ad αβ rectam lineam, & ad ſignum in ea α, angulo qui ſub δαβ, in eo quod per βαγ plano, æqualis angulus ζαε, ponaturq́; (per 3 primi) ipſi αδ æqualis αε, & per ε ſignũ ducta βεγ linea, diſſecet ipſas αβ, αγ rectas lineas in ſignis ζ, γ, connectanturq́; δβ, δγ. Et quoniã δα ipſi αε eſt æqualis, cõmunis aũt αβ, duæ igitur δα, αβ duabus δα, αε, ſunt æquales, & angulus qui ſub δαβ, angulo qui ſub βαε eſt æqualis: baſis igitur δζ (per 4 primi) baſi βε eſt æqualis. Et quoniã duæ δζ, δγ, ipſa βγ ſunt maiores, quarum δβ ipſi βε oſtenſa eſt æqualis, reliqua igitur δγ, reliqua εγ maior eſt. Et quoniam ipſa δα ipſi αε æqualis, cõmunis autẽ αγ, & baſis δε baſi εγ maior eſt, angulus igitur qui ſub δαγ, angulo qui ſub εαγ maior eſt. Oſtenſum autem eſt, quòd & qui ſub δαζ, eſt æqualis ei qui ſub βαε. Ipſi igitur qui ſub δαβ, δαγ, eo qui ſub βαγ ſunt maiores. Si ſolidus igitur angulus ſub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocunq; aſſumpti ſunt maiores reliquo. Quod erat oſtendendum.

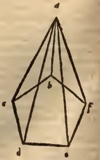


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 21.*

OMnis angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſſe probatur. 31



CAMPANVS. Anguli ſolidi quantitas, ex angulorum ſuperficialium ipſum ſolidum continentium quantitate determinatur. Hac ergo 21 propoſitione id etiam proponitur, quoslibet ſuperficiales angulos ſolidum quemlibet continentes pariter acceptos, quatuor rectis angulis eſſe minores. Sit enim triangula pyramis a b c d, cuius ſupremus angulus cum poſsit eſſe quilibet ſuorum angulorum, hic tamen ſit a, de quo dico, quod tres ſuperficiales anguli ipſum a continentes, ſunt minores quatuor rectis. Conſtat enim ex 32 primi, nouem angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumſtantium (& ipſi ſunt a b c, a c d, a d b) eſſe æquales ſex angulis rectis, de tribus autem angulis baſis eius quę eſt triangulus b c d, conſtat quoq; per eandem, quòd ipſi ſunt æquales duobus rectis. Cum igitur ſex anguli trium triangulorum prædictorũ hanc noſtram pyramidem (de cuius ſupremo angulo diſputamus) circundantium, qui inquam ſex anguli cum tribus angulis baſis reliquos tres angulos ſolidos pyramidis continent, ſint ex præmiſſa ter aſſumpta maiores tribus angulis baſis, ſequitur ipſos ſex angulos eſſe maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorum pyramidem circundantium his ſex angulis demptis erunt ex communi ſcientia reliqui tres (& ipſi ſunt qui conſtituunt ſolidum angulum a) minores 4 rectis. Si autem angulus a ſupremus in aſſumpta pyramide pluribus angulis ſuperficialibus quàm tribus contineatur, quod erit ſecundum multitudinem angulorum ſuæ baſis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipſam pyramidem circundantium pariter accepti ſint ex 32 primi, tot rectis angulis æquales quantus eſt numerus angulorum ſuæ baſis duplicatus, eo quòd tot neceſſe eſt eſſe triangulos pyramidem circundantes quot fuerint anguli ſuæ baſis, cumq́; omnes anguli ſuæ baſis ſint tot rectis angulis æquales quantus eſt numerus angulorum ſuorũ duplicatus, demptis inde 4 ut in 32 primi demonſtratum eſt: cumq́; igitur omnes anguli triangulorum pyramidem circundantium, qui ſuper latera baſis ipſius pyramidis cõſiſtunt pariter accepti ſint maiores omnibus angulis baſis pariter acceptis, ut euidenter conſtat ex præmiſſa toties quot angulos baſis habuerit repetita, adhuc neceſſariò ſequitur ex communi ſcientia, ſuperficiales angulos ſolidum angulum a continentes pariter acceptos eſſe minores quatuor rectis, eo inquam minores quo omnes anguli trigonorum pyramidem circundantium qui ſuper latera baſis ſtatutæ pyramidis conſiſtunt, excedunt omnes angulos baſis pariter acceptos.

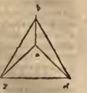


Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 21.*

Omnis ſolidus angulus, ſub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis comprehenditur. 21

THEON ex Zamb. *Sit ſolidus angulus qui ad α, comprehenſus ſub planis angulis qui ſub βαγ, δαγ.*

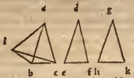
δαγ, δαβ. Dicò quòd ipſi βαγ, δαγ, δαβ, anguli, quatuor rectis ſunt minores. Aſſumatur, inquam; in unaquaq; ipſarū αγ, αβ, αδ, rectarū linearū ſigna utcunq; ſintq́; β, γ, δ, cōnectanturq́; βγ, γδ, δβ. Et quoniā ſolidus angulus eſt qui ad β, ſub tribus enim planis angulis cōprehenditur, hoc eſt, ſub ijs qui ſub γβα, αβδ, & γβδ (per 20 undecimi) bini utcunq; ſumpti, reliquo ſunt maiores. Igitur qui ſub γβα, αβδ, eo qui ſub γβδ ſunt maiores. Et id propterea qui ſub βγα, αγδ, eo qui ſub βγδ ſunt maiores, & inſuper qui ſub γδα, αδβ, eo qui ſub γδβ ſunt maiores. Igitur ſex anguli γβα, αβδ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, tribus, hoc eſt eis qui ſub γβδ, βγδ, γδβ, ſunt maiores. Sed ipſi tres qui ſub γβδ, βδγ, βγδ, duobus rectis ſunt æquales, igitur qui ſub γβα, αβδ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores. Et quoniam uniuſcuiuſq; ipſorum αβγ, αβδ, αγδ, triangulorum tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorum anguli nouem qui ſub γβα, αγβ, βαγ, αγδ, δαγ, γδα, αδβ, δβα, βαδ, ſex rectis ſunt æquales. Quorū qui ſub αβγ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, δβα, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores: reliqui igitur qui ſub βαγ, γαδ, δαβ, tres anguli, comprehendentes ſolidum angulum, quatuor rectis ſunt minores. Omnis igitur ſolidus angulus ſub minus quatuor rectis angulis planis comprehenditur: quod erat oſtendendum.

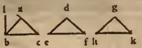


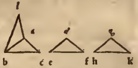
Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

22. SI tres anguli ſuperficiales quorum quiq; duo pariter accepti tertio ſint maiores, cunctis ſibi inuicem æquis lineis cōtineantur, de tribus baſibus angulos illos ab ipſorum linearum æqualium terminis ſubtendentibus, triangulum ſubſtitui uel conſtitui poſsibile eſt.

CAMPANVS. Sint tres ſuperficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quiq; duo eorū tertio ſint maiores, ſintq; ſex latera eos cōtinentia, æqualia, quæ ſunt a b, a c, d e, d f, g h, g k, & ſubtendantur eis tres baſes quæ ſint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus baſibus, triangulū aio conſtitui poſſe. Eſto enim angulus a b l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & protrahātur l b, l c, eritq; ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypotheſi uerò conſtat, totalem angulū a eſſe maiorem angulo g, erant enim quiq; duo ex tribus angulis b a c, d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi linea l c, linea h k eſt maior. Cumq; ſint ex 20 primi duæ lineæ l b & b c maiores linea l c, ſequitur duas lineas l b & b c eſſe multofortius maiores linea h k. Quia igitur l b eſt æqualis e f, erūt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Conſtat itaq; hoc modo, quaſque duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, eſſe lōgiores tertia. Igitur ex 22 primi conſtat uerum eſſe quod dicitur. Hoc dūtaxat addito, quod ſi duo anguli b a c & d pariter accepti ſint æquales duobus rectis, erunt duę lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quæ cū ſit æqualis ex hypotheſi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores ſunt linea h k, cumq; ex eadem lineæ duæ l b & b c ſint longiores linea l c, ſequitur ut prius b c & e f pariter acceptas eſſe longiores h k. At uerò ſi duo prædicti anguli ſunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duab. quæ ſunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ ſunt longiores linea h k.





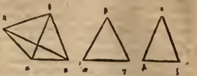


Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 22.*

22 Si fuerint tres anguli plani, quorū bini reliquo ſint maiores quomodocunq; aſſumpti, comprehendant autem ipſos æquales rectæ lineæ, ex cōnectentibus æquales rectas lineas triangulū cōſtitui, eſt poſsibile.

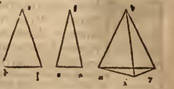
THEON ex Zamb. *Sint tres anguli plani qui ſub αβγ, δεζ, & ηθκ, quorū bini reliquo ſint maiores quomodocunq; ſumpti, hoc eſt αβγ, δεζ, ipſo ηθκ, ipſi autem qui ſub δεζ, ηθκ, ipſo αβγ, & inſuper qui ſub ηθκ, αβγ, eo qui ſub δεζ, ſintq; æquales αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, rectæ lineæ, cōnectanturq́; αγ, δζ, ηκ. Dico quod ex æqualibus ipſis αγ, δζ, ηκ, triangulū conſtituere eſt poſsibile, hoc eſt quod ipſarum αγ, δζ, ηκ, binæ quomodocūq; ſumptæ reliqua ſunt maiores. Si quidem qui ſub αβγ, δεζ, ηθκ, anguli inuicem ſunt æquales, manifeſtū quod & ipſis αγ, δζ, ηκ, æqualibus adinuicē factis, eſt poſsibile ex æqualibus ipſis*

αγ, δζ, ηκ, triangulū conſtrui. Si autē non, ſint inæquales. Conſtituaturq́; (per 23 primi) ad ipſam θλ rectā lineā, & ad ſignū in ea θ, angulo qui ſub αβγ, æqualis, angulus qui ſub κθλ, & ponatur (per 2 primi) uni ipſarū αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, æqualis θλ, cōnectanturq́; κλ, ηλ. Et quoniā binæ κβ, βγ, duabus κθ, θλ, ſunt æquales, & angulus qui ad β angulo qui ſub κθλ eſt æqualis, baſis igitur αγ (per 4 primi) baſi κλ eſt æqualis. Et quoniam qui ſub αβγ, ηθκ, eo qui ſub δεζ ſunt maiores, æqualis autē qui ſub κθλ eis qui ſub αβγ, & ηθκ, qui igitur ſub ηθλ eo qui ſub δεζ maior eſt. Et quoniā duæ ηθ, θλ, duab. δε, εζ ſunt æquales, & angulus qui ſub ηθλ angulo qui ſub δεζ



maior eſt, baſis igitur ηλ (per 24 primi) baſi δζ maior eſt. Sed ipſæ ηκ, κλ, ipſa ηλ ſunt maiores, multomagis igitur ηκ, κλ, ipſa δζ ſunt maiores. Aequalis autem eſt κλ, ipſi αγ: ipſæ igitur αγ, ηκ, reliqua δζ ſunt maiores. Similiter iā oſtēdemus, quòd & ipſæ quidē αγ, δζ, ipſa ηκ ſunt maiores, & ηκ, δζ, ipſa αγ. Poſſibile igitur eſt, ex æqualibus ipſis αγ, δζ, ηκ, triangulū cōfici: quod oſtēdendū erat.

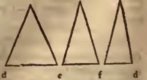
ALITER. *Sint dati tres anguli plani qui ſub αβγ, δεζ, ηθκ, quorū duo reliquo ſint maiores quomodocūq; aſſumpti. Cōprehendant autē ipſos æquales rectæ lineæ αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ. Cōnectanturq́; ipſæ αγ, δζ, ηκ. Dico quòd ex æqualibus ipſis αγ, δζ, ηκ, triāgulū cōſtrui eſt poßibile, hoc eſt rurſus quòd duæ reliquæ ſunt maiores quomodocūq; aſſumptæ. Siquidē rurſus qui ad β, ε, θ, ſigna anguli ſunt æquales, erunt quoq; ipſæ αγ, δζ, ηκ æquales, & duæ reliqua erūt maiores. Si autē non, ſint inæquales qui ad ipſa β, ε, θ, ſigna anguli, ſitq́; maior angulus qui ad β, utroq; ipſorum ε, θ:* 25



maior igitur eſt (per 24 primi) & αγ recta linea, utraq; ipſarū δζ, ηκ, & manifeſtū, quod αγ cum utraq; ipſarū δζ, ηκ, reliqua maior eſt. Dico quod & δζ, ηκ, reliqua αγ ſunt maiores. Cōſtituatur (per 23 primi) ad αβ rectā lineā ad ſignūq; in ea β, ei qui ſub ηθκ angulo æquus qui ſub αβλ, ponaturq; (per 2 primi) uni ipſarū αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, æqualis βλ: cōnectāturq; αλ, λγ. Et quoniam duæ αβ, βλ, duabus ηθ, θκ, ſunt æquales altera alteri, & æquos angulos cōprehēdūt: baſis igitur αλ (per 4 primi) baſi ηκ eſt æqualis. Et quoniā qui ad ε, θ, ſigna anguli, eo qui ſub αβγ ſunt maiores, quorū qui ſub ηθκ, eo qui ſub αβλ eſt æqualis, reliquus igitur qui ad ε angulus, eo qui ſub λβγ maior eſt, & quoniā duæ λβ, βγ, duabus δε, εζ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub δεζ, angulo qui ſub λβγ maior eſt, baſis igitur δζ (per 24 primi) baſi λγ maior eſt. Oſtēſum aūt eſt quòd æqualis eſt ηκ ipſi αλ. Ipſæ igitur δζ, ηκ, ipſis αλ, λγ, ſunt maiores. Sed ipſæ αλ, λγ, ipſa αγ, ſunt maiores, multomagis igitur δζ & ηκ, ipſa αγ ſunt maiores. Ipſarū igitur αγ, δζ, ηκ, rectarum linearum duæ reliqua ſunt maiores, quōcunq; aſſumptæ. Poßibile igitur eſt, ex æqualibus ipſis αγ, δζ, ηκ, triangulū confici: quod oportuit oſtēdere. Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.

TRibus angulis ſuperficialibus propoſitis, quorum quilibet duo pariter accepti tertio ſunt maiores omnes, & tres ſimul quatuor rectis angulis minores, ex tribus illis æqualibus qualeſcunq; ſint, ſolidum angulum conſtituere. 23

CAMPANVS. Sint propoſiti tres anguli ſuperficiales qui ſunt a, b, c, de tribus illis æqualibus uolum⁹ unū ſolidū angulū cōſtituere. Oportet igitur ex 20 huius, ut quilibet duo eorū pariter accepti tertio ſint maiores, & ex 27 hui⁹ ut oēs pariter accepti quatuor rectis angulis ſint minores. Ex ipſis itaq; ſint hæc poſita. Latera uerò eos continētia cūcta adinuicē ſint ęqualia, eisq; ſubiēdātur tres baſes, & ipſæ ſint d e, e f, & f d, eritq; ex pręmiſſa poſsibile, de tribus lineis his baſibus æqualibus triāgulū cōſtitui. Sit igi-



tur ex eis ſecūdū doctrinā 22 primi, triāgulus d e f, cōſtitutus, cui ſicut docuit 5 quarti, circūſcribatur circulus d e f ſupra cētrū g, & pertrahatur g d, g e, g f. Quæ cū ſint adinuicē æquales ex diffinitiōe circuli, lateraq; tres propoſitos angulos ambiētia ęqualia ex hypotheſi, neceſſe eſt ut earum quælibet quolibet illorū laterū ſit minor, æqualē aūt aut maiorē eſſe eſt impoſsibile. Si enim linea exiēs à cētro g, circūferētiā circuli d e f eſſet æqualis alicui laterum a d, a e, b e, b f, c f, c d, ſequeretur propterea quæ poſita ſunt, annuēte 8 primi, tres angulos a, b, c, propoſitos, eſſe æquales tribus angulis d g e, e g f, f g d. Cumq; hi tres ſint æquales quatuor rectis angulis, ut facile patet ex 13 primi;

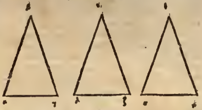
protracta

protracta pauliſper una linearũ exeuntium à centro ad circũferentiã in cõtinuũ & directũ, eſſent etiã tres anguli a,b,c, æquales etiã quatuor rectis. Quod eſt cõtra poſita. Quod ſi eſſet maior ſuperpoſitis tribus triangulis quorũ ſunt anguli a,b,c, tribus triangulis diuidentibus triangulũ d e f unoquoq; illi cũ quo cõmunicat in baſi, ita qd' baſes ſuperponantur baſibus æquales uidelicet æqualibus, & anguli a b c cadant ad partẽ puncti g, ſequeretur ex 21 primi tres angulos a,b, c, eſſe maiores tribus qui ſunt d g e, e f g, f g d. Eſſent itaq; maiores quatuor rectis. Quod eſt amplius contrariũ poſitis. Relinquitur itaq; unũquodq; ex ſex lateribus tres propoſitos angulos ambientibus, maius eſſe linea egrediente à centro g, ad circumferentiã d e f, ideo'q; etiã potentius. Sit igitur potentius in linea g h, quæ ſit ſecundũ 12 huius orthogonaliter erecta ſuper ſuperficiem anguli uel circuli d e f, demittanturq; tres hypothenuſæ h d, h e, h f, quas dico cõtinere angulos tres ſuperficiales æquales tribus propoſitis, cõſtituẽtes angulũ ſolidũ in puncto h. Cũ enim quadratũ lineæ a d ſit æquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypotheſi, at quadratũ lineæ d h ſit æquale eiſdẽ ex penultima primi, neceſſe eſt lineã a d eſſe æqualẽ lineæ d h. Eodemq; modò & lineã a e, lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum baſes etiã ſint æquales, erit angulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis angulo e h f, & angulus c æqualis angulo f h d. Quare conſtat factũ eſſe quod facere diſpoſuimus.

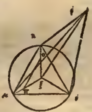


Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 23.*

23 Ex tribus angulis planis quorũ duo quomodocũq; ſumpti ſint reliquo maiores, ſolidum angulũ conficere, oportet uerò ipſos tres, quatuor rectis eſſe minores.

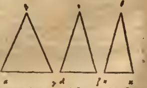


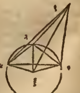
THEON *ex Zãb. Sint dati tres anguli plani qui ſub* αβγ, δεζ, ηθκ, *quorũ duo quomodocunq; aſſumpti reliquo ſint maiores, inſuperq; ipſi tres quatuor rectis minores, oportet iã ex æqualibus eis q ſub* αβγ, δεζ, ηθκ, *ſolidũ cõſtituere angulũ. Aſſumãtur æquales* αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, *cõnectanturq;* αγ, δζ, ηκ. *Igitur (per 21 undecimi) ex æqualibus ipſis* αγ, δζ, ηκ, *triangulũ cõfici eſt poßibile. Cõſtruatur, ſitq;* λμν, *ſic ut* αγ *æqua ſit ipſi* λμ, *&* δζ *ipſi* μν *&* ηκ *ipſi* λν. *Circũſcribatur aũt (per 5 quarti) ipſi* λμν *triangulo, circulus* λμν, *ſumaturq; (p 2 tertij) ipſius centrũ, qd' quidẽ erit aut intra triãgulũ* λμν, *aut in uno laterũ ipſius, aut extra, ſit prius intra triangulũ, ſitq;* ξ, *cõnectanturq;* λξ, μξ, νξ. *Dico quod* αβ, *ipſa* λξ *maior eſt. Si autẽ non, aut* αβ *ipſi* λξ *eſt æqualis, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Et quoniã* αβ *ipſi* λξ *eſt æqualis, ſed* αβ *ipſi* βγ *eſt æqualis, igitur* λξ *ipſi* βγ *eſt æqualis. Ipſa autẽ* λξ *ipſi* ξμ *(per 15 diffinitionem primi.) Duæ iã* αβ, βγ, *duabus* λξ, ξμ, *ſunt æquales altera alteri, & baſis* αγ, *baſi* λμ *ſupponitur æqualis, angulus igitur qui ſub* αβγ *(per 8 primi) angulo qui ſub* λξμ *eſt æqualis. Id propterea etiam & qui ſub* δεζ, *ei qui ſub* μξν *eſt æqualis, & præterea qui ſub* ηθκ, *ipſi qui ſub* νξλ. *Ipſi igitur qui ſub* αβγ, δεζ, ηθκ, *anguli, ipſis tribus qui ſub* λξμ, μξν, νξλ, *ſunt æquales. Sed tres qui ſub* λξμ, μξν, νξλ, *quatuor rectis ſunt æquales, & tres igitur qui ſub* αβγ, δεζ, ηθκ, *quatuor rectis ſunt æquales. Supponũtur & quatuor rectis minores. Quod eſt impoßibile. Igitur* αβ *ipſi* λξ *æqualis nõ eſt. Dico etiã quod nec minor eſt* αβ, *ipſa* λξ. *Si enim poßibile, eſto, ponaturq; (per 2 primi) ipſi* αβ *æqualis* ξο, *ipſi aũt* βγ *æqualis* ξπ, *cõnectaturq;* οπ. *Et quoniam æqualis eſt* αβ *ipſi* βγ, *æqualis eſt &* ξο *ipſi* ξπ: *quare & reliqua* ολ, *reliquæ* πμ *eſt æqualis. Parallelus igitur eſt (per 2 ſexti)* λμ *ipſi* οπ, *& æquiangulũ eſt* λμξ *ipſi* οπξ, *quẽadmodum igitur* ξλ *ad ipſam* λμ, *ſic eſt* ξο *ad* οπ: *uicißim igitur (per 16 quinti) ſicut* λξ *ad* ξο, *ſic* λμ *ad* οπ. *Maior aũt eſt* λξ *ipſa* ξο, *maior igitur eſt &* λμ, *ipſa* οπ. *Sed ipſa* λμ, *poſita eſt ipſi* αγ *æqualis, &* αγ *igitur, ipſa* οπ *maior eſt. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ* αβ, βγ, *duabus* οξ, ξπ, *ſunt æquales, & baſis* αγ *baſi* οπ *maior eſt, angulus igitur qui ſub* αβγ, *angulo qui ſub* οξπ *maior eſt (per 25 primi.) Similiter iã oſtendemus, qd' & qui ſub* δεζ, *eo qui ſub* μξν *maior eſt, & qui ſub* ηθκ *eo qui ſub* νξλ. *Ipſi igitur tres anguli qui ſub* αβγ, δεζ, ηθκ, *tribus qui ſub* λξμ, μξν, νξλ *ſunt maiores. Sed qui ſub* αβγ, δεζ, ηθκ, *quatuor rectis ſupponuntur minores: multo igitur magis qui ſub* λξμ, μξν, νξλ, *quatuor rectis ſunt minores. Sed & æquales. Quod eſt impoßibile. Nõ igitur* αβ *minor eſt quàm* λξ: *Oſtẽſum autẽ eſt, qd' neq; æqualis, maior igitur eſt* αβ *quã* λξ.



Conſtituatur iã à ſigno ξ ipſius λμν circuli plano ad angulos rectos ξρ (per 12 undecimi) Et quo maius eſt quadratũ qđ ex αβ, eo qđ ex λξ, ei æquũ eſto qđ ex ξρ, cõnectãturq; ρλ, ρμ, ρν. Et quoniã ρξ recta eſt & ad ipſius λμν circuli planũ, & ad unãquãq; igitur ipſarũ λξ, μξ, νξ, (per cõuerſionẽ 2 diffinitionis undecimi) recta eſt ipſa ρξ. Et quoniã æqualis eſt λξ ipſi ξμ, cõmunis autem & ad angulos rectos eſt ξρ, baſis igitur ρλ (per 4 primi) baſi ρμ eſt æqualis. Iã id propterea & ρν, utriq; ipſarũ ρλ, ρμ, eſt æqualis. Ipſæ igitur tres ρλ, ρμ, ρν, ſibi inuicẽ ſunt æquales. Et quoniã quo maius eſt qđ ex αβ eo qđ ex λξ, ei ſupponitur æquũ qđ ex ξρ, quod ex αβ igitur æquũ eſt eis quæ ex λξ, ξρ. Eis aũt quæ ex λξ, ξρ, æquũ eſt (per 47 primi) qđ ex λρ, rectus enim eſt qui ſub λξρ. Quod igitur ex αβ, æquũ eſt ei qđ ex ρλ. Aequalis igitur eſt αβ, ipſi ρλ. Sed ipſi quidẽ αβ, æqualis eſt unaquæq; ipſarũ βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, ipſi aũt ρλ, æqualis eſt utraq; ipſarũ ρμ, ρν. Vnaquæq; igitur ipſarũ αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, unicuiq; ipſarũ ρλ, ρμ, ρν, æqualis eſt. Et cùm duæ λρ, ρμ, duabus αβ, βγ, ſunt æquales, & baſis λμ baſi αγ ſupponitur æqualis, angulus igitur q ſub λρμ (p 8 primi) ei q ſub αβγ eſt æqualis. Id propterea & q ſub μρν, ei qui ſub δεζ eſt æqualis, & qui ſub λρν, ei qui ſub ηθκ. Ex tribus igitur angulis planis qui ſub λρμ, μρν, λρν, qui ſunt æquales tribus datis ſcilicet eis qui ſub αβγ, δεζ, ηθκ, ſolidus angulus cõſtruitur qui ad ρ, cõprehenſus ſub λρμ, μρν, & λρν angulis: quod facere oportebat. Sed iã eſto centrũ circuli in uno laterum trianguli, ſitq; in μν, eſtoq; ξ. Connectaturq; λξ. Dico rurſus quod maior eſt αβ quã λξ. Si autẽ nõ, aut αβ eſt æqualis ipſi λξ, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Duæ iã αβ, βγ, hoc eſt δε, εζ, duabus μξ, ξλ, hoc eſt ipſi μν ſunt æquales. Sed ipſa quidẽ μν, ipſi δζ ſupponitur æqualis, & ipſæ igitur δε, εζ, ipſi δζ ſunt æquales. Quod eſt impoſsibile. Igitur αβ, ipſi λξ, æqualis nõ eſt. Similiter iã oſtẽdemus, qđ neq; minor, igitur ipſa αβ, maior eſt quã λξ. Et ſi ſimiliter quo maius eſt quod ex αβ eo qđ ex λξ, ei æquum & ad angulos rectos ad circuli planũ cõſtituemus ſicut quod ex ρξ, cõſtituetur problema. Sed iã eſto centrũ circuli extra triangulũ λμν, ſitq; ξ. Cõnectanturq; λξ, μξ, νξ. Dico quod & ſic maior eſt αβ quã λξ. Si aũt non, aut æqualis eſt aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur αβ, βγ, duabus μξ, ξλ, ſunt æquales altera alteri, & baſis αγ baſi μλ eſt æqualis, angulus igitur qui ſub αβγ (per 8 primi) angulo qui ſub μξλ eſt æqualis. Idq; propterea etiã qui ſub ηθκ, ei qui ſub λξν eſt æqualis. Totus igitur qui ſub μξν, duobus qui ſub αβγ, ηθκ, eſt æqualis. Sed qui ſub αβγ, ηθκ, ipſo qui ſub δεζ ſunt maiores. Et qui ſub μξν igitur, eo qui ſub δεζ maior eſt. Et quoniam duæ δε, εζ, duabus μξ, νξ, ſunt æquales, & baſis δζ baſi μν eſt æqualis, angulus igitur qui ſub μξν (per 8 primi) ei qui ſub δεζ eſt æqualis. Patuit aũt quod & maior. Quod eſt abſurdũ. Igitur αβ ipſi λξ non eſt æqualis. Itidẽq; oſtẽdemus quod neq; minor. Igitur ipſa αβ, maior eſt quã λξ. Et ſi etiã angulos rectos in circuli plano rurſus cõſtituamus ipſam ξρ, & ipſi æqualẽ ponamus eã quæ poteſt id quo maius eſt quod ex αβ eo quod ex λξ, conſtituetur problema.





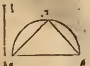


Dico inſuper quod αβ nõ eſt minor quã λξ. Si enim poſsibile, eſto. Ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidẽ αβ æqualis ξο, ipſi aũt βγ æqualis ξπ. Connectaturq; οπ. Et cùm æqualis eſt αβ ipſi βγ, æqualis eſt ξο ipſi ξπ, quare & reliqua ολ, reliquæ μπ, eſt æqualis. Parallelus igitur eſt (per 2 ſexti) λμ ipſi ο π, & æquiãgulũ eſt triãgulũ λξμ ipſi triãgulo πξο. Eſt igitur (per 6 ſexti) ſicut λξ ad λμ, ſic ξο ad πο, & uiciſsim (per 16 quinti) ſicut λξ ad ξο, ſic λμ ad οπ. Maior autẽ eſt λξ, quàm ξο, maior igitur eſt & λμ, quã οπ. Sed λμ, ipſi αγ eſt æqualis, igitur & αγ, quã οπ maior eſt (per 14 quinti.) Quoniã igitur duæ αβ, βγ, duabus οξ, ξπ, ſunt æquales altera alteri, & baſis αγ baſi οπ maior eſt, angulus igitur qui ſub αβγ (per 25 primi) angulo qui ſub οξπ maior eſt. Similiter iam & ſi ipſam ξρ æqualem utriq; ipſarum ξο, ξπ, aſſumamus, & connectamus ipſam ορ, oſtendemus quod & qui ſub ηθκ angulus eo qui οξρ maior eſt. Conſtituatur iã (per 23 primi) ad ipſam λξ rectã lineam, ad ſignumq; in ea ξ, ei quidẽ qui ſub αβγ angulo æquus angulus qui ſub λξζ, ei autem qui ſub ηθκ æqualis qui ſub λξτ, ponaturq; (per 2 primi) utraq; ipſarũ σξ, ξτ, ipſi οξ æqualis, & connectãtur οσ, οτ, στ. Et quoniã binæ αβ, βγ, binis οξ, ξσ, ſunt æquales, & angulus qui ſub αβγ angulo qui ſub οξσ eſt æqualis, baſis igitur αγ (per 4 primi) hoc eſt λμ, baſi οσ eſt æqualis. Idq; propterea etiam λν, ipſi οτ eſt æqualis. Et quoniã duæ λμ, λν, duabus σο, οτ, ſunt æquales, & angulus qui ſub μλν angulo qui ſub σοτ maior eſt, baſis igitur μν (per 25 primi) baſi στ maior eſt. Sed ipſa quidem μν, ipſi δζ eſt æqualis: & ipſa igitur δζ quã στ maior eſt. Quoniam igitur duæ δε, εζ, duabus σξ, ξτ, ſunt æquales, & baſis δζ baſi στ maior eſt, angulus igitur qui ſub δεζ (per 25 primi) angulo qui ſub σξτ maior eſt. Aequalis autẽ

eſt qui



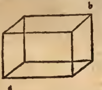
*eſt qui ſub ε ξ ι, eis qui ſub α β γ, η θ κ. Igitur qui ſub δ ε ζ, eis qui ſub α ζ ι, η θ κ, maior eſt. Sed & minor. Quod eſt impoßibile. Quomodo autē id quod ex ε ζ, æquum ſumatur ei quo quod ex α β maius eſt eo quod ex λ ξ, ſic oſtendemus. Exponantur α β & λ ξ rectæ lineæ, ſitq́; maior α β, deſcribaturq́; ſuper ipſa ſemicirculus α γ β, & in ſemicirculo α γ β * annectatur ipſi λ ξ rectæ lineæ æqualis ipſa α γ, connectāturq́; γ β. Quoniā igitur in ſemicirculo α γ β angulus eſt qui ſub α γ β, rectus igitur eſt qui ſub α β γ (per 31 tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum eſt eis quæ ex α γ, γ β, quare id quod ex α β, maius eſt eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem eſt α γ ipſi λ ξ: quod igitur ex α β, maius eſt eo quod ex λ ξ, eo quod ex γ β. Si ipſi igitur γ β æqualem ξ ι aſſumamus, quod ex α β maius eſt quàm id quod ex λ ξ, eo quod ex ξ ι: quod facere propoſueramus.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 24.

24 SI ſuperficiebus æquidiſtantibus ſolidū contineatur, eius oppoſitæ ſuperficies ſibi inuicem æquales ſunt & æquidiſtantium laterum.

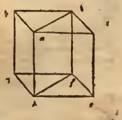
CAMPANVS. Quicquid dicant alij, ſolidum æquidiſtātibus ſuperficiebus contentū, ſuperficiebus paribus neceſſe eſt contineri, quæ ſicut eſſe non poſſunt pauciores ſex, ita poſſunt eſſe in omni numero pari ſenariū excedente. Conſtat enim columnam hexagonā, poſſe octo ſuperficiebus quæ binæ & binæ oppoſitæ ſibi inuicē æquidiſtant, contineri. Sic quoq; octogonā 10, & decagonā 12, & ad iſtarum ſimilitudinem, in infinitum. Sed horum omniū ſolidorū æquidiſtantibus ſuperficiebus contentorū, quæ infinita eſſe pronūtio, ſolū illud dicitur parallelogrammū, cuius omnes ſuperficies ipſum ambiētes parallelogrāmę ſunt, & iſtud ſex ſuperficiebus duntaxat neceſſe eſt ambiri. De tali itaq; quod ſex tantū ſuperficiebus ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale ſolidū, corpus a b, cuius omnino ſuperficies fac ut ſolido habitu mente cōprehendas, patebitq; tibi unāquāq; earum quatuor ex reliquis ſecare eius quatuor latera, cū ſint communes ſectiones ipſius ſecātis & quatuor ſectarū. Sint autē illæ quatuor ſectæ binæ & binæ ſecundū quod adinuicē opponuntur, æquidiſtantes ex hypothesi, ſequitur ex 10 bis aſſumpta, ut quatuor latera huius ſuperficiei ſecantis & quatuor ſectarum ſint adinuicē bina & bina æquidiſtantia. Conſtat itaq; ſecundū. At uero ex 34 primi manifeſtum eſt, omnia latera oppoſita iſtarū ſex ſuperficierū eſſe æqualia, erunt igitur bina latera angulum planū continentia cuiuſq; earum, ęqualia binis lateribus angulum planū in ſuperficie ſibi oppoſita continētibus, anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti, æquales per 10 huius. Igitur ex conuerſa penultimæ cōmunis ſcientiæ in primo libro poſitæ, neceſſe eſt quaſque duas ſuperficies in ſolido a b oppoſitas, eſſe ſibi inuicem æquales. Quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 24.

24 Si ſolidum ſub parallelis planis comprehendatur, quæ ex oppoſito ipſius plana, æqualia & parallelogramma ſunt.

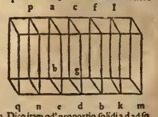
THEON ex Zamb. *Solidum, inquam, γ δ θ η, ſub parallelis planis α γ, η ζ, α δ, δ ζ, ζ β, α ε, comprehendatur. Dico quod quæ ex oppoſito ipſius plana, æqualia & parallelogramma ſunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc eſt β η, γ ε, à plano α γ ſecantur, communes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt (per 16 undecimi.) parallelus igitur eſt α ζ ipſi γ δ. Rurſus quoniā planū α γ diſpeſcit plana bina parallela ζ ζ, α ε, cōes ipſorū ſectiōes parallelæ ſunt (per eādē) parallelus igitur eſt α δ, ipſi β γ. Patuit aūt quod & α β ipſi δ γ eſt parallelus: parallelogrammū igitur eſt α γ. Similiter iam oſtendemus quod & unumquodq; ipſorum δ ζ, ζ η, η ζ, β ζ, α ε, parallelogrammum eſt. Connectantur α δ, δ ζ. Et quoniam parallelus eſt α β ipſi δ γ, & β δ, ipſi γ ζ, binæ iam α β, β θ, ſeſe inuicem tangentes, binis rectis lineis δ γ, γ ζ, ſeſe inuicem tangentibus parallelæ ſunt, non tamen in*



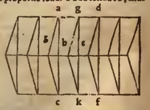
codē plano, igitur æquales cōprehēdūt angulos (per 10 undecimi.) Angulus igitur qui ſub α β δ, angulo qui ſub δ ε ζ, eſt æqualis. Et quoniā binæ α β, β ζ, duabus δ γ, γ ζ, ſunt æquales, & angulus qui ſub α β ζ, angulo qui ſub δ γ ζ eſt æqualis, baſis igitur α δ (per 4 primi) baſi δ ζ, eſt æqualis, & triangulū α β ζ triāgulo δ γ ζ eſt æquale. Et quoniā ipſius quidē α β ζ, duplū (per 41 primi) eſt ζ α parallelogrāmū, ipſius uerò δ γ ζ duplū eſt ipſum γ ι parallelogrāmum, equū igitur eſt parallelogrāmum β α, parallelogrāmo ι γ. Similiter iam oſtēdemus, quod & α ε ipſi α ζ eſt æquale, & α ι ipſi ζ ζ. Si planum igitur ſub parallelis planis cōprehendatur, quæ ex poſito eius plana, æqualia & parallelogramma ſunt: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

SI ſuperficies quædam ſecet ſolidū parallelogrammū æquidiſtāter duabus ipſius ſolidi ſuperficiebus oppoſitis, duo partialia corpora quæ ad illam ſecantē ſuperficiem uelut ad communem terminum copulantur, ſuis baſibus ſunt proportionalia. 25



Campanus. Sit corpus a b, ſolidū parallelogrāmū, & ſecet ipſum ſuperficies c d æquidiſtāter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a e & f b. Et ſit ſuperficies g b, baſis ipſius ſolidi a b, de qua conſtat per præmiſſam qd' ipſa ſit æquidiſtātiū laterū. Et ſit cōmunis ſectio duarū ſuperficierū c d & g b, linea h d, de qua cōſtat per 3 huius, qd' ipſa ſit linea recta, & per 16 huius, qd' ipſa ſit ęquidiſtās g e. Ideoq́ ſunt duæ ſuperficies g d & h b æquidiſtātiū laterū, & ipſæ ſunt baſes duorum partialiū corporū in quæ ſuperficies c d diuidit ſolidū a b. Dico itaq́ qd' proportio ſolidi a d ad ſolidū b c, eſt ſicut baſis g d ad baſin h b. Protrahātur enim utrinq́ quantū libuerit, quatuor lineę penetrātes ſuperficiē c d ſuper eius angulos, & ipſæ ſunt a f & e b cū duabus reliquis ſibi æquidiſtātibus. Sumāturq́ ex eis omnibus portiones ex parte puncti b, quot libuerit, quæ ponātur ſingulæ æquales lineæ b d, & ex parte puncti e, aliæ ſimiliter quot libuerit, quę ponātur æquales lineę e d. Super quas utrinq́ cōſtituātur ſolida parallelogrāma ſecūdū lōgitudinū exigentiā, ſintq́ ex parte puncti b, ſolida f k & l m, & ex parte puncti e, ſolida a n & p q. Eritq́ ex diffinitione corporum æqualiū atq́ ſimiliū, unūquodq́ ſolidorū f k & l m æquale ſolido e d, & unumquodq́ a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumentū quēadmodū in prima ſexti. Eſt enim ſolidū e m ita multiplex ſolidi b c, ſicut baſis h m, baſis h b, & ſolidū q c ita multiplex ſolidi a d, ſicut baſis q h, baſis g d. Et ſi baſis h m eſt æqualis baſi q h, ſolidū e m eſt æquale ſolido q c ex diffinitione corporū æqualium atq́ ſimiliū, & ſi baſis eſt minor baſi, & ſolidū eſt minus ſolido, & ſi maior, maius, quod patet ex diffinitiōe eadē, reſecata maiori baſi ad æqualitatē minoris, & deſcripto ſuper eā ſolido parallelogrāmo. Itaq́ ex diffinitione incōtinue proportionalitatis proportio ſolidi a d ad ſolidū c b, ſicut baſis g d ad baſin h b. Quod eſt propoſitum.

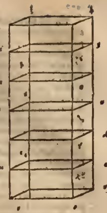


Campanus. Quod ſi ſuperficies aliqua ſecet corpus ſerratile æquidiſtāter duobus eius triangularibus ſuperficiebus oppoſitis, duo partialia corpora quę ad illā ſecantē ſuperficiē, uelut ad cōmunē terminum copulantur, ſuis baſibus erūt proportionalia. Sit enim a f corpus ſerratile, cuius ſint duæ trigonæ ſuperficies a b c, d e f. Cōſtat igitur ex diffinitione ſerratilis, unamquāq́ triū ſuperficierum quę ſunt a b d e, b e c f, a c d f, eſſe parallelogrammum. Secet igitur ſuperficies g h k, iſtud ſerratile æquidiſtanter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a b c, d e f. Dico qd' proportio ſerratilis a k ad ſerratile g f, eſt ſicut baſis a k ad baſin g f. Quod ſicut de ſolidis parallelogrāmis probatur. Protractis enim in utrāq́ partem lineis a d, b e, c f, factisq́ inter eas ex parte pūcti e ſerratilibus æqualibus ſerratili g f, & ex parte pūcti b aliis æqualibus ſerratili a k utrinq́ quouis numero, ex diffininone incontinuæ proportionalitatis (ſi cuncta uigili mente perluſtres) non erit tibi difficile concludere quod diximus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 25.

Si ſolidum parallelepipedū plano ſecetur, parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis, erit ſicut baſis ad baſin, ſic ſolidum ad ſolidum. 25

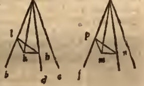
Theon ex Zāb. *Solidū, inquā, parallelopipedū α β γ δ ſecetur à plano υ ι parallelo exiſtēte eis quæ ex oppoſito planis ſcilicet ipſis ρ α & δ θ, Dico qd' eſt ſicut α ι ζ ε baſis ad ι θ γ ζ baſin, ſic eſt α β ζ υ ſolidum*



ſolidũ ad ι ε γ δ ſolidum. Extẽdatur enim α δ ex utraq; parte, ponãturq́; ipſi quidẽ ι ſ æquales quotcũq;, δ μ, μ ν, ipſi aũt α ι æquales, α κ, κ λ, cõpleanturq́; ipſa λ ε, κ φ, ſ χ, μ σ, parallelogramma, & ipſa λ π, κ ρ, δ ν, μ τ, ſolida. Et quoniã ipſæ λ κ, κ α, α ι, rectæ lineæ inuicẽ ſunt æquales, æqualia quoq; ſunt ipſa λ ε, κ φ, α ſ, parallelogrãma ſibijnuicẽ (per 1 ſexti,) & ipſa quoq; κ ξ, κ β, α κ, ſibi inuicẽ (per eãdẽ) ſunt æqualia. Et ſimiliter ipſa λ ψ, κ π, α ρ, ſibi inuicẽ (per 24 undecimi) ſunt æqualia, ex oppoſito enim. Idq́; propterea etiã ipſa quidem ι γ, ſ χ, μ σ, parallelogrãma adinuicẽ ſunt æqualia (per 1 ſexti,) ipſa quoq; ſ π, ſ ι, ι ν, ſibi inuicẽ (per eãdẽ) ſunt æqualia. Et inſuper ipſa δ ſ, μ π, ν τ, (per 24 undecimi) ſunt æqualia (ex oppoſito enim.) Tria igitur plana ipſorũ λ π, κ ρ, α ν, ſolidorũ, tribus reliquorũ planis ſunt æqualia (idq́; propterea & ipſorũ ι δ, δ μ, μ τ, ſolidorũ.) Sed tria, tribus quæ ex oppoſito (per 24 undecimi) ſunt æqualia. Ipſa igitur tria ſolida λ π, κ ρ, α ν, inuicẽ ſunt æqualia (per 8 undecimi diffinitionẽ) id propterea etiã tria ſolida ι δ, δ μ, μ τ, inuicẽ ſunt æqualia. Quotuplex igitur eſt λ ζ baſis, ipſius α ζ baſis, totuplex eſt & λ ν ſolidũ ipſius α ν ſolidi, & tã id propterea quotuplex eſt ν ζ baſis ipſius ζ ſ baſis, totuplex eſt & ν ν ſolidũ ipſius ſ ν ſolidi, & ſi æqualis eſt λ ζ baſis ipſi ν ζ baſi, æquum eſt & λ ν ſolidũ ipſi ν ν ſolido, & ſi excedit λ ζ baſis ipſam ν ζ baſin, excedit quoq; ipſum λ ν ſolidũ ipſum ν ν ſolidũ, & ſi deficit, deficit (per 1 & 14 quinti.) Quatuor iã exiſtẽtibus magnitudinibus, binis quidẽ baſibus α ζ, ζ δ, duobus aũt ſolidis α ν, ν δ, aſſumũtur æquè multiplicia, ipſius quidẽ α ζ baſis & α ν ſolidi, ipſa λ ζ baſis & λ ν ſolidũ, ipſius aũt δ ζ baſis & ſ ν ſolidi, ipſa ν ſ baſis & ipſum ν ν ſolidũ. Oſtẽſumq́; eſt, quòd ſi λ ζ baſis excedit baſin ν ſ, excedit quoq; λ ν ſolidũ, ipſum ν ν ſolidum, & ſi æquale, æquale, & ſi deficit, deficit (per diffinitionẽ 6 quinti.) In eadem autẽ magnitudines eſſe dicũtur, & reliqua. Eſt igitur ſicut α ζ baſis ad ζ δ baſin, ſic eſt α ν ſolidum ad δ ν ſolidũ: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

26 SUper datũ pũctũ datæ lineæ, angulo ſolido propoſito æqualem angulũ ſolidum cõſtituere.

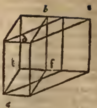


CAMPANVS. Solidus angulus propoſitus ſit a, qui cõtineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres ſuperficiales angulos ipſum ſolidũ perficiẽtes cõtinentibus, cui ſuper punctũ e lineæ e f propoſitæ quę ad libitũ proponẽtis iaceat aut in ſublimi conſurgat, iubemur æqualẽ angulũ ſolidũ cõſtituere. Qualiſcũq; ſit ſitus lineæ e f, à pũcto g ubicũq; uolueris ſignato, producto lineã g e, eruntq; (ex 2 huius) duæ lineæ e f & g e, in ſuperficie una. In hac itaq; ſuperficię ſuper pũctũ e datum in aſsignata linea ſecũdũ cõſiliũ 23 primi cõſtitue angulũ æqualẽ angulo b a c, & ipſæ ſit f e g, dehinc ex linea a d abſcinde lineã a h ſicut uolueris, & à pũcto h producito perpẽdicularẽ h k ad ſuperficiẽ in qua ſunt duæ lineæ a b & a c. Quod qualiter faciendũ ſit, 11 huius docuit. Nec ſit igitur tibi cura de pũcto k. Nihil enim refert, utrum perpẽdicularis h k occurrat ſuperficiei in qua ſunt duæ lineæ a b & a c, inter ipſas lineas, aut extra aut in earũ altera, ducito tamẽ lineã a k. Poſitoq; pũcto l in linea a b ubicũq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulũ f e m in ſuperficie linearũ e f & e g, æqualẽ angulo b a k, & lineã e m æqualẽ lineæ a k, & ex linea e f, ſume lineã e p æqualẽ lineæ a l, & à pũcto m educ lineã m n perpendicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſunt duæ lineæ e f & e g, & pone eã æqualẽ h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, cõtinere angulũ ſolidũ in puncto e, æqualẽ angulo a propoſito. Cũ ſint enim ex hypotheſi duo latera a k & k h, triãguli a k h, æqualia duobus lateribus e m & m n triãguli e m n, & anguli qui ſunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpendiculariter erectæ ſupra ſuperficiẽ, erũt ex 4 primi duæ lineæ a h & e n æquales, per eandem quoq; erũt duæ lineæ k l & m p, æquales: ideoq; etiã per eandẽ h l & n p æquales, cũ ſint h k & k l æquales m n & m p, & anguli h k l & m n p, recti: per 8 igitur primi, erit angulus n e p, æqualis angulo h a l. Simili quoq; mõ probabis, angulũ g e n eſſe æqualẽ angulo c a d. Cõſtat itaq; nos effeciſſe qđ uolumus. Huic ſi ſtudioſus inſtiteris, quotcũq; lateribus, a ſolidus angulus propoſitus cõtineatur, quod à te petitur ſine offendiculo perficere poteris.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 26.

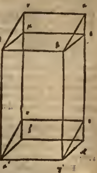
26 Ad datam rectam lineam, ad ſignumq́; in ea, dato ſolido angulo æquum ſolidum angulum conſtituere.

THEON



demonſtrandum, ipſa omnia eſſe æqualia adinuicem. Sunt autẽ eorum alia quæ non dicuntur conſtituta ſuper lineam unam, & ſunt illa quorum ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita quæcunq; ſumātur ſecundum rectitudinem protracta, non ſunt linea una, & de talibus ſequens demonſtrandum proponet, ipſa quoq; omnia eſſe adinuicem æqualia. Sint itaq; duo ſolida parallelograma æquè alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtātes a b & a c, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, quorum ſupremæ ſuperficies ſunt e b & b c, ſintq; harum ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita, cum ſecundum rectitudinem protrahantur, linea una, & ipſa ſunt c f & b c. Dico itaq; quod ſolida a b & a c, ſunt æqualia. Hoc autem (ſi figura eius ſecūdum quod oportet, actu uel cogitatione fabricaueris, & quemadmodum in 35 primi proceſſeris, idem faciẽs hic de ſerratilibus quod ibi de triangulis) facile concludere poteris, occurruntq; tibi hic eædem diuerſitates in ſolidis, quæ ibi in ſuperficiebus occurriſſe nouiſti.

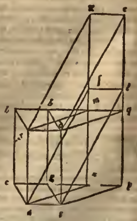
Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 29.*



Super eadem baſi & ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda conſiſtentia, quorum ſtantes ſuper eiſdẽ ſunt rectis lineis, inuicem ſunt æqualia. 29

THEON *ex Zāb. Sint ſuper eadem baſi α β, ſolida parallelepipeda γ μ, γ ν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes, hoc eſt α ζ, α η, λ μ, λ ν, γ δ, γ ι, β θ, & β κ, ſuper eiſdem ſint rectis lineis ipſi ζ ν δ κ plano. Dico quod ſolidū γ μ, æquū eſt ipſi γ ν ſolido. Quoniam enim parallelogrammū eſt utrunq; ipſorū γ δ, γ κ, æqualis eſt (per 34 primi) γ β utriq; ipſarum δ ϑ, ι κ. Quare & δ θ, ipſi ι κ eſt æqualis. Communis auferatur ι θ, reliqua igitur δ ι, reliquæ θ κ eſt æqualis. Quare & ipſum quidem δ γ ι triangulū ipſi θ κ β triangulo eſt æquale, & δ ν parallelogrammum ipſi θ ν parallelogrammo, & id propterea triangulū α η ζ, triangulo μ λ ν eſt æquale. Eſt autem & ipſum quidem γ ζ parallelogrammum, ipſi β μ parallelogrammo æquū, & γ η, ipſi β ν, ex oppoſito nanq;. Igitur & priſma cōprehenſum ſub duobus quidem triangulis ζ α η, δ γ ι, tribuſq; parallelogrammis α δ, δ η, γ η, æquum eſt priſmati comprehenſo ſub duobus quidem triangulis μ λ ν, θ β κ, & tribus parallelogrammis, hoc eſt β μ, ν θ, β ν. Commune apponatur ſolidum, cuius baſis quidẽ ſit parallelogrammum α β, ex oppoſito autem η ι θ μ. Totum igitur γ μ ſolidum parallelepipedum, toti γ ν ſolido parallelepipedo eſt æquale. Super eadẽ igitur baſi exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, ſunt inuicẽ æqualia. Quod oportuit oſtendere.*

Eucl. ex Camp. *Propoſitio 30.*



CVncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æquè alta, quæ in eadẽ baſi non autem ſuper unam lineā fuerint conſtituta, probantur eſſe æqualia. 30

CAMPANVS. Sint nunc duo ſolida parallelogramma æquè alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtātes, ſintq; ſuper unam & eandem baſin, ſed non ſuper lineam unam conſtituta. Dico iterum ea eſſe æqualia. Eſto enim duo ſolida parallelogramma a b & a c æquè alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtātes, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, ſed non ſuper unam lineam, ſintq; eorum ſupremæ ſuperficies e b & f c, quarum oppoſita latera ſecundum rectitudinem protracta, non erunt linea una. Cumq; ipſa ex hypotheſi ſint in una ſuperficie eo qđ ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies æquidiſtantes, neceſſe eſt ut duo latera unius earum protracta

ſecundum

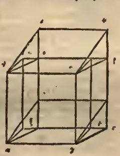
ſecundùm rectitudinē, ſecent duo alterius earum protracta ſecundùm rectitudinem. Protrahantur itaque duo oppoſita latera ſuperficiei e b, quæ ſint e g & h b, & duo oppoſita ſuperficiei f c, quæ ſint k f & c l, & ſecent quatuor puncta m, n, p, q, eritque ſuperſicies m n p q, æquidiſtantiū laterum, æqualis unicuique trium ſuperficierū, quarum una eſt baſis propoſitis ſolidis cōmunis, & ipſa eſt a d, & duæ reliquæ ſunt ſupremæ ſuperficies eorundem ſolidorum, & ipſę ſunt e b & c f. Ductis itaque lineis à quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos baſis a d ſibi inuicem directam habitudinem relatos, quæ ſit n a, m r, p ſ, q d, perfectum erit ſolidum parallelogrammū a q in eadem baſi cum utroque duorum priorum, & æquè altum, & ſuper lineam unam cum utroque ipſorum. Per præmiſſam igitur utrunlibet duorum ſolidorum propoſitorum quæ ſunt a b & a c, eſt æquale ſolido a q. per conceptionem ergo eſt ſolidum a b, æquale ſolido a c, quare conſtat propoſitū.

Campanus. Potes quoque conuerſas huius & præmiſſæ probare ſi libet, ducendo ad impoſſibile. Pones enim quælibet duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & cōſtituta ſuper eandem baſin æquidiſtantia, & demonſtrabis ea eſſe æquè alta. Eruntque hæc & promiſſa tuæ demonſtrationis mediū. Impoſſibile autē ad quod duces, erit partē ſuo toti eſſe æqualem. Quod euidēter patebit, ſi de illo ſolido (quod altius eſſe mentitur aduerſarius, cùm tamē ambo poſita ſint æqualia & ſuper eandem baſin conſtituta) unum ſolidum parallelogrammum ęquè altum demiſſiori abſcideris. Hoc autem abſciſſum æquale eſſe demiſſiori conuinces ex hac & præmiſſa, ideo & toti illi à quo ipſum abſcideris ex communi ſcientia.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 30.*

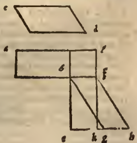
30 Super eadē baſi exiſtētia ſolida parallelepipeda & ſub eadē altitudine, quorū ſtantes nō ſunt ſuper eiſdē rectis lineis, inuicem ſunt ęqualia.

THEON ex Zamb. *Sint ſuper eadem baſi α β ſolida parallelepipeda γ μ, γ ν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes α ζ, α ο, λ μ, λ ν, γ δ, γ ι, β θ, β κ, nō ſint ſuper eiſdem rectis lineis. Dico quòd ſolidum γ μ, æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Extendantur, inquam, ipſæ ν ο, κ ι, inſuper & ipſæ μ θ, ζ δ, concurrantque adinuicem in ι, ς, π, ξ, ſignis, connectanturque α ξ, λ ο, γ π, β ρ. Aequum iam eſt (per 29 undecimi) ipſum γ μ ſolidum, cuius baſis eſt α γ β λ, parallelogrāmum, ex oppoſito uerò ζ δ θ μ, ipſi γ ο ſolido, cuius quidem baſis α γ β λ, parallelogrammum, ex oppoſito autem ξ π ρ ο, ſuper eadem enim baſi ſunt α γ β λ, quorū ſtantes α ζ, α ξ, λ μ, λ ο, γ δ, γ π, β θ, β ρ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ζ π, μ ρ. Sed ſolidum γ ο, cuius baſis quidem eſt α γ, β λ parallelogrammum, ex oppoſito autem ξ π ρ ο, æquum eſt ipſi γ ν ſolido, cuius baſis quidem α γ β λ, parallelogrammum, ex oppoſito autem ο ι κ ν, ſuper eadem enim ſunt baſi α γ β λ, & ipſorū ſtantes α ο, α ξ, γ ι, π γ, λ ν, λ ο, β κ, β ρ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis λ ξ, π κ. Quare & γ μ ſolidum, æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdem rectis lineis, ſunt inuicem æqualia: quod erat oſtendendum.*



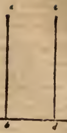
Eucl. ex Camp. *Propoſitio 31.*

31 SOlida æquidiſtātiū ſuperficierū in baſibus æquis cōſtituta, ſi fuerint æquè alta, lineæque eorū angulares ſupra baſes orthogonaliter ſteterint, erunt æqualia.



Campanus. Et hoc quoque uerū eſt qđ omnia ſolida parallelogramma in æquis baſibus atque inter ſuperficies æquidiſtantes, ſiue æquè alta conſtituta ſunt ad inuicem æqualia, ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſuper æquales baſes & inter lineas æquidiſtātes conſtitutis in 36 primi probatum eſt. At talium ſolidorum, alia quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes orthogonaliter eriguntur, de quibus hæc 31 proponit, demonſtrandum ea eſſe æqualia. Alia uerò ſunt quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes non ſunt orthogonaliter erectæ, de quibus ſequens demonſtrandum proponit ea eſſe æqualia. Intelli-

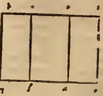
ciem aſſignatã, erit earũ communis ſectio linea recta ex 5 huius, ſitq́ b d. In hac ergo communi ſectione ſignato puncto quolibet qui ſit d, extrahatur ab eo in ſuperficie quæ producta eſt à linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ ſit d c. Eritq́ ex ſecũda parte 28 primi, linea c d, æquidiſtans lineæ a b, ideoq́ ex 8 huius, linea c d, eſt etiam perpendicularis ad ſuperficiem propoſitam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter à quolibet puncto lineæ b d, ad ipſam lineam b d, in ipſa ſuperficie quæ producta eſt à linea a b, eſt perpendicularis ad propoſitam ſuperficiem, ex diffinitione ſuperficiei ſupra ſuperficiem orthogonaliter erectæ: conſtat uerum eſſe quod propoſitum eſt.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quę per ipſam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. 18

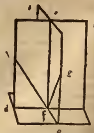
THEON *ex Zamb. Recta enim linea α β, ſubiecto plano ad angulos rectos eſto. Dico quòd & omnia quæ per α β plana, ad ſubiectũ planum ad angulos rectos ſunt. Extẽdatur, inquam, per α β, planum δ ε, ſitq́; (per 3 undecimi) communis ſectio ipſius δ ε linea plani, & ſubiecti, γ ε, & ſumatur in γ ε, contingens ſignũ ζ, & ab ipſo ζ, (per 11 undecimi) ipſi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipſa ζ η. Et quoniam α β ad ſubiectũ planum recta eſt, & ad omnes igitur ipſam tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes recta eſt ipſa α β (p 2 undecimi diffinitionem) quare & ad γ ε recta eſt. Igitur angulus qui ſub α β ζ, rectus, eſt autem qui ſub η ζ β, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipſi ζ η parallelus eſt. Ipſa autem α β, ad ſubiectum planũ ad angulos rectos eſt, & ζ η igitur ad ſubiectum planum ad angulos rectos eſt. Et quoniam (per 3 diffinitionem undecimi) planũ ad planũ rectum eſt quando quæ cõmuni ſectioni planorũ ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquũ planum ad angulos fuerint rectos, & ipſi γ ε ſectioni planorũ cõmuni, in uno planorum δ ε ſcilicet ad angulos rectos acta ζ η, oſtenſa eſt ſuppoſito plano ad angulos rectos eſſe, igitur planum δ ε rectum eſt ad ſuppoſitum planum. Similiter iam oſtendetur quod omnia quæ per α β plana, recta ſunt ad ſubiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipſam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

SI duæ ſuperficies ſeinuicem ſecantes, ſupra unam ſuperficiem erectæ fuerint orthogonaliter, cõmunis earum ſectio ad eandem ſuperficiem perpendicularis erit. 19

CAMPANVS. Sint duæ ſuperficies a b & c d ſeinuicem ſecantes, erectæ orthogonaliter ſuper aſſignatam ſuperficiẽ, ſitq́ cõmunis earũ ſectio linea recta e f. Hanc dico eſſe perpendicularẽ ad aſſignatam ſuperficiem. Alioqui à puncto f qui eſt communis terminus ſectionum duarum ſuperficierum ſecantium & tertiæ ſuperficiei ſectæ, producatur una linea recta quæ ſit f g, in ſuperficie a b, perpendicularis ad ſuperficiem aſſignatam, itemq́ ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem ſuperficiem, quæ ſita ſit in ſuperficie c d & ipſa ſit f h, eruntq́ duæ lineæ f g & f h, orthogonaliter inſiſtentes ſuper punctum unum ad ſuperficiẽ aſſignatã. Hoc autem, impoſſibile eſt per 13 huius. Tales autem lineas poſſe protrahi à puncto f in utraq́ duarum ſuperficierũ a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad aſſignatam ſuperficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis ſectio ſuperficiei a b & ſuperficiei aſſignatæ, & linea f d, ſuperficiei c d & ſuperficiei aſſignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq́ duarũ linearum f b & f d, ipſa etiam erit perpendicularis ad ſuperficiem aſſignatã ex quarta huius. Si autem ad neutram, ſit f g perpẽdicularis ad f b, & f h perpẽdicularis ad f d. Deinde à puncto f protrahe in ſuperficie aſſignata unam lineam perpẽdicularẽ ad lineam f b, quæ ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ, cum linea f g



contінebit

continebit angulum rectum:per quartam igitur huius erit linea f g,perpendicularis ad ſuperfi-
ciem aſsignatam.Eodem quoq; modo protracta alia linea à puncto f in ſuperficie aſsignata,quæ
ſit perpendicularis ad lineam f d, ſequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius,lineam f h
eſſe perpendicularem ad ſuperficiem aſsignatam,quod eſt impoſsibile per 13 huius. Quod ſi con-
fiteare lineam e f eſſe perpendicularem ad lineam f b,ſed non ad lineam f d,ſequetur modo con-
ſimili duas lineas e f & f h eſſe perpendiculares ad ſuperficiem aſsignatã. Quod nihil minus eſt
impoſsibile.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 19*

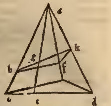
19 Si bina plana ſeſe inuicem diſpeſcentia, plano alicui ad angulos re-
ctos fuerint,& ipſorum communis ſectio ad idem planum ad angulos
rectos erit.



THEON ex Zamber. *Bina etenim plana α β, β γ, ſubiecto plano ad angulos ſint rectos, communis autem ipſorum ſectio ſit β δ. Dico quod ipſa β δ, ad ſubiectũ planum ad angulos eſt rectos. Non ſit. Et excitentur (per 12 undecimi) ab ipſo δ ſigno in plano quidem α β, ipſi α δ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipſa δ ε, in plano autem β γ, ipſi γ δ ad angulos rectos δ ζ. Et quoniam planum α β ad ſubiectum planum rectum eſt, & communi ipſorum ſectioni α δ ad angulos rectos, α δ in ipſo α β plano excitatur δ ε, igitur δ ε ad ſubiectum planum recta eſt. Similiter iam demonſtrabimus, quod & δ ζ ad ſubiectum planum recta eſt. Ab eodem igitur ſigno δ, ad ſubiectum planum binæ rectæ ad angulos rectos conſtitutæ ſunt ad eaſdẽ partes. Quod eſt impoſsibile. Igitur ad ſubiectum planum, α ſigno γ ad angulos rectos non cõſtituetur alia, præter δ ζ communem ſectionem, ipſorum β α, ζ γ, planorum. Si bina igitur plana inuicem ſeſe diſpeſcentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos, & communis ipſorum ſectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod oſtendere oportebat.*

Eucl.ex Camp. *Propoſitio 20.*

20 SI tres anguli ſuperficiales ſolidum angulum contineant, illo-
rum trium angulorum quiq; duo pariter accepti reliquo ſunt
maiores.



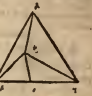
CAMPANVS. Sint tres lineæ a b,a c,a d,pyramidaliter erectæ ſupra ſuperficiem b c d,continentes tres ſuperficiales angulos, ex quibus ſolidus perficitur angul⁹ in pũcto a. Dico quoslibet duos ex ipſis ſuperficialibus angulis ſolidum angulum in puncto a cõſtituentibus, pariter acceptos, tertio eſſe maiores. Si enim hi tres anguli ſuperficiales fuerint ſibi inuicem æquales, aut ſi duo tantum æquales exiſtente tertio minore utrolibet duorum æqualiũ, conſtat per cõmunem ſcientiam uerum eſſe quod dicitur. Quod ſi eorum unus utrolibet duorum reliquorum maior fuerit ſiue illi duo ponantur æquales ſiue non æquales, adhuc conſtat illum maiorem & utrumlibet duorum reliquorum pariter acceptos, tertio eſſe maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertió qui maior utrolibet ponitur, eſſe maiores, ſic collige. Eſto enim trium propoſitorum angulorum ſuperficialium angulus a c d, maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipſo ergo abſcindam angulum c a d æqualem angulo b a d, protracta linea a e. Et ſumam ex hac linea a e, lineam a g, & ex linea a b, lineã a f, quas ponam eſſe æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunq; contingat, in ſuperficie duarum linearum a e & a d, quouſq; ſecet a e in puncto h, & a d in puncto k, & ipſa ſit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum ſit igitur a f æqualis a g, poſita a k communi, erit per 4 primi f k æqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k ſunt maiores linea h k, erit per conceptionem h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cum ſit linea a f æqualis lineæ a g, erit angulus f a l, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur conſtat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos, eſſe maiores angulo h a k. Quód erat demonſtrandum.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 20.*

21 Si ſolidus angulus ſub tribus angulis plenis comprehendatur, qui-
uis duo reliquo maiores ſunt quomodocunq; ſuſcepti.

THEON ex Zamb. *Solidus angulus qui ad α, ſub tribus planis, hoc eſt β α γ, γ α δ, δ α β, comprehendatur. Dico quod bini quomodocunq; ſuſcepti, reliquo ſunt maiores. Si quidem ipſi qui ſub β α γ,*

γαδ, δαβ, anguli ſunt inuicem æquales, manifeſtum eſt quòd bini reliquo, quomodocunq; ſuſcepti ſunt maiores. Si autem non, ſit maior qui ſub βαγ, conſtituaturq; (per 23 primi) ad αβ rectam lineam, & ad ſignum in ea α, angulo qui ſub δαβ, in eo quod per βαγ plano, æqualis angulus βαε, ponaturq; (per 2 primi) ipſi αδ æqualis αε, & per ε ſignũ ducta βεγ linea, diſſecet ipſas αβ, αγ, rectas lineas in ſignis β, γ, connectanturq; δβ, δγ. Et quoniã δα ipſi αε eſt æqualis, cõmunis aũt αβ, duæ igitur δα, αβ duabus βα, αε, ſunt æquales, & angulus qui ſub δαβ, angulo qui ſub βαε eſt æqualis: baſis igitur δβ (per 4 primi) baſi βε eſt æqualis. Et quoniã duæ δβ, δγ, ipſa βγ ſunt maiores, quarum δβ ipſi βε oſtenſa eſt æqualis, reliqua igitur δγ, reliqua εγ maior eſt. Et quoniam ipſa δα ipſi αε æqualis, cõmunis autẽ αγ, & baſis δγ baſi εγ maior eſt, angulus igitur qui ſub δαγ, angulo qui ſub εαγ maior eſt. Oſtenſum autem eſt, quòd & qui ſub δαβ, eſt æqualis ei qui ſub βαε. Ipſi igitur qui ſub δαβ, δαγ, eo qui ſub βαγ ſunt maiores. Si ſolidus igitur angulus ſub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocunq; aſſumpti ſunt maiores reliquo. Quod erat oſtendendum.

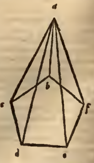


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 21.*

OMnis angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſſe probatur.

CAMPANVS. Anguli ſolidi quantitas, ex angulorum ſuperficialium ipſum ſolidum continentium quantitate determinatur. Hac ergo 21 propoſitione id etiam proponitur, quoslibet ſuperficiales angulos ſolidum quemlibet continentes pariter acceptos, quatuor rectis angulis eſſe minores. Sit enim triangula pyramis a b c d, cuius ſupremus angulus cum poſsit eſſe quilibet ſuorum angulorum, hic tamen ſit a, de quo dico, quod tres ſuperficiales anguli ipſum a continentes, ſunt minores quatuor rectis. Conſtat enim ex 32 primi, nouem angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumſtantium (& ipſi ſunt a b c, a c d, a d b) eſſe æquales ſex angulis rectis, de tribus autem angulis baſis eius quę eſt triangulus b c d, conſtat quoq; per eandem, quòd ipſi ſunt æquales duobus rectis. Cum igitur ſex anguli trium triangulorum prædictorũ hanc noſtram pyramidem (de cuius ſupremo angulo diſputamus) circundantium, qui inquam ſex anguli cum tribus angulis baſis reliquos tres angulos ſolidos pyramidis continent, ſint ex præmiſſa ter aſſumpta maiores tribus angulis baſis, ſequitur ipſos ſex angulos eſſe maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorum pyramidem circundantium his ſex angulis demptis erunt ex communi ſcientia reliqui tres (& ipſi ſunt qui conſtituunt ſolidum angulum a) minores 4 rectis. Si autem angulus a ſupremus in aſſumpta pyramide pluribus angulis ſuperficialibus quàm tribus contineatur, quod erit ſecundum multitudinem angulorum ſuæ baſis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipſam pyramidem circundantium pariter accepti ſint ex 32 primi, tot rectis angulis æquales quantus eſt numerus angulorum ſuæ baſis duplicatus, eo quòd tot neceſſe eſt eſſe triangulos pyramidem circundantes quot fuerint anguli ſuæ baſis, cumq; omnes anguli ſuæ baſis ſint tot rectis angulis æquales quantus eſt numerus angulorum ſuorũ duplicatus, demptis inde 4 ut in 32 primi demonſtratum eſt: cumq; igitur omnes anguli triangulorum pyramidem circundantium, qui ſuper latera baſis ipſius pyramidis cõſiſtunt pariter accepti ſint maiores omnibus angulis baſis pariter acceptis, ut euidenter conſtat ex præmiſſa toties quot angulos baſis habuerit repetita, adhuc neceſſariò ſequitur ex communi ſcientia, ſuperficiales angulos ſolidum angulum a continentes pariter acceptos eſſe minores quatuor rectis, eo inquam minores quo omnes anguli trigonorum pyramidem circundantium qui ſuper latera baſis ſtatutæ pyramidis conſiſtunt, excedunt omnes angulos baſis pariter acceptos.



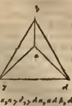


Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 25.*

Omnis ſolidus angulus, ſub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis comprehenditur.

THEON ex Zamb. *Sit ſolidus angulus qui ad α, comprehenſus ſub planis angulis qui ſub βαγ, δαγ,*

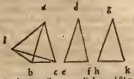
δαγ, δαβ. Dicò quòd ipſi βαγ, δαγ, δαβ, anguli, quatuor rectis ſunt minores. Aſſumatur, inquam, in unaquaq; ipſarū αγ, αβ, αδ, rectarū linearū ſigna utcunq; ſintq; β, γ, δ, cōnectanturq; βγ, γδ, δβ. Et quoniā ſolidus angulus eſt qui ad β, ſub tribus enim planis angulis cōprehenditur, hoc eſt, ſub ijs qui ſub γβα, αβδ, & γβδ (per 20 undecimi) bini utcunq; ſumpti, reliquo ſunt maiores. Igitur qui ſub γβα, αβδ, eo qui ſub γβδ ſunt maiores. Et idpropterea qui ſub βγα, αγδ, eo qui ſub βγδ ſunt maiores, & inſuper qui ſub γδα, αδβ, eo qui ſub γδβ ſunt maiores. Igitur ſex anguli γβα, αβδ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, tribus, hoc eſt eis qui ſub γβδ, βγδ, γδβ, ſunt maiores. Sed ipſi tres qui ſub γβδ, βδγ, βγδ, duobus rectis ſunt æquales, igitur qui ſub γβα, αβδ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores. Et quoniam uniuſcuiuſq; ipſorum αβγ, αβδ, αγδ, triangulorum tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorum anguli nouem qui ſub γβα, αγβ, βαγ, αγδ, δαγ, γδα, αδβ, δβα, βαδ, ſex rectis ſunt æquales. Quorū qui ſub αβγ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, δβα, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores: reliqui igitur qui ſub βαγ, γαδ, δαβ, tres anguli, comprehendentes ſolidum angulum, quatuor rectis ſunt minores. Omnis igitur ſolidus angulus ſub minus quatuor rectis angulis planis comprehenditur: quod erat oſtendendum.

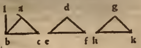


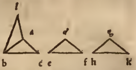
Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

22. SI tres anguli ſuperficiales quorum quiq; duo pariter accepti tertio ſint maiores, cunctis ſibi inuicem æquis lineis cōtineantur, de tribus baſibus angulos illos ab ipſorum linearum æqualium terminis ſubtendentibus, triangulum ſubſtitui uel conſtitui poſsibile eſt.

CAMPANVS. Sint tres ſuperficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quiq; duo eorū tertio ſint maiores, ſintq; ſex latera eos cōtinentia, æqualia, quæ ſunt a b, a c, d e, d f, g h, g k, & ſubtendantur eis tres baſes quæ ſint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus baſibus, triangulū aio conſtitui poſſe. Eſto enim angulus a b l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & protrahātur l b, l c, eritq; ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypotheſi uerò conſtat, totalem angulū a eſſe maiorem angulo g, erant enim quiq; duo ex tribus angulis b a c, d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi linea l c, linea h k eſt maior. Cumq; ſint ex 20 primi duæ lineæ l b & b c maiores linea l c, ſequitur duas lineas l b & b c eſſe multofortius maiores linea h k. Quia igitur l b eſt æqualis e f, erūt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Conſtat itaq; hoc modo, quaſque duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, eſſe lōgiores tertia. Igitur ex 22 primi conſtat uerum eſſe quod dicitur. Hoc dūtaxat addito, quod ſi duo anguli b a c & d pariter accepti ſint æquales duobus rectis, erunt duę lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quæ cū ſit æqualis ex hypotheſi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores ſunt linea h k, cumq; ex eadem lineæ duæ l b & b c ſint longiores linea l c, ſequitur ut prius b c & e f pariter acceptas eſſe longiores h k. At uerò ſi duo prædicti anguli ſunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duab. quæ ſunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ ſunt longiores linea h k.





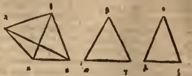


Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 22.*

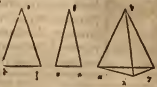
22 Si fuerint tres anguli plani, quorū bini reliquo ſint maiores quomodocunq; aſſumpti, comprehendant autem ipſos æquales rectæ lineæ, ex cōnectentibus æquales rectas lineas triangulū cōſtitui, eſt poſsibile.

THEON ex Zamb. *Sint tres anguli plani qui ſub αβγ, δεζ, & ηθκ, quorū bini reliquo ſint maiores quomodocunq; ſumpti, hoc eſt αβγ, δεζ, ipſo ηθκ, ipſi autem qui ſub δεζ, ηθκ, ipſo αβγ, & inſuper qui ſub ηθκ, αβγ, eo qui ſub δεζ, ſintq; æquales αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, rectæ lineæ, cōnectanturq; αγ, δζ, ηκ. Dico quod ex æqualibus ipſis αγ, δζ, ηκ, triangulū conſtituere eſt poſſibile, hoc eſt quod ipſarum αγ, δζ, ηκ, binæ quomodocūq; ſumptæ reliquis ſunt maiores. Si quidem qui ſub αβγ, δεζ, ηθκ, anguli inuicem ſunt æquales, manifeſtū quod & ipſis αγ, δζ, ηκ, æqualibus adinuicē factis, eſt poſsibile ex æqualibus ipſis*

α γ, δ ζ, η κ, triangulũ conſtrui. Si autẽ non, ſint inæquales. Conſtituaturq́; (per 23 primi) ad ipſam θ λ rectã lineã, & ad ſignũ in ea θ, angulo qui ſub α β γ, æqualis, angulus qui ſub κ θ λ, & ponatur (per 2 primi) uni ipſarũ α β, ζ γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, æqualis θ λ, cõnectanturq́; κ λ, η λ. Et quoniã binæ α β, β γ, duabus κ θ, θ λ, ſunt æquales, & angulus qui ad β angulo qui ſub κ θ λ eſt æqualis, baſis igitur α γ (per 4 primi) baſi κ λ eſt æqualis. Et quoniam qui ſub α β γ, η θ κ, eo qui ſub δ ε ζ ſunt maiores, æqualis autẽ qui ſub κ θ λ eis qui ſub α β γ, & η θ κ, qui igitur ſub η θ λ, eo qui ſub δ ε ζ maior eſt. Et quoniã duæ η θ, θ λ, duab. δ ε, ε ζ ſunt æquales, & angulus qui ſub η θ λ angulo qui ſub δ ε ζ maior eſt, baſis igitur η λ (per 24 primi) baſi δ ζ maior eſt. Sed ipſæ η κ, κ λ, ipſa η λ ſunt maiores, multomagis igitur η κ, κ λ, ipſa δ ζ ſunt maiores. Aequalis autem eſt κ λ, ipſi α γ: ipſæ igitur α γ, η κ, reliqua δ ζ ſunt maiores. Similiter iã oſtẽdemus, quòd & ipſæ quidẽ α γ, δ ζ, ipſa η κ ſunt maiores, & η κ, δ ζ, ipſa α γ. Poſſibile igitur eſt, ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ cõfici: quod oſtẽdendũ erat.



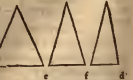
ALITER. *Sint dati tres anguli plani qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorũ duo reliquo ſint maiores quomodocũq; aſſumpti. Cõprehendant autẽ ipſos æquales rectæ lineæ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ. Cõnectanturq́; ipſæ α γ, δ ζ, η κ. Dico quòd ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ cõſtrui eſt poſsibile, hoc eſt rurſus quòd duæ reliquæ ſunt maiores quomodocũq; aſſumptæ. Siquidẽ rurſus qui ad β, ε, θ, ſigna anguli ſunt æquales, erunt quoq; ipſæ α γ, δ ζ, η κ æquales, & duæ reliquæ erũt maiores. Si autẽ non, ſint inæquales qui ad ipſa β, ε, θ, ſigna anguli, ſitq́; maior angulus qui ad β, utroq; ipſorum ε, θ: maior igitur eſt (per 24 primi) & α γ recta linea, utraq; ipſarũ δ ζ, η κ, & manifeſtũ, quod α γ cum utraq; ipſarũ δ ζ, η κ, reliqua maior eſt. Dico quod & δ ζ, η κ, reliqua α γ ſunt maiores. Cõſtituatur (per 23 primi) ad α β rectã lineã ad ſignũq; in ea β, ei qui ſub η θ κ angulo æquus qui ſub α β λ, ponaturq́; (per 2 primi) uni ipſarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, æqualis β λ: cõnectãturq́; α λ, λ γ. Et quoniam duæ α β, β λ, duabus η θ, θ κ, ſunt æquales altera alteri, & æquos angulos cõprehẽdũt: baſis igitur α λ (per 4 primi) baſi η κ eſt æqualis. Et quoniã qui ad ε, θ, ſigna anguli, eo qui ſub α β γ ſunt maiores, quorũ qui ſub η θ κ, eo qui ſub α β λ eſt æqualis, reliquus igitur qui ad ε angulus, eo qui ſub λ β γ maior eſt, & quoniã duæ λ β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub δ ε ζ, angulo qui ſub λ β γ maior eſt, baſis igitur δ ζ (per 24 primi) baſi λ γ maior eſt. Oſtẽſum aũt eſt quòd æqualis eſt η κ ipſi α λ. Ipſæ igitur δ ζ, η κ, ipſis α λ, λ γ, ſunt maiores. Sed ipſæ α λ, λ γ, ipſa α γ, ſunt maiores, multomagis igitur δ ζ & η κ, ipſa α γ ſunt maiores. Ipſarũ igitur α γ, δ ζ, η κ, rectarum linearum duæ reliqua ſunt maiores, quõcunq; aſſumptæ. Poſsibile igitur eſt, ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ confici: quod oportuit oſtẽdere.* 25



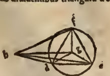
22 Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.

TRibus angulis ſuperficialibus propoſitis, quorum quilibet duo pariter accepti tertio ſunt maiores omnes, & tres ſimul quatuor rectis angulis minores, ex tribus illis æqualibus qualeſcunq; ſint, ſolidum angulum conſtituere. 23

CAMPAN. 8. Sint propoſiti tres anguli ſuperficiales qui ſunt a, b, c, de tribus illis æqualibus uolum⁹ unũ ſolidũ angulũ cõſtituere. Oportet igitur ex 20 huius, ut quilibet duo eorũ pariter accepti tertio ſint maiores, & ex 27 huius ut oẽs pariter accepti quatuor rectis angulis ſint minores. Ex ipſis itaq; ſint hæc poſita Latera uerò eos continẽtia cũcta adinuicẽ ſint ęqualia, eisq́; ſubtẽdãtur tres baſes, & ipſæ ſint d e, e f, & f d, eritq́; ex pręmiſſa poſsibile, de tribus lineis his baſibus æqualibus triãgulũ cõſtitui. Sit igitur ex eis ſecũdũ doctrinã 22 primi, triãgulus d e f, cõſtitutus, cui ſicut docuit 5 quarti, circũſcribatur circulus d e f ſupra cẽtrũ g, & pertrahatur g d, g e, g f. Quæ cũ ſint adinuicẽ æquales ex diffinitiõe circuli, lateraq́; tres propoſitos angulos ambiẽtia ęqualia ex hypotheſi, neceſſe eſt ut earum quælibet quolibet illorũ laterũ ſit minor, æqualẽ aũt aut maiorẽ eſſe eſt impoſsibile. Si enim linea exiẽs à cẽtro g, circũferẽtiã circuli d e f eſſet æqualis alicui laterum a d, a e, b e, b f, c f, c d, ſequeretur propterea quæ poſita ſunt, annuẽte 8 primi, tres angulos a, b, c, propoſitos, eſſe æquales tribus angulis d g e, e g f, f g d. Cumq́; hi tres ſint æquales quatuor rectis angulis, ut facile patet ex 13 primi, protracta

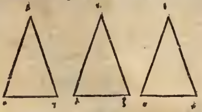


protracta pauliſper una linearũ exeuntium à centro ad circũferentiã in cõtinuũ & directũ, eſſent etiã tres anguli a,b,c, æquales etiã quatuor rectis. Quod eſt cõtra poſita. Quod ſi eſſet maior ſuperpoſitis tribus triangulis quorũ ſunt anguli a,b,c, tribus triangulis diuidentibus triangulũ d e f unoquoq; illi cũ quo cõmunicat in baſi, ita qd' baſes ſuperpo nantur baſibus æquales uidelicet æqualibus, & anguli a b c cadant ad partẽ puncti g, ſequeretur ex 21 primi tres angulos a,b, c, eſſe maiores tribus qui ſunt d g e, e f g, f g d. Eſſent itaq; maiores quatuor rectis. Quod eſt amplius contrariũ poſitis. Relinquitur itaq; unũquodq; ex ſex lateribus tres propoſitos angulos ambientibus, maius eſſe linea egrediente à centro g, ad circumferentiã d e f, ideoq; etiã potentius. Sit igitur potentius in linea g h, quæ ſit ſecundũ 12 huius orthogonaliter erecta ſuper ſuperficiem anguli uel circuli d e f, demittanturq; tres hypothenuſæ h d, h e, h f, quas dico cõtinere angulos tres ſuperficiales æquales tribus propoſitis, cõſtituẽtes angulũ ſolidũ in puncto h. Cũ enim quadratũ lineæ a d ſit æquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypotheſi, at quadratũ lineæ d h ſit æquale eiſdẽ ex penultima primi, neceſſe eſt lineã a d eſſe æqualẽ lineæ d h. Eodemq; modo & lineã a e, lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum baſes etiã ſint æquales, erit angulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis angulo e h f, & angulus c æqualis angulo f h d. Quare conſtat factũ eſſe quod facere diſpoſuimus.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 23.*

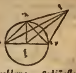
23 Ex tribus angulis planis quorũ duo quomodocũq; ſumpti ſint reliquo maiores, ſolidum angulũ conficere, oportet uerò ipſos tres, quatuor rectis eſſe minores.



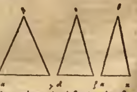
THEON *ex Zãb. Sint dati tres anguli plani qui ſub* α β γ, δ ε ζ, η θ κ, *quorũ duo quomodocunq; aſſumpti reliquo ſint maiores, inſuperq; ipſi tres quatuor rectis minores, oportet iã ex æqualibus eis q ſub* α β γ, δ ε ζ, η θ κ, *ſolidũ cõſtituere angulũ. Aſſumãtur æquales* α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, *cõnectanturq;* α γ, δ ζ, η κ. *Igitur (per 22 undecimi) ex æqualibus ipſis* α γ, δ ζ, η κ, *triangulũ cõfici eſt poßibile. Cõſtruatur, ſitq;* λ μ ν, *ſic ut* α γ *æqua ſit ipſi* λ μ, *&* δ ζ *ipſi* μ ν *&* η κ *ipſi* λ ν. *Circũſcribatur aũt (per 5 quarti) ipſi* λ μ ν *triangulo, circulus* λ μ ν, *ſumaturq; (p 1 tertij) ipſius centrũ, qd' quidẽ erit aut intra triãgulũ* λ μ ν, *aut in uno laterũ ipſius, aut extra, ſit primũ intra triangulũ, ſitq;* ξ, *cõnectanturq;* λ ξ, μ ξ, ν ξ. *Dico quod* α β, *ipſa* λ ξ *maior eſt. Si autẽ non, aut* α β *ipſi* λ ξ *eſt æqualis, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Et quoniã* α β *ipſi* λ ξ *eſt æqualis, ſed* α β *ipſi* β γ *eſt æqualis, igitur* λ ξ *ipſi* β γ *eſt æqualis. Ipſa autẽ* λ ξ *ipſi* ξ μ *(per 15 diffinitionem primi.) Duæ iã* α β, β γ, *duabus* λ ξ, ξ μ, *ſunt æquales altera alteri, & baſis* α γ, *baſi* λ μ *ſupponitur æqualis, angulus igitur qui ſub* α β γ *(per 8 primi) angulo qui ſub* λ ξ μ *eſt æqualis. Id propterea etiam & qui ſub* δ ε ζ, *ei qui ſub* μ ξ ν *eſt æqualis, & præterea qui ſub* η θ κ, *ipſi qui ſub* ν ξ λ. *Ipſi igitur qui ſub* α β γ, δ ε ζ, η θ κ, *anguli, ipſis tribus qui ſub* λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, *ſunt æquales. Sed tres qui ſub* λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, *quatuor rectis ſunt æquales, & tres igitur qui ſub* α β γ, δ ε ζ, η θ κ, *quatuor rectis ſunt æquales. Supponũtur & quatuor rectis minores. Quod eſt impoßibile. Igitur* α β *ipſi* λ ξ *æqualis nõ eſt. Dico etiã quod nec minor eſt* α β, *ipſa* λ ξ. *Si enim poßibile, eſto, ponaturq; (per 2 primi) ipſi* α β *æqualis* ξ ο, *ipſi aũt* β γ *æqualis* ξ π, *cõnectaturq;* ο π. *Et quoniam æqualis eſt* α β *ipſi* β γ, *æqualis eſt &* ξ ο *ipſi* ξ π: *quare & reliqua* ο λ, *reliquæ* π μ *eſt æqualis. Parallelus igitur eſt (per 2 ſexti)* λ μ *ipſi* ο π, *& æquiangulũ eſt* λ μ ξ *ipſi* ο π ξ, *quẽadmodum igitur* ξ λ *ad ipſam* λ μ, *ſic eſt* ξ ο *ad* ο π: *uicißim igitur (per 16 quinti) ſicut* λ ξ *ad* ξ ο, *ſic* λ μ *ad* ο π. *Maior aũt eſt* λ ξ *ipſa* ξ ο, *maior igitur eſt &* λ μ, *ipſa* ο π. *Sed ipſa* λ μ, *poſita eſt ipſi* α γ *æqualis, &* α γ *igitur, ipſa* ο π *maior eſt. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ* α β, β γ, *duabus* ο ξ, ξ π, *ſunt æquales, & baſis* α γ *baſi* ο π *maior eſt, angulus igitur qui ſub* α β γ, *angulo qui ſub* ο ξ π *maior eſt (per 25 primi.) Similiter iã oſtendemus, qd' & qui ſub* δ ε ζ, *eo qui ſub* μ ξ ν *maior eſt, & qui ſub* η θ κ *eo qui ſub* ν ξ λ. *Ipſi igitur tres anguli qui ſub* α β γ, δ ε ζ, η θ κ, *tribus qui ſub* λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ *ſunt maiores. Sed qui ſub* α β γ, δ ε ζ, η θ κ, *quatuor rectis ſupponuntur minores: multo igitur magis qui ſub* λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, *quatuor rectis ſunt minores. Sed & æquales. Quod eſt impoßibile. Nõ igitur* α β *minor eſt quàm* λ ξ: *Oſtẽſum autẽ eſt, qd' neq; æqualis, maior igitur eſt* α β *quã* λ ξ.



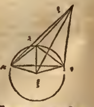
Conſtituatur iã à ſigno ξ ipſius λμν circuli plano ad angulos rectos ξο (per 12 undecimi) Et quo maius eſt quadratũ qđ ex αβ, eo qđ ex λξ, ei æquũ eſto qđ ex ξο, cõnectãturq́; ολ, ομ, ον. Et quoniã οξ recta eſt & ad ipſius λμν circuli planũ, & ad unãquãq; igitur ipſarũ λξ, μξ, νξ, (per cõuerſionẽ 2 diffinitionis undecimi) recta eſt ipſa οξ. Et quoniã æqualis eſt λξ ipſi ξμ, cõmunis autem & ad angulos rectos eſt ξο, baſis igitur ολ (per 4 primi) baſi ομ eſt æqualis. Iã id propterea & ον, utriq; ipſarũ ολ, ομ, eſt æqualis. Ipſæ igitur tres ολ, ομ, ον, ſibi inuicẽ ſunt æquales. Et quoniã quo maius eſt qđ ex αβ eo qđ ex λξ, ei ſupponitur æquũ qđ ex ξο, quod ex αβ igitur æquũ eſt eis quæ ex λξ, ξο. Eis aũt quæ ex λξ, ξο, æquũ eſt (per 47 primi) qđ ex λο, rectus enim eſt qui ſub λξο. Quod igitur ex αβ, æquũ eſt ei qđ ex ολ. Aequalis igitur eſt αβ, ipſi ολ. Sed ipſi quidẽ αβ, æqualis eſt unaquæq; ipſarũ βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, ipſi aũt ολ, æqualis eſt utraq; ipſarũ ομ, ον. Vnaquæq; igitur ipſarũ αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, unicuiq; ipſarũ ολ, ομ, ον, æqualis eſt. Et quoniã duæ λο, ομ, duabus αβ, βγ, ſunt æquales, & baſis λμ baſi αγ ſupponitur æqualis, angulus igitur q ſub λομ (p 8 primi) ei q ſub αβγ eſt æqualis. Id propterea & q ſub μον, ei qui ſub δεζ eſt æqualis, & qui ſub λον, ei qui ſub ηθκ. Ex tribus igitur angulis planis qui ſub λομ, μον, λον, qui ſunt æquales tribus datis ſcilicet eis qui ſub αβγ, δεζ, ηθκ, ſolidus angulus cõſtruitur qui ad ο, cõprehenſus ſub λομ, μον, & λον angulis: quod facere oportebat. Sed iã eſto centrũ circuli in uno laterum trianguli, ſitq́; in μν, eſtoq́; ξ. Connectaturq́; λξ. Dico rurſus quod maior eſt αβ quã λξ. Si autẽ nõ, aut αβ eſt æqualis ipſi λξ, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Duæ iã αβ, βγ, hoc eſt δε, εζ, duabus μξ, ξλ, hoc eſt ipſi μν ſunt æquales. Sed ipſa quidẽ μν, ipſi δζ ſupponitur æqualis, & ipſæ igitur δε, εζ, ipſi δζ ſunt æquales. Quod eſt impoſsibile. Igitur αβ, ipſi λξ, æqualis nõ eſt. Similiter iã oſtẽdemus, qđ neq; minor, igitur ipſa αβ, maior eſt quã λξ. Et ſi ſimiliter quo maius eſt quod ex αβ eo qđ ex λξ, ei æquum & ad angulos rectos ad circuli planũ cõſtituemus ſicut quod ex ξο, cõſtituetur problema.



Sed iã eſto centrũ circuli extra triangulũ λμν, ſitq́; ξ. Cõnectanturq́; λξ, μξ, νξ. Dico quod & ſic maior eſt αβ quã λξ. Si aũt non, aut æqualis eſt aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur αβ, βγ, duabus μξ, ξλ, ſunt æquales altera alteri, & baſis αγ baſi μλ eſt æqualis, angulus igitur qui ſub αβγ (per 8 primi) angulo qui ſub μξλ eſt æqualis. Idq́; propterea etiã qui ſub ηθκ, ei qui ſub λξν eſt æqualis. Totus igitur qui ſub μξν, duobus qui ſub αβγ, ηθκ, eſt æqualis. Sed qui ſub αβγ, ηθκ, ipſo qui ſub δεζ ſunt maiores. Et qui ſub μξν igitur, eo qui ſub δεζ maior eſt. Et quoniam duæ δε, εζ, duabus μξ, νξ, ſunt æquales, & baſis δζ baſi μν eſt æqualis, angulus igitur qui ſub μξν (per 8 primi) ei qui ſub δεζ eſt æqualis. Patuit aũt quod & maior. Quod eſt abſurdũ. Igitur αβ ipſi λξ non eſt æqualis. Itidẽq́; oſtẽdemus quod neq; minor. Igitur ipſa αβ, maior eſt quã λξ. Et ſi etiã angulos rectos in circuli plano rurſus cõſtituamus ipſam ξο, & ipſi æqualẽ ponamus eã quæ poteſt id quo maius eſt quod ex αβ eo quod ex λξ, conſtituetur problema.

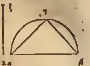


Dico inſuper quod αβ nõ eſt minor quã λξ. Si enim poſsibile, eſto. ponaturq́; (per 2 primi) ipſi quidẽ αβ æqualis ξο, ipſi aũt βγ æqualis ξπ. Connectaturq́; οπ. Et cũm æqualis eſt αβ ipſi βγ, æqualis eſt ξο ipſi ξπ, quare & reliqua ολ, reliquæ μπ, eſt æqualis. Parallelus igitur eſt (per 2 ſexti) λμ ipſi πο, & æquiãgulũ eſt triãgulũ λξμ ipſi triãgulo πξο. Eſt igitur (per 6 ſexti) ſicut λξ ad λμ, ſic ξο ad πο, & uiciſsim (per 16 quinti) ſicut λξ ad ξο, ſic λμ ad οπ. Maior autẽ eſt λξ, quàm ξο, maior igitur eſt & λμ, quã οπ. Sed λμ, ipſi αγ eſt æqualis, igitur & αγ, quã οπ maior eſt (per 14 quinti.) Quoniã igitur duæ αβ, βγ, duabus οξ, ξπ, ſunt æquales altera alteri, & baſis αγ baſi οπ maior eſt, angulus igitur qui ſub αβγ (per 25 primi) angulo qui ſub οξπ maior eſt. Similiter iam & ſi ipſam ξρ æqualem utriq; ipſarum ξο, ξπ, aſſumamus, & connectamus ipſam ορ, oſtendemus quod & qui ſub ηθκ angulus eo qui οξρ maior eſt. Conſtituatur iã (per 23 primi) ad ipſam λξ rectã lineam, ad ſignumq́; in ea ξ, ei quidẽ qui ſub αβγ angulo æquus angulus qui ſub λξσ, ei autem qui ſub ηθκ æqualis qui ſub λξτ, ponaturq́; (per 2 primi) utraq; ipſarũ σξ, ξτ, ipſi οξ æqualis, & connectãtur οσ, οτ, στ. Et quoniã binæ αβ, βγ, binis οξ, ξσ, ſunt æquales, & angulus qui ſub αβγ angulo qui ſub οξσ eſt æqualis, baſis igitur αγ (per 4 primi) hoc eſt λμ, baſi οσ eſt æqualis. Idq́; propterea etiam λν, ipſi οτ eſt æqualis. Et quoniã duæ λμ, λν, duabus σο, οτ, ſunt æquales, & angulus qui ſub μλν angulo qui ſub σοτ maior eſt, baſis igitur μν (per 25 primi) baſi στ maior eſt. Sed ipſa quidem μν, ipſi δζ eſt æqualis: & ipſa igitur δζ quã στ maior eſt. Quoniam igitur duæ δε, εζ, duabus σξ, ξτ, ſunt æquales, & baſis δζ baſi στ maior eſt, angulus igitur qui ſub δεζ (per 25 primi) angulo qui ſub σξτ maior eſt. Aequalis autẽ eſt qui



eſt qui ſub ε ξ ζ, eis qui ſub α β γ, η θ κ. Igitur qui ſub δ ε ζ, eis qui ſub α ζ ε, η θ κ, maior eſt. Sed & minor. Quod eſt impoßibile. Quomodo autẽ id quod ex ξ ζ, æquum ſumatur ei quo quod ex α β maius eſt eo quod ex λ ξ, ſic oſtendemus. Exponantur α β & λ ξ rectæ lineæ, ſitq́; maior α β, deſcribaturq́; ſuper ipſa ſemicirculus α γ β, & in ſemicirculo α ε β annectatur ipſi λ ξ rectæ lineæ æqualis ipſa α γ, connectaturq́; γ β. Quoniã igitur in ſemicirculo α γ β angulus eſt qui ſub α γ β, rectus igitur eſt qui ſub α β γ (per 31 tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum eſt eis quæ ex α γ, γ β, quare id quod ex α β, maius eſt eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem eſt α γ ipſi λ ξ: quod igitur ex α β, maius eſt eo quod ex λ ξ, eo quod ex γ β. Si ipſi igitur γ β æqualem ξ ε aſſumamus, quod ex α β maius eſt quàm id quod ex λ ξ, eo quod ex ξ ε: quod facere propoſueramus.

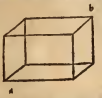




Euclid. ex Camp. Propoſitio 24.

24 I ſuperficiebus æquidiſtantibus ſolidũ contineatur, eius oppoſitæ ſuperficies ſibi inuicem æquales ſunt & æquidiſtantium laterum.

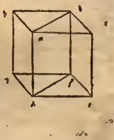
CAMPANVS. Quicquid dicant alij, ſolidum æquidiſtãtibus ſuperficiebus contentũ, ſuperficiebus paribus neceſſe eſt contineri, quæ ſicut eſſe non poſſunt pauciores ſex, ita poſſunt eſſe in omni numero pari ſenariũ excedente. Conſtat enim columnam hexagonã, poſſe octo ſuperficiebus quæ binæ & binæ oppoſitæ ſibi inuicẽ æquidiſtant, contineri. Sic quoq; octogonã 10, & decagonã 12, & ad iſtarum ſimilitudinem, in infinitum. Sed horum omniũ ſolidorũ æquidiſtantibus ſuperficiebus contentorũ, quæ infinita eſſe pronũtio, ſolũ illud dicitur parallelogrammũ, cuius omnes ſuperficies ipſum ambiẽtes parallelogrãmę ſunt, & iſtud ſex ſuperficiebus duntaxat neceſſe eſt ambiri. De tali itaq; quod ſex tantũ ſuperficiebus ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale ſolidũ, corpus a b, cuius omnino ſuperficies fac ut ſolido habitu mente cõprehendas, patebitq; tibi unãquãq; earum quatuor ex reliquis ſecare eius quatuor latera, cũ ſint communes ſectiones ipſius ſecãtis & quatuor ſectarũ. Sint autẽ illæ quatuor ſectæ binæ & binæ ſecundũ quod adinuicẽ opponuntur, æquidiſtantes ex hypotheſi, ſequitur ex 10 bis aſſumpta, ut quatuor latera huius ſuperficiei ſecantis & quatuor ſectarum ſint adinuicẽ bina & bina æquidiſtantia. Conſtat itaq; ſecundũ. At uero ex 34 primi manifeſtum eſt, omnia latera oppoſita iſtarũ ſex ſuperficierũ eſſe æqualia, erunt igitur bina latera angulum planũ continentia cuiuſq; earum, ęqualia binis lateribus angulum planũ in ſuperficie ſibi oppoſita continẽtibus, anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti, æquales per 10 huius. Igitur ex conuerſa penultimæ cõmunis ſcientiæ in primo libro poſitæ, neceſſe eſt quaſque duas ſuperficies in ſolido a b oppoſitas, eſſe ſibi inuicem æquales. Quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 24.

24 Si ſolidum ſub parallelis planis comprehendatur, quæ ex oppoſito ipſius plana, æqualia & parallelogramma ſunt.

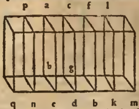
THEON ex Zamb. *Solidum, inquam, γ δ θ η, ſub parallelis planis α γ, η ζ, α δ, δ ζ, ζ β, α ι, comprehendatur. Dico quod quæ ex oppoſito ipſius plana, æqualia & parallelogramma ſunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc eſt β η, γ ι, à plano α γ ſecantur, communes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt (per 16 undecimi.) parallelus igitur eſt α β ipſi γ δ. Rurſus quoniã planũ α γ diſpeſcit plana bina parallela β ζ, α ι, cões ipſorũ ſectiões parallelæ ſunt (per eãdẽ) parallelus igitur eſt α δ, ipſi β γ. Patuit aũt quod & α β ipſi δ γ eſt parallelus: parallelogrammũ igitur eſt α γ. Similiter iam oſtendemus quod & unumquodq; ipſorum δ ζ, ζ η, η β, β ζ, α ι, parallelogrammum eſt. Connectantur α θ, δ ζ. Et quoniam parallelus eſt α β ipſi δ γ, & β θ, ipſi γ ζ, binæ iam α β, β θ, ſeſe inuicem tangentes, binis rectis lineis δ γ, γ ζ, ſeſe inuicem tangentibus parallelæ ſunt, non tamen in*



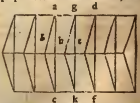
eodẽ plano, igitur æquales cõprehẽdũt angulos (per 10 undecimi.) Angulus igitur qui ſub αβδ, angulo qui ſub δεζ, eſt æqualis. Et quoniã binæ αβ, βδ, duabus δγ, γζ, ſunt æquales, & angulus qui ſub αβδ, angulo qui ſub δγζ eſt æqualis, baſis igitur αδ (per 4 primi) baſi δζ, eſt æqualis, & triangulũ αβδ triãgulo δγζ eſt æquale. Et quoniã ipſius quidẽ αβδ, duplũ (per 41 primi) eſt βα parallelogrãmũ, ipſius uerò δγζ duplũ eſt ipſum γε parallelogrãmum, æquũ igitur eſt parallelogrãmum βα, parallelogrãmo εγ. Similiter iam oſtẽdemus, quod & αε ipſi ηζ eſt æquale, & αε ipſi θζ. Si planum igitur ſub parallelis planis cõprehendatur, quæ ex poſito eius plana, æqualia & parallelogramma ſunt: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

SI ſuperficies quædam ſecet ſolidũ parallelogrammũ æquidiſtãter duabus ipſius ſolidi ſuperficiebus oppoſitis, duo partialia corpora quæ ad illam ſecantẽ ſuperficiem uelut ad communem terminum copulantur, ſuis baſibus ſunt proportionalia. 25



CAMPANVS. Sit corpus a b, ſolidũ parallelogrãmũ, & ſecet ipſum ſuperficies c d æquidiſtãter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a e & f b. Et ſit ſuperficies g b, baſis ipſius ſolidi a b, de qua conſtat per præmiſſam qd' ipſa ſit æquidiſtãtiũ laterũ. Et ſit cõmunis ſectio duarũ ſuperficierũ c d & g b, linea h d, de qua cõſtat per 3 huius, qd' ipſa ſit linea recta, & per 16 huius, qd' ipſa ſit ęquidiſtãs g e. Ideoq́ ſunt duæ ſuperficies g d & h b æquidiſtãtiũ laterũ, & ipſæ ſunt baſes duorum partialiũ corporũ in quæ ſuperficies c d diuidit ſolidũ a b. Dico itaq; qd' proportio ſolidi a d ad ſolidũ b c, eſt ſicut baſis g d ad baſin h b. Protrahãtur enim utrinq; quantũ libuerit, quatuor lineę penetrãtes ſuperficiẽ c d ſuper eius angulos, & ipſæ ſunt a f & e b cũ duabus reliquis ſibi æquidiſtãtibus. Sumãturq́ ex eis omnibus portiones ex parte puncti b, quot libuerit, quæ ponãtur ſingulæ æquales lineæ b d, & ex parte puncti e, aliæ ſimiliter quot libuerit, quę ponãtur æquales lineę e d. Super quas utrinq; cõſtituãtur ſolida parallelogrãma ſecũdũ lõgitudinũ exigentiã, ſintq́ ex parte puncti b, ſolida f k & l m, & ex parte puncti e, ſolida a n & p q. Eritq́ ex diffinitione corporum æqualiũ atq; ſimiliũ, unũquodq; ſolidorũ f k & l m æquale ſolido c d, & unumquodq; a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumentũ quẽadmodũ in prima ſexti. Eſt enim ſolidũ c m ita multiplex ſolidi b c, ſicut baſis h m, baſis h b, & ſolidũ q c ita multiplex ſolidi a d, ſicut baſis q h, baſis g d. Et ſi baſis h m eſt æqualis baſi q h, ſolidũ e m eſt æquale ſolido q c ex diffinitione corporũ æqualium atq; ſimiliũ, & ſi baſis eſt minor baſi, & ſolidũ eſt minus ſolido, & ſi maior, maius, quod patet ex diffinitiõe eadẽ, reſecata maiori baſi ad æqualitatẽ minoris, & deſcripto ſuper eã ſolido parallelogrãmo. Itaq; ex diffinitione incõtinue proportionalitatis proportio ſolidi a d ad ſolidũ c b, ſicut baſis g d ad baſin h b. Quod eſt propoſitum.

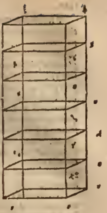


CAMPANVS. Quod ſi ſuperficies aliqua ſecet corpus ſerratile æquidiſtãter duobus eius triangularibus ſuperficiebus oppoſitis, duo partialia corpora quę ad illã ſecantẽ ſuperficiẽ, uelut ad cõmunẽ terminum copulantur, ſuis baſibus erũt proportionalia. Sit enim a f corpus ſerratile, cuius ſint duæ trigonæ ſuperficies a b c, d e f. Cõſtat igitur ex diffinitione ſerratilis, unamquãq; triũ ſuperficierum quę ſunt a b d e, b c e f, a c d f, eſſe parallelogrammum. Secet igitur ſuperficies g h k, iſtud ſerratile æquidiſtanter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a b c, d e f. Dico qd' proportio ſerratilis a k ad ſerratile g f, eſt ſicut baſis a k ad baſin g f. Quod ſicut de ſolidis parallelogrãmis probatur. Protractis enim in utrãq; partem lineis a d, b e, c f, factisq́ inter eas ex parte pũcti e ſerratilibus æqualibus ſerratili g f, & ex parte pũcti b alijs æqualibus ſerratili a k utrinq; quouis numero, ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis (ſi cuncta uigili mente perluſtres) non erit tibi difficile concludere quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 25.*

Si ſolidum parallelepipedũ plano ſecetur, parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis, erit ſicut baſis ad baſin, ſic ſolidum ad ſolidum. 25

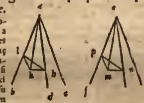
THEON *ex Zãb. Solidũ, inquã, parallelopipedũ αβγδ ſecetur à plano ει parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis ſcilicet ipſis ρα & δθ. Dico qd' eſt ſicut αιζε baſis ad ιθγζ baſin, ſic eſt αβζυ* *ſolidum*



ſolidũ ad ι π γ δ ſolidum. Extẽdatur enim α ϑ ex utraq; parte, ponãturq́; ipſi quidẽ ι λ æquales quotcũq;, ϑ μ, μ ν, ipſi aũt α ι æquales, α κ, κ λ, cõpleanturq́; ipſa λ ς, κ φ, λ χ, μ σ, parallelogramma, & ipſa λ π, κ ς, λ μ, μ τ, ſolida. Et quoniã ipſæ λ κ, κ α, α ι, rectæ lineæ inuicẽ ſunt æquales, æqualia quoq; ſunt ipſa λ ο, κ φ, α ſ, parallelogrãma ſibijnuicẽ (per 1 ſexti,) & ipſa quoq; κ ξ, κ h, α κ, ſibi inuicẽ (per eãdẽ) ſunt æqualia. Et ſimiliter ipſa λ ψ, κ π, α ς, ſibi inuicẽ (per 24 undecimi) ſunt æqualia, ex oppoſito enim. Idq́; propterea etiã ipſa quidem ι γ, λ α, χ, μ σ, parallelogrãma adinuicẽ ſunt æqualia (per 1 ſexti,) ipſa quoq; λ π, λ ι, ε ν, ſibi inuicẽ (per eãdẽ) ſunt æqualia. Et inſuper ipſa δ ι, μ π, ν τ, (per 24 undecimi) ſunt æqualia (ex oppoſito enim.) Tria igitur plana ipſorũ λ π, κ ς, α ν, ſolidorũ, tribus reliquorũ planis ſunt æqualia (idq́; propterea & ipſorũ ι δ, δ μ, μ τ, ſolidorũ.) Sed tria, tribus quæ ex oppoſito (per 24 undecimi) ſunt æqualia. Ipſa igitur tria ſolida λ π, κ ς, α ν, inuicẽ ſunt æqualia (per 8 undecimi diffinitionẽ) id propterea etiã tria ſolida ι δ, δ μ, μ τ, inuicẽ ſunt æqualia. Quotuplex igitur eſt λ ſ baſis, ipſius α ſ baſis, totuplex eſt & λ ν ſolidũ ipſius α ν ſolidi, & iã id propterea quotuplex eſt ν ſ baſis ipſius ſ ϑ baſis, totuplex eſt & ν ν ſolidũ ipſius ϑ ν ſolidi, & ſi æqualis eſt λ ſ baſis ipſi ν ſ baſi, æquum eſt & λ ν ſolidũ ipſi ν ν ſolido, & ſi excedit λ ſ baſis ipſam ν ſ baſin, excedit quoq; ipſum λ ν ſolidũ ipſum ν ν ſolidũ, & ſi deficit, deficit (per 1 & 14 quinti.) Quatuor iã exiſtẽtibus magnitudinibus, binis quidẽ baſibus α ſ, ſ ϑ, duobus aũt ſolidis α ν, ν ϑ, aſſumũtur æquè multiplicia, ipſius quidẽ α ſ baſis & α ν ſolidi, ipſa λ ſ baſis & λ ν ſolidũ, ipſius aũt ϑ ſ baſis & ϑ ν ſolidi, ipſa ν ſ baſis & ipſum ν ν ſolidũ. Oſtẽſumq́; eſt, quòd ſi λ ſ baſis excedit baſin ν ſ, excedit quoq; λ ν ſolidũ, ipſum ν ν ſolidum, & ſi æquale, æquale, & ſi deficit, deficit (per diffinitionẽ 6 quinti.) In eadem autẽ magnitudines eſſe dicũtur, & reliqua. Eſt igitur ſicut α ſ baſis ad ſ ϑ baſin, ſic eſt α ν ſolidum ad ϑ ν ſolidũ: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 26.*

26 SVper datũ pũctũ datæ lineæ, angulo ſolido propoſito æqualem angulũ ſolidum cõſtituere.

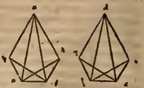


Campanvs. Solidus angulus propoſitus ſit a, qui cõtineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres ſuperficiales angulos ipſum ſolidũ perficiẽtes cõtinentibus, cui ſuper punctũ e lineæ e f propoſitæ quę ad libitũ proponẽtis iaceat aut in ſublimi conſurgat, iubemur æqualẽ angulũ ſolidũ cõſtituere. Qualiſcũq; ſit ſitus lineæ e f, à pũcto g ubicũq; uolueris ſignato, producto lineã g e, eruntq; (ex 2 huius) duæ lineæ e f & g e, in ſuperficie una. In hac itaq; ſuperficię ſuper pũctũ e datum in aſsignata linea ſecũdũ cõſiliũ 23 primi cõſtitue angulũ æqualẽ angulo b a c, & ipſæ ſit f e g, dehinc ex linea a d abſcinde lineã a h ſicut uolueris, & à pũcto h producito perpẽdicularẽ h k ad ſuperficiẽ in qua ſunt duæ lineæ a b & a c. Quod qualiter faciendũ ſit, 11 huius docuit. Nec ſit igitur tibi cura de pũcto k. Nihil enim refert, utrum perpẽdicularis h k occurrat ſuperficiei in qua ſunt duæ lineæ a b & a c, inter ipſas lineas, aut extra aut in earũ altera, ducito tamẽ lineã a k. Poſitoq; pũcto l in linea a b ubicũq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulũ f e m in ſuperficie linearũ e f & e g, æqualẽ angulo b a k, & lineã e m æqualẽ lineæ a k, & ex linea e f, ſume lineã e p æqualẽ lineæ a l, & à pũcto m educ lineã m n perpendicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſunt duæ lineæ e f & e g, & pone eã æqualẽ h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, cõtinere angulũ ſolidũ in puncto e, æqualẽ angulo a propoſito. Cũ ſint enim ex hypotheſi duo latera a k & k h, triãguli a k h, æqualia duobus lateribus e m & m n triãguli e m n, & anguli qui ſunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpendiculariter erectæ ſupra ſuperficiẽ, erũt ex 4 primi duæ lineæ a h & e n æquales, per eandem quoq; erũt duæ lineæ k l & m p, æquales: ideoq; etiã per eandẽ h l & n p æquales, cũ ſint h k & k l æquales m n & m p, & anguli h k l & m n p, recti: per 8 igitur primi, erit angul⁹ n e p, æqualis angulo h a l. Simili quoq; mõ probabis, angulũ g e n eſſe æqualẽ angulo c a d. Cõſtat itaq; nos effeciſſe qđ uolum⁹. Huic ſi ſtudioſus inſtiteris, quotcũq; lateribus, a ſolidus angulus propoſitus cõtineatur, quod à te petitur ſine offendiculo perficere poteris.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propoſitio 26.*

26 Ad datam rectam lineam, ad ſignumq́; in ea, dato ſolido angulo æquum ſolidum angulum conſtituere.

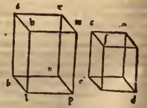
THEON



THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea αβ, datūq́ in ea signum sit α, datus angulus solidus sit qui ad δ, comprehensus sub εδγ, εδζ, ζδγ, angulis planis. Oportet iam ad ipsam αβ rectā lineā, & ad signū in ea α, ei qui ad δ solido angulo æquū solidū angulū cōstituere. Sumatur in ipsa δζ, contingēs signū ζ, exciteturq́ (per 14 undecimi) ab ipso ζ, ad id quod per εδ, δγ, planū perpēdicularis ζη, & occurrat plano in η, cōnectaturq́ δη, cōstituaturq́ (per 23 primi) ad ipsam αβ, & ad signū in ea α, ei qui sub εδγ angulo æqualis angulus qui sub βαλ, ei autem qui sub εδη, æqualis qui sub βακ, ponaturq́ (per 2 primi) ipsi δη æqualis ακ, constituaturq́ (per 19 undecimi) ab ipso κ signo, ei quod per βαλ plano ad angulos rectos κθ, ponaturq́ (per 2 primi) κθ ipsi ηζ æqualis, cōnectaturq́ θα. Dico quod angulus solidus qui ad α, cōprehensus sub βαλ, βαθ, θαλ, angulus æquus est ei qui ad δ solido angulo, cōprehenso sub εδγ, εδζ, ζδγ, angulis. Auferantur enim æquales αβ, δε, cōnectanturq́ θβ, κβ, ζε, ηε. Et quoniā ζη recta est ad subiectū planū, & (per 2 diffinitionē undecimi) ad omnes igitur tangētes eā rectas lineas & in subiecto existētes plano, rectos efficiet angulos. Rectus est igitur uterq; ipsorū qui sub ζηδ, ζηε, angulorū, & iā id propterea uterq; ipsorū θκα, θκβ, angulorū, rectus est. Et quoniā binæ κα, αβ, duabus ηδ, δε, sunt æquales altera alteri, & æquales cōprehendunt angulos, basis igitur κβ (per 4 primi) basi ηε est æqualis. Est autē & κθ ipsi ηζ æqualis, & rectos cōprehendunt angulos, æqualis igitur est & θβ, ipsi ζε. Rursus quoniā duæ ακ, κθ, duabus δη, ηζ, sunt æquales, & rectos angulos comprehendunt, basis igitur αθ (per 4 primi) ipsi δζ est æqualis. Est autē & αβ, ipsi δε æqualis, binæ igitur θα, αβ, duabus ζδ, δε, sunt æquales, & basis θβ, ipsi ζε est æqualis. Angulus igitur qui sub βαθ, (per 8 primi) angulo qui sub εδζ est æqualis. Iam id propterea & qui sub θαλ ei qui sub ζδγ est æqualis. Quoniam si assumamus æquales αλ, δγ, cōnectamusq́ ipsas κλ, θλ, ηγ, ζγ, quoniā totus qui sub βαλ, toti qui sub εδγ est æqualis, quorū qui sub βακ, ei qui sub εδη supponitur æqualis, reliquus igitur qui sub καλ, reliquo qui sub ηδγ est æqualis. Et quoniā binæ κα, αλ, duabus ηδ, δγ, sunt æquales, & rectos cōprehendunt angulos, basis igitur κλ (per 4 primi) basi ηγ est æqualis. Est autē & κθ, ipsi ηζ æqualis, binæ iam λκ, κθ, binis γη, ηζ, sunt æquales, & angulos rectos cōprehendunt: basis igitur θλ (per 4 primi) basi ζγ est æqualis. Et quoniā binæ θα, αλ, duabus ζδ, δγ, sunt æquales, & basis θλ basi ζγ est æqualis, & angulus igitur qui sub θαλ (per 8 primi) angulo qui sub ζδγ est æqualis. Est autē & qui sub βαλ, ei qui sub εδγ æqualis, ad datam igitur rectā lineam αβ, ad datumq́ in ea signum α, dato angulo solido qui ad δ æqualis angulus solidus constitutus est: quod erat agendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 27.

SVper aſſignatā lineā, dato ſolido æquidiſtantiū ſuperficierū, ſimile ſolidū cōſtituere. 27

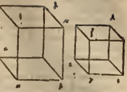


. CAMPANVS. Sit aſsignata linea a b, d e, cuius ſitu utrū in plano iaceat uel ſurſum exurgat, nil curetur, ſitq; aſsignatum parallelogrammū ſolidū, corpus c d, cui ſuper lineā a b, iubemur ſimile ſolidum fabricare. Sint igitur tres lineæ continentes ſuperficiales angulos, ex quibus cōponitur ſolidus angulus c, inſcriptæ literis c e, c f, c g. At ſecundū præcepta præmiſſæ ſuper punctū a lineæ a b, cōſtituatur angulus ſolidus æqualis c, quē contineant tres lineæ a b, a h, a k, & auxilio 10 ſexti ſit proportio c e ad a b, & e f ad a h, & g c ad a k, proportio una. Dehinc à tribus punctis b, h, k, protrahātur ſex lineæ h l æquidiſtātes lineæ a b, & h m æquidiſtans lineæ a k, uerū b l æquidiſtās lineæ a h, & b n æquidiſtās lineæ a k, rurſus quoq; k n æquidiſtās a b, & k m æquidiſtās a h, amplius autē protrahātur, m p æquidiſtās h l, & p l æquidiſtās h m, protrahatur quoq; & linea p n. Eritq; completū ſolidū parallelogrammū a p, quod dico eſſe ſimile ſolido c d. Hoc autem ex diffinitione ſimilium ſuperficierum & diffinitione ſimilium corporum ſi earum memineris, facile concludes. *Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 72.*

Ex data recta linea, dato ſolido parallelepipedo ſimile & ſimiliter poſitū ſolidū parallelepipedū deſcribere. 27

THEON ex Zāb. *Eſto quidē data recta linea αβ, datū autē ſolidū parallelepipedū eſto γδ. Oportet iā ex data recta linea αβ, ipſi γδ ſolido parallelepipedo dato ſimile ſimiliterq́ poſitū ſolidū parallelepipedū deſcribere. Cōſtituatur enim (per 26 undecimi) ad ipſā αβ rectā lineā, ad ſignūq́ in ea α, ei q ad γ ſolido angulo æqualis q ſub βαθ, θακ, καβ, cōprehēditur, ut æqualis ſit q ſub βαθ ei q ſub εγζ, q uerò ſub βακ ei q ſub εγη, inſup q ſub καθ ei q ſub ηγζ. Fiatq́ ſicut εγ ad γη, ſic βα ad ακ, ſicut autē ηγ ad γζ, ſic κα ad αθ, & ex æquali igitur (p 22 quinti) ſicut εγ ad γζ, ſic βα ad αθ,*

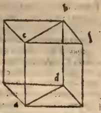
Compleaturq́; ipſum δβ parallelogrammum, & ipſum αλ ſolidum. Et quoniam eſt ſicut εγ ad γη, ſic βα ad αμ, & quæ circum æquos angulos qui ſub εγη, βαμ, latera ſunt proportionalia, igitur parallelogrammũ ηε ipſi μβ parallelogrammo eſt ſimile (per diffinitionem ſexti.) Idq́; propterea & ηθ parallelogrammũ ipſi μζ parallelogrammo eſt ſimile, & inſuper ipſum ζε ipſi θβ. Tria igitur parallelogramma ipſius γδ ſolidi, tribus parallelogrãmis ipſius αλ ſolidi ſunt ſimilia. Sed tria, tribus quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia ſunt. Totum igitur γδ ſolidum, toti αλ ſolido ſimile eſt. A data igitur recta linea αβ, dato ſolido parallelepipedo γδ ſimile & ſimiliter poſitum deſcriptum eſt αλ: quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 28.*

28 SI ſuperficies aliqua ſolidum parallelogrammum ſuper duas quaslibet oppoſitas ſuperficies eius terminales & ſuper earum duas diametros ſecet, eandem ſuperficiem corpus illud per æqualia ſecare neceſſe eſt.

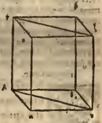
CAMPANVS. Sit corpus a b ſolidũ parallelogrammum, de quo ſit poſitum quòd ſuperficies a b c d ſecet ipſum ſuper diametros duarum ſuperficierum oppoſitarum ipſum terminantium, quæ ſint a d & c b. Dico quòd ipſa diuidit iſtud ſolidum propoſitum, per æqualia. Conſtat enim quòd ipſa diuidit illud ſolidum in duo ſerranlia, quorum ſuperficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas, ſecũdum quòd ipſæ ſunt oppoſita latera ſolidi propoſiti, manifeſtum eſt ex 24 huius eſſe æquales, cum ſolidum de quo loquimur, poſitum ſit eſſe parallelogrammum. Eadem quoq; & 4 primi conſtat, trilateras ſuperficies dictorum ſerranlium eſſe æquales. Igitur à diffinitione ſolidorum æqualium, liquet quod propoſitum eſt.



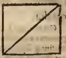
Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 28.

28 Si ſolidum parallelepipedũ plano ſecetur per diagonios eorum quæ ex oppoſito planorum, ipſum ſolidum ſecabitur ab ipſo plano bifariàm.

THEON ex Zamb. *Solidum enim parallelepipedum αβ, plano γδεζ ſecetur per diagonios eorum quæ ex oppoſito planorũ γζ, δε. Dico quòd ipſum αβ ſolidũ, ab ipſo γδεζ plano bifariàm ſecabitur. Quoniam enim (per 34 primi) γηζ triangulũ æquũ eſt triangulo γβζ, & triãgulum αδε ipſi δθε, eſt autem γα parallelogrammum ipſi βε æquale, ex oppoſito enim, ipſum autem ηε ipſi γθ, & (per 21 undecimi) priſma igitur comprehenſum ſub duobus triangulis γηζ, αδε, & tribus parallelogrammis, hoc eſt ηε, αγ, γε, æquum eſt priſmati comprehenſo ſub duobus triangulis γζβ, δθε, & tribus parallelogrammis, hoc eſt γθ, βε, γε. Sub æqualibus enim planis & multitudine & magnitudine comprehenduntur (per diffinitionem undecimi.) Quare totum αβ ſolidum bifariàm ſcinditur ab ipſo γδ, εζ, plano: quod erat oſtendendum.*



ZAMBERTVS. *Diagonius, linea recta eſt quæ in figuris angularibus ab uno angulo inſurgit, & ſeſe in alium extendit angulum. Vt in hac figura patet.*

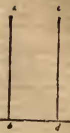


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*

29 Vncta ſolida æquidiſtantiũ ſuperficierũ æquè alta atq; in eadẽ baſi ſuper unam lineã conſtituta, probantur eſſe æqualia.

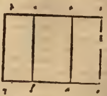
CAMPANVS. Verum eſt quòd ſolida æquidiſtantium laterum æquè alta, ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes ſuper unam & eadem baſin conſtituta, ſunt adinuicem æqualia, ſicut de ſuperficibus æquidiſtantium laterum ſuper unam baſin, & inter lineas æquidiſtantes conſtitutis, in 35 primi demonſtratum eſt. Sed talium ſolidorum quædam dicuntur conſtitui ſuper lineam unam, & ſunt illa, quorum ſupremarum ſuperficierum duo oppoſita latera ſunt ſecundum rectitudinem protracta, linea una, & de talibus hæc 29 proponit demon-

ciem aſſignatã, erit earũ communis ſectio linea recta ex 3 huius, ſitq́ b d. In hac ergo communi ſectione ſignato puncto quolibet qui ſit d, extrahatur ab eo in ſuperficie quæ producta eſt à linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ ſit d c. Eritq́ ex ſecnda parte 28 primi, linea c d, æquidiſtans lineæ a b, ideoq́ ex 8 huius, linea c d, eſt etiam perpendicularis ad ſuperficiem propoſitam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter à quolibet puncto lineæ b d, ad ipſam lineam b d in ipſa ſuperficie quæ producta eſt à linea a b. eſt perpendicularis ad propoſitam ſuperficiem, ex diffinitione ſuperficiei ſupra ſuperficiem orthogonaliter erectæ: conſtat uerum eſſe quod propoſitum eſt.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

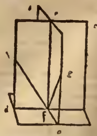
Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quę per ipſam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. 18



THEON *ex Zamb. Recta enim linea α β, ſubiecto plano ad angulos rectos eſto. Dico quòd & omnia quæ per α β plana, ad ſubiectũ planum ad angulos rectos ſunt. Extẽdatur, inquam, per α β, planum δ ε, ſitq́ (per 3 undecimi) communis ſectio ipſius δ ε lineæ plani, & ſubiecti, γ ε, & ſumatur in γ ε, contingens ſignũ ζ, & ab ipſo ζ, (per 12 undecimi) ipſi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipſa ζ η. Et quoniam α β ad ſubiectũ planum recta eſt, & ad omnes igitur ipſam tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes recta eſt ipſa α β (p 2 undecimi diffinitionem) quare & ad γ ε recta eſt. Igitur angulus qui ſub α β ζ, rectus, eſt autem qui ſub η ζ β, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipſi ζ η parallelus eſt. Ipſa autem α β, ad ſubiectum planũ ad angulos rectos eſt, & ζ η igitur ad ſubiectum planum ad angulos rectos eſt. Et quoniam (per 3 diffinitionem undecimi) planũ ad planũ rectum eſt quando quæ cõmuni ſectioni planorũ ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquũ planum ad angulos fuerint rectos, & ipſi γ ε ſectioni planorũ cõmuni, in uno planorum δ ε ſcilicet ad angulos rectos acta ζ η, oſtenſa eſt ſuppoſito plano ad angulos rectos eſſe, igitur planum δ ε rectum eſt ad ſuppoſitum planum. Similiter iam oſtendetur quod omnia quæ per α β plana, recta ſunt ad ſubiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipſam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

SI duæ ſuperficies ſeinuicem ſecantes, ſupra unam ſuperficiem erectæ fuerint orthogonaliter, cõmunis earum ſectio ad eandem ſuperficiem perpendicularis erit. 19



CAMPANVS. Sint duæ ſuperficies a b & c d ſeinuicem ſecantes, erectæ orthogonaliter ſuper aſſignatam ſuperficiẽ, ſitq́ cõmunis earũ ſectio linea recta e f. Hanc dico eſſe perpendicularẽ ad aſſignatam ſuperficiem. Alioqui à puncto f qui eſt communis terminus ſectionum duarum ſuperficierum ſecannum & tertiæ ſuperficiei ſectæ, producatur una linea recta quæ ſit f g, in ſuperficie a b, perpendicularis ad ſuperficiem aſſignatam, itemq́ ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem ſuperficiem, quæ ſita ſit in ſuperficie c d & ipſa ſit f h, eruntq́ duæ lineæ f g & f h, orthogonaliter inſiſtentes ſuper punctum unum ad ſuperficiẽ aſſignatã. Hoc autem, impoſſibile eſt per 13 huius. Tales autem lineas poſſe protrahi à puncto f in utraq́ duarum ſuperficierũ a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad aſſignatam ſuperficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis ſectio ſuperficiei a b & ſuperficiei aſſignatæ, & linea f d, ſuperficiei c d & ſuperficiei aſſignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq́ duarũ linearum f b & f d, ipſa etiam erit perpendicularis ad ſuperficiem aſſignatã ex quarta huius. Si autem ad neutram, ſit f g perpẽdicularis ad f b, & f h perpẽdicularis ad f d. Deinde à puncto f protrahe in ſuperficie aſſignata unam lineam perpẽdicularẽ ad lineam f b, quæ ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ, cum linea f g

continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea f g, perpendicularis ad ſuperfi-
ciem aſsignatam. Eodem quoq; modo protracta alia linea à puncto f in ſuperficie aſsignata, quæ
fit perpendicularis ad lineam f d, ſequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius, lineam f h
eſſe perpendicularem ad ſuperficiem aſsignatam, quod eſt impoſsibile per 13 huius. Quod ſi con-
fiteare lineam e f eſſe perpendicularem ad lineam f b, ſed non ad lineam f d, ſequetur modo con-
ſimili duas lineas e f & f h eſſe perpendiculares ad ſuperficiem aſsignatã. Quod nihil minus eſt
impoſsibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 19*

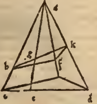
19 Si bina plana ſeſe inuicem diſpeſcentia, plano alicui ad angulos re-
ctos fuerint, & ipſorum communis ſectio ad idem planum ad angulos
rectos erit.



THEON ex Zamber. *Bina etenim plana α β, β γ, ſubiecto plano ad angulos
ſint rectos, communis autem ipſorum ſectio ſit β δ. Dico quod ipſa β δ, ad ſubiectũ pla-
num ad angulos eſt rectos. Non ſit. Et excitentur (per 12 undecimi) ab ipſo δ ſigno in
plano quidem α β, ipſi α δ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipſa δ ε, in plano autem β γ,
ipſi γ δ ad angulos rectos δ ζ. Et quoniam planum α β ad ſubiectum planum rectum eſt,
& communi ipſorum ſectioni α δ ad angulos rectos, ε δ in ipſo α β plano excitatur δ
ε, igitur δ ε ad ſubiectum planum recta eſt. Similiter iam demonſtrabimus, quod & δ ζ
ad ſubiectum planum recta eſt. Ab eodem igitur ſigno δ, ad ſubiectum planum binæ re
ctæ ad angulos rectos conſtitutæ ſunt ad eaſdẽ partes. Quod eſt impoſsibile. Igitur ad
ſubiectum planum, a ſigno γ ad angulos rectos non cõſtituetur alia, præter δ ζ commu
nem ſectionem, ipſorum β α, ζ γ, planorum. Si bina igitur plana inuicem ſeſe diſpeſcen
tia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos, & communis ipſorum ſectio ad idem
planum ad angulos rectos erit. Quod oſtendere oportebat.*

Eucl. ex Camp. *Propoſitio 20.*

20 SI tres anguli ſuperficiales ſolidum angulum contineant, illo-
rum trium angulorum quiq; duo pariter accepti reliquo ſunt
maiores.



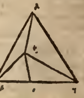
CAMPANVS. Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectæ
ſupra ſuperficiem b c d, continentes tres ſuperficiales angulos, ex
quibus ſolidus perficitur angul⁹ in pũcto a. Dico quoslibet duos
ex ipſis ſuperficialibus angulis ſolidum angulum in puncto a cõ
ſtituentibus, pariter acceptos, tertio eſſe maiores. Si enim hi tres
anguli ſuperficiales fuerint ſibi inuicem æquales, aut ſi duo tan-
tum æquales exiſtente tertio minore utrolibet duorum æqualiũ,
conſtat per cõmunem ſcientiam uerum eſſe quod dicitur. Quod
ſi eorum unus utrolibet duorum reliquorum maior fuerit ſiue il-
li duo ponantur æquales ſiue non æquales, adhuc conſtat illum
maiorem & utrumlibet duorum reliquorum pariter acceptos, ter
tio eſſe maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet poni-
tur, eſſe maiores, ſic collige. Eſto enim trium propoſitorum angulorum ſuperficialium angulus
a c d, maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipſo ergo abſcindam angulum e a d æqualem an-
gulo b a d, protracta linea a e. Et ſumam ex hac linea a e, lineam a g, & ex linea a b, lineã a f, quas
ponam eſſe æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunq; contingat, in ſuperficie dua
rum linearum a c & a d, quouſq; ſecet a e in puncto h, & a d in puncto k, & ipſa ſit h g k. Et pro-
ducam lineas f h & f k. Cum ſit igitur a f æqualis a g, poſita a k communi, erit per 4 primi f k æ-
qualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k ſunt maiores linea h k, erit per conceptionem h
f maior h g. Ideoq; per 25 primi cum ſit linea a f æqualis lineæ a g, erit angulus f a h, maior angulo
h a g. Per conceptionem igitur conſtat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos, eſſe maiores an-
gulo h a k. Quód erat demonſtrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 20.*

21 Si ſolidus angulus ſub tribus angulis plenis comprehendatur, qui-
uis duo reliquo maiores ſunt quomodocunq; ſuſcepti.

THEON ex Zamb. *Solidus angulus qui ad α, ſub tribus planis, hoc eſt β α γ, γ α δ, δ α β, com-
prehendatur. Dico quod bini quomodocunq; ſuſcepti, reliquo ſunt maiores. Si quidem ipſi qui ſub β α γ,*

γαδ, δαβ, anguli ſunt inuicem æquales, manifeſtum eſt quòd bini reliquo, quomodocunq; ſuſcepti ſunt maiores. Si autem non, ſit maior qui ſub βαγ, conſtituaturq́; (per 23 primi) ad αβ rectam lineam, & ad ſignum in ea α, angulo qui ſub δαβ, in eo quod per βαγ plano, æqualis angulus βαε, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi αδ æqualis αε, & per ε ſignũ ducta βεγ linea, diſſecet ipſas αβ, αγ, rectas lineas in ſignis β, γ, connectanturq́; δβ, δγ. Et quoniã δα ipſi αε eſt æqualis, cõmunis aũt αβ, duæ igitur δα, αβ duabus δα, αε, ſunt æquales, & angulus qui ſub δαβ, angulo qui ſub βαε eſt æqualis: baſis igitur δβ (per 4 primi) baſi βε eſt æqualis. Et quoniã duæ δβ, δγ, ipſa βγ ſunt maiores, quarum δβ ipſi βε oſtenſa eſt æqualis, reliqua igitur δγ, reliqua εγ maior eſt. Et quoniam ipſa δα ipſi αε æqualis, cõmunis autẽ αγ, & baſis δγ baſi εγ maior eſt, angulus igitur qui ſub δαγ, angulo qui ſub εαγ maior eſt. Oſtenſum autem eſt, quòd & qui ſub δαβ, eſt æqualis ei qui ſub βαε. Ipſi igitur qui ſub δαβ, δαγ, eo qui ſub βαγ ſunt maiores. Si ſolidus igitur angulus ſub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocunq; aſſumpti ſunt maiores reliquo. Quod erat oſtendendum.

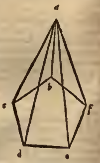


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 21.*

OMnis angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſſe probatur. 21



CAMPANVS. Anguli ſolidi quantitas, ex angulorum ſuperficialium ipſum ſolidum continentium quantitate determinatur. Hac ergo 21 propoſitione id etiam proponitur, quoslibet ſuperficiales angulos ſolidum quemlibet continentes pariter acceptos, quatuor rectis angulis eſſe minores. Sit enim triangula pyramis a b c d, cuius ſupremus angulus cum poſsit eſſe quilibet ſuorum angulorum, hic tamen ſit a, de quo dico, quod tres ſuperficiales anguli ipſum a continentes, ſunt minores quatuor rectis. Conſtat enim ex 32 primi, nouem angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumſtantium (& ipſi ſunt a b c, a c d, a d b) eſſe æquales ſex angulis rectis, de tribus autem angulis baſis eius quę eſt triangulus b c d, conſtat quoq; per eandem, quòd ipſi ſunt æquales duobus rectis. Cum igitur ſex anguli trium triangulorum prædictorũ hanc noſtram pyramidem (de cuius ſupremo angulo diſputamus) circundantium, qui inquam ſex anguli cum tribus angulis baſis reliquos tres angulos ſolidos pyramidis continent, ſint ex præmiſſa ter aſſumpta maiores tribus angulis baſis, ſequitur ipſos ſex angulos eſſe maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorum pyramidem circundantium his ſex angulis demptis erunt ex communi ſcientia reliqui tres (& ipſi ſunt qui conſtituunt ſolidum angulum a) minores 4 rectis. Si autem angulus a ſupremus in aſſumpta pyramide pluribus angulis ſuperficialibus quàm tribus contineatur, quod erit ſecundum multitudinem angulorum ſuæ baſis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipſam pyramidem circundantium pariter accepti ſint ex 32 primi, tot rectis angulis æquales quantus eſt numerus angulorum ſuæ baſis duplicatus, eo quòd tot neceſſe eſt eſſe triangulos pyramidem circundantes quot fuerint anguli ſuæ baſis, cumq; omnes anguli ſuæ baſis ſint tot rectis angulis æquales quantus eſt numerus angulorum ſuorũ duplicatus, demptis inde 4 ut in 32 primi demonſtratum eſt: cumq; igitur omnes anguli triangulorum pyramidem circundantium, qui ſuper latera baſis ipſius pyramidis cõſiſtunt pariter accepti ſint maiores omnibus angulis baſis pariter acceptis, ut euidenter conſtat ex præmiſſa toties quot angulos baſis habuerit repetita, adhuc neceſſariò ſequitur ex communi ſcientia, ſuperficiales angulos ſolidum angulum a continentes pariter acceptos eſſe minores quatuor rectis, eo inquam minores quo omnes anguli trigonorum pyramidem circundantium qui ſuper latera baſis ſtatutæ pyramidis conſiſtunt, excedunt omnes angulos baſis pariter acceptos.



Euclid. ex Zanb. *Theorema 19.* *Propoſitio 21.*

Omnis ſolidus angulus, ſub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis comprehenditur. 21

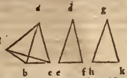
THEON ex Zanb. *Sit ſolidus angulus qui ad α, comprehenſus ſub planis angulis qui ſub βαγ, δαγ,*

δαγ, δαβ. Dico quòd ipſi βαγ, γαδ, δαβ, anguli, quatuor rectis ſunt minores. Aſſumatur, inquam, in unaquaq; ipſarū αγ, αβ, αδ, rectarū linearū ſigna utcunq;, ſintq́; β, γ, δ, cōnectanturq́; βγ, γδ, δβ. Et quoniā ſolidus angulus eſt qui ad β, ſub tribus enim planis angulis cōprehenditur, hoc eſt, ſub ijs qui ſub γβα, αβδ, & γβδ (per 20 undecimi) bini utcunq; ſumpti, reliquo ſunt maiores. Igitur qui ſub γβα, αβδ, eo qui ſub γβδ ſunt maiores. Et id propterea qui ſub βγα, αγδ, eo qui ſub βγδ ſunt maiores, & inſuper qui ſub γδα, αδβ, eo qui ſub γδβ ſunt maiores. Igitur ſex anguli γβα, αβδ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, tribus, hoc eſt eis qui ſub γβδ, βγδ, γδβ, ſunt maiores. Sed ipſi tres qui ſub γβδ, βδγ, βγδ, duobus rectis ſunt æquales, igitur qui ſub γβα, αβδ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores. Et quoniam uniuſcuiuſq; ipſorum αβγ, αβδ, αγδ, triangulorum tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorum anguli nouem qui ſub γβα, αγβ, βαγ, αγδ, δαγ, γδα, αδβ, δβα, βαδ, ſex rectis ſunt æquales. Quorū qui ſub αβγ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, δβα ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores: reliqui igitur qui ſub βαγ, γαδ, δαβ, tres anguli, comprehendentes ſolidum angulum, quatuor rectis ſunt minores. Omnis igitur ſolidus angulus ſub minus quatuor rectis angulis planis comprehenditur: quod erat oſtendendum.

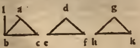


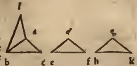
Eucli. ex Camp. *Propoſitio 22.*

22. SI tres anguli ſuperficiales quorum quiq; duo pariter accepti tertio ſint maiores, cunctis ſibi inuicem æquis lineis cōtineantur, de tribus baſibus angulos illos ab ipſorum linearum æqualium terminis ſubtendentibus, triangulum ſubſtitui uel conſtitui poſsibile eſt.



CAMPANVS. Sint tres ſuperficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quiq; duo eorū tertio ſint maiores, ſintq; ſex latera eos cōtinentia, æqualia, quæ ſunt a b, a c, d e, d f, g h, g k, & ſubtendantur eis tres baſes quæ ſint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus baſibus, triangulū aio conſtitui poſſe. Eſto enim angulus a b l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & protrahātur l b, l c, eritq; ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypotheſi uerò conſtat, totalem angulū a eſſe maiorem angulo g, erant enim quiq; duo ex tribus angulis b a c, d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi linea l c, linea h k eſt maior. Cumq; ſint ex 20 primi duæ lineæ l b & b c maiores linea l c, ſequitur duas lineas l b & b c eſſe multofortius maiores linea h k. Quia igitur l b eſt æqualis e f, erūt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Conſtat itaq; hoc modo, quaſque duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, eſſe lōgiores tertia. Igitur ex 22 primi conſtat uerum eſſe quod dicitur. Hoc dūtaxat addito, quod ſi duo anguli b a c & d pariter accepti ſint æquales duobus rectis, erunt duę lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quæ cū ſit æqualis ex hypotheſi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores ſunt linea h k, cumq; ex eadem lineæ duæ l b & b c ſint longiores linea l c, ſequitur ut prius b c & e f pariter acceptas eſſe longiores h k. At uerò ſi duo prædicti anguli ſunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duab. quæ ſunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ ſunt longiores linea h k.



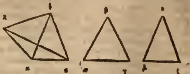


Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 22.*

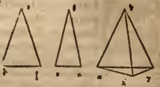
22 Si fuerint tres anguli plani, quorū bini reliquo ſint maiores quomodocunq; aſſumpti, comprehendant autem ipſos æquales rectæ lineæ, ex cōnectentibus æquales rectas lineas triangulū cōſtitui, eſt poſsibile.

THEON ex Zamb. *Sint tres anguli plani qui ſub αβγ, δεζ, & ηθκ, quorū bini reliquo ſint maiores quomodocunq; ſumpti, hoc eſt αβγ, δεζ, ipſo ηθκ, ipſi autem qui ſub δεζ, ηθκ, ipſo αβγ, & inſuper qui ſub ηθκ, αβγ, eo qui ſub δεζ, ſintq́; æquales αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, rectæ lineæ, cōnectanturq́; αγ, δζ, ηκ. Dico quod ex æqualibus ipſis αγ, δζ, ηκ, triangulū conſtituere eſt poßibile, hoc eſt quod ipſarum αγ, δζ, ηκ, binæ quomodocūq; ſumptæ reliqua ſunt maiores. Si quidem qui ſub αβγ, δεζ, ηθκ, anguli inuicem ſunt æquales, manifeſtū quod & ipſis αγ, δζ, ηκ, æqualibus adinuicē factis, eſt poßibile ex æqualibus ipſis*

α γ, δ ζ, η κ, triangulū conſtrui. Si autē non, ſint inæquales. Conſtituaturq́; (per 23 primi) ad ipſam η θ rectā lineā, & ad ſignū in ea θ, angulo qui ſub α β γ, æqualis, angulus qui ſub κ θ λ, & ponatur (per 2 primi) uni ipſarū α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, æqualis θ λ, cōnectanturq́; κ λ, η λ. Et quoniā binæ α β, β γ, duabus η θ, θ λ, ſunt æquales, & angulus qui ad β angulo qui ſub η θ λ eſt æqualis, baſis igitur α γ (per 4 primi) baſi η λ eſt æqualis. Et quoniam qui ſub α β γ, η θ κ, eo qui ſub δ ε ζ ſunt maiores, æqualis autē qui ſub η θ λ eis qui ſub α β γ, & η θ κ, qui igitur ſub κ θ λ, eo qui ſub δ ε ζ maior eſt. Et quoniā duæ κ θ, θ λ, duab. δ ε, ε ζ ſunt æquales, & angulus qui ſub κ θ λ angulo qui ſub δ ε ζ maior eſt, baſis igitur κ λ (per 24 primi) baſi δ ζ maior eſt. Sed ipſæ η κ, η λ, ipſa κ λ ſunt maiores, multomagis igitur η κ, η λ, ipſa δ ζ ſunt maiores. Aequalis autem eſt η λ, ipſi α γ: ipſæ igitur α γ, η κ, reliqua δ ζ ſunt maiores. Similiter iā oſtēdemus, quòd & ipſæ quidē α γ, δ ζ, ipſa η κ ſunt maiores, & η κ, δ ζ, ipſa α γ. Poſſibile igitur eſt, ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, η κ, triangulū cōfici: quod oſtēdendū erat.



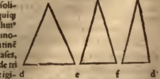
ALITER. Sint dati tres anguli plani qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorū duo reliquo ſint maiores quomodocūq; aſſumpti. Cōprehendant autē ipſos æquales rectæ lineæ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ. Cōnectanturq́; ipſæ α γ, δ ζ, η κ. Dico quòd ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, η κ, triangulū cōſtrui eſt poßibile, hoc eſt rurſus quòd duæ reliquæ ſunt maiores quomodocūq; aſſumptæ. Siquidē rurſus qui ad β, ε, θ, ſigna anguli ſunt æquales, erunt quoq; ipſæ α γ, δ ζ, η κ æquales, & duæ reliqua erūt maiores. Si autē non, ſint inæquales qui ad ipſa β, ε, θ, ſigna anguli, ſitq́; maior angulus qui ad β, utroq; ipſorum ε, θ: maior igitur eſt (per 24 primi) & α γ recta linea, utraq; ipſarū δ ζ, η κ, & manifeſtū, quod α γ cum utraq; ipſarū δ ζ, η κ, reliqua maior eſt. Dico quod & δ ζ, η κ, reliqua α γ ſunt maiores. Cōſtituatur (per 23 primi) ad α β rectā lineā ad ſignūq; in ea β, ei qui ſub η θ κ angulo æquus qui ſub α β λ, ponaturq́; (per 2 primi) uni ipſarū α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, æqualis β λ: cōnectāturq́; α λ, λ γ. Et quoniam duæ α β, β λ, duabus η θ, θ κ, ſunt æquales altera alteri, & æquos angulos cōprehēdūt: baſis igitur α λ (per 4 primi) baſi η κ eſt æqualis. Et quoniā qui ad ε, θ, ſigna anguli, eo qui ſub α β γ ſunt maiores, quorū qui ſub η θ κ, eo qui ſub α β λ eſt æqualis, reliquus igitur qui ad ε angulus, eo qui ſub λ β γ maior eſt, & quoniā duæ λ β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub δ ε ζ, angulo qui ſub λ β γ maior eſt, baſis igitur δ ζ (per 24 primi) baſi λ γ maior eſt. Oſtēſum aūt eſt quòd æqualis eſt η κ ipſi α λ. Ipſæ igitur δ ζ, η κ, ipſis α λ, λ γ, ſunt maiores. Sed ipſæ α λ, λ γ, ipſa α γ, ſunt maiores, multomagis igitur δ ζ & η κ, ipſa α γ ſunt maiores. Ipſarū igitur α γ, δ ζ, η κ, rectarum linearum duæ reliqua ſunt maiores, quōcunq; aſſumptæ. Poßibile igitur eſt, ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, η κ, triangulū confici: quod oportuit oſtēdere. 25



Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.

TRibus angulis ſuperficialibus propoſitis, quorum quiq; duo pariter accepti tertio ſunt maiores omnes, & tres ſimul quatuor rectis angulis minores, ex tribus illis æqualibus qualeſcunq; ſint, ſolidum angulum conſtituere. 23

CAMPANVS. Sint propoſiti tres anguli ſuperficiales qui ſunt a, b, c, de tribus illis æqualibus uolumꝰ unū ſolidū angulū cōſtituere. Oportet igitur ex 10 huius, ut quiq; duo eorū pariter accepti tertio ſint maiores, & ex 27 huiꝰ ut oēs pariter accepti quatuor rectis angulis ſint minores. Ex ipſis itaq; ſint hæc poſita. Latera uerò eos continētia cūcta adinuicē ſint ęqualia, eiſq; ſubtēdātur tres baſes, & ipſæ ſint d e, e f, & f d, eritq; ex præmiſſa poſſibile, de tribus lineis his baſibus æqualibus triāgulū cōſtitui. Sit igitur ex eis ſecūdū doctrinā 22 primi, triāgulus d e f, cōſtitutus, cui ſicut docuit 5 quarti, circūſcribatur circulus d e f ſupra cētrū g, & protrahatur g d, g e, g f. Quæ cū ſint adinuicē æquales ex diffinitiōe circuli, lateraq; tres propoſitos angulos ambiētia ęqualia ex hypotheſi, neceſſe eſt ut earum quælibet quolibet illorū laterū ſit minor, æqualē aūt aut maiorē eſſe eſt impoſsibile. Si enim linea exiēs à cētro g, circūferētiā circuli d e f eſſet æqualis alicui laterum a d, a e, b e, b f, c f, c d, ſequeretur propterea quæ poſita ſunt, annuēte 8 primi, tres angulos a, b, c, propoſitos, eſſe æquales tribus angulis d g e, e g f, f g d. Cumq; hi tres ſint æquales quatuor rectis angulis, ut facile patet ex 13 primi, protracta

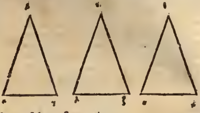


protracta paulíſper una linearũ exeuntium à centro ad circũferentiã in cõtinuũ & directũ, eſſent etiã tres anguli a,b,c, æquales etiã quatuor rectis. Quod eſt cõtra poſita. Quod ſi eſſet maior ſuperpoſitis tribus triangulis quorũ ſunt anguli a,b,c, tribus triangulis diuidentibus triangulũ d e f unoquoq; illi cũ quo cõmunicat in baſi, ita qd' baſes ſuperponantur baſibus æquales uidelicet æqualibus, & anguli a b c cadant ad partẽ puncti g, ſequeretur ex 21 primi tres angulos a,b,c, eſſe maiores tribus qui ſunt d g e, e f g, f g d. Eſſent itaq; maiores quatuor rectis. Quod eſt amplius contrariũ poſitis. Relinquitur itaq; unũquodq; ex ſex lateribus tres propoſitos angulos ambientibus, maius eſſe linea egrediente à centro g, ad circumferentiã d e f, ideoq; etiã potentius. Sit igitur potentius in linea g h, quæ ſit ſecundũ 12 huius orthogonaliter erecta ſuper ſuperficiem anguli uel circuli d e f, demittanturq; tres hypothenuſæ h d, h e, h f, quas dico cõtinere angulos tres ſuperficiales æquales tribus propoſitis, cõſtituẽtes angulũ ſolidũ in puncto h. Cũ enim quadratũ lineæ a d ſit æquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypotheſi, at quadratũ lineæ d h ſit æquale eiſdẽ ex penultima primi, neceſſe eſt lineã a d eſſe æqualẽ lineæ d h. Eodemq; modo & lineã a e, lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum baſes etiã ſint æquales, erit angulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis angulo e h f, & angulus c æqualis angulo f h d. Quare conſtat factũ eſſe quod facere diſpoſuimus.

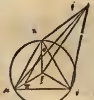


Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 23.*

23 Ex tribus angulis planis quorũ duo quomodocũq; ſumpti ſint reliquo maiores, ſolidum angulũ conficere, oportet uerò ipſos tres, quatuor rectis eſſe minores.



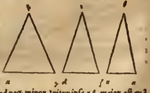
THEON *ex Zãb. Sint dati tres anguli plani qui ſub αβγ, δεζ, ηθκ, quorũ duo quomodocunq; aſſumpti reliquo ſint maiores, inſuperq; ipſi tres quatuor rectis minores, oportet iã ex æqualibus eis q ſub αβγ, δεζ, ηθκ, ſolidũ cõſtituere angulũ. Aſſumãtur æquales αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, cõnectanturq; αγ, δζ, ηκ. Igitur (per 21 undecimi) ex æqualibus ipſis αγ, δζ, ηκ, triangulũ cõfici eſt poßibile. Cõſtruatur, ſitq; λμν, ſic ut αγ æqua ſit ipſi λμ, & δζ ipſi μν & ηκ ipſi λν. Circũſcribatur aũt (per 5 quarti) ipſi λμν triangulo, circulus λμν, ſumaturq; (p 1 tertij) ipſius centrũ, qd' quidẽ erit aut intra triãgulũ λμν, aut in uno laterũ ipſius, aut extra, ſit prius intra triangulũ, ſitq; ξ, cõnectanturq; λξ, μξ, νξ. Dico quod αβ, ipſa λξ maior eſt. Si autẽ non, aut αβ ipſi λξ eſt æqualis, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Et quoniã αβ ipſi λξ eſt æqualis, ſed αβ ipſi βγ eſt æqualis, igitur λξ ipſi βγ eſt æqualis. Ipſa autẽ λξ ipſi ξμ (per 15 diffinitionem primi.) Duæ iã αβ, βγ, duabus λξ, ξμ, ſunt æquales altera alteri, & baſis αγ, baſi λμ ſupponitur æqualis, angulus igitur qui ſub αβγ (per 8 primi) angulo qui ſub λξμ eſt æqualis. Id propterea etiam & qui ſub δεζ, ei qui ſub μξν eſt æqualis, & præterea qui ſub ηθκ, ipſi qui ſub νξλ. Ipſi igitur qui ſub αβγ, δεζ, ηθκ, anguli, ipſis tribus qui ſub λξμ, μξν, νξλ, ſunt æquales. Sed tres qui ſub λξμ, μξν, νξλ, quatuor rectis ſunt æquales, & tres igitur qui ſub αβγ, δεζ, ηθκ, quatuor rectis ſunt æquales. Supponũtur & quatuor rectis minores. Quod eſt impoßibile. Igitur αβ ipſi λξ æqualis nõ eſt. Dico etiã quod nec minor eſt αβ, ipſa λξ. Si enim poßibile, eſto, ponaturq; (per 2 primi) ipſi αβ æqualis ξο, ipſi aũt βγ æqualis ξπ, cõnectaturq; οπ. Et quoniam æqualis eſt αβ ipſi βγ, æqualis eſt & ξο ipſi ξπ: quare & reliqua ολ, reliquæ πμ eſt æqualis. Parallelus igitur eſt (per 2 ſexti) λμ ipſi οπ, & æquiangulũ eſt λμξ ipſi οπξ, quẽadmodum igitur ξλ ad ipſam λμ, ſic eſt ξο ad οπ: uicißim igitur (per 16 quinti) ſicut λξ ad ξο, ſic λμ ad οπ. Maior aũt eſt λξ ipſa ξο, maior igitur eſt & λμ, ipſa οπ. Sed ipſa λμ, poſita eſt ipſi αγ æqualis, & αγ igitur, ipſa οπ maior eſt. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ αβ, βγ, duabus οξ, ξπ, ſunt æquales, & baſis αγ baſi οπ maior eſt, angulus igitur qui ſub αβγ, angulo qui ſub οξπ maior eſt (per 25 primi.) Similiter iã oſtendemus, qd' & qui ſub δεζ, eo qui ſub μξν maior eſt, & qui ſub ηθκ eo qui ſub νξλ. Ipſi igitur tres anguli qui ſub αβγ, δεζ, ηθκ, tribus qui ſub λξμ, μξν, νξλ ſunt maiores. Sed qui ſub αβγ, δεζ, ηθκ, quatuor rectis ſupponuntur minores: multo igitur magis qui ſub λξμ, μξν, νξλ, quatuor rectis ſunt minores. Sed & æquales. Quod eſt impoßibile. Nõ igitur αβ minor eſt quàm λξ: Oſtẽſum autẽ eſt, qd' neq; æqualis, maior igitur eſt αβ quã λξ*

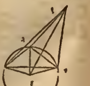


Conſtituatur iã à ſigno ξ ipſius λ μ ν circuli plano ad angulos rectos ξ ρ (per 12 undecimi) Et quo maius eſt quadratũ qđ ex α β, eo qđ ex λ ξ, ei æquũ eſto qđ ex ξ ρ, cõnectãturq́; ρ λ, ρ μ, ρ ν. Et quoniã ρ ξ recta eſt & ad ipſius λ μ ν circuli planũ, & ad unãquãq; igitur ipſarũ λ ξ, μ ξ, ν ξ, (per cõuerſionẽ 2 diffinitionis undecimi) recta eſt ipſa ρ ξ. Et quoniã æqualis eſt λ ξ ipſi ξ μ, cõmunis autem & ad angulos rectos eſt ξ ρ, baſis igitur ρ λ (per 4 primi) baſi ρ μ eſt æqualis. Iã id propterea & ρ ν, utriq; ipſarũ ρ λ, ρ μ, eſt æqualis. Ipſæ igitur tres ρ λ, ρ μ, ρ ν, ſibi inuicẽ ſunt æquales. Et quoniã quo maius eſt qđ ex α β eo qđ ex λ ξ, ei ſupponitur æquũ qđ ex ξ ρ, quod ex α β igitur æquũ eſt eis quæ ex λ ξ, ξ ρ. Eis aũt quæ ex λ ξ, ξ ρ, æquũ eſt (per 47 primi) qđ ex λ ρ, rectus enim eſt qui ſub λ ξ ρ, Quod igitur ex α β, æquũ eſt ei qđ ex ρ λ. Aequalis igitur eſt α β, ipſi ρ λ. Sed ipſi quidẽ α β, æqualis eſt unaquæq; ipſarũ β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, ipſi aũt ρ λ, æqualis eſt utraq; ipſarũ ρ μ, ρ ν. Vnaquæq; igitur ipſarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, unicuiq; ipſarũ ρ λ, ρ μ, ρ ν, æqualis eſt. Et cũ duæ λ ρ, ρ μ, duabus α β, β γ, ſunt æquales, & baſis λ μ baſi α γ ſupponitur æqualis, angulus igitur q ſub λ ρ μ (p 8 primi) ei q ſub α β γ eſt æqualis. Id propterea & q ſub μ ρ ν, ei qui ſub δ ε ζ eſt æqualis, & qui ſub λ ρ ν, ei qui ſub η θ κ. Ex tribus igitur angulis planis qui ſub λ ρ μ, μ ρ ν, λ ρ ν, qui ſunt æquales tribus datis ſcilicet eis qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, ſolidus angulus cõſtruitur qui ad ρ, cõprehenſus ſub λ ρ μ, μ ρ ν, & λ ρ ν angulis: quod facere oportebat. *Sed iã eſto centrũ circuli in uno laterum trianguli, ſitq́; in μ ν, eſtoq́; ξ. Connectaturq́; λ ξ. Dico rurſus quod maior eſt α β quã λ ξ. Si autẽ nõ, aut α β eſt æqualis ipſi λ ξ, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Duæ iã α β, β γ, hoc eſt δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ξ λ, hoc eſt ipſi μ ν ſunt æquales. Sed ipſa quidẽ μ ν, ipſi δ ζ ſupponitur æqualis, & ipſæ igitur δ ε, ε ζ, ipſi δ ζ ſunt æquales. Quod eſt impoßibile. Igitur α β, ipſi λ ξ, æqualis nõ eſt. Similiter iã oſtẽdemus, qđ neq; minor, igitur ipſa α β, maior eſt quã λ ξ. Et ſi ſimiliter quo maius eſt quod ex α β eo qđ ex λ ξ, ei æquum*



& ad angulos rectos ad circuli planũ cõſtituemus ſicut quod ex ρ ξ, cõſtituetur problema. *Sed iã eſto centrũ circuli extra triangulũ λ μ ν, ſitq́; ξ. Cõnectanturq́; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod & ſic maior eſt α β quã λ ξ. Si aũt non, aut æqualis eſt aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur α β, β γ, duabus μ ξ, ξ λ, ſunt æquales altera alteri, & baſis α γ baſi μ λ eſt æqualis, angulus igitur qui ſub α β γ (per 8 primi) angulo qui ſub μ ξ λ eſt æqualis. Idq́; propterea etiã qui ſub η θ κ, ei qui ſub λ ξ ν eſt æqualis. Totus igitur qui ſub μ ξ ν, duobus qui ſub α β γ, η θ κ, eſt æqualis. Sed qui ſub α β γ, η θ κ, ipſo qui ſub δ ε ζ ſunt maiores. Et qui ſub μ ξ ν igitur, eo qui ſub δ ε ζ maior eſt. Et quoniam duæ δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ν ξ, ſunt æquales, & baſis δ ζ baſi μ ν eſt æqualis, angulus igitur qui ſub μ ξ ν (per 8 primi) ei qui ſub δ ε ζ eſt æqualis. Patuit aũt quod & maior. Quod eſt abſurdũ. Igitur α β ipſi λ ξ non eſt æqualis. Itidẽq́; oſtẽdemus quod neq; minor. Igitur ipſa α β, maior eſt quã λ ξ. Et ſi etiã angulos rectos in circuli plano rurſus cõſtituamus ipſam ξ ρ, & ipſi æqualẽ ponamus eã quæ poteſt id quo maius eſt quod ex α β eo quod ex λ ξ, conſtituetur problema.*

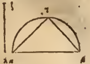




Dico inſuper quod α β nõ eſt minor quã λ ξ. Si enim poßibile, eſto. ponaturq́; (per 2 primi) ipſi quidẽ α β æqualis ξ ο, ipſi aũt β γ æqualis ξ π. Connectaturq́; ο π. Et cũm æqualis eſt α β ipſi β γ, æqualis eſt ξ ο ipſi ξ π, quare & reliqua ο λ, reliquæ μ π, eſt æqualis. Parallelus igitur eſt (per 2 ſexti) λ μ ipſi π ο, & æquiãgulũ eſt triãgulũ λ ξ μ ipſi triãgulo π ξ ο. Eſt igitur (per 6 ſexti) ſicut λ ξ ad λ μ, ſic ξ ο ad π ο, & uiciſsim (per 16 quinti) ſicut λ ξ ad ξ ο, ſic λ μ ad ο π. Maior autẽ eſt λ ξ, quàm ξ ο, maior igitur eſt & λ μ, quã ο π. Sed λ μ, ipſi α γ eſt æqualis, igitur & α γ, quã ο π maior eſt (per 14 quinti.) Quoniã igitur duæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, ſunt æquales altera alteri, & baſis α γ baſi ο π maior eſt, angulus igitur qui ſub α β γ (per 25 primi) angulo qui ſub ο ξ π maior eſt. Similiter iam & ſi ipſam ξ ρ æqualem utriq; ipſarum ξ ο, ξ π, aſſumamus, & connectamus ipſam ο ρ, oſtendemus quod & qui ſub η θ κ angulus eo qui ο ξ ρ maior eſt. Conſtituatur iã (per 23 primi) ad ipſam λ ξ rectã lineam, ad ſignumq́; in ea ξ, ei quidẽ qui ſub α β γ angulo æquus angulus qui ſub λ ξ ς, ei autem qui ſub η θ κ æqualis qui ſub λ ξ τ, ponaturq́; (per 2 primi) utraq; ipſarũ ο ξ, ξ τ, ipſi ο ξ æqualis, & connectãtur ο ς, ς τ, ο τ. Et quoniã binæ α β, β γ, binis ο ξ, ξ ς, ſunt æquales, & angulus qui ſub α β γ angulo qui ſub ο ξ ς eſt æqualis, baſis igitur α γ (per 4 primi) hoc eſt λ μ, baſi ο ς eſt æqualis. Idq́; propterea etiam λ ν, ipſi ς τ eſt æqualis. Et quoniã duæ λ μ, λ ν, duabus ο ς, ς τ, ſunt æquales, & angulus qui ſub μ λ ν angulo qui ſub ς ο τ maior eſt, baſis igitur μ ν (per 25 primi) baſi ς τ maior eſt. Sed ipſa quidem μ ν, ipſi δ ζ eſt æqualis: & ipſa igitur δ ζ quã ς τ maior eſt. Quoniam igitur duæ δ ε, ε ζ, duabus ο ξ, ξ τ, ſunt æquales, & baſis δ ζ baſi ς τ maior eſt, angulus igitur qui ſub δ ε ζ (per 25 primi) angulo qui ſub ο ξ τ maior eſt. Aequalis autẽ



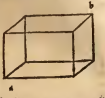
eſt qui ſub α ζ γ, eis qui ſub α β γ, κ θ κ. Igitur qui ſub δ ε ζ, eis qui ſub α ε γ, κ θ κ, maior eſt. Sed & minor. Quod eſt impoßibile. Quomodo autē id quod ex ε ζ, æquum ſumatur ei quo quod ex α β maius eſt eo quod ex λ ζ, ſic oſtendemus. Exponantur α β & λ ζ rectæ lineæ, ſitq; maior α β, deſcribaturq; ſuper ipſa ſemicirculus α γ β, & in ſemicirculo α γ β annectatur ipſi λ ζ rectæ lineæ æqualis ipſa α γ, connectaturq; γ β. Quoniā igitur in ſemicirculo α γ β angulus eſt qui ſub α γ β, rectus igitur eſt qui ſub α β γ (per 31 tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum eſt eis quæ ex α γ, γ β, quare id quod ex α β, maius eſt eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem eſt α γ ipſi λ ζ: quod igitur ex α β, maius eſt eo quod ex λ ζ, eo quod ex γ β. Si ipſi igitur γ β æqualem ζ ε aſſumamus, quod ex α β maius eſt quàm id quod ex λ ζ, eo quod ex ζ ε: quod facere propoſueramus.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 24.

24 SI ſuperficiebus æquidiſtantibus ſolidū contineatur, eius oppoſitæ ſuperficies ſibi inuicem æquales ſunt & æquidiſtantium laterum.

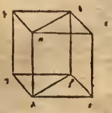
CAMPANVS. Quicquid dicant alij, ſolidum æquidiſtātibus ſuperficiebus contentū, ſuperficiebus paribus neceſſe eſt contineri, quæ ſicut eſſe non poſſunt pauciores ſex, ita poſſunt eſſe in omni numero pari ſenariū excedente. Conſtat enim columnam hexagonā, poſſe octo ſuperficiebus quæ binæ & binæ oppoſitæ ſibi inuicē æquidiſtant, contineri. Sic quoq; octogonā 10, & decagonā 12, & ad iſtarum ſimilitudinem, in infinitum. Sed horum omniū ſolidorū æquidiſtantibus ſuperficiebus contentorū, quæ infinita eſſe pronūtio, ſolū illud dicitur parallelogrammū, cuius omnes ſuperficies ipſum ambiētes parallelogrāmę ſunt, & iſtud ſex ſuperficiebus duntaxat neceſſe eſt ambiri. De tali itaq; quod ſex tantū ſuperficiebus ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale ſolidū, corpus a b, cuius omnino ſuperficies fac ut ſolido habitu mente cōprehendas, patebitq; tibi unāquāq; earum quatuor ex reliquis ſecare eius quatuor latera, cū ſint communes ſectiones ipſius ſecātis & quatuor ſectarū. Sint autē illæ quatuor ſectæ binæ & binæ ſecundū quod adinuicē opponuntur, æquidiſtantes ex hypotheſi, ſequitur ex 10 bis aſſumpta, ut quatuor latera huius ſuperficiei ſecantis & quatuor ſectarum ſint adinuicē bina & bina æquidiſtantia. Conſtat itaq; ſecundū. At uero ex 34 primi manifeſtum eſt, omnia latera oppoſita iſtarū ſex ſuperficierū eſſe æqualia, erunt igitur bina latera angulum planū continentia cuiuſq; earum, ęqualia binis lateribus angulum planū in ſuperficie ſibi oppoſita continētibus, anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti, æquales per 10 huius. Igitur ex conuerſa penultimæ cōmunis ſcientiæ in primo libro poſitæ, neceſſe eſt quaſque duas ſuperficies in ſolido a b oppoſitas, eſſe ſibi inuicem æquales. Quod eſt propoſitum.

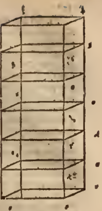


Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 24.*

24 Si ſolidum ſub parallelis planis comprehendatur, quæ ex oppoſito ipſius plana, æqualia & parallelogramma ſunt.

THEON ex Zamb. *Solidum, inquam, γ δ θ κ, ſub parallelis planis α γ, κ ζ, α θ, δ ζ, ζ β, α κ, comprehendatur. Dico quod quæ ex oppoſito ipſius plana, æqualia & parallelogramma ſunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc eſt β κ, γ ι, à plano α γ ſecantur, communes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt (per 16 undecimi.) parallelus igitur eſt α ζ ipſi γ δ. Rurſus quoniā planū α γ diſpeſcit plana bina parallela ζ ζ, α κ, cōes ipſorū ſectiōes parallelæ ſunt (per eādē) parallelus igitur eſt α δ, ipſi β γ. Patuit aūt quod & α β ipſi δ γ eſt parallelus: parallelogrammū igitur eſt α γ. Similiter iam oſtendemus quod & unumquodq; ipſorum δ ζ, ζ κ, α ζ, β ζ, α κ, parallelogrammum eſt. Connectantur α δ, δ ζ. Et quoniam parallelus eſt α β ipſi δ γ, & β δ, ipſi γ ζ, binæ iam α β, β θ, ſeſe inuicem tangentes, binis rectis lineis δ γ, γ ζ, ſeſe inuicem tangentibus parallelæ ſunt, non tamen in*

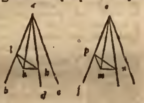




ſolidũ ad ι κ, γ δ ſolidum. Extẽdatur enim α δ ex utraq; parte, ponãturq́; ipſi quidẽ ι θ æquales quotcũq;, δ μ, μ ν, ipſi aũt α ι æquales, α κ, κ λ, cõpleanturq́; ipſa λ ε, κ φ, θ χ, μ σ, parallelogramma, & ipſa λ π, κ ρ, θ μ, μ τ, ſolida. Et quoniã ipſæ λ κ, κ α, α ι, rectæ lineæ inuicẽ ſunt æquales, æqualia quoq; ſunt ipſa λ ε, κ φ, α ζ, parallelogrãma ſibijnuicẽ (per 1 ſexti,) & ipſa quoq; κ ξ, κ β, α κ, ſibi inuicẽ (per eãdẽ) ſunt æqualia. Et ſimiliter ipſa λ ψ, κ π, α ρ, ſibi inuicẽ (per 24 undecimi) ſunt æqualia, ex oppoſito enim. Idq́; propterea etiã ipſa quidem ι γ, θ χ, μ σ, parallelogrãma adinuicẽ ſunt æqualia (per 1 ſexti,) ipſa quoq; θ κ, θ ι, ι ν, ſibi inuicẽ (per eãdẽ) ſunt æqualia. Et inſuper ipſa δ θ, μ π, ν τ, (per 24 undecimi) ſunt æqualia (ex oppoſito enim.) Tria igitur plana ipſorũ λ π, κ ρ, α ν, ſolidorũ, tribus reliquorũ planis ſunt æqualia (idq́; propterea & ipſorũ ι δ, λ μ, μ τ, ſolidorũ.) Sed tria, tribus quæ ex oppoſito (per 24 undecimi) ſunt æqualia. Ipſa igitur tria ſolida λ π, κ ρ, α ν, inuicẽ ſunt æqualia (per 8 undecimi diffinitionẽ) id propterea etiã tria ſolida ι δ, λ μ, μ τ, inuicẽ ſunt æqualia. Quotuplex igitur eſt λ ζ baſis, ipſius α ζ baſis, totuplex eſt & λ ν ſolidũ ipſius α ν ſolidi, & iã id propterea quotuplex eſt ν ζ baſis ipſius ζ θ baſis, totuplex eſt & ν ν ſolidũ ipſius θ ν ſolidi, & ſi æqualis eſt λ ζ baſis ipſi ν ζ baſi, æquum eſt & λ ν ſolidũ ipſi ν ν ſolido, & ſi excedit λ ζ baſis ipſam ν ζ baſin, excedit quoq; ipſum λ ν ſolidũ ipſum ν ν ſolidũ, & ſi deficit, deficit (per 1 & 24 quinti.) Quatuor iã exiſtẽtibus magnitudinibus, binis quidẽ baſibus α ζ, ζ δ, duobus aũt ſolidis α ν, ν δ, aſſumũtur æquè multiplicia, ipſius quidẽ α ζ baſis & α ν ſolidi, ipſa λ ζ baſis & λ ν ſolidũ, ipſius aũt δ ζ baſis & θ ν ſolidi, ipſa ν ζ baſis & ipſum ν ν ſolidũ. Oſtẽſumq́; eſt, quòd ſi λ ζ baſis excedit baſin ν ζ, excedit quoq; λ ν ſolidũ, ipſum ν ν ſolidum, & ſi æquale, æquale, & ſi deficit, deficit (per diffinitionẽ 6 quinti.) In eadem autẽ magnitudines eſſe dicũtur, & reliqua. Eſt igitur ſicut α ζ baſis ad ζ δ baſin, ſic eſt α ν ſolidum ad δ ν ſolidũ: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 26.*

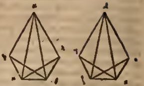
26 SVper datũ pũctũ datæ lineæ, angulo ſolido propoſito æqualem angulũ ſolidum cõſtituere.



CAMPANVS. Solidus angulus propoſitus ſit a, qui cõtineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres ſuperficiales angulos ipſum ſolidũ perficiẽtes cõtinentibus, cui ſuper punctũ e lineæ e f propoſitæ quę ad libitũ proponẽtis iaceat aut in ſublimi conſurgat, iubemur æqualẽ angulũ ſolidũ cõſtituere. Qualiſcũq; ſit ſitus lineæ e f, à pũcto g ubicũq; uolueris ſignato, producto lineã g e, eruntq; (ex 2 huius) duæ lineæ e f & g e, in ſuperficie una. In hac itaq; ſuperficie ſuper pũctũ e datum in aſsignata linea ſecũdũ cõſiliũ 23 primi cõſtitue angulũ æqualẽ angulo b a c, & ipſæ ſit f e g, dehinc ex linea a d abſcinde lineã a h ſicut uolueris, & à pũcto h producto perpẽdicularẽ h k ad ſuperficiẽ in qua ſunt duæ lineæ a b & a c. Quod qualiter faciendũ ſit, 11 huius docuit. Nec ſit igitur tibi cura de pũcto k. Nihil enim refert, utrum perpẽdicularis h k occurrat ſuperficiei in qua ſunt duæ lineæ a b & a c, inter ipſas lineas, aut extra aut in earũ altera, ducito tamẽ lineã a k. Poſitoq; pũcto l in linea a b ubicũq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulũ f e m in ſuperficie linearũ e f & e g, æqualẽ angulo b a k, & lineã e m æqualẽ lineæ a k, & ex linea e f, ſume lineã e p æqualẽ lineæ a l, & à pũcto m educ lineã m n perpendicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſunt duæ lineæ e f & e g, & pone eã æqualẽ h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, cõtinere angulũ ſolidũ in puncto e, æqualẽ angulo a propoſito. Cũ ſint enim ex hypotheſi duo latera a k & k h, triãguli a k h, æqualia duobus lateribus e m & m n triãguli e m n, & anguli qui ſunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpendiculariter erectæ ſupra ſuperficiẽ, erũt ex 4 primi duæ lineæ a h & e n æquales, per eandem quoq; erũt duæ lineæ k l & m p, æquales: ideoq; etiã per eandẽ h l & n p æquales, cũ ſint h k & k l æquales m n & m p, & anguli h k l & m n p, recti: per 8 igitur primi, erit angulus n e p, æqualis angulo h a l. Simili quoq; mõ probabis, angulũ g e n eſſe æqualẽ angulo c a d. Cõſtat itaq; nos effeciſſe qd' uolumus. Huic ſi ſtudioſus inſtiteris, quotcũq; lateribus, a ſolidus angulus propoſitus cõtineatur, quod à te petitur ſine offendiculo perficere poteris.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propoſitio 26.*

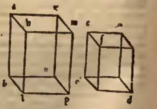
26 Ad datam rectam lineam, ad ſignumq́; in ea, dato ſolido angulo æquum ſolidum angulum conſtituere.



THEON *ex Zamb.* *Sit quidem data recta linea α β, datūq́; in ea signum sit α, datus angulus ſolidus ſit qui ad δ, comprehenſus ſub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis planis. Oportet iam ad ipſam α β rectā lineā, & ad signū in ea α, ei qui ad δ ſolido angulo æquū ſolidū angulū cōſtituere. Sumatur in ipſa δ ζ, contingēs signū ζ, exciteturq́; (per 14 undecimi) ab ipſo ζ, ad id quod per ε δ, δ γ, planū perpēdicularis ζ η, & occurrat plano in η, cōnectaturq́; δ η, cōſtituaturq́; (per 23 primi) ad ipſam α β, & ad signū in ea α, ei qui ſub ε δ γ angulo æqualis angulus qui ſub β α λ, ei autem qui ſub ε δ η, æqualis qui ſub β α κ, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi δ η æqualis α κ, conſtituaturq́; (per 19 undecimi) ab ipſo κ ſigno, ei quod per β α λ plano ad angulos rectos κ θ, ponaturq́; (per 2 primi) η ζ ipſi κ θ æqualis, cōnectaturq́; θ α. Dico quod angulus ſolidus qui ad α, cōprehenſus ſub β α λ, β α θ, θ α λ, angulus æquus eſt ei qui ad δ ſolido angulo, cōprehenſo ſub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis. Auferantur enim æquales α β, δ ε, cōnectanturq́; θ β, κ β, ζ ε, η ε. Et quoniā ζ η recta eſt ad ſubiectū planū, & (per 2 diffinitionē undecimi) ad omnes igitur tangētes eā rectas lineas & in ſubiecto exiſtētes plano, rectos efficiet angulos. Rectus eſt igitur uterq́; ipſorū qui ſub ζ η δ, ζ η ε, angulorū, & iā id propterea uterq́; ipſorū θ κ α, θ κ β, angulorū, rectus eſt. Et quoniā binæ κ α, α β, duabus η δ, δ ε, ſunt æquales altera alteri, & æquales cōprehendunt angulos, baſis igitur κ β (per 4 primi) baſi η ε eſt æqualis, Eſt autē & κ θ ipſi η ζ æqualis, & rectos cōprehendunt angulos, æqualis igitur eſt & θ β, ipſi ζ ε. Rurſus quoniā duæ α κ, κ θ, duabus δ η, η ζ, ſunt æquales, & rectos angulos comprehendunt, baſis igitur α θ (per 4 primi) ipſi δ ζ eſt æqualis. Eſt autē & α β, ipſi δ ε æqualis, binæ igitur θ α, α β, duabus ζ δ, δ ε, ſunt æquales, & baſis θ β, ipſi ζ ε eſt æqualis. Angulus igitur qui ſub β α θ, (per 8 primi) angulo qui ſub ε δ ζ eſt æqualis. Iam id propterea & qui ſub θ α λ ei qui ſub ζ δ γ eſt æqualis. Quoniam ſi aſſumamus æquales α λ, δ γ, cōnectamusq́; ipſas κ λ, θ λ, η γ, ζ γ, quoniā totus qui ſub β α λ, toti qui ſub ε δ γ eſt æqualis, quorū qui ſub β α κ, ei qui ſub ε δ η ſupponitur æqualis, reliquus igitur qui ſub κ α λ, reliquo qui ſub η δ γ eſt æqualis. Et quoniā binæ κ α, α λ, duabus η δ, δ γ, ſunt æquales, & rectos cōprehendunt angulos, baſis igitur κ λ (per 4 primi) baſi η γ eſt æqualis. Eſt autē & κ θ, ipſi η ζ æqualis, binæ iam λ κ, κ θ, binis γ η, η ζ, ſunt æquales, & angulos rectos cōprehendunt: baſis igitur θ λ (per 4 primi) baſi ζ γ eſt æqualis. Et quoniā binæ θ α, α λ, duabus ζ δ, δ γ, ſunt æquales, & baſis θ λ baſi ζ γ eſt æqualis, & angulus igitur qui ſub θ α λ (per 8 primi) angulo qui ſub ζ δ γ eſt æqualis. Eſt autē & qui ſub β α λ, ei qui ſub ε δ γ æqualis, ad datam igitur rectā lineam α β, ad datumq́; in ea ſignum α, dato angulo ſolido qui ad δ æqualis angulus ſolidus conſtitutus eſt: quod erat agendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 27.*

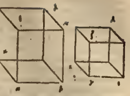
SVper aſſignatā lineā, dato ſolido æquidiſtantiū ſuperficierū, ſimile ſolidū cōſtituere. 27



CAMPANVS. Sit aſſignata linea a b, d e, cuius ſitu utrū in plano iaceat uel ſurſum exurgat, nil curetur, ſitq́; aſſignatum parallelogrammū ſolidū, corpus c d, cui ſuper lineā a b, iubemur ſimile ſolidum fabricare. Sint igitur tres lineæ continentes ſuperficiales angulos, ex quibus cōponitur ſolidus angulus c, inſcriptæ literis c e, c f, c g. At ſecundū præcepta præmiſſæ ſuper punctū a lineæ a b, cōſtituatur angulus ſolidus æqualis c, quē contineant tres lineæ a b, a h, a k, & auxilio 10 ſexti ſit proportio c e ad a b, & c f ad a h, & g c ad a k, proportio una. Dehinc à tribus punctis b, h, k, protrahātur ſex lineæ h l æquidiſtātes lineæ a b, & h m æquidiſtans lineæ a k, iterū b l æquidiſtās lineæ a h, & b n æquidiſtās lineæ a k, rurſus quoq; k n æquidiſtās a b, & k m æquidiſtās a h, amplius autē protrahātur, m p æquidiſtās h l, & p l æquidiſtās h m, protrahatur quoq; & linea p n. Eritq́; completū ſolidū parallelogrammū a p, quod dico eſſe ſimile ſolido c d. Hoc autem ex diffinitione ſimilium ſuperficierum & diffinitione ſimilium corporum ſi earum memineris, facile concludes. *Euclid. ex Zamb.* *Problema 5.* *Propoſitio 72.*

Ex data recta linea, dato ſolido parallelepipedo ſimile & ſimiliter poſitū ſolidū parallelepipedū deſcribere. 27 THEON *ex Zāb. Eſto quidē data recta linea α β, datū autē ſolidū parallelepipedū eſto γ δ. Oportet iā ex data recta linea α β, ipſi γ δ ſolido parallelepipedo dato ſimile ſimiliterq́; poſitū ſolidū parallelepipedū deſcribere. Cōſtituatur enim (per 26 undecimi) ad ipſā α β rectā lineā, ad ſignūq́; in ea α, ei q ad γ ſolido angulo æqualis q ſub β α θ, θ α κ, κ α β, cōprehēditur, ut æqualis ſit q ſub β α θ ei q ſub ε γ ζ, q uerò ſub θ α κ ei q ſub ζ γ η, inſup q ſub κ α β ei q ſub η γ ε. Fiatq́; ſicut ε γ ad γ η, ſic β α ad α κ, ſicut autē η γ ad γ ζ, ſic κ α ad α θ, & ex æquali igitur (p 22 quinti) ſicut ε γ ad γ ζ, ſic β α ad α θ,*

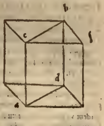
Compleaturq́; ipſum δ β parallelogrammum, & ipſum α λ ſolidum. Et quoniam eſt ſicut ι γ ad γ η, ſic β α ad α κ, & quæ circum æquos angulos qui ſub ι γ η, β α λ, latera ſunt proportionalia, igitur parallelogrammū α κ ipſi λ β parallelogrammo eſt ſimile (per diffinitionem ſexti.) Idq́; propterea & κ ε parallelogrammū ipſi η ſ parallelogrammo eſt ſimile, & inſuper ipſum ſ ι ipſi ε β. Tria igitur parallelogramma ipſius γ δ ſolidi, tribus parallelogrāmis ipſius α λ ſolidi ſunt ſimilia. Sed tria, tribus quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia ſunt. Totum igitur γ δ ſolidum, toti α λ ſolido ſimile eſt. A data igitur recta linea α β, dato ſolido parallelepipedo γ δ ſimile & ſimiliter poſitum deſcriptum eſt α λ: quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.

28 SI ſuperficies aliqua ſolidum parallelogrammum ſuper duas quaslibet oppoſitas ſuperficies eius terminales & ſuper earum duas diametros ſecet, eandem ſuperficiem corpus illud per æqualia ſecare neceſſe eſt.

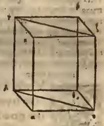
CAMPANVS. Sit corpus a b ſolidū parallelogrammum, de quo ſit poſitum quòd ſuperficies a b c d ſecet ipſum ſuper diametros duarum ſuperficierum oppoſitarum ipſum terminantium, quæ ſint a d & c b. Dico quòd ipſa diuidit iſtud ſolidum propoſitum, per æqualia. Conſtat enim quòd ipſa diuidit illud ſolidum in duo ſerratilia, quorum ſuperficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas, ſecūdum quòd ipſæ ſunt oppoſita latera ſolidi propoſiti, manifeſtum eſt ex 24 huius eſſe æquales, cum ſolidum de quo loquimur, poſitum ſit eſſe parallelogrammum. Eadem quoq; & 41 primi conſtat, trilateras ſuperficies dictorum ſerratilium eſſe æquales. Igitur à diffinitione ſolidorum æqualium, liquet quod propoſitum eſt.



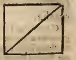
Euclid. ex Zamb. Theorema. 23. Propoſitio 28.

28 Si ſolidum parallelepipedū plano ſecetur per diagonios eorum quæ ex oppoſito planorum, ipſum ſolidum ſecabitur ab ipſo plano biſariàm.

THEON ex Zamb. *Solidum enim parallelepipedum α β, plano γ δ ε ſ ſecetur per diagonios eorum quæ ex oppoſito planorū γ ſ, δ ε. Dico quòd ipſum α β ſolidū, ab ipſo γ δ ε ſ plano biſariàm ſecabitur. Quoniam enim (per 34 primi) γ η ſ triangulū æquū eſt triangulo ſ β ſ, & triāgulum α δ ε ipſi δ ε θ, eſt autem γ α parallelogrammum ipſi ſ ε æquale, ex oppoſito enim, ipſum autem η ε ipſi γ θ, & (per 21 undecimi) priſma igitur comprehenſum ſub duobus triangulis γ η ſ, α δ ε, & tribus parallelogrammis, hoc eſt η ε, α γ, γ ε, æquum eſt priſmati comprehenſo ſub duobus triangulis γ ſ β, δ ε θ, & tribus parallelogrammis, hoc eſt γ θ, β ε, γ ε. Sub æqualibus enim planis & multitudine & magnitudine comprehenduntur (per diffinitionem undecimi.) Quare totum α ſ ſolidum biſariàm ſcinditur ab ipſo γ δ, ε ſ plano: quod erat oſtendendum.*



ZAMBERTVS. *Diagonius, linea recta eſt quæ in figuris angularibus ab uno angulo inſurgit, & ſeſe in alium extendit angulum. Vt in hac figura patet.*

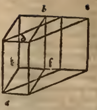


Euclid. ex Camp. Propoſitio 29.

29 VNcta ſolida æquidiſtantiū ſuperficierū æquè alta atq; in eadē baſi ſuper unam lineā conſtituta, probantur eſſe æqualia.

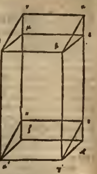
CAMPANVS. Verum eſt quòd ſolida æquidiſtantium laterum æquè alta, ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes ſuper unam & eadem baſin conſtituta, ſunt adinuicem æqualia, ſicut de ſuperficibus æquidiſtantium laterum ſuper unam baſin, & inter lineas æquidiſtantes conſtitutis, in 35 primi demonſtratum eſt. Sed talium ſolidorum quædam dicuntur conſtitui ſuper lineam unam, & ſunt illa, quorum ſupremarum ſuperficierum duo oppoſita latera ſunt ſecundum rectitudinem protracta, linea una, & de talibus hæc 29 propoſitio demon-

demonſtrandum, ipſa omnia eſſe æqualia adinuicem. Sunt autē eorum alia quæ non dicuntur conſtituta ſuper lineam unam, & ſunt illa quorum ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita quæcunq; ſumātur ſecundum rectitudinem protracta, non ſunt linea una, & de talibus ſequens demonſtrandum proponet, ipſa quoq; omnia eſſe adinuicem æqualia. Sint itaq; duo ſolida parallelograma æquè alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtātes a b & a c, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, quorum ſupremæ ſuperficies ſunt e b & b c, ſintq; harum ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita, cum ſecundum rectitudinem protrahantur, linea una, & ipſa ſunt c f & b c. Dico itaq; quod ſolida a b & a c, ſunt æqualia. Hoc autem (ſi figura eius ſecūdum quod oportet, actu uel cogitatione fabricaueris, & quemadmodum in 35 primi proceſſeris, idem faciēs hic de ſerratilibus quod ibi de triangulis) facile concludere poteris, occurruntq; tibi hic eædem diuerſitates in ſolidis, quæ ibi in ſuperficiebus occurriſſe nouiſti.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 29.*

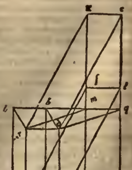
Super eadem baſi & ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda conſiſtentia, quorum ſtantes ſuper eiſdē ſunt rectis lineis, inuicem ſunt æqualia. 29



THEON *ex Zāb.* *Sint ſuper eadem baſi αβ, ſolida parallelepipeda γμ, γν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes, hoc eſt αζ, αη, λμ, λν, γδ, γι, βθ, & βκ, ſuper eiſdem ſint rectis lineis ipſi ζνδκ plano. Dico quod ſolidū γμ, æquū eſt ipſi γν ſolido. Quoniam enim parallelogrammū eſt utrunq; ipſorū γδ, γκ, æqualis eſt (per 34 primi) γβ utriq; ipſarum δθ, ικ. Quare & δθ, ipſi ικ eſt æqualis. Communis auferatur ιθ, reliqua igitur δι, reliquæ θκ eſt æqualis. Quare & ipſum quidem δγι triangulū ipſi θκβ triangulo eſt æquale, & δκ parallelogrammum ipſi θν parallelogrammo, & id propterea triangulū αηζ, triangulo μλν eſt æquale. Eſt autem & ipſum quidem γζ parallelogrammum, ipſi βμ parallelogrammo æquū, & γη, ipſi θν, ex oppoſito namq;. Igitur & priſma cōprehenſum ſub duobus quidem triangulis ζαη, δγι, tribuſq; parallelogrammis αδ, δη, γη, æquum eſt priſmati comprehenſo ſub duobus quidem triangulis μλν, θβκ, & tribus parallelogrammis, hoc eſt βμ, νθ, βν. Commune apponatur ſolidum, cuius baſis quidē ſit parallelogrammum αβ, ex oppoſito autem ηιθμ. Totum igitur γμ ſolidum parallelepipedum, toti γν ſolido parallelepipedo eſt æquale. Super eadē igitur baſi exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, ſunt inuicē æqualia. Quod oportuit oſtendere.*

Eucl. ex Camp. Propoſitio 30.

CVncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æquè alta, quæ in eadē baſi non autem ſuper unam lineā fuerint conſtituta, probantur eſſe æqualia. 30



CAMPANVS. Sint nunc duo ſolida parallelogramma æquè alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtātes, ſintq; ſuper unam & eandem baſin, ſed non ſuper lineam unam conſtituta. Dico iterum ea eſſe æqualia. Eſto enim duo ſolida parallelogramma a b & a c æquè alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtātes, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, ſed non ſuper unam lineam, ſintq; eorum ſupremæ ſuperficies e b & f c, quarum oppoſita latera ſecundum rectitudinem protracta, non erunt linea una. Cumq; ipſa ex hypotheſi ſint in una ſuperficie eo qđ ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies æquidiſtantes, neceſſe eſt ut duo latera unius earum protracta

ſecundum

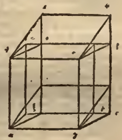
ſecundùm rectitudinē, ſecent duo alterius earum protracta ſecundùm rectitudinem. Protrahantur itaq; duo oppoſita latera ſuperficiei e b, quæ ſint e g & h b, & duo oppoſita ſuperficiei f c, quæ ſint k f & c l, & ſecent quatuor puncta m, n, p, q, eritq; ſuperficies m n p q, æquidiſtantiū laterum, æqualis unicuiq; trium ſuperficierū, quarum una eſt baſis propoſitis ſolidis cōmunis, & ipſa eſt a d, & duæ reliquæ ſunt ſupremæ ſuperficies eorundem ſolidorum, & ipſę ſunt e b & c f. Ductis itaq; lineis à quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos baſis a d ſibi inuicem directam habitudinem relatos, quæ ſit n a, m r, p ſ, q d, perfectum erit ſolidum parallelogrammū a q in eadem baſi cum utroq; duorum priorum, & æquè altum, & ſuper lineam unam cum utroq; ipſorum. Per præmiſſam igitur utrunlibet duorum ſolidorum propoſitorum quæ ſunt a b & a c, eſt æquale ſolido a q, per conceptionem ergo eſt ſolidum a b, æquale ſolido a c, quare conſtat propoſitū.

Campanvs. Potes quoq; conuerſas huius & præmiſſæ probare ſi libet, ducendo ad impoſſibile. Pones enim quælibet duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & cōſtituta ſuper eandem baſin æquidiſtantia, & demonſtrabis ea eſſe æquè alta. Eruntq; hæc & promiſſa tuæ demonſtrationis mediū. Impoſſibile autē ad quod duces, erit partē ſuo toti eſſe æqualem. Quod euidēter patebit, ſi de illo ſolido (quod altius eſſe mentitur aduerſarius, cùm tamē ambo poſita ſint æqualia & ſuper eandem baſin conſtituta) unum ſolidum parallelogrammum ęquè altum demiſſiori abſcideris. Hoc autem abſciſſum æquale eſſe demiſſiori conuinces ex hac & præmiſſa, ideo ꝓ & toti illi à quo ipſum abſcideris ex communi ſcientia.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 30.*

30 Super eadē baſi exiſtētia ſolida parallelepipeda & ſub eadē altitudine, quorū ſtantes nō ſunt ſuper eiſdē rectis lineis, inuicem ſunt ęqualia.

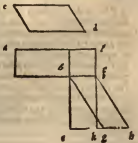
Theon ex Zamb. *Sint ſuper eadem baſi α β ſolida parallelepipeda γ μ, γ ν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes α ζ, α ο, λ μ, λ ν, γ δ, γ ι, β θ, β κ, nō ſint ſuper eiſdem rectis lineis. Dico quòd ſolidum γ μ, æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Extendantur, inquam, ipſæ ν ο, κ ι, inſuper & ipſæ μ θ, ζ δ, concurrantq; adinuicem in ο, ς, π, ξ, ſignis, connectanturq; α ξ, λ ο, γ π, β ρ. Aequum iam eſt (per 29 undecimi) ipſum γ μ ſolidum, cuius baſis eſt α γ β λ, parallelogrāmum, ex oppoſito uerò ζ δ θ μ, ipſi γ ο ſolido, cuius quidem baſis α γ β λ, parallelogrammum, ex oppoſito autem ξ π ρ ο, ſuper eadem enim baſi ſunt α γ β λ, quorū ſtantes α ζ, α ξ, λ μ, λ ο, γ δ, γ π, β θ, β ρ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ζ π, μ ρ. Sed ſolidum γ ο, cuius baſis quidem eſt α γ, β λ parallelogrammum, ex oppoſito autem ξ π ρ ο, æquum eſt ipſi γ ν ſolido, cuius baſis quidem α γ β λ, parallelogrammum, ex oppoſito autem ο ι κ ν, ſuper eadem enim ſunt baſi α γ β λ, & ipſorū ſtantes α ο, α ξ, γ ι, π γ, λ ν, λ ο, β κ, β ρ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis α ξ, π α. Quare & γ μ ſolidum, æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdem rectis lineis, ſunt inuicem æqualia: quod erat oſtendendum.*



Eucl. ex Camp. *Propoſitio 31.*

31 Solida æqdiſtātiū ſupficierū in baſibus æqs cōſtituta, ſi fuerint æquè alta, lineæq; eorū angulares ſupra baſes orthogonaliter ſteterint, erunt æqualia.

Campanvs. Et hoc quoq; uerū eſt qđ omnia ſolida parallelogramma in æquis baſibus atq; inter ſuperficies æquidiſtantes, ſiue æquè alta conſtituta ſunt ad inuicem æqualia, ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſuper æquales baſes & inter lineas æquidiſtātes conſtitutis in 36 primi probatum eſt. At talium ſolidorum, alia quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes orthogonaliter eriguntur, de quibus hæc 31 proponit, demonſtrandum ea eſſe æqualia. Alia uerò ſunt quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes non ſunt orthogonaliter erectæ, de quibus ſequens demonſtrandum proponit ea eſſe æqualia. Intelli-



ligantur itaque ſuper duas baſes a b & cd, quæ ſint æquales & æquidiſtantium laterum non tamen unius creationis, ſed ſit a b tetragonus lõgus et c d diſſimile helmuayn, duo ſolida æquidiſtãtium laterum conſtituta æquè alta, ſintq́ lineæ erectæ ſuper angulos propoſitarum baſium, perpendiculares ad ipſas. Dico hæc duo ſolida adinuicem eſſe æqualia. Protrahantur itaq́ duo latera baſis a b, et ſint illa quæ continent angulũ b, uſq́ ad f & e, & fiat angulus f b g, qualis angulo c baſis c d & ſumantur duæ lineæ b f et b g, æquales duobus lateribus baſis c d, quę continent angulum c & perficiatur ſuperficies æquidiſtantium laterũ b h, quæ erit æqualis & ſimilis baſi c d. Dehinc protrahatur h e æquidiſtans b f, & fk æquidiſtans b e, eritq́ quadrilatera ſuperficies b k æquidiſtantium laterum, ęqualis b h ex 35 primi. Cumq́ b h ſit ęqualis c d, erit per conceptionẽ b k æqualis a b. Compleatur itaq́ ſuperficies æquidiſtantium laterum b l, protracta linea k f quouſq́ concurrat cum uno ex lateribus continentibus angulum a in puncto l. Age ergo ſuper tres ſuperficies æquidiſtantium laterum, quæ ſunt b h, b k, b l, conſtituantur æquè alta ſolida ſolido conſtituto ſuper baſin a b, ſintq́ lineæ omnium ſolidorum iſtorum erectæ ſuper baſes perpendiculares ad ipſas & appellẽtur baſes, & ſolida ſuper eas conſtituta eiſdem nominibus. Manifeſtum eſt ergo ex diffinitione ſolidorum æqualium atq́ ſimilium, quòd duo ſolida b h & c d, ęqualia atq́ ſimilia ſunt: de ſolidis autem b h & b k, cõſtat ex 29 quòd ipſa ſunt æqualia: ſunt enim æquè alta & conſtituta ſuper eandem baſin, & ipſa eſt ſuperficies erecta ſuper lineã b f et ſuper lineam unã, eſt autem per 25 proportio ſolidi a b ad ſolidum b l, ſicut baſis a b ad baſin b l, & per eandem ſolidi b k, ad ſolidum b l l, ſicut baſis b k ad baſin b l. Cũq́ ſit utriuſq́ duarum baſium a b & b k ad baſin b l una proportio ex prima parte 7 quinti, erit utriuſque duorum ſolidorum a b & b K ad ſolidũ b l proportio una, igitur ex prima parte 9 quinti erũt duo ſolida a b & b k ęqualia. At quia ſolidum b k eſt æquale ſolido b l, ſolidumq́ b h ſolido c d, ſequitur ex cõmuni ſcientia ſolidũ a b eſſe æquale ſolido c d: quod eſt propoſitum.

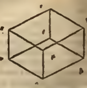
Eucl. ex Camp. *Propoſitio 32.*

SI ſolida æquidiſtantium ſuperficierum in æquis baſibus cõſtituta æquè alta fuerint, lineæ autem angulares ſupra baſes orthogonaliter non ſteterint, ipſa eſſe æqualia neceſſe eſt. 32

CAMPANVS Fabricatis duobus corporibus, ut proponitur, uidelicet qui ſint æquidiſtantiũ terminorum & æquè alta & ſuper baſes æquas perpendiculariter, non autem ſuper baſes ſuas erecta, ſed ambo ſuper eas inclinata, ſi autem à quatuor angulis ſupremarum ſuperficierum ipſorum ad baſes ſuas perpendiculares ducantur, quæ ex ſexta erunt ſingulæ æquidiſtantes & etiã ex hypotheſi ſingulæ ſingulis æquales (ipſæ enim ſolidorum propoſitorum altitudinem diffiniunt) & ſi inter eas ſolida æquidiſtantium laterum perficiantur, conſtabit ex præmiſſa hæc duo ſolida ultimò conſtituta eſſe adinuicem æqualia. Cumq́ duorum priorum & duorũ poſteriorum ſint eædem baſes, uidelicet eorum ſuperficies ſupremæ, conſtat ex 29 uel 30 & hac communi ſcientia quæcunque æqualibus ſunt æqualia ſibi inuicem ſunt æqualia, uerum eſſe quod propoſitum eſt. Ex his potes conuerſas huius & præmiſſæ eiſdem mediantibus indirectę demonſtrare ſi libet, eodem modo & ad idem inconueniens ſicut in conuerſis duarum iſtas antecedentium deducẽdo: pones enim duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & ſuper æquales baſes, & conuinces ea eſſe æquè alta, uel pones ea eſſe ea æquè alta & æqualia, & conuinces ea eſſe ſuper baſes æquales.

Euclid. ex Zamb, *Theor. 26.* *Propoſitio 32.*

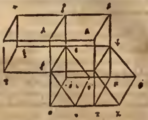
Super æqualibus baſibus ſolida parallelepipeda exiſtentia, & ſub eadem altitudine inuicem ſunt æqualia. 33

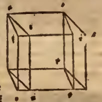


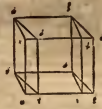
THEON ex Zamberto. *Sint ſuper æqualibus baſibus αβ, γδ, ſolida parallelepipeda αι, & γζ, ſub eodem faſtigio. Dico quòd ſolidũ αι, æquum eſt ipſi γζ ſolido. Sint primùm ſtantes ipſæ θκ, βι, αυ, λμ, επ, δζ, γξ, & ρσ, ad angulos rectos ipſis αβ γδ baſibus, & angulus qui ſub αλβ, æqualis non ſit angulo qui ſub γρδ. Extendaturq́; in rectam lineam γρ, ipſi ρτ. Conſtituaturq́; (per 23 primi) ad ipſam ρτ rectam lineam, ad ſignumq́; in ea ρ, ipſi αλβ, angulo æqualis angulus qui ſub τρυ, ponaturq́; (per 3 primi,) ipſi quidem αλ, æqualis ρτ, ipſi autem λβ æqualis ρυ (per 31 primi) ipſi ρτ parallelus excitetur χυ compleaturq́; baſis ρχ, & ſolidum ψυ. Et quoniã binæ τρ, ρυ, binis αλ, λβ, ſunt æquales, & æquos angulos comprehendunt, æquũ igitur eſt & ſimile ρχ, parallelogrammum ipſi αβ, parallelogrammo. Et quoniam rurſus æqualis eſt αλ quidem*

Camp. 31

dē ipſi ζ ν: λ μ uerò ipſi ξ ο, & angulos noſtros cōprehendunt, æquū igitur & ſimile eſt ζ ψ parallelogrāmum ipſi ν μ parallelogrammo. Iam idq́; propterea & λ ι, ipſi ο υ eſt æquale, & ſimile. Tria igitur parallelogramma ipſius ν ι, ſolidi, tribus parallelogrammis ipſius ψ υ, ſolida æqua ſunt & ſimilia. Sed tria, tribus iis quæ ex oppoſito æqua ſunt & ſimilia. Totū igitur ſolidum α ι parallelepipedum, toti ψ υ, ſolido parallelopipedo æquum eſt. Extendantur (per 2 poſtulatum) ipſæ δ ζ, & χ υ, quæ ueniant in congreſſum in ν, & per τ (per 31 primi) ipſi ζ ν parallelus excitetur τ T, extendaturq́; ν T & δ ζ quæ ueniant in congreſſum in A, cōpleanturq́; ipſa ν ψ, & ζ ι, ſolida. Aequū iam eſt ψ ν ſolidum, cuius baſis quidem eſt ζ ψ, parallelogrammum, ex oppoſito uerò ν π, ipſi ψ υ ſolido, cuius quidem baſis eſt ζ ψ parallelogrammum, ex oppoſito uerò υ φ. In eadem ſiquidem ſunt baſi ζ ψ, ſub eodēq́; faſtigio, & ſtātes ζ ν, ξ υ, τ T, τ χ, ο ε, ο υ, ψ π, & ψ φ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ν χ, & ε ς. Sed ſolidum ψ φ, ipſi α ι, ſolido æquū eſt, & ſolidum igitur ψ ν, ipſi α ι ſolido æquū eſt. Quoniam autē ipſum ζ ν, χ τ, parallelogrāmum ipſi ν τ parallelogrāmo (per 35 primi) æquum eſt: æquū eſt autem & ν β, parallelogrammū ipſi ξ χ, parallelogrammo, æquum igitur eſt & ν T ipſi ν β. Aequum autē eſt & γ δ ipſi ν β, æquū igitur eſt & ν τ ipſi γ δ. Eſt autē aliud δ τ, eſt igitur (per 7 quinti,) ſicut γ δ, baſis ad δ τ baſin, ſic ν τ baſis ad δ τ baſin. Et quoniā parallelepipedū γ ι, plano ζ ξ ſecatur, parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur ſicut γ δ baſis ad δ τ baſin, ſic γ ſ, ſolidum ad ζ ι ſolidum. Idq́; propterea iam quoniā ſolidum parallelepipedum ν ι, plano ζ ψ, ſecatur parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis: eſt igitur ſicut ν τ baſis ad δ τ, baſin, ſic ν ψ ſolidū ad ζ ι ſolidum. Sed ſicut γ δ baſis ad δ τ baſin, ſic ν τ, ad τ δ: & ſicut igitur (per 11 quinti,) γ ſ, ſolidū ad ζ ι ſolidum, ſic ν ψ ſolidū ad ζ ι. Vtrūq; igitur ipſorum γ ſ, ν ψ, ſolidorū, ad ζ ι ſolidum eandē habet rationē. Aequū igitur eſt γ ſ ſolidū, ipſi ν ψ ſolido. Sed oſtenſum eſt, quòd ν ψ, ipſi α ι, æquum eſt, & γ ſ. igitur ipſi α ι æquum eſt. Non ſint iam ſtantes ν ν, θ κ, β ζ, λ μ, γ ε, ο π, δ ſ, ζ ρ, ad angulos rectos, ipſis ν β, γ δ, baſis. Dico quòd rurſus ſolidū ν ι, æquum eſt ipſi γ ſ, ſolido. Excitētur (per 11 undecimi) ab ipſis ν ι, ν μ, ν ſ, ν ρ, ſignis, ad ſuppoſitum planū, ν ſ, ι τ, ν υ, μ φ, τ χ, ſ ψ, ρ π, ο ι, perpendiculares, & cōnectantur ξ τ, υ φ, ξ υ, ν φ, χ ψ, χ υ, ν ι, ψ. Aequū iam eſt (per 31 undecimi) ν φ, ſolidum ipſi ν ι ſolido, in æqualibus ſiquidē ſunt baſibus ν μ, ν ρ, & ſub eodē faſtigio quorū ſtantes ad angulos rectos ſunt ipſis baſibus. Sed ipſum quidem ν φ ſolidum, ipſi ν ι, ſolido (per 30 undecimi) eſt æquale, & ν ι ipſi γ ſ, in eadem ſiquidē ſunt baſi & ſub eodem faſtigio, quorum ſtantes non ſunt in eiſdem rectis lineis. Et ν ι ſolidum igitur, ipſi γ ſ ſolido æquum eſt. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eodem faſtigio, inuicem ſunt æqualia: quod demonſtrare oportebat.

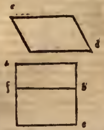






Eucl ex Camp. Propoſitio 33.

33 OMnia ſolida æquidiſtantium ſuperficierum, æquè alta ſuis baſibus ſunt proportionalia.



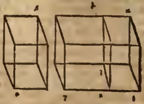
Campanvs. Sint duo ſolida æquidiſtantiū ſuperficierum æque alta, conſtituta ſuper duas baſes a b & c d. Dico quòd proportio illorum duorum ſolidorum unius ad alterum eſt ſicut proportio ſuarum baſiū quæ ſunt a b & c d, unius ad alterā. Conſtat quidem ex 24, utramq; harum duarum baſium eſſe æquidiſtantium laterum, duo igitur latera oppoſita & æquidiſtātium, in ſuperficie a b protrahantur, & inter ea fiat ſuperficies æquidiſtantium laterum quæ ſit f e, æqualis c d. Dehinc ſupra ſuperficiem f e, compleatur ſolidum parallelogrammum æquè altum ei quod conſtitutum eſt ſuper baſin a b, ſitq; amborum communis terminis illa ſuperficies, quæ exurgit ſuper lineam b f, hæc autem ſolida & ſuæ baſes, eiſdem nuncupentur nominibus. Quia igitur baſis f e, eſt æqualis baſi c d, erit ex 31 uel 32 ſolidum f e æquale ſolido c d. At quia totale ſolidum a e ſecat ſuperficies, exurgens ſuper lineamb f æquidiſtanter duobus lateribus op-

poſitis, erit ex 25 proportio ſolidi f e ad ſolidum a b, ſicut baſis f e ad baſin a b. Cumq́ ſint c d & f e tam baſes quàm ſolida æqualia, baſes quidem ex hypotheſi, ſolida autem ex 31 uel 32, ſequitur ex 7 quinti bis aſſumpta ſemel pro baſibus & ſemel pro ſolidis, quòd ſolidorum a b & c d baſiumq́ a b & c d ſit proportio una. Quod demonſtrare uolumus. Huius quoq́ conuerſam ipſa eadē mediante demonſtrare quemadmodum conuerſas præcedentium, non eſt difficile. Pones enim duo ſolida parallelogrāma eſſe ſuis baſibus proportionalia, & conuinces ea eſſe æquè alta. Abſciſo'q́ ab eo quod altius mentietur aduerſarius uno ſolido parallelogrammo æquè alto demiſsiori, erunt abſciſum & demiſsius ſuis baſibus proportionalia ex hypotheſi & ex hac 33. Cumq́ etiam eſſent totale altius à quo partiale abſcidiſti, & ipſum demiſsius eiſdem baſibus proportionalia ex hypotheſi, ſequitur (ex prima parte 9 quinti) totale quòd aduerſarius dicit altius, & partiale quod ab eo abſcidiſti, eſſe æqualia.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propoſitio 32.*

Sub eadem altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda, adinuicem ſunt ſicut baſes. 30

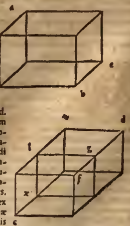
THEON ex Zamb. *Sint ſub eadē altitudine ſolida parallelepipeda, αβ, γδ. Dico quòd ipſa αβ, γδ, ſolida parallelepipeda adinuicē ſunt ſicut baſes, hoc eſt quod ſicut αε baſis, ad γζ, baſin, ſic eſt αβ ſolidum ad γδ ſolidum. Prætendatur enim (per 45 primi) ad ipſam ζη, ipſi αε æquū ζθ, & à baſi quidem ζθ, altitudine autem ipſius γδ, ſolidum parallelepipedum compleatur ηκ. Aequū iam eſt (per 31 undecimi) αβ ſolidum, ipſi ηκ ſolido, in æqualibus enim ſunt baſibus αε, ζθ, & ſub eadem altitudine. Et quoniam ſolidum parallelepipedū γκ, à plano δζ, ſecatur parallelo exiſtenti eis quæ oppoſito planis, eſt igitur (per 25 undecimi) ſicut θζ, baſis ad ζγ, baſin, ſic eſt γδ, ad ipſum ηδ, ſolidū. Aequalis uerò eſt ipſa quidem ζθ, baſis ipſi αε baſi, & ηκ ſolidum ipſi αβ ſolido, eſt igitur & ſicut αε baſis ad γζ, baſin, ſic αβ ſolidū ad γδ ſolidum. Sub eadem igitur altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda, & reliqua ut ſuprà, quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 34.*

SI duo ſolida æquidiſtātium ſuperficierum lineis altitudinum ſuper baſes orthogonaliter erectis fuerint æqualia, eorum baſes eorūdem altitudinibus mutuas eſſe. Si uerò fuerint duæ baſes ſuis altitudinibus mutuæ, ipſa ſolida ſibi inuicem æqualia eſſe neceſſe eſt. 34

CAMPANVS. Quæcunque ſint duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æqualia, eorum baſes & altitudines neceſſe eſt eſſe mutekeſias, & econuerſo, quemadmodum de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum æquiangulis 13 ſexti propoſuit. Attamen hac 34 iſtud demonſtrā dum proponitur de illis ſolidis parallelogrammis, in quibus lineę altitudinum ſuis baſibus parallelogrammis orthogonaliter inſiſtunt, ea uerò quæ ſequitur, proponit idem de cæteris. Sint ergo nunc duo ſolida parallelogramma a b & c d æqualia, quorum baſes ſint a e & c f, lineæq́ altitudinum ipſorum ſint ſuper has baſes orthogonaliter erectæ, & ſit altitudo ſolidi a b, linea e b, & ſolidi c d linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinantes ipſorum ſolidorum altitudines, æquales adinuicem, cum ipſa quoque ſolida ſint ex hypotheſi æqualia, erunt ex conuerſa 31 baſes eorum quæ ſunt a e & c f, æquales, ideoq́ baſes & altitudines erunt mutuæ, ſicq́ conſtabat propoſiti prima pars. Econuerſo conſtabat ſecunda. Vt ſi altitudines & baſes ſint mutuæ, ponantur altitudines æquales, erunt quoq́ baſes æquales: ideoq́ per 31 & ſolida æqualia: & ſic conſtat ſecunda pars. At uerò ſi lineæ b & f d non fuerint æquales, ſit f d maior, ex ea reſecetur f g ad æqualitatē e b, tribusq́ cæteris lineis quæ ſunt altitudinis ſolidi c d ad eandem menſuram in punctis b, k l,



b,k,l,reſectis perficiatur ſolidum parallelogrammum c g æquè altum ſolido a b, eritq́ ex premiſſa, a b c g, ſicut a e ad c f. Cum itaq; c d ſit æquale a b, erit (ex prima parte 7 quinti) c d ad c g, ſicut a e ad c f. Per præmiſſam autem eſt proportio c d ad c g, ſicut m f ad f l, quod patet, ſi una ex lateralibus ſuperficiebus ſolidi c d (& ipſa ſit f m) intelligatur baſis ipſius. At (per primam ſexti) f m ad f l, ſicut d f ad f g, ideoq́ per ſextā quinti ſicut d f ad b e. Igitur a e a d e f, ſicut d f ad b e. Cōſtat itaq; prima pars. Secundam partem cūm ſit conuerſa primæ, conuerſo modo probabis, ſit enim eadē diſpoſitione manente, proportio a e ad c f, ſicut d f ad e b. Dico tunc ſolida a b & c d eſſe æqualia. Erit enim ex 7 quinti d f ad f g, ſicut a e ad c f. Sed ex præmiſſa eſt a b ad c g, ſicut a e ad c f. Igitur eſt a b ad c g, ſicut d f ad f g, ex prima autem ſexti eſt d f ad f g, ſicut m f, ad f l, & ex præmiſſa c d ad c g ſicut m f ad f l. Itaque c d ad g c, ſicut a b ad c g. Igitur ex 9 quinti a b & c d ſunt æqualia, quod eſt propoſitum.

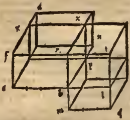
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

35 SI duo ſolida æquidiſtantium terminorum fuerint æqualia, eorum baſes eorundem altitudinibus erunt mutuæ. Si uerò baſes ſuæ altitudinibus ſuis mutuæ fuerint, quælibet duo corpora æquidiſtantium ſuperficierum probātur eſſe æqualia.

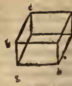
CAMPANVS. Quod præmiſa propoſuit de ſolidis parallelogrammis, quorum lineæ altitudinum ſuper baſes ſuas orthogonaliter exurgunt, hæc 35 proponit indiſtinctè de omnibus. Demonſtrare autem conuenit hanc ex præmiſſa, quemadmodū demonſtrauimus 32 & 33. Fabricatis enim duobus ſolidis æquidiſtantium laterum quibuſcunq;, ſi lineæ altitudinum ſuis baſibus orthogonaliter inſiſtunt, conſtat uerum eſſe quod dicitur ex præmiſſa. Sin autem à quatuor angularibus punctis ſupremarum ſuperficierum in utroq; ſolido quaternæ lineæ demittantur perpendiculariter ad baſes, uel à punctis angularibus infimarum ſuperficierum quaternæ erigātur, inter quas duo ſolida parallelogramma perficiantur æquè alta ſolidis prioribus, eruntq́ ex 29 & 30 hæc duo ſolida duobus prioribus ſolidis æqualia. Cum igitur horum & eorum ſint eædem baſes & eædem altitudines, ſit autem ex præmiſſa de poſterioribus, uerum quod hæc 35 proponit, uerum erit idem etiam de prioribus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

36 SI duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum fuerint ſimilia, proportio erit utriuſq; ad alterum, tāquam cuiuslibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius proportio triplicata.



CAMPANVS. Sint enim duo ſolida a b & c d parallelogrāma & ſimilia. Dico quòd proportio unius eorum ad alterum eſt ſicut unius lateris eius ad unum latus alterius quod ſibi refertur, proportio duplicata, quemadmodum duarum ſuperficierum ſimiliū proportio eſt ſicut ſuorum relatiuorum laterū proportio duplicata, ut in 18 ſexti demonſtratū eſt. Nā ſi ſolida a b & c d fuerint æqualia, cū ipſa ponantur ſimilia, erūt ex diffinitionibus ſimiliū corporum & ſimilium ſuperficierum cuncta latera unius æqualia ſuis relatiuis lateribus alterius. Ideoq́ cum duarum quantitatum æqualium proportio triplicata aut quotieslibet ſumpta non efficiat niſi æqualitatis proportionem, conſtat in hóc caſu uerum eſſe quod proponitur. Si autem inæqualia, ſit a b maius, cuius longitudo ſit b e, latitudo e f, altitudo f a, baſis e r, & ſuprema ſuperficies a n: ſolidi uerò c d, ſit longitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Conſtat itaq; ex diffinitionibus ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum & præſenti hypotheſi quód proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b, ad g d, ſit proportio una. Sumatur igitur ex linea a f quā manifeſtū eſt eſſe maiorem c h, linea f k, æqualis h c, cæteræq; tres determinantes altitudinem ſolidi a b, reſecentur ad qualitatem eius, & inter eas compleatur ſolidum parallelogrammum k b æquè altum ſolido c d. Et protrahantur duæ lineæ baſis e b, uſq; ad l, & r b uſq; ad m, ſitq́ b l

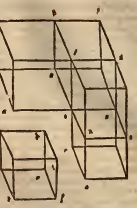


æqualis g d, & b m æqualis h g & perficiatur ſuperficies æquidiſtantiū laterū m l, quæ erit æqualis & ſimilis h d. Super eā igitur erigatur ſolidū parallelogrāmū p q ſecundū altitudinē præſcitam ex altitudine ſolidi a b, eritq; p q æquale & ſimile ſolido c d. Rurſusq; inter lineas r b & b l perficiatur ſuperficies æquidiſtantiū laterū b t, ſuper quā quoq; erigatur ſolidū parallelogrāmū x l æquè altū utriq; duorū ſolidorū k b & p q, replēdo alterutrū duorū angulorū hiātiū inter ea. Cū autē duo ſolida a b, p q, ſint ſimilia, eo quod ambo poſita ſint ſimilia ſolido c d, corpora uerò uni & eidē corpori ſimilia inter ſe ſunt ſimilia, ut patet ex diffinitione ſimilium corporū & 20 ſexti, manifeſtū eſt ex 25 ter aſſumpta quod inter duo ſolida a b & p q, ſecundū continuam proportionalitatē cadunt duo ſolida k b & x l. Opportune ergo conſtituta uel cōſtructa figura hypotheſibusq; memoriæ firme cōmendatis, ex prima ſexti facile cōcludes propoſitū. Excute torporē & diligēter attēde, ſciesq; ex 25 huius proportionē ſolidi a b ad ſolidū k b eſſe ſicut ſuperficiei a r ad ſuperficiē K r, ideoq; ex prima ſexti ſicut lineæ a f ad lineā K f, & proportionē ſolidi k b ad ſolidū x l ſicut ſuperficiei k r ad ſuperficiē x t, ideoq; ſicut lineæ f r ad lineam r t, & proportionē ſolidi x l ad ſolidū p q, ſicut ſuperficiei r l ad ſuperficiem l m, ideoq; ſicut r b ad lineam b m. Ex hypotheſi uerò liquet, quòd proportio lineæ f r ad lineam r t, & lineæ r b ad lineam b m, eſt ſicut lineæ a f ad lineam k f. Itaq; ex diffinitione proportionis triplicatę poſita in procemio quinti, conſtat quòd proportio ſolidi a b ad ſolidum p q, ideoq; etiam ad ſolidum c d, eſt ſicut lineæ a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f poſita eſt æqualis lineæ c h, patet uerum eſſe quod dicitur.

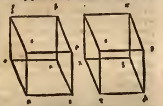
CAMPANVS. Scire autem oportet quod quicquid per hanc 36 & per 7 eam continue præcedentes demonſtratū eſt de ſolidis parallelogrammis, idē quoq; uerū eſt de ſeratilibus, quorū baſes cōmuniter ſunt trigonæ aut cōmuniter tetragonæ. Hoc autem, ex 28 & hac 36 & 7 eam continue præcedentibus cōſtabit ingenioſo inſpectori. Si enim fuerint ſeratilia quælibet æque alta ſuper eādē baſin uel ſuper baſes ęquales, cōmuniter tamē trigonas aut cōmuniter tetragonas. Cū ipſa ſint dimidia ſolidorū parallelogrammorū ſuarū altitudinū ex 22, ipſa erunt æqualia ex 29 & tribus eā ſequentibus, ex his enim conſtat, ſolida parallelogramma ipſis ſeratilibus dupla eſſe æqualia. Similiter quoq; ſi fuerint duo ſeratilia ſuper baſes cōmuniter trigonas aut communiter tetragonas æque alta, ipſa erunt ſuis baſibus proportionalia quemadmodū de ſolidis parallelogrāmis ex 33 habetur. Ipſa enim ſunt ex 28 dimidia ſolidorum parallelogrammorū ſuæ altitudinis, ſolidorū autem parallelogrammorū ſuæ altitudinis ſuarūq; baſium eſt una proportio ex 33. Cum itaq; ſit ſolidorū parallelogrammorū proportio ſicut ſeratilium (quia ſicut ſimplū ad ſimplū) ſic duplū ad duplum ex 15 quinti, atq; baſium ſolidorum parallelogrammorum eſt proportio ſicut baſium ſeratilium (Aut enim eædē erunt baſes ſeratilium & ſolidorū parallelogrammorū, & hoc quidem erit cum baſes ſeratilium fuerint tetragonæ, tūc enim ex ſeratilibus ſuper eaſdem baſes erunt ſolida parallelogramma complenda. Aut baſes ſeratilium erunt ſubduplę ad baſes ſolidorum parallelogrammorum, & hoc quidem erit cū baſes ſeratiliū fuerint communiter trigonę, tunc enim erūt ex ſeratilibus ſolida parallelogrāma cōplenda adiūctis ad baſes ſeratiliū ſuperficiebus trigonis, ut fiant baſes ſeratiliū cū trigonis adiunctis ſuperficiebus, ſuperficies æquidiſtantiū laterū) ſequitur ut ſit proportio ſeratiliū ſicut ſuarū baſiū. Eodēq; modo ſi ſeratilia fuerint æqualia, fuerintq; communiter ſuper baſes trigonas uel cōmuniter ſuper baſes tetragonas, baſes eorū altitudinibus ipſorū mutuę erunt. Quod ſi baſes eorū ſuis altitudinibus fuerint mutuæ, ipſa ſeratilia erunt æqualia quemadmodum de ſolidis parallelogrammis 34 & 35 proponunt. Hoc autē facile patet ex his quę dicta ſunt in 35. Si uerò ſeratilia fuerint adinuicē ſimilia, erit proportio unius ad alterū, ſicut proportio lateris unius ad ſuum reliquum latus alterius proportio triplicata, quemadmodum de ſolidis parallelogrammis 36 proponit. Quod ex eadem 36 facile tibi patebit, ſi ex illis ſeratilibus ſimilibus ſolidis parallelogrammis completis ſolida ipſa probaueris eſſe ſimilia. Quod ex diffinitione ſimiliū corporū & ſimiliū ſuperficierū, & hoc quod ſeratilia ponūtur adinuicē ſimilia, ex 34 primi leue eſt negociari. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 28.* *Propoſitio 33.*

Similia ſolida parallelepipeda, adinuicem in triplici ratione ſunt eiuſdem rationis laterum. 33

THEON *ex Zāb. Sint ſimilia ſolida parallelepipeda α β, γ δ, ſimilis autē rationis eſto α ε ipſi γ ζ. Dico q. ſolidū α β ad γ δ ſolidum triplicē habet rationē, quā α ε ad γ ζ. Extendātur enim in rectas lineas ipſis α ε, η ε, θ ε, ipſæ ε κ, ε λ, ε μ, ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidem γ ζ æqualis ε κ, ipſi aūt ζ ν æqualis ε λ, & inſuper ipſi ζ ρ ipſa ε μ, & cōpleatur κ λ parallelogrāmū, & κ ο ſolidū. Et quoniam duæ ε κ, ε λ, duabus γ ζ, ζ ν ſunt æquales, ſed & angulus qui ſub κ ε λ, ipſi qui ſub γ ζ ν, eſt æqualis, quoniā & qui ſub α ε η, ei qui ſub γ ζ ν, eſt æqualis propter ſimilitudinē ipſorū α β, γ δ ſolidorū, æquū igitur eſt & ſimile (per 14 ſexti) ipſum κ λ parallelogrāmum ipſi γ ν parallelogrāmo, & iā id propterea & κ μ parallelogrāmum æquū eſt et ſimile ipſi γ ρ parallelogrāmo, et inſuper ο ε, ipſi ζ δ. Tria igitur parallelogrāma ipſius κ ο ſolidi tribus parallelogrāmis ipſius γ δ ſolidi ſimilia & æqualia ſunt, ſed ipſa quidē tria tribus iis quæ ex oppoſito, ſunt æqualia & ſimilia, totum igitur κ ο ſolidū, toti γ δ ſolido ſimile eſt & æquale per diffinitionē 11) Cōpleatur ε κ parallelogrāmum, & à baſibus quidem η κ, κ λ parallelogrammis, altitudine aūt ipſius α β, ſolida compleantur ε ξ, λ π. Et quoniā propter ipſorum α β, γ δ, ſolidorum ſimilitudinē eſt ſicut α ε ad γ ζ ſic ε η ad ζ ν, & ε θ*



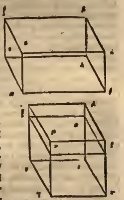
ad ζε, æqualis autem eſt γζ, ipſi ικ, & ζν, ipſi ιλ, & ζε ipſi ιμ, eſt igitur (per cõuerſionẽ diffinitionis ſecundæ) ſicut κι ad ικ, ſic eſt ει, ad ιλ, & θι, ad ιμ. Sed ſicut quidem κι, ad ικ, ſic eſt κε parallelogrãmum ad εκ parallelogrãmum, ſicut autem κι ad ιλ, ſic νκ, ad κλ, ſicut uerò (per 1 ſexti) θι ad ιμ ſic πι ad κμ, & ſicut igitur (per 11 quinti) κε, parallelogrãmum ad εκ, parallelogrãmũ, ſic νκ, ad κλ, et πι ad κμ. Sed ſicut quidem κε ad εκ, ſic eſt αβ ſolidum ad ιξ ſolidũ, ſicut autẽ νκ ad κλ, ſic ξι, ſolidum ad πλ ſolidũ, ſicutq́; πι, ad κμ ſicut πλ, ſolidum ad κο ſolidũ. Et ſicut igitur αβ ſolidũ ad ιξ, ſolidum ſic ιξ, ad πλ, & πλ ad κο. Si uerò quatuor magnitudines continue fuerint proportionales, prima ad quartam (per 10 diffinitionẽ quinti) triplicẽ rationẽ habet quam ad ſecundã. Igitur αβ ſolidũ ad κο ſolidũ triplicem rationẽ habet, quam αβ ad ιξ. Sed ſicut αβ ad ιξ, ſic eſt κε, parallelogrammũ ad εκ, & κι, recta linea ad ικ, quare & αβ ſolidũ ad κο, ſolidũ triplicẽ rationẽ habet, quã κι ad ικ. Aequũ autem eſt ipſum quidem κο ſolidũ ipſi γδ ſolido, & ικ recta linea ipſi γζ, & αβ igitur ſolidum ad γδ ſolidum triplicem rationem habet, quàm ſimilis rationis latus hoc eſt κι, ad ſimilis rationis latus hoc eſt ad γζ. Similia igitur ſolida parallelepipeda, in triplici ſunt ratione ſimilis rationis laterum: quod oſtendere oportebat.



CORRELARIVM. Ex hoc, inquã, manifeſtum eſt, ꝙ ſi quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit ſicut prima ad quartam, ſic quod ex prima ſolidũ parallelepipedum ad id quod ex ſecũda ſimile ſimiliterq́; deſcriptũ, quandoquidem prima ad quartam triplicem rationem habet, quàm ad ſecundam.

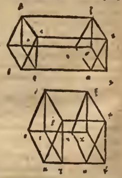
Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 34.

14 Aequaliũ ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinib. Et ſolida parallelepipeda quorũ baſes altitudinibus ſunt reciprocæ, ſunt æqualia.



THEON ex Zãb. Sint æqualia ſolida parallelepipeda, αβ, γδ. Dico ꝙ ipſorũ αβ, γδ, ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſunt baſes altitudinib. eſtq́; ſicut εθ, baſis ad νπ baſin, ſic eſt ipſius γδ, ſolidi altitudo ad ipſius αβ ſolidi altitudinẽ. Sint enim primũ ſtantes αη, ζβ, λζ, θκ, γμ, οξ, ρδ, πτ, in ipſis baſibus ad angulos rectos. Dico ꝙ eſt ſicut εθ baſis ad νπ baſin, ſic eſt γμ ad αη. Si quidẽ igitur æqualis eſt εθ baſis ipſi νπ baſi, eſt aũt & αβ ſolidũ æquũ ipſi γδ ſolido, & γμ ipſi αη eſt æquali. Si enim ipſis εθ, νπ, baſibus æqualibus exiſtentibus, æquales nõ fuerint ipſæ αη, γμ, altitudines, neq; igitur ſolidũ αβ, æquũ erit ipſi γδ, ſupponitur aũt æquale. Igitur altitudo γμ altitudini αη inæqualis nõ eſt, æqualis igitur. Eritq́; ſicut baſis εθ ad baſin νπ, ſic γμ ad αη, & manifeſtũ quòd ipſorũ αβ, γδ, ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus. Nõ ſit iã æqualis εθ baſis ipſi νπ, baſi, ſed eſto maior εθ. Eſt aũt ſolidum αβ, ipſi γδ ſolido æquum maior igitur eſt & γμ, ipſa αη. Si autẽ nõ, neq; igitur rurſus, ipſa αβ, γδ, ſolida ſũt æqualia, ſupponũtur aũt æqualia. Ponatur igitur (per 3 primi) ipſi αη, æqualis γτ, compleaturq́; ex baſi quidẽ νπ, altitudine autẽ γτ, ſolidum parallelepipedum γφ. Et quoniã ſolidum αβ æquum eſt ipſi γδ ſolido, aliud autẽ eſt ipſum φγ, ad idem aũt æqualia eãdem rationem habent (p 7 quinti) eſt igitur ſicut αβ ſolidũ ad γφ ſolidum, ſic eſt γδ ſolidũ, ad γφ ſolidum. Sed ſicut quidẽ ſolidum αβ ad ſolidum γφ, ſic εθ baſis ad νπ baſin (p 32 undecimi) ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa αβ, γφ, ſolida. Sicut autẽ ſolidum γδ ad ſolidum γφ, ſic eſt μπ, baſis ad πτ baſin, & μγ ad γτ, & ſicut igitur (per 11 quinti) εθ, baſis ad νπ baſin, ſic μγ ad γτ. Aequalis autẽ eſt γτ, ipſi αη, &

ſicut igitur (per 9 quinti) ι δ baſis ad ν π, baſin ſic μ γ ad α ν. Ipſorū igitur α ζ, γ δ, ſolidorū parallelepipedorū reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus ipſorū α ζ, γ δ, ſolidorū parallelepipedorū, reciprocæ ſint baſes altitudinib. ſitq́; ſicut ι δ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinē. Dico q, ſolidū α ζ æquū eſt ipſi γ δ ſolido. Sint enim rurſus ſtātes, ad angulos rectos ipſis baſibus. Et ſi quidem æqualis eſt ι θ baſis ipſi ν π baſi, eſtq́; ſicut ι θ baſis ad ν π baſin ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α ζ ſolidi altitudinem, æqua igitur eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, altitudini ipſius α β ſolidi. Super æqualibus autē baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicē ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum α β, æquū eſt ipſi γ δ ſolido. Non ſit iā ι δ baſis ipſi ν π baſi æqualis, ſed eſto maior ι θ, maior igitur eſt & ipſius γ δ, ſolidi altitudo, ipſius α ζ ſolidi altitudine, hoc eſt γ μ, maior quàm α ν. Ponatur (per 2 primi) ipſi α ν, rurſus æqualis γ τ, & cōpleatur γ φ ſolidū. Quoniā eſt ſicut ι δ baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad α ν, æqualis autē eſt α ν ipſi γ τ, eſt igitur ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic γ μ ad γ τ, reciproca enim ſupponuntur. Sed ſicut quidem ι δ baſis ad ν π baſin ſic (per 32 undecimi) α β ſolidū ad γ φ ſolidum ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α β, γ φ ſolida. Sicut autem γ μ ad γ τ, ſic (per 1 ſexti) μ α, baſis ad π τ baſin et (per 32 undecimi) γ δ ſolidū ad γ φ ſolidū, & ſicut igitur (per 11 & 9 quinti) α ζ ſolidū ad γ φ ſolidū, ſic γ δ ſolidū ad γ φ ſolidū. Vtrūq; igitur ipſorū α ζ, γ δ, ad ipſum γ φ eandē rationē habet. Aequū igitur eſt (per conuerſionē 7 quinti) α β, ſolidū ipſi γ δ ſolido. Quod oportuit oſtendere. Non ſint autē ſtantes ζ ι, ζ λ, κ α, δ π, ρ ξ, δ ο, μ γ, ζ π, ad angulos rectos baſibus eorū, excitenturq́; (per 10 undecimi) ab ipſis ζ κ, β π, ξ μ, δ ρ, ſignis in ipſorū ι θ, ν π, baſium planis, perpendiculares, concurrantq́; planis ad ſigna σ τ υ, φ χ, ψ ω, ε, cōpleanturq́; ipſa ζ φ, ζ π, ſolida. Dico q, & ſic æqualibus exiſtentibus ipſis α β, γ δ, ſolidis reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus, eſtq́; ſicut ι δ, baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, ad ipſius α β, ſolidi altitudinē. Quoniā enim α ζ ſolidū æquū eſt ipſi γ δ ſolido, ſed α β, quidem ipſi ζ υ (per 31 undecimi) eſt æquale (ſuper eadē) enim ſunt baſi ζ κ, & ſub eadē altitudine, quorū ſtantes nō ſunt ſuper eiſdem rectis lineis) at γ δ ſolidū (per 31 undecimi) ipſi δ ψ ſolido eſt æquale (ſuper eadem namq; ſunt baſi ξ ρ, & ſub eadem altitudine, quorū ſtantes nō ſunt ſuper eiſdē rectis lineis) igitur ſolidū β τ ipſi δ ψ ſolido æquū eſt. Aequaliū autem ſolidorū parallelepipedorum, quorū altitudines ad angulos rectos ipſis eorū baſibus ſunt, reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinib. Eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius ζ υ ſolidi altitudinē. Aequalis autē eſt ζ κ baſis ipſi ι δ baſi, & ξ ρ baſis ipſi ν π baſi, eſt igitur ſicut ι δ baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinem. Eædem uerò altitudines ſunt ipſorū δ ψ & β τ ſolidorū & ipſorū δ γ & β α. Eſt igitur ſicut ι δ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ, ſolidi altitudo ad ipſius α ζ, ſolidi altitudinē. Ipſorum igitur α ζ, γ δ, ſolidorum parallelepipedorū, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus.

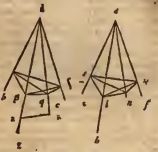


Rurſus iā ipſorū α β, γ δ, ſolidorum parallelepipedorū, reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq́; ſicut ι θ, baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinē. Dico q, ſolidū α ζ, æquum eſt ipſi γ δ ſolido. Eiſdē nāq; diſpoſitis, quoniā eſt ſicut ι δ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinem, æqualis autem eſt baſis ι θ, ipſi ζ κ & ν π, ipſi ξ ρ, eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinē. Eædem autem ipſorum α β, γ δ, & β υ, δ ψ, ſolidorum ſunt altitudines. Eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius δ γ ſolidi altitudo ad ipſius ζ τ ſolidi altitudinem. Ipſorum igitur β τ, δ ψ, ſolidorum parallelepipedorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Solida uerò parallelepipeda, quorū altitudines ad angulos rectos ſunt baſibus eorum, & reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, æqualia ſunt (per 21 undecimi) Igitur ſolidum β τ, æquum eſt ipſi δ ψ ſolido. Sed ipſum quidē β τ, ipſi β υ, æquum eſt (p 29 undecimi) ſuper eadē nāq; ſunt baſi ζ κ, et ſub eadē altitudine, quorum ſtātes ſunt ſuper eiſdē rectis lineis. Solidum autē δ ψ, ipſi δ γ, ſolido æquum eſt, ſuper eadē nāq; ſunt baſi ξ ρ, & ſub eadē altitudine, quorum ſtātes ſunt ſuper eiſdē rectis lineis. Igitur & α β ſolidum, ipſi γ δ, ſolido æquum eſt: quod demonſtrare oportebat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 37.

SI fuerint duo anguli plani æquales ſuper quos duæ hypothenuſæ in aëre ſtatuāt cū lateribus angulorū ſubiacētiū ſingulos ſingulis æquos angulos cōtinētes, atq; in illis hypothenuſis duo pūcta ſignētur à quibus punctis duæ perpendiculares ad ſuperficies angulorū propoſitorū demittantur, à pūctis autem ſu- 37

per quæ perpendiculares ceciderint ad eoſdē duos angulos planos duę rectæ lineæ ducantur, duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duabus hypothenuſis continentur, æqui ſibi inuicem eſſe probantur.

Campanvs. Sint duo anguli plani a & d æquales, contenti lineis a b & a c & d e & d f, & ſuper eos erigantur duæ lineæ hypothenuſaliter a g & d h, ſitq́ angulus g a c æqualis angulo h d f, & angulus g a b æqualis angulo h d e, atque in duabus hypothenuſis a g & d h, ſignentur quomodolibet duo puncta k & l, à quibus ſecundum præcepta 11 huius demittantur ad ſuperficies angulorum a & d, duæ perpendiculares quæ ſint k, m & l n, & protrahantur duæ lineæ a m & d n. Dico igitur angulum g a m, eſſe ęqualem angulo h d n. Si linea a k eſt ęqualis d l, bene quidem. Sin autem, ex linea a g ſumatur a p, æqualis d l, & à puncto p demittatur perpēdicularis ad ſuperficiem anguli a, linea quę ſit p q. Manifeſtum eſt igitur quod punctum q eſt in linea a m, quod ex 6 huius & diffinitione linearum æquidiſtantiū quas neceſſe eſſe in ſuperficie una, facilè conſtat ſtudioſè intuenti. Dehinc à pūcto q ducantur perpendiculares duæ, una ad lineam a b quę ſit q r, & alia ad lineam a c quæ ſit q ſ. Similiter quoq; à puncto n ducantur aliæ duæ perpendiculares, una ad lineam d e, quæ ſit n t, & alia ad lineam d e, quæ ſit n x, & protrahantur r ſ & t x. Iterumq́; à punctis p & l, demittantur hypothenuſę p q, p r, p ſ, & l n, l t, l x. His itaq; poſitis, figuraq́; prudenter diſpoſita, demonſtrationē propoſiti ſic collige. Conſtat ex penultima primi quòd quadratū lineæ a p eſt æquale quadratis duarum linearum a q, & p q, ac ex eadem quòd quadratum a q eſt æquale quadratis duarum linearum a ſ, ſ q, itaq; quadratū a p, eſt æquale quadratis trium linearum a ſ, ſ q, & q p Sed ex eadem, quadratū ſ p, eſt æquale quadratis duarum linearum ſ q & p q, ergo quadratum a p, eſt ęquale



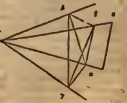
quadratis duarū linearū a ſ & ſ p, ideoq́; ex ultima primi angul⁹ a ſ p eſt rect⁹. Similiq́; modo, pbábis, unūquēq; triū angulorū d x l, a r p, d t l, eſſe rectū. Cū igitur ex hypotheſi ſit angul⁹ ſ a p ęqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l, erit ex 26 primi linea d x ęqualis a ſ, et x l æqualis ſ p. Eodē quoq; modo cū ex hypotheſi ſit angulus r a p ęqualis āgulo e d l, erit ex eadē linea a r ęqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r ſ erit ęqualis lineæ t x & angul⁹ a r ſ ęqualis angulo d t x, & angulus a ſ r angulo d x t: eſt enim ex hypotheſi angulus a, æqualis angulo d. A cōceptiōe igitur erit angulus ſ r q æqualis angulo x t n, & angulus r ſ q angulo t x n, ſunt enim reſidui duorū rectorū, dēptis æqualibus. Neceſſe eſt itaq; ex 26 primi, ut linea r q ſit æqualis t n, & q ſ ęqualis n x. Cūq́; ex penultima primi quadratū lineę r p ſit æquale quadratis duarū linearū r q & q p, & quadratū lineę t l æquale quadratis duarum linearum t n & l n, ſint autem duæ lineæ r p & t l æquales, duæ quoque quæ ſunt r q & t n ęquales, ſequitur ex cōmuni ſcientia duas quæ ſunt p q & l n eſſe æquales. Eodem modo cum quadratum lineæ a p ſit æquale quadratis duarum linearum quæ ſunt a q & q p, ſimiliter quadratum lineæ d l quadratis duarum linearum quæ ſunt d n & n l, ſit autem a p æqualis d l, & p q æqualis l n, ſequitur ex cōmuni ſcientia a q eſſe æqualem d n. Ex octaua igitur primi concludo propoſitum, uidelicet angulum p a m eſſe æqualem angulo l n d.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 35.*

35 Si fuerint bini anguli plani æquales, ſuper quorum uerticibus ſublimes rectæ lineæ ſteterint, ęquales angulos cōprehendentes cum ijs quę in principio rectis lineis, alterum alteri, in ſublimibus autem ſumpta fuerint contingentia ſigna, & ab eiſdē ad plana in quibus ſunt qui in principio anguli, perpendiculares actæ fuerint à ſignis autem quæ in planis à perpēdicularibus fiunt, ad eos qui in principio angulos cōiunctæ fuerint rectæ lineæ, æquos angulos cum ſublimibus comprehendent.

THEON *ex Zāb. Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui ſub β α γ, ε δ ζ, à ſignis autem α, δ, ſublimes excitentur rectæ lineæ α κ, δ μ, æquos cōprehendentes angulos cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri, hoc eſt angulum μ δ ε angulo ei qui ſub κ α β, eū aūt qui ſub μ δ ζ, ei qui ſub κ α γ, ſumanturq́; in ipſis α κ, δ μ, cōtinētia ſigna κ, μ, excitēturq́; (p 11 undecimi) ab ipſis κ, μ, ſignis ad ea quæ p β α γ, ε δ ζ, plana perpendiculares κ λ, μ ν, coincidantq́; ipſis planis in ν λ, connectanturq́; ipſæ λ α, ν δ. Dico q́ angulum*

angulus qui ſub ε α λ, æquus eſt angulo μ δ ν, ponatur (per 2 primi) ipſi δ μ æqualis α θ, exciteturq́ (per 31 primi) per ſignũ θ, ipſi α λ parallelus θ κ. At α λ, perpendicularis eſt ad id quod per β α γ planũ. Igitur & θ κ, perpendicularis eſt ad id quod per β α γ, planũ. Excitentur (per 11 primi) ab ipſis κ, ν, ſignis ad ipſas α β α γ, δ ζ, δ η, rectæ lineæ perpendiculares κ γ, ν ζ, κ β, ν η, cõnectanturq́ ipſæ θ γ, γ β, μ ζ, ζ η. Et quoniã quod ex θ α (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex θ κ, κ α, et autem quod ex κ α, æqualia ſunt quæ ex κ γ, γ α, igitur quod ex θ α æquũ eſt eis quæ ex θ κ, κ γ, γ α, eis uerò quæ ex θ κ, κ γ, æquũ eſt id quod ex θ γ, quod igitur ex θ α (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex θ γ, γ α, rectus eſt igitur qui ſub θ γ α, angulus. Idq́ propterea et qui ſub δ ζ μ angulus, rectus eſt: æqualis igitur eſt qui ſub θ γ α angulus, ei qui ſub δ ζ μ angulo. Eſt autẽ & qui ſub α γ θ, æqualis ei qui ſub δ ζ μ. Bina igitur triangula ſunt δ ζ μ & θ α γ, duos angulos duobus angulis æquos habẽtia alterũ alteri & unũ latus uni lateri æquũ, quod unum æqualiũ angulorũ ſubtendit, hoc eſt, θ α, ipſi δ μ, & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt alterũ alteri, æqualis igitur eſt α γ ipſi δ ζ. Similiter oſtendemus, quòd & α β ipſi δ η eſt æqualis. Connectantur θ β, & μ η. Et quoniã quod ex α θ (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex α κ, κ θ, ei autẽ quod ex α κ (per eandẽ) æqua ſunt quæ ex α β, β κ, quæ igitur ex α β, β κ, κ θ, ſunt æqualia ei quod ex α θ. Sed eis quæ ex β κ, κ θ, æquũ eſt id quod ex β θ rectus enim eſt qui ſub θ κ β angulus, quoniam θ κ perpendicularis eſt ad ſubiectũ planũ, igitur quod ex α θ æquũ eſt eis quæ ex α β, β θ, rectus igitur eſt qui ſub α β θ angulus, & id propterea qui ſub δ η μ angulus, rectus eſt. Eſt autẽ & qui ſub β α θ, angulus, ei qui ſub η δ μ æqualis: ſupponitur nanq́, eſtq́ ipſa α θ, ipſi δ μ æqualis, æqualis igitur eſt (per 26 primi) α β, ipſi δ η. Quoniã igitur æqualis eſt α γ, ipſi δ ζ, & α β, ipſi δ η, binæ igitur γ α, α β, duabus ζ δ, δ η, ſunt æquales, ſed et angulus qui ſub γ α β, ei qui ſub ζ δ η, eſt æqualis. Baſis igitur β γ (per 4 primi) baſi η ζ, eſt æqualis & triangulũ triãgulo & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis eſt igitur qui ſub α γ β angulus, et qui ſub δ ζ η. Rectus autẽ & qui ſub α γ κ, recto qui ſub δ ζ ν eſt æqualis, et reliquus igitur qui ſub β γ κ, reliquo qui ſub η ζ ν eſt æqualis. Et id propterea qui ſub γ β κ, ei qui ſub ζ η ν, eſt æqualis. Bina igitur triãgula ſunt (p 8 primi) β γ κ, η ζ ν, binos angulos duobus angulis æquos habentia alterũ alteri, & unũ latus uni lateri æquũ, quod ad æquos angulos, hoc eſt β γ ipſi η ζ et reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebũt. Aequalis igitur eſt γ κ, ipſi ζ ν: eſt autẽ & α γ, ipſi δ ζ æqualis. Binæ igitur α γ, γ κ, duab. δ ζ, ζ ν, ſunt æquales, & æquos cõprehẽdũt angulos, baſis igitur α κ (p 4 primi) baſi δ ν eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt α θ, ipſi δ μ, æquũ eſt qd' ex α θ ei qd' ex δ μ. Sed ei qd' ex α θ, (p 47 primi) æqualia ſunt quæ ex α κ, κ θ, rectus enim eſt q ſub α κ θ. Ei autẽ quod ex δ μ, æqua ſunt quæ ex δ ν, ν μ, rectus enim eſt q ſub δ ν μ. Igitur quæ ex α κ, κ θ, ſunt eis æqualia quæ ex δ ν, ν μ, quorũ quod ex α κ, æquũ eſt ei quod ex δ ν. Reliquum igitur quod ex κ θ, æquũ eſt ei quod ex ν μ. Aequalis igitur eſt θ κ, ipſi μ ν. Et quoniã binæ θ α α κ, duabus μ δ, δ ν, ſunt æquales altera alteri, & baſis θ κ, baſi μ ν eſt æqualis, angulus igitur qui ſub θ α κ (per 8 primi) angulo qui ſub μ δ ν eſt æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales, & quæ ſequũtur reliqua: quod oſtendere oportebat.



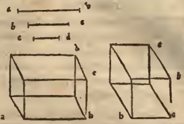


CORRELARIVM. *Ex hoc nẽpe manifeſtũ, quòd ſi fuerint bini anguli plani rectilinei æquales, ſteterintq́ ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos cõprehendẽtes, unà cũ ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri, quæ ex ipſis perpendiculares ductæ ad plana in quibus ſunt qui principio anguli, inuicem ſunt æquales.* *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio 38.*

SOlidũ tribus lineis proportionalibus contentũ, æquũ erit ſolido quod à mediæ lineæ æquis lateribus cõtinetur, ſi anguli ſui amborum ſibi inuicem æquales fuerint. 38

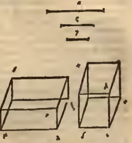
CAMPANVS. De ſolidis parallelogrãmis intelligatur, de his enim qualiacũq; ſint dũ tamẽ ęquiãgula, uerũ eſt, quod contentũ à tribus lineis proportionalibus ęquale eſt ei quod à media earũ continetur, quemadmodũ de ſuperficiebus rectangulis probatũ eſt in 16 ſexti, & de non rectãgulis elicitur euidenter ex ſecunda parte 13 eiuſdẽ. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d, continue proportionales, fiatq; ex eis unus angulus ſolidus ad libitum, & perficiatur ſolidum æquidiſtantium laterum, cuius linea a b ſit longitudo, b c uerò altitudo, ſed c d latitudo, & ipſum ſolidum dicatur a d. Sumpta quoq; alia linea qualibet æquali b c quæ etiam uocetur b c, ſuper ipſius extremitatẽ quæ eſt b, con-

conſtituatur angulus ſolidus æqualis angulo ſolido a, ſecundum quod docet 26 lineæq; cæteræ ſolidum angulum b continentes reſecentur ad æqualitatẽ lineæ b c, & perficiatur ſolidum æquidiſtantium ſuperficierum, cuius longitudo, latitudo, & altitudo ſit linea b c, & ipſum appelletur b c. Dico itaq; duo ſolida a d & b c eſſe æqualia. Manifeſtum eſt enim, quòd cunctæ ſuperficies unius ſunt æquiangulæ ſuis relatiuis ſuperficiebus alterius. Quod ex 34 primi patere poteſt, nam cũ ſolidus angulus b ponatur æqualis ſolido angulo a, neceſſe eſt ut unus angulus uniuſcuiuſq; ſuperficiei ſolidi a d ſit æqualis uni angulo ſuæ relatiuæ ſuperficiei in ſolido b c, itaq; per 34 primi eorũ oppoſiti, erũt ęquales. At quia uniuſcuiuſq; ſuperficiei quadrilateræ omnes anguli ſunt æquales quatuor rectis ex 32 primi, neceſſe eſt duos reliquos unius eſſe æquales duobus reliquis ſuæ relatiuæ. Cumq; ipſi duo reliqui in qualibet ſint etiam adinuicem æquales, conuincitur neceſſariò ut unaquæq; ex ſuperficiebus ſolidi a d ſit æquiangula ſuę relatiuę in ſolido b c, quare ex ſecunda parte 13 ſexti baſes duorum ſolidum propoſitorum erunt æquales: ſunt enim ęquiangulæ & laterum mutuorum. Si itaq; lineæ altitudinum ſuper baſes ipſorum orthogonaliter inſiſtunt, conſtat ex 31 ipſa eſſe æqualia, cum enim hæ lineæ ſint æquales & ipſæ determinent altitudinem ſolidorum, erunt ſolida æque alta. At ſi lineæ altitudinum ipſorum non inſiſtunt ſuis baſibus orthogonaliter, ab ipſarum ſummitatibus ad baſes perpẽdicularibus demiſſis, erunt ex præmiſſa hæ perpendiculares adinuicem æquales, ipſæ enim erunt, ſicut erant & in præmiſſæ demonſtrationis figura duæ lineę p q & l n, quas demonſtrauimus oportere eſſe æquales. Quia igitur omnium ſolidorum altitudo ex perpendicularibus à ſummitatibus ipſorum ad ſuas baſes deſcendentibus diffinitur, erunt ex 32 duo ſolida a d & c b æqualia. Conuerſam quoq; huius poſſumus, ſi delectat, conuerſo modo probare. Vt ſi parallelogrammum corpus a d ſit æquale & æquiangulum corpori parallelogrammo b c, & corpus b c cõtineatur à media trium linearum continentium corpus a d, erunt tres lineæ continentes corpus a b continue proportionales. Cùm enim duo ſolida parallelogramma a d & c b ſint æqualia & æque alta, ex hypotheſi ipſa erunt ſuper baſes æquales per conuerſas 31 & 32. Et quia ipſæ baſes eorum ſunt æquiangulæ, ſequitur ex prima parte 13 ſexti, quòd ipſæ ſunt mutuorum laterum. Itaq; proportio a b ad b c, ſicut b c ad c d: quare conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. **Theorema 31.** *Propoſitio 36.*

16 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ex ipſis tribus rectis lineis ſolidum parallelepipedum, æquum eſt ei quod ex media fit ſolido parallelepipedo, æquilatero quidem, æquiangulo autem prædicto.

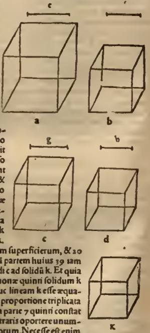


THEON *ex Zamb. Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ. Dico quòd ex α β γ, ſolidum, æquum eſt ei quod ex β ſolido æquilatero quidẽ, æquiangulo autem prædicto. Exponatur (per 23 undecimi) ſolidus angulus qui ad ε, comprehenſus ſub tribus angulis planis hoc eſt δ ε η, η ε ζ, ζ ε δ, ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidẽ β, æqualis unaquæq; ipſarum δ ε, η ε, ε ζ, compleaturq; ipſum ε κ, ſolidum. Ipſi autẽ α, æqualis eſto (per eandem λ μ) conſtituaturq; (per 26 undecimi) ad ipſam λ μ rectam lineam ad ſignumq; in ea λ, ipſi qui ad ε ſolido angulo æquus comprehenſus ſub ν λ ξ, ξ λ μ, ν λ μ, ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidem β æqualis λ ξ, ipſi autem γ æqualis λ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic eſt β ad γ, æqualis autem eſt α ipſi λ μ, & β unicuiq; ipſarum λ ξ, ε ζ, ε η, ε δ, & γ ipſi λ ν, eſt igitur λ μ ad ε ζ, ſic eſt δ ε ad λ ν, & circum æquos angulos qui ſub μ λ ν, δ ε ζ, latera ſunt reciproca. Igitur parallelogrammum μ ν, æquum eſt ipſi δ ζ, parallelogrãmo (per 14 ſexti) Et quoniã bini anguli plani rectilinei æquales ſunt, qui ſub δ ε ζ, ν λ μ, & ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ ſunt cõſtitutæ λ ξ, ε η, inuicẽ æquales (per præcedentẽ) æquos angulos cõprehẽdentes*

tes cum iſs quæ in principio rectis lineis alterum alteri: ipſæ igitur quæ ex α β, ſignis perpendiculares ductæ ad eas quæ per ν λ μ, δ ι ζ, plana (per correlarium præcedentis) inuicem ſunt æquales. Quare λ θ, ι κ, ſolida, ſub eadem ſunt altitudine. Super æqualibus autẽ baſibus & ſub eiſdem altitudinibus conſtituta ſolida parallelepipeda, inuicem ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum θ λ, ſolido ι κ eſt æquale. At λ θ, ſolidum, eſt ex ipſis α β γ, & ι κ, ſolidum eſt ex β. Igitur quod ex α β γ, ſolidum parallelepipedum, æquum eſt ei quod ex β ſolido æquilatero quidem, ſed æquiangulo prædicto: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 39.

SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, ſolida quoque ſua æquidiſtantium atq; ſimilium uniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum, erunt proportionalia. Si uerò ſolida æquidiſtantium atque ſimilium uniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum fuerint proportionalia, lineæ quoq; à quibus ipſa ſolida continentur, erunt proportionales. 39

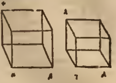


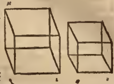
CAMPANVS. Simile proponit uigeſima prima ſexti de ſuperficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a b, & c d, proportionales, & ſuper has fabricẽtur quatuoc ſolida parallelogramma eiſdem nominibus dicta, quæ ſint expceſſe ſimilia, duobus enim ad libitũ fabricatis ſuper duas lineas a & c, cætera ſecundũ præcepta 27 conſtituenda erunt. Dico hæc 4 ſolida eſſe proportionalia. Et econuerſo. Subiungãtur enim duabus lineis a & b, in cõtinua proportione duæ quę ſunt e & f, quemadmodum docet 10 ſexti, & duabus lineis c & d, aliæ duæ quæ ſint g & h. Conſtat igitur ex 36 & ex diffininone proportionis triplicatæ, quæ poſita eſt in principio quinti, & ex hac hypotheſi quòd ſolida a & b ſibi inuicem, & ſolida c & d ſibi ad inuicem ſunt expreſſe ſimilia: quòd proportio ſolidi a ad ſolidum b eſt ſicut proportio lineæ a ad lineã f: ſolidi quoq; c ad ſolidum d, ſicut lineæ c ad lineã h. Et quia per 22 quinti proportio lineæ a ad lineã f eſt, ſicut lineæ c ad lineam h, erit ex 11 quinti ſolidum a ad ſolidum b, ſicut ſolidum c ad ſolidum d. Conſtat igitur prima pars. Secunda ſic, Sint duo ſolida a & b ſibi adinuicem, duoq; alia quæ ſint c & d, ſibi adinuicem expceſſe ſimilia, ſintq; cuncta parallelogramma, & ponantur proportionalia. Dico quòd lineæ a b, & c d, ſuper quas ſunt conſtituta, ſunt proportionales. Sit enim ex 10 ſexti ſicut linea a ad lineam b, ita linea c ad lineam k. Et fiat ſecundum 27 huius ſuper lineam k ſolidum expceſſe ſimile ſolido d, quod etiam dicatur k. Eritq; ex diffinitionibus ſimilium corpocum & ſimilium ſuperficierum, & 20 ſexti, cocpus k expreſſe ſimile cocpori c, ideoq; per primã partem huius 39 iam probatam erit pcoportio ſolidi a ad ſolidum b, ſicut ſolidi c ad ſolidũ k. Et quia eadem erat ſolidi c ad ſolidum d, erit ex ſecunda parte nonæ quinti ſolidum k æquale ſolido d. Cumq; eſſet ſibi expreſſe ſimile, ſequituc lineam k eſſe æqualem lineæ d. Aequalitas enim non producitur ex aliqua proportione triplicata uel quoneslibet ſumpta, niſi ex æquali. Igituc ex ſecunda parte 7 quinti conſtat etiam huiuſmodi pars ſecunda. Deciperis autem ſi arbitraris oportere unumquodq; quatuoc ſolidorum a b c d eſſe ſimile cuilibet aliorum. Neceſſe eſt enim duo ſolida a & b ſibi adinuicem, itemq; duo c & d ſibi adinuicem eſſe ſimilia, ſolida autem c & d ſolidis a & b eſſe ſimilia contingens eſt, neceſſarium autem non. Idem ex hac 39 de ſerratilibus facile poteris concludere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propoſitio 37.*

Si quatuor rectæ lineæ ꝓportionales fuerint, & quæ ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterq; deſcripta ꝓportionalia erũt. Et ſi quæ ex ipſis 37

ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterq́ deſcripta proportionalia fuerint, & ipſæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.

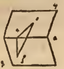




THEON ex Zāb. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β, γ δ, ε ζ, η θ, ſicut α β ad γ δ, ſic ε ζ ad η θ, & deſcribantur ab ipſis α β, γ δ, ε ζ, η θ, ſimilia ſimiliterq́; iacentia ſolida parallelepipeda κ α, λ γ, μ ε, ν η. Dico q́ eſt ſicut κ α ad λ γ, ſic eſt μ ε ad ν η. Quoniā enim ſolidum κ α parallelepipedum ipſi λ γ ſimile eſt, igitur (per 33 undecimi) κ α ad λ γ triplicem ratione habet quam α β ad γ δ, & id propterea μ ε ad ν η triplā habet rationem quā ε ζ ad η θ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) κ α ad λ γ, ſic μ ε ad ν η. Sed iam eſto ſicut κ α ſolidum ad λ γ ſolidum, ſic μ ε ſolidum ad ν η ſolidum. Dico quòd eſt ſicut α β recta linea ad ipſam γ δ, ſic eſt ε ζ ad η θ. Quoniam enim rurſus κ α ad λ γ triplam rationem habet quam α β ad γ δ, habet autem & μ ε ad ν η triplā rationem quā ε ζ ad η θ, eſtq́; ſicut κ α ad λ γ, ſic μ ε ad ν η, & ſicut igitur α β ad γ δ, ſic ε ζ ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 38.

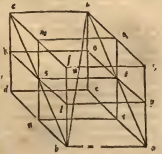
38 Si planū ad planum rectū fuerit, à ſigno autē in altero planorū exiſtente, in alterū planū perpendicularis ducta fuerit, in cōmunē ipſorū planorū ſectionē cadit ipſa perpendicularis.



THEON ex Zamb. *Planum enim γ δ, ad planum α β, rectū eſto, cōmunis autem ipſorum ſectio ſit δ α, ſumaturq́; in ipſo γ δ plano, contingens ſignū ε. Dico q́ ab ipſo ε in α β planum perpēdicularis ducta, in ipſam δ α cadit. Non enim, ſed ſi poſſibile eſt, cadat extra ſicut ε ζ, & concurrat ipſi α β plano in ζ ſigno, & ab ipſo ζ, in ipſam δ α, in plano α β (per 11 undecimi) perpendicularis excitetur ζ η, quæ & ipſi γ δ plano ad angulos rectos eſt. Connectanturq́; ε η. Quoniam igitur ζ η ipſi γ δ plano ad angulos rectos eſt, tangit autem ipſam ipſa ε η exiſtens in ipſo γ δ plano, igitur angulus qui ſub ζ η ε, rectus eſt. Sed & ε ζ, ipſi α β plano ad angulos rectos: angulus igitur qui ſub ε ζ η, rectus eſt. Trianguli iā ipſius ε ζ η bini anguli, duobus rectis ſunt æquales, quod (per 17 primi) eſt impoßibile. Igitur ab ε in α β planum perpendicularis ducta, non cadit extra ipſam δ α, in ipſam igitur α δ cadit: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 40.

40 Si incisa fuerint latera duarū oppoſitarū ſuperficierum cubi unūquodq; in duo media, exierintq́ à punctis ſectionū duę ſuperficies ſe uiciſſim ſecantes et cubū, cōmunē earum ſectionē diametrū cubi per æqualia ſecare, & ab ipſa diametro uer ſa uice per æqualia ſecari neceſſe eſt.



CAMPANVS. Statue cubū qui ſit a b, de quo conſtat per diffinitionē quòd oēs lineę ipſum cōtinentes ſint æquales, & eius ſuperficies rectangulæ, tale enim corpus, cubū dicimus. Huius igitur baſis ſit eius ſuperficies a c d e, ſuperficies uerò eius ſuprema b f g h, dextra uerò eius ſuperficies ſit a e g h, ſiniſtra autē ſuperficies b f c d, citerior quoq; ſit d e b h, ſed ulteriora c g f, eiusq́ diameter ſit a b. Diuidātur itaq; omnia latera duarū quarūlibet ſuperficierū oppoſitarū eius per æqualia, & ſint nūc ſuperficies quarū latera diuidātur, dextra atq; ſiniſtra. Diuidātur inquā, quatuor latera dextræ quidē ſuper quatuor pūcta quæ ſunt o p, q r, ſiniſtrę uerò ſuper quatuor quæ ſint k l m n, & cōiūgātur pūcta in his ſuperficiebus oppoſita, ductis lineis o p & q r quę ſecēt ſe in pūcto t, itēq; k l & m n quæ ſecēt ſe in pūcto ſ, & perficiātur duæ

ſuperficies ſecantes ſe inuicem & cubum, protractis item lineis o k & p l, q m & r n ſitq; harũ duarum ſuperficierum communis ſectio lineas ſt. Dico igitur quòd linea ſt diuidit diametrũ a b, & diuiditur ab eadem diametro per æqualia. Quod patet, utraq; enim earum tranſit per centrum cubi.

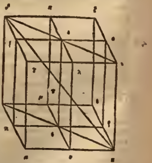
ALITER uerò conuenit quod propoſitum eſt demonſtrare. Producantur enim duæ lineæ t a & t h, & item duæ ſc, ſb, eritq; ex 4 primi a t æqualis t h, & ſc æqualis ſb. Cõſtat autem ex prima parte 29 primi, quòd angulus p t q eſt ęqualis angulo a q t, & ex 4 primi angulus h t p eſt æqualis angulo t a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cum angulo q t a, ualet duos rectos, quare ex 14 primi linea a h erit linea una, ſimiliter quoq; linea a b erit linea una. At quia ex nona huius, linea a c eſt æquidiſtans lineæ b h (utraq; enim eſt æquidiſtans lineæ d e) cumq; ipſæ ſint æquales quia latera cubi, ſequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b eſſe æquales & æquidiſtantes: ideoq; per cõceptionem, earum medietates quæ ſunt a t & b ſ, erunt æquales. Ex 7 autem huius manifeſtum eſt, quòd linea ſc eſt in ſuperficie duarum linearum a h & b c, & ex eadem linea a b quę eſt diameter cubi, eſt etiam diameter ſuperficiei parallelogrãmę a c b h. Itaq; linea ſt ſecat diametrũ a b. Secet ergo ipſam in puncto u. Dico ergo lineã ſu eſſe æqualẽ lineæ u t, & lineam etiam a u lineæ u b. Intelligantur duo trianguli a t u, b ſu, quorũ anguli qui ſunt ad t & ſ ſunt ęquales adinuicẽ, ſimiliter anguli eorũdẽ qui ſunt ad a et b ęquales adinuicẽ ex prima parte 29 primi, propter id qđ linea a t æquidiſtat lineæ ſ b. Et quia etiam ipſæ ſunt adinuicem æquales, ſequitur ex 26 primi, quod propoſitum eſt. Idem quoq; eodem modo concluditur, & ſi ſolidum a b non ſit cubus, ſed ſolidum corpus parallelogrammum ſiue æquali bus lineis ſiue non æqualibus contentũ fuerit, ſiue quoq; ſuper baſim orthogonaliter erectum ſiue etiam & ſuper ipſam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi, ad omnes figuras parallelogrammas ſolidas.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propoſitio 39.*

Si ſolidi parallelepipedi eorũ quę ex oppoſito planorũ latera bifariàm 39
ſecta fuerint, extẽſaq; fuerint p ſectiones plana, cõmunis ipſorũ planorũ ſectio, & ſolidi parallelepipedi dimetiens bifariàm ſe adinuicẽ diſpeſcẽt.

ALITER. Si cubi eorũ quæ ex oppoſito planorũ latera, & reliqua quæ ſequuntur, ut ſuprà.

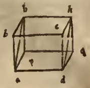
THEON ex Zãb. *Solidi, inquam, parallelepipedi αβ, eorum quæ ex oppoſito planorũ γζ, αθ, latera bifariàm diſpeſcãtur per κλμν, & ξπορ ſignũ, & per ſectiones protẽdãtur plana κν ξρ, cõmunis autem planorum ipſorũ ſectio eſto υσ, ipſius autẽ αβ, ſolidi parallelepipedi diagonius eſto δη. Dico iam q, & ipſæ υσ, δη, ſeſe inuicem diſpeſcunt, hoc eſt quod υτ ipſi τσ eſt æqualis, & δτ ipſi τη. Connectãtur enim δυ, υε, βσ, ση. Et quoniam δο parallelus eſt ipſi πε, anguli alternatim poſiti (per 29 primi) qui ſub δου, υπε inuicem ſunt æquales. Et quoniã æqualis eſt δο ipſi πε, & ου, ipſi υπ, & æquos angulos comprehendunt, baſis igitur δυ (per 4 primi) ipſi υε eſt æqualis, & triangulum δου ipſi πυε triangulo eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui ſub ουδ, æquus eſt ei qui ſub πυε angulo, ac per hoc recta linea eſt ipſa δυε, & per eadem etiam βση recta linea eſt, eſt & æqualis βσ ipſi ση. Et quoniam γα ipſi δβ eſt æqualis & eſt parallela, ſed γα ipſi εη eſt æqualis et parallela, et δβ igitur ipſi εη eſt æqualis & parallela (per primam communem ſentẽtiam) & ipſas connectunt rectæ lineæ δε, βη, parallelus igitur eſt (per 33 primi) δε ipſi βη, & ſuſcipiuntur in utriſq; cõtingẽtia ſigna, hoc eſt δυ, ησ, cõnectanturq́; δη, υσ. In uno igitur ſunt plano (per 17 undecimi) ipſæ δη, υσ. Et quoniã parallela eſt δε ipſi βη, æqualis igitur eſt (per 29 primi) qui ſub εδτ angulus ei qui ſub βητ angulo: uiciſſim enim & qui ſub δτυ ei qui ſub ητσ. Bina iã triangula ſunt, hoc eſt δτυ & ητσ, duos angulos duobus angulis æquos habentia, & unũ latus uni lateri æquum, quod ſubtendit autem æqualium angulorum, hoc eſt δυ ipſi ησ, dimidiæ nanque ipſarum δε, βη, & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur eſt δτ ipſi τη, & υτ ipſi τσ. Si ſolidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorum latera bifariàm ſecta fuerint extenſaq́; fuerint per ſectiones planas, cõmunis ipſorum planorum ſectio & ſolidi parallelepipedi dimetiens bifariàm ſe adinuicem diſpeſcent: quod erat oſtendendum.*

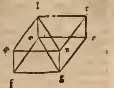


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 41.*

41 SI duo corpora ſeratilia quorũ alterũ baſin triangulã, alterũ uerò baſin habeat æquidiſtantiũ laterũ ipſi baſi triangulæ duplam, æque alta fuerint, illa duo corpora, neceſſe eſt eſſe æqualia.

CAMPANVS. Sit ſuperficies a b c æquidiſtantiũ laterum dupla trilateræ ſuperficiei e f g, & ſuper has duas ſuperficiés fiãt duo corpora ſeratilia æquè alta. Sitq; ſeratile quod eſt ſupra baſin quadrangulam a b c d, a b h d c k, cuius baſis eſt ſuperficies æquidiſtatiũ laterum propoſita a b c d, alia eius ſuperficiei ęquidiſtãtium laterum eſt a h d k, tertia uero eſt b h c k, duæ autem eſt eius triangulares ſuperficies, ſunt altera quidem triangulus a b h, reliqua uerò triangulus d c k. Seratile autem quod eſt ſuper baſin triangulam e f g, ſit e f g l m n cuius altera duarum trilaterarũ ſuperficierũ eſt baſis prędicta, reliqua uerò triangulus l m n, triũ autẽ ſuperficierum eius ęquidiſtantium laterum prima quidem eſt e f l m, ſecunda uerò e g l n, tertia uerò ſ g m n. Dico itaq; hæc duo ſeratilia propoſita, eſſe adinuicem æqualia. Perficiantur enim duo ſolida parallelogramma, adiungendo utriq; duorum propoſitorum ſerauliũ aliud ſeratile ſibi æquale. Primò quidẽ ſeratili ſuper eandẽ baſin ſit adiunctũ ſeratile a p h d q k cuius duę trilateræ ſuperficies ſint a p h, d q k, tres autẽ quadrilateræ, prima quidẽ a h d k quæ eſt terminus communis ſibi & ei cui adiungitur ſecunda uerò a d p q, tertia quoq; p q h K. Secundo autẽ ſeratili adiungatur aliud ſeratile ſibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triangulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r, ita quòd tota ſuperficies e ſ g r ſit æquidiſtantium laterum, & ſuper hunc triangulum fiat ſeratile e g l r l n ſ, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrammum huius ſeratilis adiũcti, duæ trilateræ ſuperficies ſunt e g r, l n s, tres autem parallelogrãmæ ſunt, prima quidem c l r s, ſecunda e l g n quæ eſt communis terminus ſibi & ei cui adiungitur, tertia uerò g r n s. Manifeſtum igitur ex diffininone ſolidórum æqualium atq; ſimilium, quòd duo ſeratilia parallelogrammum componentia ſolidum a k, ſibi inuicem, itemq; componẽtia ſolidum parallelogrammum e n, ſibi adinuicem ſunt æqualia. At uerò ex 31 uel ex 32 huius, duo ſolida a k & e n ſunt ſibi inuicem æqualia. Quia ergo horum ſolidorum medietates ſunt ſeratilia propoſita, per communem ſcientiam conſtat ea eſſe æqualia, quæcũq; enim fuerint æqualia, eorum meditates neceſſe eſt eſſe æquales. Liquet itaq; quod propoſitum eſt.

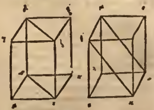




Euclid. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propoſitio 40.*

40 Si fuerint bina priſmata ſub æquis altitudinibus, & alterũ quidẽ baſin parallelogrammum habuerit, alterũ autẽ triangulum, duplũ autem fuerit parallelogrammum ipſius trianguli, ipſa priſmata æqualia erunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina priſmata α β γ δ ε ζ, η θ κ λ μ ν, & alterum quidem habeat baſin α ζ, parallelogrammum, alterum uerò η θ κ triangulum, duplum uerò ſit α ζ parallelogrammum, ipſius η θ κ trianguli. Dico quòd priſma α β γ δ ε ζ, æquum eſt ipſi η θ κ λ μ ν priſmati. Cõpleantur inquam, ipſa α ζ, ν ο, ſolida. Et quoniã α ζ parallelogrammũ ipſius η θ κ triãguli duplum eſt, eſtq; θ κ parallelogrammũ (per 41 primi) duplum ipſius η θ κ trianguli, æquum igitur eſt α ζ parallelogrammum ipſi θ κ parallelogrãmo. Super æqualibus autem baſibus exiſtẽtia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicẽ ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum α ζ, æquũ eſt ipſi ν ο ſolido & ipſius quidẽ α ζ ſolidi, dimidiũ eſt ipſum α β γ δ ε ζ priſma, ipſius autẽ ν ο ſolidi, dimidiũ eſt ipſum η θ κ λ μ ν priſma. Igitur priſma α β γ δ ε ζ, ipſi η θ κ λ μ ν priſmati eſt æquum. Si fuerint igitur bina priſmata ſub æquali altitudine, & alterum quidem habuerit baſin parallelogrammum, alterum autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammum ipſius trianguli, æqualia ſunt ipſa priſmata: quod erat oſtendendum.*

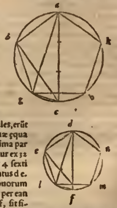


EVCLIDIS MEGARENSIS
GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber duodecimus.*

Ex Campano. *Propoſitio 1.*

Mnium duarū ſuperficierū ſimiliū multiangularū inter duos circulos deſcriptarū, eſt proportio alterius ad alterā, tāquam proportio quadratorū quæ ex diametris circulorū eas circunſcribentium proueniunt. 1

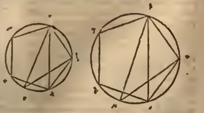
Campanvs. Sint duo circuli a b c, d e f, quibus inſcribantur duæ quælibet figuræ polygoniæ, quæ ponantur adinuicem ſimiles, ſintq́ nunc pentagonæ inſcriptæ, ut docet 11 quarti, & ipſæ ſint a b g h K, d e l m n, diametri quoq; circulorū ſint a c & d f. Dico itaq; quòd proportio pentagoni a b g h K ad pentagonum d e l m n, eſt ſicut quadratum diametri a c ad quadratū diametri d f. Protrahantur enim in utroq; circulo duæ lineæ ab extremitate diametri, ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non conterminalis ſe inuicem cancellantes infra ipſum pentagonum: in hoc quidem, a g & c b, in illo autem d l & f e. Eritq́ ex 6 ſexti triangulus a b g, æquiangulus triangulo d e l. Nam cū pentagoni ponantur adinuicem ſimiles, erunt ex diffinitione ſimiliū ſuperficierum angulus a b g æqualis angulo d e l, & latera ipſos continentia proportionalia, uidelicet proportio a b ad d e, ſicut b g ad e l. Cum ſint autem ex 20 tertij, duo anguli a c g & a g b ſibi inuicem æquales, itemq́ duo alij d f e & d l e ſibi inuicē æquales, erūt duo qui ſunt c & f adinuicē æquales ex hac communi ſciētia, quæ æqualibus ſunt æqualia, ſibi quoq; æqua eſſe neceſſe eſt. Et quia ex prima parte 30 tertij, uterq; duorū angulorum a b c, d e f, eſt rectus, ſequitur ex 32 primi duos triangulos a b c, d e f, eſſe æquiangulos. Quare per 4 ſexti proportio diametri a c ad diametrum d f, eſt ſicut lateris a b ad latus d e. Cum itaq; ex ſecūda parte 18 ſexti, proportio duorum pentagonorum eſt ſicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata, et per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratum diametri d f, ſit ſicut diametri a c ad diametrum d f duplicata: per hanc communem ſcientiam quorum dimidia ſunt æqualia, ipſa quoq; adinuicem eſſe æqualia, manifeſtum eſt: quod propoſitum eſt.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

Væ in circulis ſimiles multangulæ figuræ, adinuicem ſe habent ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. 1

THEON *ex Zāb.* *Sint circuli αβγδε, ζηθκλ, & in eis ſint ſimiles figuræ multāgulæ αβγδε, ζηθκλ, dimetientes autē circulorum ſint βμ, ην. Dico quòd eſt ſicut quadratum quod ex βμ ad id quod ex ην quadratum, ſic eſt multangulū αβγδε ad multangulū ζηθκλ. Cōnectātur enim βε, αμ, ηλ, ζν. Et quoniā multāgulū αβγδε ipſi ζηθκλ multāgulo ſimile eſt, æquus eſt et q ſub βαε āgulus ei q ſub ηζλ, eſtq; ſicut βα ad αε, ſic ηζ ad ζλ. Bina iā triāgula ſunt βαε et ηζλ, unū āgulū uni angulo æquū habētia, q ſub βαε ei qui ſub ηζλ, circa aūt æquos angulos latera proportionalia: æquiangulum igitur eſt*



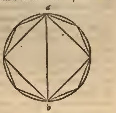
(per

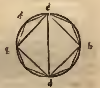
(per 1 diffinitionem ſexti) α β δ triangulũ, ipſi ζ ε λ triangulo: æqualis igitur eſt angulus qui ſub α δ β, ei qui ſub ζ λ ε. Sed qui (per 21 tertij) ſub α δ β ei qui ſub α μ β eſt æqualis (in eandem namq; circunferentiã ierunt) qui autẽ ſub ζ λ ε ei qui ſub ζ ν ε, & qui ſub α μ β, igitur ei qui ſub ζ ν ε eſt æqualis. Eſt autẽ & rectus qui ſub β α μ, ei qui ſub ε ζ ν recto (per 4 poſtulatum) æqualis: reliquus igitur, reliquo eſt æqualis (per 3 communẽ ſententiam) Aequiangulum igitur eſt triangulum α μ β, ipſi ζ ν ε triãgulo. Proportionaliter igitur eſt ſicut β μ ad ε ν ſic β α ad ε ζ. Sed ipſius quidem β μ ad ε ν rationis, dupla eſt ea quæ ipſius ζ μ quadrati ad id quod ex ε ν quadratum. Ipſius autem β α ad ε ζ, dupla eſt ipſius α β γ δ ε multanguli ratio ad ipſum ζ η θ κ λ multangulũ: & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex β μ quadratum, ad id quod ex ε ν quadratum, ſic eſt multangulum α β γ δ ε ad multangulum ζ η θ κ λ. In circulis igitur ſimilia multangula, ſeſe adinuicem habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata: quod erat oſtendendum.

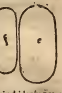
Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.

OMniũ duorũ circulorũ eſt proportio alterius ad alterũ, tãq; ꝓportio quadrati ſuæ diametri ad q̃dratũ diametri alterius.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & c d, quorum diametri quoq; dicantur a b & c d. Dico itaq; quòd proportio circuli a b ad circulum c d, eſt ſicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d. Manifeſtum enim eſt ex hac cõmuni ſcientia ſcilicet, quanta eſt quælibet magnitudo ad aliquam ſecundam, tantam neceſſe eſt eſſe quãlibet tertiam ad aliquam quartam, quod proportio quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, eſt ſicut circuli a b ad ſuperficiem aliquã quæ ſit e, cuiuſcũq; figuræ aut formę ponatur. Hanc autem impoſſibile eſt maiorẽ eſſe aut minorẽ circulo c d. Si enim eſt poſſibile ipſam eſſe minorẽ circulo c d, ſit itaq; minor in ſuperficie f. Itaq; circulus c d, ſit æqualis duabus ſuperficiebus e & f pariter acceptis. Conſtat igitur ex 1 decimi, quod toties poſſit ex circulo c d, ſuisq; reſiduis ſubtrahi maius dimidio, quouſque relinquatur quãtitas aliqua minor f. Inſcribatur ergo ſibi ut docet 6 quarti, quadratũ c d g h, de quo conſtat quòd ipſum ſit maius medietate circuli: quadratũ enim quod eſt duplũ ad ipſum, eſt circulũ circũſcribens, ut patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli exiſtentes ſuper latera quadrati pariter acceptæ, fuerint minus ſuperficie f, ſufficit. Sint autẽ quatuor arcus exiſtentes ſuper dicta latera per æqualia diuidãtur, & pũcta ipſos arcus diuidentia cum extremitatibus laterũ continuẽtur per lineas rectas. Verbi gratia, arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k, & protrahantur lineæ k c, K g ſicq; de cæteris. Eritq; quilibet triangulorũ deſcriptorũ ſuper latera quadrati, maior medietate portionis in qua exiſtit, eo quod omnis triangulus iſoſceles eſt medietas parallelogrãmi ſuæ baſis per 41 primi, quod quidem parallelogrammum maius erit ſuperficie ipſo arcu chordaq; contenta. Sint itaq; portiones exiſtẽtes ſuper latera octogonij inſcripti pariter acceptæ, minus ſuperficie f. Si enim nondũ hoc eſſet, non ceſſarem diuidere arcus (quorum latera ultimę deſcriptę figurę ſunt chordę) per æqualia, & inſcribere figuram ęquilateram duplo pluriũ laterum primæ, ſemper ſubtrahẽdo ab ipſis circuli portionib. maius dimidio, quouſq; per 1 decimi, portiones ſuper latera alicuius talis figurę circulo inſcriptæ exiſtẽtes pariter acceptę, erũt minus ſuperficie f. Sint ergo nũc quæ dictæ ſunt, eritq; ex conceptione octogonũ c d, maius ſuperficie e. In circulo igitur a b eadẽ uia inſcribatur ſimile octogonum quod dicatur a b, ſitq; ex præmiſſa proportio octogoni a b ad octogonum c d, ſicut quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, ideoq; per 11 quinti ſicut proportio circuli a b ad ſuperficiem e, itaq; permutatim polygonij a b ad circulũ a b, ſicut polygonij c d ad ſuperficiẽ e. Cũq; ſit polygoniũ c d maius ſuperficie e, erit polygoniũ a b maius circulo a b, hoc autem impoſſibile. Nõ eſt ergo ſuperficies e, minor circulo c d. Sed nec maior. Eſto enim ſi poſſibile ſit. Cũ igitur ſit proportio quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, ſicut circuli a b ad ſuperficiem e, erit econuerſo quadrati diametri c d ad quadratũ diametri a b, ſicut ſuperficiei e ad circulũ a b. Et conſtat ex cõmuni ſcientia in principio huius demõſtrationis poſita, quod eadẽ eſt circuli c d ad aliquã ſuperficiẽ quæ ſit f, eritq; ex 14 quinti ſuperficies f, minor circulo a b. Itaq; proportio quadrati diametri c d ad quadratũ diametri a b, erit ſicut circuli c d ad ſuperficiẽ f minorẽ circulo a b. Sed ex hoc demõſtrauimus paulò antè ſequi impoſſibile, uidelicet polygoniũ inſcriptũ circulo maius eſſe circulo. Sicut ergo ſuperficies e nõ poteſt eſſe minor circulo c d, ita nec maior, erit ergò neceſſariò æqualis. Quare per ſecundam partẽ 7 quinti, liquet quod propoſitum eſt.

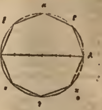






Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

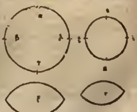
Circuli ſeſe adinuicem habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. 2







THEON ex Zamb. *Sint circuli αβγδ, εζηθ, dimetiētes autē eorū ſunt βδ, ζθ. Dico q. eſt ſicut quod ex βδ quadratū ad id quod ex ζθ quadratū, ſic eſt αβγδ circulus ad εζηθ circulum. Si enim non eſt ſicut qđ ex βδ quadratū ad id quod ex ζθ quadratum, ſic αβγδ circulus ad εζηθ circulum, erit ſicut quod ex βδ ad id quod ex ζθ, ſic αβγδ circulus uel ad minorem ipſo εζηθ circulo aream, uel ad maiorē. Sit prius ad minorē σ. Deſcribaturq́; (per 6 quarti) in circulo εζηθ, quadratū εζηθ. Iam deſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidiū ipſius εζηθ circuli, quoniā ſi per ſigna εζηθ, tangentes circulū rectas lineas ducamus, circum circulū deſcripti quadrati dimidium eſt εζηθ quadratū, ipſo autē circūſcripto quadrato minor eſt circulus, quare εζηθ inſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidium ipſius εζηθ circuli. Secentur bifariàm ipſæ εζ, ζη, ηθ, θε, circūferentiæ in ſignis κ, λ, μ, ν, connectanturq́; εκ, κζ, ζλ, λη, ημ, μθ, θν, νε. Et unūquodq; igitur ipſorū εκζ, ζλη, ημθ, θνε, triangulorū, maius eſt quàm dimidium eius quod circum ipſum eſt circuli ſegmenti, quoniā ſi per κ, λ, μ, ν, ſigna circulum tangentes ducamus, & compleamus quæ in εζ, ζη, ηθ, θε, rectis lineis parallelogrāma, unumquodq; ipſorum εκζ, ζλη, ημθ, θνε triangulorū, dimidium eſt eius quod circum ipſum parallelogrammi, ſed circum ipſum ſegmentum, minus eſt parallelogrāmo, quare unumquodq; ipſorum εκζ, ζλη, ημθ, θνε triangulorū, maius eſt dimidio eius quod circūſeipſum ſegmenti circuli. Diſpeſcentes iam (per 30 tertij) reliquas circunferentias bifariàm, connectētesq́; rectas lineas, & hoc ſemper efficiētes (per 1 decimi) relinquentes quædam circuli ſegmenta quæ minora erūt exceſſu quo excedit circulus εζηθ aream σ. Oſtenſum etenim eſt in primo decimi uoluminis theoremate, quod binis magnitudinibus inæqualibus expoſitis, ſi à maiori auferatur maius quàm dimidium, et reliquæ maius quàm dimidium, hocq́; ſemper fiat, quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine expoſita, minor erit. Relinquantur igitur, ſintq́; quæ in ipſis εκ, κζ, ζλ, λη, ημ, μθ, θν, νε, ſegmenta ipſius εζηθ circuli, minora exceſſu quo excedit circulus εζηθ ipſam σ aream. Reliquum igitur εκζλημθν multangulū, maius eſt ipſa area σ. Inſcribatur in circulum αβγδ, ipſi εκζλημθν multangulo, ſimile multangulum αξβογπδρ. Eſt igitur (per præcedentem) ſicut quod ex βδ quadratū ad id quod ex ζθ quadratum, ſic eſt multangulum αξβογπδρ ad εκζλημθν multangulum. Sed ſicut quod ex βδ quadratum ad id quod ex ζθ quadratum, ſic circulus αβγδ ad aream σ: & ſicut igitur (per 11 quinti) αβγδ circulus ad σ aream, ſic multangulum αξβογπδρ ad ipſum εκζλημθν multangulum. Viciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut circulus αβγδ, ad id quod in ipſo multangulum, ſic σ area ad multangulū εκζλημθν. Maior autem eſt αβγδ circulus, eo quod in ſe eſt multangulo: maior igitur eſt & area σ, ipſo εκζλημθν multangulo, ſed & minor, quod eſt impoſsibile. Non eſt igitur ſicut quod ex βδ quadratū ad id quod ex ζθ quadratum, ſic circulus αβγδ ad aliquā areā ipſo εζηθ circulo minorē. Similiter iā demōſtrabimus, quod neq; ſicut quod ex ζθ ad id quod ex βδ, ſic circulus εζηθ ad aliquā areā minorē ipſo αβγδ circulo. Dico nēpe q. neq; ſicut quod ex βδ ad id qđ ex ζθ, ſic circulus αβγδ ad aliquam areā maiorem ipſo εζηθ circulo. Si enim poſsibile, ſit ad maiorem σ. Conuerſim igitur eſt ſicut quod ex ζθ quadratum ad id quod ex βδ, ſic eſt σ area ad αβγδ circulum. Sed ſicut σ area ad αβγδ circulum, ſic eſt circulus εζηθ ad aliquam aream minorem ipſo αβγδ circulo, & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ζθ ad id quod ex βδ, ſic εζηθ circulus ad aliquam aream minorem ipſo αβγδ circulo, quod impoſsibile eſſe demonſtratum eſt. Non eſt igitur ſicut quod ex βδ quadratum ad id quod ex ζθ, ſic circulus αβγδ ad maiorem aliquam aream ipſo εζηθ circulo. Oſtenſum autem eſt, quod neq; ad minorē. Eſt igitur ſicut quod ex βδ quadratum ad id quod ex ζθ quadratū, ſic circulus αβγδ ad circulum εζηθ. Circuli ergo adinuicem ſeſe habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat oſtendendum. Dico iā q. σ area maiore ſubſiſtente ipſo εζηθ circulo, eſt ſicut area σ ad αβγδ circulum, ſic εζηθ circulus ad aliquam areā minorem ipſo αβγδ circulo. Fiat enim ſicut σ area ad αβγδ circulum, ſic εζηθ circulus ad aream τ. Dico q. area τ, minor eſt ipſo αβγδ circulo. Quoniam enim eſt ſicut*

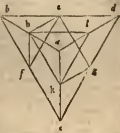


ſicut ε area ad α β γ δ circulum, ſic eſt ε ζ η θ circulus ad aream τ, uiciſſim (per 16 quinti) eſt ſicut ε area ad ε ζ η θ circulum, ſic eſt α β γ δ circulus ad τ aream. Maior autem eſt ε area ipſo ε ζ η θ circulo, maior igitur eſt & α β γ δ circulus, ipſa area τ, quare eſt ſicut ε area ad α β γ δ circulum, ſic eſt ε ζ η θ circulus ad minorem aliquam aream ipſo α β γ δ circulo: quod oportuit demonſtraſſe.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

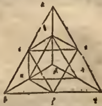
OMnis pyramis cuius baſis triangula, ſcindi poteſt in duas æquas pyramides ſibi inuicẽ totiq́; pyramidi ſimiles, unaq́; in duo ſeratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis neceſſe eſt eſſe maiora.

CAMPANVS. Sit pyramis a b c d ſuper baſin triangulam b c d, eiuſq́; uertex ſolidus angulus a, à quo demittantur tres hypothenuſæ a b, a c, a d, tres angulos baſis, & diuidãtur omnia latera baſis per æqualia in tribus punctis e f g, tres quoq́; hypothenuſæ per æqualia in tribus punctis h k l, & protrahantur in baſi duæ lineæ e f & e g. Eritq́; baſis eius diuiſa in tres ſuperficies, quarum duæ ſunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex ſecũda parte 2 ſexti, & diffinitione ſimiliũ ſuperficierũ cõſtat eſſe ſimiles ſibi inuicẽ & toti baſi, & æquales adinuicẽ ex 8 primi, tertia eſt tetragona parallelogrãma & ipſa eſt e f g c, quam conſtat eſſe duplã ad triangulum e g d ex 40 & 41 primi. Demittantur ergo rurſus à puncto h duæ hypothenuſę h e, h f, & à puncto K l hypothenuſa K g, & protrahantur lineæ h k, K l, & l h. Diuiſa eſt itaq́; tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ ſint h b e f & a h K l, & duo ſeratilia quorũ unum eſt e h f g k c & eſt ſuper baſin quadrangulã c f g e, & aliud eſt e g d h k l & eſt ſuper baſin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, quod ipſæ ſunt æquales adinuicẽ ſibiq́; & toti pyramidi a b c d ſimiles, conſtat ex diffinitione corporũ æqualium & ſimilium & ex 10 undecimi & ex ſecunda parte 2 ſexti. De duobus autem ſeratilibus quod ipſa ſint ęqualia, conſtat ex ultima undecimi. Quod uerò ambo ſeratilia pariter accepta ſint maius medietate totius pyramidis, ex hoc manifeſtũ eſt quod utrunq́; illorum diuiſibile eſt in duas pyramides, quarum altera triãgula æqualis uni duarũ, in quas & ſeratilia totalis pyramis diuiditur: altera uerò quadrangula, quę dupla eſt ad reliquã: quare patet ambo ſeratilia pariter accepta tres quartas eſſe totalis pyramidis diuiſæ. Ac proportionem ſi ſcire deſideras, ſextam huius duodecimi conſule. Sed ſufficit tibi ſcire (quantum ad propoſitum) illa duo ſeratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & ſeratilia totalis diuiditur pariter acceptas, quantaliber quantitate excedere.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

Omnis pyramis triangularẽ baſin habens, diuiditur in binas pyramides æquas & ſimiles inuicem triangulares baſes habentes, & ſimiles toti, & in bina priſmata æqualia, & ipſa bina priſmata maiora ſunt quàm dimidium totius pyramidis.



THEON ex Zãb. *Sit pyramis cuius baſis quidem ſit triangulum α β γ, faſtigium uerò ſit ſignum δ. Dico quòd pyramis α β γ δ diuiditur in pyramides binas æquas adinuicem triangulares baſes habentes & toti ſimiles, et in bina priſmata æqualia, et bina priſmata maiora ſunt quã totius pyramidis dimidium. Secentur (per 10 primi) α β, β γ, γ α, α δ, δ β, δ γ, bifariam in ſignis ε, ζ, η, θ, κ, λ, cõnectanturq́; ε θ, ε η, η θ, θ κ, λ κ, λ θ, ε κ, κ ζ, ζ η. Et quoniam α ε eſt æqualis ipſi ε β, & α θ ipſi δ θ, parallelus igitur eſt ε θ ipſi δ β. Idq́; propterea etiam θ κ, ipſi α β parallelus eſt: parallelogrãmum igitur eſt θ ε β κ, æqualis igitur eſt ipſa θ κ ipſi ε β. Sed ε β ipſi α ε eſt æqualis, & α ε igitur ipſi θ κ eſt æqualis. Eſt autẽ et α θ ipſi θ δ æqualis. Duæ iã α ε, α θ, duabus κ θ, θ δ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub ε α θ (p 28 primi) ei qui ſub κ θ δ, eſt æqualis: baſis igitur ε θ (p 4 primi) baſi κ δ eſt æqualis. Igitur triãgulũ α ε θ, æquũ & ſimile eſt ipſi θ κ δ triãgulo. Et id propterea etiã triãgulũ α θ η, ipſi θ λ δ triangulo æquũ & ſimile eſt. Et quoniã binæ rectæ tangẽtes ſe adinuicẽ ε θ, θ η, ad binas rectas lineas ſeſe inuicẽ tangẽtes κ δ, δ λ, ſunt non tamen in eodẽ plano exiſtẽtes, æquos angulos cõprehendũt: æqualis igitur eſt (p 10 undecimi) angulus qui ſub ε θ η, ei qui ſub κ δ λ, angulo. Et quoniam binæ* παρὰ δύο paralleli

rectæ lineæ κζ, ζλ, duabus, αθ, θη, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub κζλ (per 10 undecimi) angulo qui ſub αθη, eſt æqualis, baſis igitur κλ (p 4 primi) baſi αη eſt æqualis. Triangulũ igitur κζλ, æquũ eſt et triangulo quod ſub αθη & ſimile, & id propterea triangulum αεη, ipſi θκλ triangulo æquũ & ſimile eſt. Pyramis igitur cuius baſis αεη triangulũ, faſtigium autem θ ſignũ, æqualis & ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidẽ eſt θκλ triangulum & uertex δ ſignũ. Et quoniã trianguli αδβ (per 2 ſexti) * ad unũ latus αβ, excitata eſt θκ, æquiangulũ eſt αδβ triangulũ ipſi δθκ triangulo, & latera habent proportionalia. Igitur triangulũ αδβ, ſimile eſt ipſi triangulo δθκ. Idq́; propterea & triangulũ quidẽ δβγ ſimile eſt ipſi triangulo δκλ, et αδγ triangulum ipſi δθλ triangulo. Et quoniã (per 10 undecimi) binæ rectæ lineæ ſeſe inuicẽ tangentes βα, αγ * ad binas rectas lineas ſeſe inuicẽ tangentes κθ, θλ, ſunt non tamen in eodẽ plano, æquos cõprehendunt angulos. Angulus igitur qui ſub βαγ, æquus eſt ipſi angulo qui ſub κθλ. Eſtq́; ſicut βα ad αγ, ſic κθ ad θλ. Triangulũ igitur αβγ, ipſi θκλ triangulo ſimile eſt. Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triangulũ αβγ, uertex autẽ δ ſignũ, ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt θκλ triangulum, uertex autem δ ſignũ. Sed pyramis cuius baſis eſt triangulũ θκλ, uertex autẽ δ ſignũ, oſtenſa eſt ſimilis pyramidi cuius baſis quidẽ eſt αεη triangulũ, uertex uerò θ ſignũ. Quare & pyramis cuius quidem baſis eſt triangulũ αβγ, uertex uerò δ ſignũ, ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt αεη triangulum, & uertex θ ſignum: utraq; igitur ipſarũ αεηθ, θκλδ, pyramidũ, ſimilis eſt toti αβγδ pyramidi. Et quoniam βζ æqualis eſt ipſi ζγ, parallelogrammũ εβζη, ipſius ηζγ trianguli duplũ eſt (per 41 primi) Et quoniam ſi fuerint bina priſmata æque alta, & alterũ quidẽ habuerit baſin parallelogrammũ, alterũ autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrãmũ ipſius trianguli, ipſa priſmata ſunt æqualia (per 40 undecimi) priſma igitur cõprehenſum ſub binis triangulis βκζ, εθη, tribusq́; parallelogrãmis εβζη, εβκθ, θκζη, priſmati cõprehenſo ſub binis triangulis ηζγ, θκλ, tribusq́; parallelogrãmis κζγλ, λγηθ, θκζη, eſt æquale. Manifeſtũ autẽ quòd utrunq; ipſorũ priſmatũ cuius baſis εβζη parallelogrãmũ, ex oppoſito autẽ θκ recta linea, et cuius baſis ηζγ triangulũ, ex oppoſito autẽ κλθ triangulũ, maius eſt utraq; ipſarũ pyramidũ, quarũ baſes quidẽ ſunt triangula αεη & θκλ, uertices autẽ θδ ſigna. Quoniã ſi cõnectamus εζ, εκ, rectas lineas, priſma cuius baſis εβζη parallelogrammũ, ex oppoſito autẽ κθ recta linea, maius eſt pyramide cuius baſis εβζ triangulũ, & uertex κ ſignũ. Sed pyramis cuius baſis εβζ triangulũ, uertex autẽ eſt κ ſignũ, æqua eſt pyramidi cuius baſis eſt αεη triangulũ, & uertex eſt θ ſignũ: ſub æquis enim & ſimilibus planis cõprehenduntur. Quare & priſma cuius baſis quidem εβζη parallelogrammũ, ex oppoſito autẽ θκ recta linea, maius eſt pyramide cuius baſis αεη triangulũ, uertex autẽ θ ſignũ. Priſma uerò cuius baſis εβζη parallelogrãmũ, ex oppoſito autẽ θκ recta linea, æquũ eſt priſmati cuius baſis ηζγ triãgulũ, ex oppoſito autẽ triangulũ θκλ. Pyramis autẽ cuius baſis quidẽ αεη triangulũ, uertex autẽ ſignũ θ, æqua eſt pyramidi cuius baſis θκλ triãgulũ, uertex autẽ eſt δ ſignũ. Prædicta igitur bina priſmata, maiora ſunt prædictis duabus pyramidibus quarũ baſes ſunt ipſa αεη, θκλ triãgula, uertices autẽ ſunt θδ ſigna. Tota igitur pyramis cuius baſis eſt triãgulũ αβγ, uertex autẽ ſignũ δ, diuiditur in binas pyramides ſibi inuicẽ æquas & ſimiles toti, & in bina priſmata æqualia, et in bina priſmata maiora ſunt quã totius pyramidis dimidiũ: quod erat oſtẽdẽdũ.

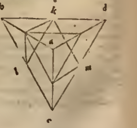
[Margin: παρὰ, id eſt æqdiſtãter]

[Margin: παρὰ δύο.]

Eucl. ex Camp. Propoſitio 4.

SI duæ pyramides æquè altę, quarũ baſes triangulæ ſingulæ in binas pyramides æq̃les ſibi inuicẽ ac toti ſimiles, binaq́; ſeratilia æqualia diuidãt, erit proportio baſis unius ad baſin alterius tãq; proportio duorũ ſeratiliũ ſuorũ ad duo ſeratilia alterius. Eritq́; palàm, omnia ſeratilia quæ fuerĩt in utralibet illarũ pyramidũ pariter accepta ad cũcta ſeratilia quæ in altera pyramide fuerint, eandẽ habere proportionem, quam baſis eius pyramidis ad baſin alterius pyramidis. 4

Campanvs. Sint duæ pyramides quarum baſes triangulæ, æque altę: hæc quidẽ a b c d, cuius conus punctus a, baſis triangulus b c d, hypothenuſę a b, a c, a d, illa uerò e f g h, cuius conus punctus e, baſis triangulus f g h, hypothenuſæ e f, e g, e h: hæ autẽ duæ pyramides diuidantur, ſicut in præmiſſa. Sintq́; baſes earum diuiſæ. Hæc quidẽ, protractis lineis latera baſis ipſius per æqualia diuidentibus, quæ ſint k l & k m: illa uerò protractis lineis quæ ſint n p n q. Dico ergo quòd proportio baſis b c d ad baſin f g h, eſt ſicut duorum ſeratilium pyramidis a pariter acceptorũ ad duo ſeratilia pyramidis e pariter accepta. Manifeſtũ eſt autẽ ex 18 ſexti parte ſecũda, quòd proportio



portio trianguli b c d ad triangulum k m d, eſt ſicut lineæ b d ad lineam K d duplicata, per eãdem quoq; eſt proportio trianguli f g h ad triangulum n q h, ſicut lineæ f h ad lineã n h duplicata. Cũq; ſit linea b d ad lineam K d, ſicut linea f h ad lineam n h (utrobiq; enim eſt dupla proportio) erit triangulus b c d ad triangulum K m d, ſicut triangulus f g h ad triangulum n q h, & permutatim triangulus b c d ad triangulũ f g h, ſicut triangulus k m d ad triãgulum n q h. Triangulus autem K m d ad triangulum n q h, eſt ſicut ſeratile exiſtens ſuper, ipſum ad ſeratile exiſtẽs ſuper illum per 33 undecimi. Huius quoq; ſeratilis ad illud, eſt ſicut amborũ ſeratilium pyramidis a pariter acceptorum, ad ambo ſeratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti: neceſſe eſt enim ut ſit duplum ad duplum, quemadmodum ſimplum ad ſimplum. Itaq; conclude ex 11 quinti, quod propoſitũ eſt. Dormitas autem ſi dubitas ſeratilia unius harum pyramidũ, æque alta eſſe ſeratilibus pyramidis alterius. Cum enim ſint pyramides æquę altę, ſit quoque utraq; earum diuiſa in duas pyramides æquales ſibi totiq; ſimiles & in duo ſeratilia ęqualia, & ſint duę partiales pyramides ęque altę, eo quòd ſimiles & ęquales (quod facile patebit demiſſis à uerticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad baſes ipſarum, de quibus perpendicularibus ex 37 undecimi conſtat eſſe ęquales) cumq; altitudines harum partialium pyramidum pariter acceptæ componũt altitudinẽ totalis pyramidis diuiſæ, ſintq; ambò ſeratilia æque alta uni partialium pyramidum ei, uidelicet quæ ſuper partialem triangulum baſis totalis pyramidis componitur, non eſt fas ambigere ſeratilia unius earũ pyramidũ eſſe æque alta ſeratilibus alterius earum. Correlarium uerò ex eo manifeſtum eſt, quòd ſimiliter baſes partialium pyramidum ſic ſe habeant adinuicem, ſicut bina ſeratilia unius ad bina ſeratilia alterius. Et quia baſes partialium ſic ſe habent adinuicem, ſicut baſes totalũ ex ſecunda parte 18 ſexti, & permutata proportione, conſtat ex 13 quinti, uerum eſſe quod correlarium proponit.



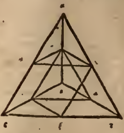
Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

4 Si fuerint binæ pyramides ſub eadẽ altitudine, triangulares baſes habentes, diuiſa uerò fuerit utraq; ipſarũ in binas pyramides adinuicẽ ęquales & ſimiles toti & in bina priſmata æqualia, & in utraq; factarũ pyramidũ is modis ſemper ſeruetur, erit ſicut unius pyramidis baſis ad alterius pyramidis baſin, ſic quæ in una pyramide priſmata omnia ad ea quæ in altera pyramide priſmata * æque multiplicia. *ἰσοπλασίων id eſt pari multitudine ſumpta.*

THEON ex Zib. *Sint binæ pyramides ſub eadem altitudine, triangulares baſes habentes, hoc eſt αβγ, δεζ, & faſtigia η θ ſigna. Diuidaturq; ipſarum utraq;, in binas pyramides inuicem æquas & toti ſimiles & in bina priſmata æqualia. Ipſarumq; factarum pyramidum utraq;, itidẽ intelligatur diuiſa, & hoc ſemper fiat. Dico quòd eſt ſicut αβγ baſis ad δεζ baſin, ſic ſunt omnia priſmata quæ in ipſa αβγη pyramide ad ea quæ in δεζθ pyramide priſmata æque multiplicia. Quoniã enim βξ ipſi ξγ, & αλ ipſi λγ eſt æqualis, parallelus igitur eſt ξλ ipſi αβ, & αβγ triangulum ipſi λξγ triangulo ſimile eſt, et id propterea id triãgulum δεζ, ſimile eſt, ipſi ρφζ triangulo. Et quoniam βγ ipſius γξ dupla eſt, & εζ ipſius ζφ, eſt igitur ſicut βγ ad γξ, ſic eſt εζ ad ζφ, Deſcriptæq; ſunt ab ipſis quidem βγ, γξ, ſimiles ſimiliterq; poſitæ rectilineæ figuræ αβγ, λξγ, ab ipſis autem εζ, ζφ, ſimiles ſimiliterq; poſitæ rectilineæ figuræ δεζ, ρφζ. Si autẽ quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipſis rectilineæ figuræ ſimiles ſimiliterq; poſitæ, proportionales erunt. Et igitur ſicut αβγ triangulum ad λξγ triangulum, ſic eſt δεζ triangulum ad ρφζ triangulũ, uiciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut αβγ triangulum ad δεζ triangulum, ſic eſt λξγ triangulum ad ρφζ triangulum. Sed ſicut λξγ triangulum ad ρφζ triangulum, ſic priſma, cuius baſis quidem eſt λξγ triangulũ, ex oppoſito autẽ ομν, ad priſma cuius baſis eſt quidẽ ρφζ triãgulũ, ex oppoſito autẽ ςτυ, et ſicut igitur (per 11 quinti) αβγ triãgulũ ad δεζ triãgulũ, ſic eſt priſma cuius baſis quidẽ eſt λξγ triãgulũ, ex oppoſito uerò ομν ad priſma cui⁹ baſis eſt ρφζ triãgulũ, ex oppoſito autẽ ςτυ. Et quoniã bina priſmata exiſtẽtia in ipſa αβγη pyramide inuicẽ ſunt æqualia, & quia bina priſmata exiſtẽtia in ipſa δεζθ pyramide inuicẽ ſunt æqualia, eſt igitur ſicut priſma cuius baſis eſt βκλξ parallelogrãmũ, ex oppoſito uerò μο recta linea, ad priſma cuius baſis eſt λξγ triãgulũ, ex oppoſito autẽ ομν ſic priſma cuius baſis πιρφ, ex oppoſito uerò ςτ ad priſma cuius baſis ρφζ, ex oppoſito autẽ ςτυ. Cõponẽdo igitur (per 18 quinti) eſt ſicut κβξλμο, λξγμνο priſmata, ad λξγμνο priſma, ſic πιφρστ, ρφζστυ, priſmata ad ρφζστυ priſma: uiciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut αβξλομ, λξγομν, ad ipſa πιφρστ, ρφζστυ priſmata, ſic priſma λξγμνο ad ρφζςτυ priſ*

*τυ prisma. Sicut autem λξγ μνο prisma ad ρφς στυ prisma, sic oſtẽſum eſt eſſe baſin λξγ ad ipſam ρφς, & baſin αβγ ad baſin δεζ, & ſicut igitur (per 11 quinti) triangulum αβγ ad triangulũ δεζ, sic bina priſmata quæ ſunt in αβγη pyramide ad ea bina priſmata quæ ſunt in δεζθ pyramide. Similiter uerò ſi et reliquas pyramides eodẽ modo * trahemus, uidelicet ομνπ, στυθ, erit ſicut baſis ομν ad στυ baſin, ſic bina priſmata exiſtẽtia in ipſa ομνπ pyramide ad bina priſmata exiſtentia in στυθ pyramide. Sed ſicut ομν baſis ad στυ baſin, ſic αβγ baſis ad δεζ, baſin, & ſicut igitur (per 11 quinti) αβγ baſis ad δεζ baſin ſic & bina priſmata exiſtentia in ipſa αβγη pyramide ad bina priſmata exiſtentia in δεζθ pyramide, & bina priſmata exiſtentia in ομνπ pyramide ad bina priſmata exiſtẽtia in ipſa στυθ pyramide, & quatuor ad quatuor. Et eadem quoq; oſtendentur in priſmatibus factis ex ipſarum ακλο & δπρσ pyramidum diuiſione, & omnium ſimpliciter æque multiplicium. Quod autem ſit ſicut λξγ triangulum ad ρφς triãgulum, ſic priſma cuius baſis λξγ triangulum, ex oppoſito autẽ ομν, ad priſma cuius baſis quidem eſt ρφς triangulum, ex oppoſito στυ, ſic oſtendendum eſt. In eadem enim deſcriptione intelligantur ab ipſis ηθ perpendiculares in ipſa αβγ, δεζ, triangula plana, æquales autem ipſæ erunt, quoniam æquẽ ſublimes ipſæ ſupponuntur pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ ηγ & quæ ex η perpẽdicularis, à parallelis planis hoc eſt αβγ, ομν, ſecantur, in eiſdem rationibus ſecabuntur (per 17 undecimi) & ηγ biſariàm ſecatur à plano ομν, in ſigno ν, & perpendicularis igitur quæ ex η, in triangulũ αβγ planum biſariàm ſecatur à plano ομν, & id propterea & perpendicularis quæ ex θ in δεζ planum, biſariàm ſecabitur ab ipſo στυ plano. Et ipſæ quæ ex ηθ, perpẽdiculares in ipſa αβγ, δεζ, plana ſunt æquales. Igitur & quæ ex ομν, στυ, triangulis in ipſa αβγ, δεζ, plana perpendiculares, ſunt æquales. Priſmata igitur quorum baſes ſunt λξγ & ρφς triangula, ex oppoſito autem ομν, στυ, æque ſunt alta. Quare & ſolida parallelepipeda quæ à prædictis priſmatibus deſcribuntur æque alta, ad inuicem ſunt ſicut baſes, & dimidia igitur erunt ſicut λξγ baſis ad ρφς baſin, ſic prædicta priſmata adinuicem. Si binæ igitur pyramides ſub eadem fuerint altitudine, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

διελόμενοι di uiſerimus.

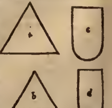




Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

OMnes duæ pyramides æque altæ quarum baſes triangulæ, ſuis baſibus ſunt proportionales. 5

CAMPANVS. Quod 33 undecimi propoſuit de ſolidis parallelogrammis & in fine 36 undecimi uerum eſſe demonſtrauimus de ſeratilibus, hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulus. Intelligantur enim duæ pyramides æque altæ, quarũ baſes ſunt duo trigonia a & b, dico quòd proportio pyramidis a ad pyramidem b, eſt ſicut baſis a ad baſio b, quod eodem demonſtrationis uel argumentationis genere demõſtrandum eſt, quo ſecundam huius demonſtrauimus. Sit enim ut baſis a ad baſin b, ita pyramis a ad corpus c, de quo dico, quòd ipſum non erit minus neq; maius pyramide b. Nam ſi poſſibile eſt ut ſit minus, eſto minus in ſolido d, ut pyramis b ſit ęqualis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuiſa itaq; pyramide b ut proponit 3 huius, detrahantur ab ea duo ſeratilia, quæ ex præmiſſa ſunt maius medietate pyramidis ipſius, itemq; ex utraq; duarum partialium reſiduarũ pyramidum, duo earum prędicto modo diuiſarũ ſeratilia demantur, & fiat hoc toties, quouſq; ex pyramide b cogatur aduerſarius per primam decimi confiteri relinqui minus ſolido d, eruntq; ex cõmuni ſcientia, ſeratilia detracta, maius c. Fiat igitur à pyramide a, ſimilis ſeratilium detractio, & intelliga-

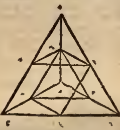


telligamus tot ſeratilia detracta eſſe ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b, eritq́ ex corre lario præmiſſæ ſicut baſis a ad baſin b, ita ſeratilia detracta à pyramide a ad ſeratilia detracta à pyramide b, ſed ſic erat pyramis a ad corpus c, itaq́ ſeratilia pyramidis a ad ſeratilia pyramidis b, ſicut pyramis a ad corpus c, & permutatim ſeratilia pyramidis a ad pyramidem a, ſicut ſeratilia pyramidis b ad corpus c. Cumq́ ſint ſeratilia pyramidis b, maius corpore c, erunt ſeratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc eſt impoſſibile, nõ erit corpus c, minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enim poſito, cùm ſit proportio baſis a ad baſin b, ſicut pyramidis a ad corpus c, erit è cõuerſo baſis b ad baſin a, ſicut corporis c ad pyramidẽ a, eritq́ eadẽ ex cõmuni ſciẽtia, pyramidis b ad aliquod corpus quod ſit d, ſequeturq́ ex 14 quinti, quòd corpus d ſit minus pyramide a, eo quòd pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur baſis b ad baſin a, ſicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonſtratum eſt ſequi impoſſibile, uidelicet ſeratilia detracta ab aliqua pyramide, maius eſſe ea pyramide à qua detrahuntur. Ideoq́ relinquitur corpus c eſſe æquale pyramidi b, cùm nec minus ea poſſit eſſe nec maius, & proportionẽ pyramidis a ad pyramidem b eſſe ſicut baſis c ad baſin b. Hoc autem erat demonſtrandum.

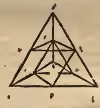
Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

5 Sub eodem faſtigio pyramides ſubſiſtentes, triangulareſq́ baſes habentes, adinuicem ſeſe habent ſicut baſes.

THEON ex Zamb. *Sint ſub eadem altitudine pyramides, quarum baſes quidem ſint αβγ, δεζ, triangula, faſtigia uerò η, θ, ſigna. Dico quòd eſt ſicut αβγ baſis ad δεζ baſin, ſic eſt αβγη pyramis ad δεζθ pyramida. Si autem non eſt ſicut αβγ baſis ad δεζ baſin, ſic αβγη pyramis ad δεζθ pyramida, erit ſicut αβγ baſis ad δεζ baſin, ſic αβγη pyramis uel ad ſolidum aliquod minus ipſa δεζθ pyramide, uel ad maius. Sitq́; prius ad minus aliquod, ſitq́; χ. Diuidaturq́; (per 3 duodecimi) ipſa δεζθ pyramis, in binas pyramides æquas & toti ſimiles, & in bina priſmata æqualia: iam bina priſmata, maiora ſunt quàm totius pyramidis dimidium, & rurſus (per eandẽ) quæ fiũt ex diuiſione pyramides, ſimiliter diuidantur, & hoc ſemper fiat, quo ad amplius non ſuperſint aliquæ pyramides ex ipſa δεζθ pyramide, qui ſint minores exceſſu quo excedit δεζθ pyramis ipſum χ ſolidũ. Accipiantur, ſintq́; * rationis cauſa, ipſæ δηιε et ετηθ, reliqua igitur priſmata exiſtentia in ipſa δεζθ pyramide, maiora ſunt ipſo χ ſolido. Diuidaturq́; (per præcedentem) ipſa αβγη pyramis, ſimiliter & æquè multipliciter ipſi δεζθ pyramidi. Eſt igitur ſicut αβγ baſis ad δεζ baſin, ſic (per præcedentem) quæ in αβγη pyramide priſmata ad ea quæ in δεζθ pyramide priſmata. Sed & ſicut αβγ baſis ad δεζ baſin, ſic αβγη pyramis ad χ ſolidum. Et ſicut igitur (per 11 quinti) αβγη pyramis ad χ ſolidum, ſic priſmata quæ in αβγη pyramide ad ea priſmata quæ in δεζθ pyramide: uiciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut αβγη pyramis ad ea quæ in ipſa priſmata, ſic eſt χ ſolidum ad ea quæ in δεζθ pyramide priſmata. Maior autem eſt pyramis αβγη, eis quæ in ſeipſa priſmatibus. Igitur & ſolidum χ, maius eſt pyramida δεζθ ſunt priſmatibus, ſed & minus. Quod eſt impoſſibile. Igitur non eſt ſicut αβγ baſis ad δεζ baſin, ſic αβγη pyramis ad aliquod ipſa δεζθ pyramide ſolidum minus. Similiter iam oſtendetur, quòd neq; ſicut baſis δεζ ad baſin αβγ, ſic δεζθ pyramis ad minus aliquod ſolidũ ipſa αβγη pyramide. Dico iam, q neq; eſt ſicut αβγ baſis ad δεζ baſin, ſic αβγη pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa δεζθ pyramide. Si enim poſſibile, eſto ad maius χ ſolidum. Conuerſim igitur eſt ſicut δεζ baſis ad αβγ baſin, ſic χ ſolidum ad αβγη pyramidẽ. Sed ſicut χ ſolidum ad αβγη pyramidẽ, ſic δεζθ pyramis ad minus aliquod ipſa αβγη pyramide, ſicut ante oſtenſum eſt. Et ſicut igitur (per 11 quinti) baſis δεζ ad baſin αβγ, ſic δεζθ pyramis ad minus aliquod ipſa αβγη pyramide, quod abſurdum eſſe patuit. Non eſt igitur ſicut αβγ baſis ad δεζ baſin, ſic αβγη pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa pyramide δεζθ. Patuit autem quòd neq; ad minus. Eſt igitur ſicut αβγ baſis ad δεζ baſin, ſic αβγη pyramis ad δεζθ pyramidem. Sub eodem igitur faſtigio, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportuit.*



λόγου ἕνεκα
uerbi cauſa

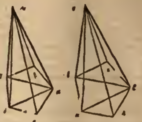




Euclides

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 6.*

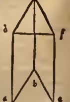
Sub eadem altitudine pyramides exiſtentes, multangulasq́ baſes ha 6
bentes, ad inuicem ſeſe habent ſicut baſes.



THEON *ex Zãb. Sint ſub eadem altitudine pyramides multangulas baſes habentes, hoc eſt αβγδε, ζηθκλ, faſtigia uerò μ ν ſigna. Dico quòd eſt ſicut αβγδε baſis ad ζηθκλ baſin, ſic eſt αβγδεμ pyramis ad ζηθκλν pyramida. Diuidatur enim ipſa αβγδε baſis in triangula αβγ, αγδ, αδε, & ζηθ, ζθκ, ζκλ triangula. Intelliganturq́; ab unoquoq; triangulo, pyramides æque altæ eis quæ in principio pyramidibus. Et quoniam eſt ſicut αβγ triangulum ad αγδ triangulum, ſic eſt αβγμ pyramis ad αγδμ pyramida, & cõponendo (per 18 quinti) ſicut αβγδ trapeziũ ad αγδ triangulum, ſic αβγδμ pyramis ad αγδμ pyramida, ſed et ſicut αγδ triangulum ad αδε triangulum, ſic αγδμ pyramis ad αδεμ pyramida: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut αβγδ baſis ad αδε baſin, ſic αβγδμ pyramis ad ipſam αδεμ pyramida: & componendo rurſus (per 18 quinti) ſicut αβγδε baſis ad ipſam αδε, ſic αβγδεμ pyramis ad αδεμ pyramida. Idq́; propterea etiam ſicut ζηθκλ baſis ad ζκλ baſin, ſic et ζηθκλν pyramis ad ζκλν pyramida. Et quoniã binæ pyramides ſunt αδεμ, ζκλν, triangulas habẽtes baſes ac ſub eadem altitudine, eſt igitur (per 5 duodecimi) ſicut αδε baſis ad ζκλ baſin, ſic αδεμ pyramis ad ipſam ζκλν pyramida. Quoniã igitur ſicut αβγδε baſis ad αδε baſin, ſic αβγδεμ pyramis ad αδεμ pyramida, ſicut autẽ αδε baſis ad ζκλ baſin, ſic αδεμ pyramis ad ζκλν pyramida, ex æquali igitur (per 22 quinti) & ſicut αβγδε baſis ad ζκλ baſin, ſic αβγδεμ pyramis ad ζκλν pyramida. Sed et ſicut ζκλ baſis ad ζηθκλ baſin, ſic erat & ζκλν pyramis ad ζηθκλν pyramida: & ex æquali rurſus (per 22 quinti) eſt ſicut αβγδε baſis ad ζηθκλ baſin, ſic αβγδεμ pyramis ad ζηθκλν pyramida. Sub eadem altitudine igitur & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

OMne corpus ſeratile, in tres pyramides æquales baſesq́ triã 6
gulas habentes, eſt diuiſibile.



CAMPANVS. Sit ſeratile a b c d e f, ipſum dico eſſe diuiſibile in tres pyramides triangulas æquales, protrahatur enim in unaquaq; ſuarũ triũ ſuperficierũ parallelogrãmarũ linea diagonalis, ita quòd una earũ diagonalium ſit cõterminalis reliquis duabus. Vt ſi protrahas lineas b d, b f, & f a, quas propter confuſionẽ protrahere contempſi, eritq́; totũ ſeratile in tres triangulas pyramides diuiſum, quas ex præmiſſa bis aſſumpta facile conſtat eſſe æquales.

CAMPAN. *additiones.* Quoniam autẽ Euclides nihil demonſtrandũ proponit de pyramidibus laterans, exceptis ſolis quarũ ſunt baſes triangulæ, ut omniũ cognitionẽ ex elementis quæ ponit, ſufficiẽter elicere poſſimus, quædã arbitramur nõ inutile demõſtrationibus hic poſitis adiungere. Solis enim elemẽtis cõtentus Euclides, multa prętermiſit, quæ quãuis ex eis cõſequãtur, non tamen ſine difficultate patent ſtudentibus. Horum primum eſt hoc:

Si duo ſolida (quorum alterum ſeratile, alterũ uerò pyramis, cuius ba 1
ſis triangula) ſuper eãdem baſin, aut ſuper ęquales trigonas, aut ſeratile ſuper quadrangulã, pyramis uerò ſuper trigonam quæ quadrangulę baſis ſeratilis ſit dimidiũ, conſtituta fuerint æque alta, ſeratile pyramidi triplum eſſe conueniet.

Si ſeratile propoſitum fuerit ſuper baſin trigonam, tunc ex pyramide propoſita ſuper propriã baſin perficiatur ſeratile pyramidi propoſitæ ęque altũ. Si uerò ſeratile fuerit ſuper baſin quadrangulam, tunc baſi pyramidis adijciatur triangulus, ex quo & baſi pyramidis perficiatur ſuperficies ęquidiſtantium laterum, ſuper quam ex ipſa pyramide compleatur ſeratile pyramidi æque altum. Quia igitur iſtud ſeratile ſeratili priori eſt æque altum, & utrorumq; baſes ſunt æquales ex hypotheſi, ſequitur ipſa eſſe æqualia, hoc enim demonſtratum eſt in 36 undecimi. At quoniam ex 6 huius, ſeratile ſecundum triplum eſt ad pyramidem propoſitam, nam ipſa eſt una ex tribus pyramidibus in quas ipſum ſeratile diuiditur, erit quoq; per communem ſcientiã propoſitum ſeratile triplũ ad propoſitam pyramidem.

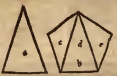
2 Si quotlibet pyramides quarum baſes triangulę, ſuper unam eandemq́ baſin, ſiue ſuper æquales conſtitutę fuerint ęquè altæ, eas eſſe adinuicem æquales neceſſe eſt.

Fabricato enimuerò ſeratili, æquè alto pyramidibus propoſitis, ſuper baſin triangulã æqualem baſibus propoſitarum pyramidum, aut ſuper baſin quadrangulam duplam baſibus earundem, erit ipſum ſeratile triplum ad pyramides ſingulas: hoc enim conſtat ex præmiſſa addita, ſiue interpoſita. Igitur ex communi ſcientia cunctæ propoſitę pyramides ſunt, ut diximus, adinuicem æquales.

3 Omnes pyramides quarum baſes triangulæ æquè altæ, ſuis baſibus ſunt proportionales.

Fiant ſuper baſes propoſitarum pyramidum, aut ſuper alias trigonas æquales, aut ſuper parallelogrãmas duplas, ſeratilia ipſis pyramidibus æquè alta, erunt ob hoc ſeratilia ſibi adinuicem æquè alta. Et quia ipſa ſeratilia ſuis baſibus ſunt proportionalia, ut probatum eſt in 36 undecimi, 33 ipſius mediante: cumq́ ex prima harum additarum manifeſtum ſit hæc ſeratilia tripla eſſe ad propoſitas pyramides, unumquodq́ uidelicet, ad ſuam relatiuam, baſesq́ ipſorum æquales, aut duplas eſſe baſibus ipſarum: ſicut autem ex 15 quinti, triplum ad triplũ, ita ſimplum ad ſimplum, erunt quoq́ propoſitæ pyramides ſuis baſibus proportionales.

4 Si fuerint duæ quęlibet pyramides æquè altę, fueritq́ alterius baſis trigona, reliquæ autem tetragona aut plurilatera, pyramides ipſas ſuis baſibus proportionales eſſe conueniet.



Exempli gratia: Intelligantur duę pyramides æquè altæ, ſuper duas baſes a & b, ſitq́ baſis a triãgula, b uerò pentagona. Et dicantur hę pyramides, a & b. Itaq́ dico proportionem pyramidum a & b, eſſe ſicut baſium a & b. Diſtinguatur quidem pentagonus b, In tres triãgulos c d e, eritq́ tota pyramis b, diſtincta in tres pyramides æquè altas, quarum baſes ſunt trianguli c d e, quę etiam dicantur nominibus ſuarum baſiũ. Quia igitur ex præmiſſa interpoſita, proportio pyramidis c ad pyramidem a, eſt ſicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidem a, ſicut trigoni d ad trigonum a, itemq́ pyramis e ad pyramidem a, ſicut trigoni e ad trigonum a, ex 24 quinti bis aſſumpta, ſequitur quòd ſit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c d e (& ipſum eſt pyramis b) ad pyramidem a, ſicut aggregati ex omnibus trigonis c d e (& ipſum eſt pentagonus b) ad trigonum a. Conſtat igitur quod uolumus.

5 Omnes lateratæ pyramides æquè altæ, ſuis baſibus proportionales eſſe probantur. *Zamb. 6.*

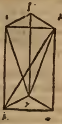
Si altera earum fuerit ſuper baſin trigonam, ex præmiſſa interpoſita conſtat quod dicitur. Si autem baſis utriuſq́ fuerit polygonia, utralibet ipſarum baſium reſoluta in triangulos, & ipſa pyramide in pyramides triangulas, erit ex præmiſſa interpoſita proportio uniuſcuiuſq́ harum triangularum pyramidum, in quas altera propoſitarũ diuiditur, ad reliquam, ſicut ſuæ baſis ad baſin alterius. Itaq́ per 24 quinti quotiens oportet aſſumptam, conſtat uerum eſſe quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

6 Omne priſma triangularem baſin habens, diuiditur in tres pyramides ſibiinuicem æquas, triangulares baſes habentes.

THEON ex Zamb. *Sit priſma αβγδεζ, cuius quidem baſis ſit αβγ triangulum, ex oppoſitò autem δεζ. Dico quòd ipſum αβγδεζ priſma, diuiditur in tres pyramides ſibi inuicem æquas, triãgulares baſes habentes. Connectantur enim βδ, εγ, γδ. Et quoniam αβεδ parallelogrammum eſt, eius autem dimetiens eſt βδ, triangulum igitur αβδ ipſi εδβ triangulo æquum eſt, & pyramis igitur cuius baſis quidem eſt αβδ triangulum, faſtigium autem γ ſignum, æqualis eſt pyramidi cuius baſis eſt triangulum εδβ, & uertex eſt ſignum γ. Sed pyramis cuius baſis quidem eſt εδβ triangulũ, uertex autem γ ſignum, eadem eſt ipſi pyramidi cuius baſis quidem eſt triangulum εβγ, & uertex δ ſignum, ab eiſdem enim planis com-*

prehenduntur. Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triangulũ α β δ, faſtigium autem ſignum γ, æqualis eſt ipſi pyramidi cuius baſis quidem eſt α β γ triangulum, faſtigium autem δ ſignum. Rurſus quoniam ζ γ β ε parallelogrammum eſt, dimetiens uerò ipſius eſt ε γ, triangulum ε γ ζ æquum eſt ipſi γ β ε triangulo, & pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triangulum β ε γ, faſtigium autem δ ſignũ, eſt æqualis pyramidi cuius baſis quidem eſt triangulum ε γ ζ, uertex uerò δ ſignum. Pyramis autem cuius baſis quidem eſt β ε γ triangulum, uertex autem δ ſignum, oſtẽſa eſt æqualis pyramidi cuius baſis quidem eſt α β δ triangulũ, uertex autem ſignum γ, & pyramis igitur cuius quidem baſis eſt γ ε ζ triangulum, uertex autem δ ſignum æqua eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt α β δ triangulum, uertex autem γ ſignum. Igitur α β γ δ ε ζ priſma, in tres pyramides æquas ſibijnuicem diuiſum eſt, triangulares baſes habentes. Et quoniam pyramis cuius baſis quidem eſt triãgulum α β δ, faſtigium autem γ ſignum, eadem eſt ipſi pyramidi cuius baſis quidem eſt triangulũ γ α β, uertex autem ſignum δ (ſub eiſdem nanq; planis comprehenduntur) pyramis autem cuius baſis eſt triangulum α β δ, uertex autem ſignum γ, tertium eſſe priſmatis oſtenſum eſt, cuius baſis eſt triangulum α β γ, ex oppoſito autem δ ε ζ, & pyramis igitur cuius baſis eſt α β γ triangulum, uertex autem δ ſignum, tertium eſt priſmatis cuius baſis eſt triangulum α β γ, ex oppoſito autem δ ε ζ. Omne igitur priſma, & quæ ſequuntur reliqua: quod oportebat demonſtrare.



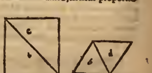
CORRELARIVM.

Ex hoc iam eſt manifeſtum, quòd omnis pyramis, tertia pars eſt priſmatis eandem eidem baſin habentis & altitudinem æquam. Quoniam ſi aliam quampiam figuram rectilineam habuerit baſis priſmatis & eandem ex oppoſito diuiditur in priſmata triangulares baſes habentia, & ea quæ ex oppoſito.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

SI duæ pyramides triãgularum baſium fuerint æquales, earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uerò baſes & altitudines fuerint mutuæ, eaſdem pyramides ſibĳnuicem eſſe æquales neceſſe eſt.

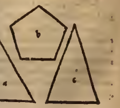
CAMPANVS. Quod 34 & 35 undecimi propoſuerunt de ſolidis parallelogrammis, & nos in 36 eiuſdem demonſtrauimus de ſeratilibus, hæc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habentibus baſes triangulas. Intelligantur enim duæ pyramides æquales ſuper duos trigonos uel triangulos a & b, quæ dicantur a & b. Dico itaq; quòd proportio baſis a ad baſin b, eſt ſicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Et ſi hoc fuerit, dico pyramides a & b eſſe æquales. Adhibeãtur quidem duobus trigonis a & b, duo alĳ qui ſunt c & d ut fiant ambæ ſuperficies a c & b d æquidiſtantium laterum, & ex ipſis pyramidibus ſuper baſes a c & b d, compleantur ſolida parallelogramma pyramidibus propoſitis æquè alta quæ ſimiliter dicantur a c & b d. Manifeſtum igitur eſt ex ſexta huius 12, quòd pyramis a eſt ſexta pars ſolidi a c, & pyramis b ſexta ſolidi b d. Itaq; ex 35 undecimi argue ꝓpoſitũ, primã quidẽ partẽ ex prima, ſecundã aũt ex ſecunda.



CAMPANI additio.

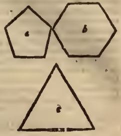
Quòd ſi duæ quælibet pyramides lateratæ fuerint æquales, earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uerò baſes earum altitudinibus ipſarum mutuæ fuerint, eadem pyramides æquales eſſe oportet.

Si baſes utrarunq; fuerint triãgulæ, demõſtratũ eſt uerũ eſſe qđ diximus. Si altera tãtũ, ſit igitur a, baſisq; alterius pyramidis ſit b, & ſumatur trigonus c ęqualis polygonio b, fiatq; ſuper c, pyramis ęquè alta pyramidi quæ eſt ſuper b, & ſint a b c, ęquiuoca nomina pyramidũ & baſiũ. Quia igitur ex hypotheſi duę pyramides a & b ſunt ęquales, & ex ultima interpoſitarũ ad ſextã huius duæ pyramides b & c ſunt ęquales, ideoq; ex cõmuni ſciẽtia duę pyramides a & c æquales, igitur baſes earum ſunt mutuæ ad altitudines earũ ex prima parte 7 huius. Cumq; baſes b & c ſint æquales, altitudines



nes quoq; pyramidum b & c æquales erunt, ex prima parte & ſecunda 7 quinti, baſes a & b mutuæ altitudinibus pyramidum a & b.

Secunda pars conuerſo modo probatur. Nam ſi fuerit baſis a ad baſin b, ut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, erit ex ſecunda parte & prima 7 quinti, baſis a ad baſin c, ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, itaq; ex ſecunda parte huius 7 duæ pyramides a & c, ſunt æquales, quare per communem ſcientiam duæ quoq; pyramides a & b, ſunt æquales.



Si uerò neutra propoſitarum pyramidum fuerit trigona, ſed utraq; polygonia (uerbi gratia altera pentagona, altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b, ſumatur ſimiliter triangulus c æqualis hexagono b, ſuper quem fiat pyramis æquè alta pyramidi b, eruntq; duæ pyramides b & c æquales, ideoq; duæ quæ ſunt a & c etiam per conceptionem æquales, quare baſis a ad baſin c, ſicut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, hoc enim nuper demonſtratum eſt. Eſt ergo ex 7 quinti baſis a ad baſin b, ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Conuerſa conuerſo modo patet: Si enim baſis a ad baſin b fuerit, ut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, erit quoq; ex 7 quinti baſis a ad baſin c ut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, ideoq; (ut patet ex prioribus) erunt duæ pyramides a & c æquales, quare ex cõmuni ſcientia & duæ quæ ſunt a & b, erunt etiam æquales: & hoc eſt propoſitum.

Eucl. ex Camp. *Propoſitio 8.*

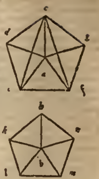
8 OMnium duarum pyramidum ſimilium quarum baſes triangulæ, eſt proportio alterius ad alteram, tanquam lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

CAMPANVS. Propoſitis duabus pyramidibus ſimilibus baſes triangulas habentibus, ex ipſis perfice duo ſolida parallelogramma, quemadmodum dictum eſt in demonſtratione præmiſſæ, eruntq; hæc duo ſolida parallelogramma ſimilia, eo quòd pyramides ponuntur ſimiles adinuicem, nam duo ſolidi anguli qui ſunt communes pyramidibus & ſolidis parallelogrammis, ſuperficialibus angulis numero & quantitate æqualibus continentur, & latera quoq; illos angulos ſuperficiales continentia, ſunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres ſuperficies ſolidorum parallelogrammorum communes angulos ſolidos conſtituentes, ſunt æquiangulæ & laterum proportionalium, ideoq; ſimiles ex diffinitione ſimilium ſuperficierum: quare ex 24 & 13 quinti cunctæ ſex ſuperficies horum duorum ſolidorum parallelogrammorũ, ſunt ſimiles adinuicem. Igitur à diffinitione corporum ſimilium, erunt ipſa ſolida ſimilia. Quare cum proportio ſolidorum & pyramidum ſit una ex 15 quinti (nam ſolida ſunt ſexcupla pyramidibus ex 6 huius) cumq; ſit proportio ſolidorum una ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata ex 36 undecimi libri, ſunt autem latera ſolidorum eadem lateribus pyramidum, erit quoq; ex 11 quinti proportio propoſitarum pyramidum ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata: quod eſt propoſitum.

CAMPANI additiones.

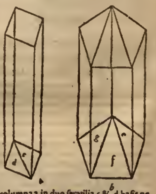
Quòd ſi fuerint duæ quælibet pyramides lateratæ ſimiles, erit proportio alterius ad alteram ſicut ſui lateris ad ſibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

Sint duæ lateratæ pyramides, quarum coni a & b, ſimiles, ſintq; ſuper baſes pentagonas quæ ſunt c d e f g, h k l m n. Dico quòd proportio earum, eſt ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata. Conſtat enim ex diffinitione ſimilium ſuperficierũ & corporum, quod pentagoni qui ſunt baſes propoſitarum pyramidum, ſibi adinuicem, cunctiq; relatiui trianguli ipſas ambientes ſibi inuicem, ſunt ſimiles. Diuidantur itaq; baſes ambarum in triangulos ſimiles & numero æquales prout 18 ſexti proponit eſſe poſſibile, protractis in hac quidem lineis c e & c f, in illa uerò h l & h m. Dico igitur iſtas pyramides eſſe diuiſas in pyramides triangulas ſimiles & numero æquales. Conferantur enim adinuicem duæ pyramides a c d e, b h k l, quarum coni ſunt a & b. Conſtat autem ex hypotheſi triangulum c a d eſſe ſimilem triangulo b h K, & triangulum d a e triangulo K



b l. Et quia etiam ex hypotheſi angulus d eſt æqualis angulo K, & latera c d & d e continentia angulum d ſunt proportionalia lateribus h k & k l continentibus angulum k, erunt ex 6 ſexti duo trianguli c d e & h K l æqnianguli, ideoq́ per 4 ſexti erit proportio c d ad h K, ſicut c e ad h l. Cumq́ ex hypotheſi ſit proportio c a ad h b, & etiã a e ad b l, ſicut c d ad h K, erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, ſicut c e ad h l. Igitur ex 5 ſexti & diffinitione ſimilium ſuperficierum, triangulus c a e, erit ſimilis triangulo h b l. Manifeſtum eſt itaq; ex diffinitione ſimilium corporũ, quòd pyramis a c d e eſt ſimilis pyramidi b h k l, ſimiliter quoq; cõſtat pyramidem a c e f eſſe ſimilem pyramidi b h l m, & pyramidem a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidem b h k l eſt ſicut lateris c d ad latus h k triplicata, etiam pyramidis a c e f ad pyramidem b h l m, ſicut e f ad l m triplicata, ac etiam pyramidis a c f g ad pyramidem b h m n, ſicut c g ad h n triplicata, cum ſit ex hypotheſi proportio e f ad l m, & c g ad h n, ſicut c d ad h k, ſequitur ex 13 quinti, ut proportio totaliũ pyramidum a & b ſit ſicut unius harum partialium ad aliam unam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti conſtat uerum eſſe quod diximus.

Omnes columnæ lateratæ æquè altæ, ſuis baſibus ſunt proportionales.



Verum eſt quod dicitur, ſuper qualeſcunq; baſes polygonias ſint columnæ. Columnas autem lateratas, uocamus ſolida còrpora laterata, quorum baſes & ſuperficies ſupremæ ſunt ſimiles & æquales, cunctæ uerò reliquæ ſuperficies ipſa ſolida circunſtantes ſunt æquidiſtantium laterum. Talium autem ſolidorum prima ſpecies eſt ſeratile, quando ſuper unam ſuarum trilaterarum ſuperficierum intelligitur eſſe ſtatutum, ſecunda uerò ſpecies eſt columna, cuius baſis ſit quadrilatera quã ex duobus ſeratilibus neceſſe eſt eſſe compoſitam, & tertia eſt cuius baſis eſt pentagona, & ipſa ex tribus ſeratilibus perficitur. Simpliciter autem dico quòd omnis laterata columna in tot corpora ſeratilia poteſt diſtingui, in quot triangulos ſua baſis. Intelligantur itaq; duæ columnæ lateratæ a & b, cõſtitutæ ſuper duas baſes a & b, æquè altæ, dico quòd proportio columnarum a & b, eſt ſicut baſium a & b. Diſtinguantur nanq; hæ baſes in triangulos, & hæ columnæ in ſeratilia, baſis quidem a quæ ponatur eſſe quadrangula, in duos trigonos ſcilicet c & d, & columna a, in duo ſeratilia c & d, baſis uerò quæ ſit pentagona, diſtinguatur in tres trigonos e f g, & columna b in tria ſeratilia quæ ſimiliter uocentur e f g. Manifeſtum eſt igitur ex ijs quæ in 36 undecimi dicta ſunt, quòd proportio ſeratilis c ad ſeratile e, eſt ſicut baſis c ad baſin e, & iterum ſeratilis d ad ſeratile e, ſicut baſis d ad baſin e, quare per 24 quinti erit columnæ a ad ſeratile e, ſicut baſis a ad baſin e. Eadem ratione erit columna a ad ſeratile f, ſicut baſis a ad baſin f. At rurſus columnæ a ad ſeratile g, ſicut baſis a ad baſin g. Igitur ex 24 quinti, quoties neceſſe fuerit aſſumpta, facilè concludes propoſitum. Conſtat itaq; ex hoc, quòd omnes columnæ lateratæ ſuper eandem baſin uel ſuper æquales conſtitutę ſi fuerint æquè altæ, erunt æquales. Cum enim (ut proximo probatum eſt) æquè altæ columnæ lateratæ ſint ſuis baſibus proportionales, ponãtur autem baſes eſſe aut eædem aut æquales, neceſſe eſt 24 quinti, ut etiam columnæ ſint æquales. Conſtat quoq; quòd ſi fuerint quælibet ſolida parallelogramma ſeratilia & lateratæ columnæ æquè alta, ipſa quoq; ſuis baſibus proportionalia eſſe neceſſario comprobantur. Omnia enim hæc, ſpecies ſunt lateratarum columnarũ, de quibus paulo antè uniuerſaliter probatum eſt uerum eſſe quod dicitur.

Omnis laterata columna, tripla eſt ad ſuam pyramidem.

Diſtinguatur baſis columnæ in triangulos, & ſecundum numerum triangulorum illorum diſtinguatur columna in ſeratilia, & pyramis columnæ in pyramides habentes baſes triangulas quæ

quæ uidelicet ſunt baſes ſeratilium. Conſtat itaq; unumquodq; ſeratile ad eam pyramidem quæ ſuper eandem baſin cum ipſo ſeratili conſiſtit, triplum eſſe: hoc enim demōſtratum eſt in 6 huius duodecimi libri. Igitur ex 13 quinti omnia ſeratilia pariter accepta, ad omnes pyramides pariter acceptas neceſſe eſt eſſe triplum. Cumq; ex omnibus ſeratilibus pariter acceptis columna, & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ perficiantur, conſtat ueram eſſe hanc noſtram propoſitionem.

Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales, earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt: ſi uerò baſes earum & altitudines mutuæ fuerint, eaſdem columnas æquales eſſe neceſſe eſt.

Si enim columnæ ſint æquales, earum pyramides erunt æquales, eo quòd omnis laterata columna eſt tripla ad ſuam pyramidem. Si autem pyramides fuerint æquales, ſuæ baſes ſuis altitudinibus mutuæ erunt, quemadmodum demonſtratum eſt in 7 huius. Quia igitur columnarū ſuarumq; pyramidum eædem ſunt baſes, & altitudines ſunt eædem, conſtat prima pars propoſiti.

Sint igitur & altitudines propoſitarum columnarum lateratarum mutuę. Dico quòd columnę erunt æquales. Cum enim eædem ſint baſes eædemq; altitudines columnarum ſuarum pyramidum, erunt baſes & altitudines pyramidum propoſitarum columnarum mutuæ. Si hoc ut poſitum eſt, uerum fuerit de columnis, erunt quoq; pyramides æquales, prout in 7 huius demonſtratum eſt, igitur & columnæ æquales, cum ipſæ triplæ ſint ad ſuas pyramides. Quare patet ſecunda pars eius quod propoſitum eſt.

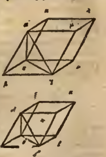
Omnium duarum columnarum lateratarum ſimilium eſt proportio alterius ad alteram, tanquam lateris ad ſuum relatiuum latus proportio triplicata.

Si columnæ fuerint ſimiles, erunt ex diffinitione ſimilium corporum, baſes earum cæteræq; ſuperficies eas ambientes ſimiles. Diuidantur itaq; baſes earum in triangulos ſimiles & numero æquales, quemadmodum 18 ſexti proponit eſſe poſsibile, & ipſæ columnæ diuidantur in ſeratilia ſuper hos triangulos exiſtentia. Stude igitur probare ſeratilia unius, ſuis relatiuis ſeratilibus alterius eſſe ſimilia, quod facilè probabis ex hypotheſi & 6 & 4 & 5 ſexti, & ex diffinitione ſimilium ſuperficierum & diffinitione ſimilium corporum. Hoc autem probato, erit ex 36 undecimi proportio uniuſcuiuſq; ſeratilis unius ad ſuum relatiuum ſeratile alterius, ſicut ſui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omnium laterum eſt proportio una, cum cuncta ſeratilia unius ſint ſimilia ſuis relatiuis ſeratilibus alterius, ſequitur ex 11 quinti, ut cunctorum ſeratilium unius ad ſua relatiua ſeratilia alterius ſit proportio una. Quare per 13 quinti, quæ eſt proportio unius ſeratilis ad ſuum ſeratile relatiuum alterius, eadem eſt omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta. Et quia utrobiq; omnia ſeratilia pariter accepta componunt columnas, & relatiua latera ſeratilium ſunt relatiua latera columnarum, neceſſe ex 11 quinti, ut proportio columnarū ſit ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

8 Similes pyramides, triangulares baſes habentes, in triplici ſunt ratione eiuſdem rationis laterum. *Camp. 8.*

THEON *ex Zamb. Sint ſimiles & ſimiliter poſitæ pyramides, quarum baſes quidem ſunt αβγ, δεζ, triangula, faſtigia uerò ipſarum ſint ηθ ſigna. Dico quòd αβγη pyramis ad δεζθ pyramidem, triplam habet rationem, quàm βγ ad εζ. Compleātur enim βημλ, εθπο, ſolida parallelepipeda. Et quoniam pyramis αβγη ſimilis eſt ipſi δεζθ pyramidi, æqualis igitur eſt angulus qui ſub αβγ ei qui ſub δεζ angulo, & qui ſub ηβγ ei qui ſub θεζ, & qui ſub αβη ei qui ſub δεθ, eſtq; ſicut αβ ad δε, ſic eſt βγ ad εζ, & βη ad εθ. Et quoniam eſt ſicut αβ ad δε, ſic βγ ad εζ, & circum æquos angulos latera ſunt proportionalia, igitur βμ parallelogrammū ipſi επ, ſimile eſt parallelogrāmo: & id ꝓpterea & βν ipſi ερ ſimile eſt, et βκ ipſi εξ. Tria igitur βμ, βκ, βν, tribus επ, εξ, ερ, ſunt ſimilia. Sed tria quidē μβ, βκ, βν, tribus quæ ex oppoſito æqualia ſunt ſimilia, & tria επ, εξ, ερ, æqua & ſimilia ſunt tribus quæ ex oppoſito: ipſa igitur βημλ, εθπο, ſolida parallelepipeda, ſub ſimilibus planis æque multiplicibus cōprehenduntur. Igitur βημλ, ipſi εθπο ſolido ſimile eſt. Similia aūt ſolida parallelepipeda, in triplici ſunt ratione eiuſdē rationis laterū (p 33 undecimi) Igitur βημλ ſolidū ad εθπο ſolidū triplā habet rationē, quàm eiuſdē ratiōis latus βγ ad eiuſdē rationis latus εζ. Sicut autē βημλ ſolidū ad εθπο ſolidū, ſic αβγη py-*

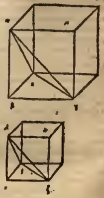


ramis ad δεζθ pyramida, quoniam pyramis ſexta pars eſt ſolidi, eo quod & priſma dimidium exiſtens ſolidi parallelepipedi, triplum eſt ipſius pyramidis, & αβγη igitur pyramis ad δεζθ pyramida triplam rationem habet, q̄ βγ ad εζ: qđ demonſtraſſe oportuit.

CORRELARIVM.

Ex hoc nempe eſt manifeſtum, quod & multangulas baſes habentes ſimiles pyramides, adinuicem in triplici ſunt rõne eiuſdem rationis laterũ. Diuiſis enim ipſis in ipſas pyramides, triangulares baſes habentes (quia ſimilia polygona baſiũ in ſimilia triãgula diuidũtur, & in æquè multiplicia, & eiuſdẽ rõnis totis) erit ſicut in altera una pyramis triangularẽ habẽs baſin ad unam baſin triangularẽ habentẽ in altera pyramide, ſic & omnes pyramides in altera pyramide triangulares baſes habentes, ad pyramides exiſtentes in altera pyramide, & habentes triangulares baſes. Hoc eſt, Pyramis ipſa polygonam baſin habens ad pyramida baſin polygonam habentem. Pyramis autem triangularem baſin habens ad pyramida triangularem baſin habentem, in triplici eſt ratione eiuſdem rationis laterum. Et polygonam igitur baſin habẽs, ad ſimilẽ baſin habentẽ, triplã habet rationẽ q̄ latus ad latus. Eucl. ex Zã. Theor. 9. Propoſ. 9.

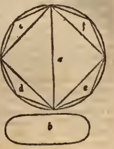
Aequalium pyramidũ & triangulares baſes habentiũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinib. Et pyramides triãgulares baſes habẽtes, quarũ reciprocę ſunt baſes uerticib. ſunt æquales.



THEON ex Zãb. Sint enim æquè pyramides αβγη, δεζθ, triangulares baſes habẽtes αβγ, δεζ, faſtigia uerò ηθ, ſigna. Dico q ipſarũ αβγη, δεζθ, pyramidũ reciprocæ ſunt baſes altitudinib. & eſt ſicut baſis αβγ ad baſin δεζ, ſic eſt ipſi° δεζθ pyramidis altitudo ad ipſi° αβγη pyramidis altitudinẽ. Cõpleãtur aũt ipſa βημλ, εθπο, ſolida parallelepipeda. Et quoniã pyramis αβγη æqualis eſt ipſi δεζθ pyramidi, eſtq́; ipſius quidẽ αβγη pyramidis ſexcuplũ ipſũ βημλ ſolidũ, ipſi° aũt δεζθ ſolidũ εθπο ſexcuplũ eſt, igitur ſolidũ βημλ, ipſi εθπο ſolido æquũ eſt. Aequaliũ aũt ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſunt baſes altitudinib. (p 34 undecimi) Eſt igitur ſicut βμ baſis ad επ baſin, ſic eſt ipſi° εθπο ſolidi faſtigiũ ad ipſi° βημλ faſtigiũ. Sed ſicut quidẽ βμ baſis ad επ baſin, ſic αβγ triãgulũ ad δεζ triãgulũ. Et ſicut igitur (p 1 quinti) triãgulũ αβγ ad triãgulũ δεζ, ſic ipſi° εθπο ſolidi altitudo, ad ipſius βημλ ſolidi altitudinẽ. Sed ipſi° εθπο ſolidi altitudo, eadẽ eſt ipſi ipſi° δεζθ pyramidis altitudini, & ipſius βημλ ſolidi altitudo, eadem eſt ipſi ipſius αβγη pyramidis altitudini. Eſt igitur ſicut αβγ baſis ad δεζ baſin, ſic ipſius δεζθ pyramidis altitudo ad ipſius αβγη pyramidis altitudinem. Ipſarum igitur αβγη, δεζθ, pyramidũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Sed iã ipſarũ αβγη, δεζθ, pyramidũ reciprocæ ſint baſes altitudinib. eſtq́; ſicut αβγ baſis ad δεζ baſin, ſic ipſius δεζθ pyramidis faſtigiũ ad ipſius αβγη pyramidis faſtigiũ. Dico q pyramis αβγη, æqualis eſt ipſi δεζθ pyramidi. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut αβγ baſis ad δεζ baſin, ſic eſt ipſius δεζθ pyramidis uertex ad ipſius αβγη pyramidis uerticẽ, ſed ſicut αβγ baſis ad ipſã δεζ baſin, ſic βμ parallelogrãmũ ad επ parallelogrãmũ, & ſicut igitur (p 11 quinti) βμ parallelogrãmũ ad επ parallelogrãmũ, ſic eſt ipſius δεζθ pyramidis faſtigiũ ad ipſius αβγη pyramidis faſtigiũ. Sed ipſius quidem δεζθ pyramidis uertex, eſt idẽ ipſius εθπο parallelepipedi uertici, & faſtigiũ ipſius αβγη pyramidis, idẽ eſt ipſius βημλ parallelepipedi altitudini: eſt igitur ſicut βμ baſis ad επ baſin, ſic ipſius εθπο parallelepipedi altitudo ad ipſius βημλ parallelepipedi altitudinẽ. Solida uerò parallelepipeda quorũ reciprocæ ſunt baſes altitudinib. ſunt æqualia (p 34 undecimi) Igitur ſolidũ parallelepipedũ βημλ, ipſi εθπο ſolido parallelepipedo eſt æquale. Eſtq́; ipſius quidẽ βημλ parallelepipedi, pyramis αβγη ſexta pars, ipſius aũt εθπο parallelepipedi, ſexta pars eſt pyramis δεζθ. Igitur pyramis αβγη, ipſi δεζθ pyramidi eſt æqualis. Aequalium igitur pyramidũ et triãgulares baſes habentiũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinib. Et pyramides triãgulares baſes habẽtes quarũ baſes uerticibus ſunt reciprocæ, ſunt æquales: qđ oſtendendũ fuerat. Eucl. ex Cãp. Propoſ. 9.

OMnis colũna rotũda, pyramidi ſuæ tripla eſſe cõprobat. Camp. Supra circulũ a, intelligãtur una colũna & una pyramis, ſecũdũ eãdẽ ſuã altitudinẽ erectę, dicãturq́; ęquiuoce ipſa pyramis & colũna & circul°, noĩe uno ſcilicet a. Dico itaq; qđ colũna a, eſt tripla ad pyramidẽ a: cuius ꝓbatio eſt. Quia neq; maior neq; minor poteſt eſſe, q̃ tripla. Sit enim primũ (ſi poſsibile eſt) maior q̃ tripla, quãtitate corporis b, ita qđ ſi b corp° dematur de colũna a, erit reſiduũ ei° triplũ ad pyramidẽ a. Inſcribatur ergo quadratũ circulo a, ſuper qđ erigãtur duo ſeratilia ęquè alta colũnæ a, de quib. duob. ſeratilib. pariter acceptis cõſtat, qđ ipſa ſunt plus medietate colũnę a, queadmodũ ipſũ quadratũ cõſtat eſſe plus medietate circuli a, ſi enim ex ipſis ſeratilib. perficiãtur ſolida parallelogramma, quorũ ipſa ſunt medietates, erit ipſa columna pars ipſorũ duorũ ſolidorũ pariter acceptorũ.

Deinde ſuper latera quadrati inſcripti perficiam quatuor triangulos duum æqualium laterum in portionibus circuli, quarum portionum latera quadrati ſunt chordæ, diuiſis arcubus illarum portionũ per æqualia, & ſint illi trianguli c d e f, ſuper quos etiam erige ſeratilia ad altitudinem columnæ a. Et manifeſtum eſt quod hæc ſeratilia ſunt maius medietate portionum colũnę ſuper portiones circuli conſiſtentium, quẽadmodum & ipſi trianguli ſunt maius medietate portionum circuli. Fiat autẽ hoc toties, quouſq; per primam 10 cogatur aduerſarius confiteri portiones columnæ pariter acceptas eſſe minus corpore b. Erit igitur columna laterata octogona quam componunt omnia ſeratilia pariter accepta, quorum baſes ſunt trianguli diuidentes polygonium inſcriptum circulo a, maius triplo pyramidis rotundæ a. Et quia ipſa laterata columna eſt tripla ad ſuam pyramidem, ſicut demonſtratum eſt in eis quæ præmiſſa ſunt, ſequitur ex ſecunda parte 10 quinti libri, ut rotunda pyramis a ſit minor laterata pyramide lateratæ columnę, cuius baſis eſt inſcriptum polygonium baſi rotundæ pyramidis a, quod eſt impoſſibile: eſt enim pyramis laterata, pars ipſius pyramidis rotundæ. Non eſt igitur pyramis a, minus tertia parte ſuæ columnę. ¶ Sed nec plus tertia. Si enim poſſibile eſt, ſit pyramis a, plus tertia parte columnæ a, quantitate corporis b, ita quod detracto corpore b de pyramide a, ſit reſiduũ ipſius pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quẽadmodum prius ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata ſibi æque alta cuius baſis ſit quadratum circulo a inſcriptum, quam lateratam pyramidẽ conſtat eſſe plus dimidio pyramidis rotundæ. Item de reſiduo pyramidis a, rurſus intelligantur detrahi pyramides æquè altæ, ſtatutæ ſuper triangulos c, d e f, qui ſunt in portionibus baſis, & hoc toties fiat, ut ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inſcripto polygonio ſuperſtans, quam cõponũt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractę, maius tertia parte rotundæ columnæ a. Et quia ut probatum eſt in præcedẽtibus, hæc pyramis laterata eſt tertia pars ſuæ columnæ lateratę a, ſequitur denuo ex ſecunda parte 10 quinti columnam rotundam a eſſe minorem columna laterata eiuſdem altitudinis, cuius baſis eſt polygoniũ baſi rotundæ pyramidis inſcriptũ. Hoc autem impoſſibile, nam hęc columna laterata, pars eſt colũnę rotũdę. Cũ igitur colũna rotũda nõ poſſit eſſe minus triplo ſuę pyramidis, neq; mai⁹, erit neceſſario tripla ad eã: qđ demõſtrare uolum⁹. *Eucl. ex Zã. Theor. 10. Prop. 10.*

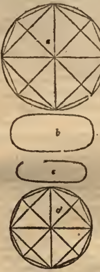


40 Omnis conus, cylindri tertia pars eſt eandem eidem baſin habentis & æquale faſtigium.

THEON ex *Zamb. Habeat enim conus, cylindro baſin eãdẽ, hoc eſt circulum α β γ δ, & æquale faſtigium.* Dico q; *conus cylindri tertia pars eſt, hoc eſt quod cylindrus, coni triplus eſt. Si autem cylindrus, coni non eſt triplus, erit cylindrus, cono aut maior quam triplus, aut minor. Sit prius maior quam triplus. Et deſcribatur (per 6 quarti) in circulo α β γ δ, quadratum α β γ δ. Iam quadratũ α β γ δ, maius eſt quam dimidium ipſius circuli α β γ δ. Conſtituatur ab ipſo α β γ δ quadrato, priſma æque altum ipſi cylindro. Iam conſtitutum priſma, maius eſt quã ipſius cylindri dimidiũ, quoniã & ſi ipſi circulo α β γ δ, quadratũ circunſcribamus, quadratũ in ipſo orbe α β γ δ deſcriptum, circunſcripti dimidiũ, eſt & ab ipſis cõſtituta ſunt, æquè alta ſolida parallelepipeda priſmata: priſmata igitur ipſa, adinuicẽ ſunt ſicut baſes. Et priſma igitur ſtans in ipſo α β γ δ quadrato, dimidium eſt eius priſmatis quod conſtituitur à quadrato ipſi circulo α β γ δ circũſcripto. Et cylindrus ipſo priſmate quod fit à quadrato circunſcripto ipſi circulo α β γ δ, minor eſt. Igitur priſma à quadrato α β γ δ cõſtitutum, ipſi cylindro æque altum, maius eſt dimidio ipſius cylindri. Secentur (per 30 tertij) ipſæ α β, β γ, γ δ, δ α, circunferentiæ bifariàm in ε ζ η θ, ſignis, & connectantur ipſæ α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α, & unumquodq; igitur ipſorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α triangulorum, maius eſt quam dimidiũ eius quod circũ ſeipſum ipſius α β γ δ circuli ſegmenti, ſicut ante oſtendimus. Conſtituantur ab unoquoq; ipſorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α trãgulorũ, priſmata æque alta ipſi cylindro, et unũquodq; igitur ipſorũ cõſtitutorũ priſmatũ, maius eſt quã dimidia pars circũ ſeſe ipſius ſegmẽti circuli, quoniã ſi p ε ζ η θ, ſigna parallelos ipſis α β, β γ, γ δ, δ α, ducam⁹, cõpleamusq; q̃ in ipſis α β, β γ, γ δ, δ α, parallelogrãma, et ab ipſis cõſtituamus ſolida parallelepipeda ipſi cylindro æquè alta, uniuſcuiuſq; cõſtitutorũ dimidia ſunt priſmata quæ in α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triãgulis & ſunt ipſius cylindri ſegmẽta, minores ipſis ſolidis parallelepipedis cõſtitutis. Itaq; etiã quæ in α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α triãgulis priſmata, maiora ſunt quã dimidiũ circũ ſeſe cylindri ſegmẽtorũ. Diſſ eſcẽtes iã (p)*



ſæ ex pyramide b detrahatur laterata pyramis ſibi æquè alta, cuius baſis ſit quadratum inſcriptum circulo b, & ex reſiduo eius detrahantur pyramides eiuſdem altitudinis conſiſtẽtes ſuper trigonos portionum circuli b, fiat itaq; hoc toties, quouſq; cogẽte prima 10, ſit reſiduum pyramidis b minus corpore d, eritq; ex communi ſcientia, laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Inſcribatur itaq; circulo a, polygonium ſimile illi, quod eſt baſis lateratæ pyramidis detractę à pyramide b, & ad angulos huius polygonij inſcripti circulo a, demitte lineas à cono pyramidis a, perficiẽs ſuper illud polygonium, lateratam pyramidem æque altam rotundæ pyramidi a. Hanc igitur ſtudeas demonſtrare eſſe ſimilem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. In utraq; pyramide eriges axem ipſius qui erit ex diffinitione linea continuans uerticem pyramidis cum centro baſis, & erit perpendicularis ad baſim de hinc à centris baſium, protrahas in utroq; circulo ſemidiametros, ad omnes angulos utriuſq; polygonij inſcripti. Cumq; ex diffinitione ſimilium pyramidum rotundarum ſit proportio axis unius ad axem alterius, ſicut diametri baſis unius ad diametrum baſis alterius, ideo etiã ex 15 quinti & æqua proportionalitate, ſicut ſemidiametri ad ſemidiametrum, ſint autem utrobiq; omnes anguli quos axes cum ſemidiametris continent recti, neceſſe eſt ex 6 propoſitione ſexti libri & 4 eiuſdem & diffinitione ſimilium ſuperficierum & ſimilium corporum diffinitiõe, ut laterata pyramis a ſit ſimilis lateratæ pyramidi b, quare per additam ad 8 huius, proportio lateratæ pyramidis a ad lateratã b, eſt ſicut lateris unius ad ſuum relatiuũ latus alterius proportio triplicata, ideoq; & ſicut diametri a, ad diametrum b triplicata: igitur quoq; ſicut rotundæ pyramidis a, ad corp⁹ c ex 11 quinti, quare permutatim proportio lateratæ pyramidis a ad rotũdam pyramidem a, ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior eſt corpore c, erit laterata pyramis a, maior rotunda pyramide a. Quod eſt impoſſibile, cum ſit pars eius. Non eſt ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Reſtat itaq; probandum, quod nec maius. Si enim aduerſarius dicat ipſum eſſe maius, tunc arguatur ex cõuerſa proportionalitate proportionem diametri b ad diametrum a triplicatam eſſe, ſicut corporis c ad rotundam pyramidem a. Sed ex conceptione, eadem eſt rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus aliud quod ſit d. Et quia ex hypotheſi corpus c maius eſt rotunda pyramide b, ſequitur ex 14 quinti, quod rotunda pyramis a ſit maior corpore d. Itaq; proportio rotũdę pyramidis b ad corpus quod eſt minus rotũda pyramide a, uidelicet ad d, eſt ſicut ſuæ diametri b ad diametrum alterius proportio triplicata. Hoc autem eſt impoſſibile. Nam ex hoc demonſtrauimus ſequi, quod pars ſit maior ſuo toto. Cũ ergo corpus c non poſſit minus eſſe neq; maius rotunda pyramide b, erit neceſſario ſibi æquale, ideoq; ex ſecunda parte 7 quinti, conſtat propoſitum.



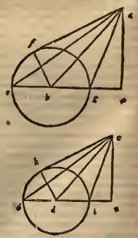
Campani annotatio. Non laſſat autem nos, huius demonſtrationis proceſſum ad eas duntaxat colũnas & pyramides rotundas coartari, quarum axes ſuis baſibus perpendiculariter inſiſtunt, tales enim diffinitæ fuerunt in principio undecimi. Cũ tamen paſſio hic demonſtrata, cõmuniter conueniat omnibus colũnis rotundis ſimilibus pyramidibusq; rotundis ſimilibus, ſiue earum axes ſuper baſes ſuas fuerint orthogonaliter erectæ, ſiue ſuper eas fuerint inclinatæ (& appellentur differentiæ cauſa hæ rotũdæ columnæ & pyramides, quarum baſibus axes orthogonaliter ſuperſtant erectę, reliquæ uerò dicãtur inclinatæ) & quia in principio 11 non ſunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ, niſi illæ tantum quas erectas nocamus, hæ quidem per motum parallelogrammi rectanguli, illæ uerò per motum trigoni rectanguli, ideo conueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus communiter & uniuocè conuenientibus, erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotundis.

Cùm igitur extra ſuperficiem alicuius circuli deſcripti, ſignatur punctus qui cum circunferentia ipſius circuli per lineam rectam continuatur, ſi linea ipſa ſignato puncto manente fixo deſcripto circulo, quouſque ad locum unde moueri inceperit, circumducatur: corpus, quod a curua ſuperficie, quam motu ſuo deſcribit hæc linea, & ab ipſo circulo, cui circumducitur,

con

continetur uoco pyramidem rotundam. Et circulum cui linea hæc circũducitur, uoco baſin ipſius pyramidis. Fixum autem punctum extra circuli ſuperficiem ſignatum, uoco conum pyramidis. Lineamq́ rectam continuantem centrum baſis cum cono pyramidis, appello axem ſeu ſagittam pyramidis. Cumq́ hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad baſin, dico pyramidem eſſe erectam. Cũ uerò inclinata, dico eſſe pyramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli æquales deſcripti in ſuperficiebus æquidiſtantibus, quos una plana ſuperficies per eorum centra tranſiens ſecuerit, fuerintq́ continuatæ per lineam rectam duæ relatiuæ ſectiones duarum circunferentiarum ipſorum circulorum, ſi linea hæc in circunferentiis ipſorum circulorum æquidiſtanter ſitui à quo moueri incœperit quouſq́ ad locum ſuum redeat, circũducatur, corpus quod à curua ſuperficie quam motu ſuo deſcribit hæc linea & à duobus propoſitis circulis continetur, uoco colũnam rotundã. Cum axis ſiue ſagitta, eſt linea recta, centra duorum circulorum continuans. Et hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad ſuperficiem utriuſq́ duorum circulorum, dico columnam eſſe erectam. Cum uerò fuerit ſuper baſin inclinatæ, dico columnam eſſe inclinatam. Cumq́ fuerint duæ rotundæ pyramides aut columnæ (à quarum axibus egrediantur duæ ſuperficies ſuper baſes earum orthogonaliter erectę) fuerintq́ anguli (quos axes & communes ſectiones harum ſuperficierũ & baſium continent) adinuicem æquales, & fuerit proportio axis unius ad axem alterius, ſicut ſemidiametri baſis unius ad ſemidiametrum baſis alterius, tunc illas duas pyramides adinuicem, aut illas duas columnas adinuicem, dico ſimiles eſſe. His diffinitionibus poſitis, demonſtrandum eſt, quod omniũ duarum rotundarum pyramidum ſimilium, columnarum'ue rotundarum ſimilium, ſiue erectæ ſiue inclinatæ fuerint, eſt proportio unius ad alteram, ſicut diametri baſis unius ad diametrum baſis alterius proportio triplicata. Quod de ſolis erectis demonſtratum eſt. Ad hoc autem præmittimus antecedens neceſſarium.

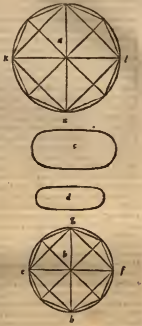
Si fuerint duę rotundę pyramides adinuicem ſimiles, quarũ utranque duæ planæ ſuperficies ſuper axem ſecẽt, fueritq́ harum duarum ſuperficierum altera in utraq́ pyramide ſuper baſin eius orthogonaliter erecta, & arcus baſium inter illas duas ſuperficies contenti, ſimiles erunt anguli quos axes & communes ſectiones baſium & earum ſuperficierum quę ſuper baſes non ponuntur orthogonaliter erectę continent, adinuicem æquales.



Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarũ baſes ſunt circuli e f g & h K l, & axes duæ lineæ, a b & c d & diametri baſium e g & h l, centra baſium ſunt duo puncta b & d, coni pyramidum a & c, ſimiles adinuicẽ & ab earum conis ad ſuperficiem baſium protrahantur, ut docet 11 undecimi libri, duę perpẽdiculares quæ ſunt a m & c n, & continuentur pũcta m & n cum centris baſium, protractis lineis b m & d n, eritq́ ex 18 undecimi ſuperficies a b m quæ egreditur ab axe a b, erecta ſuper baſin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo ſuperficies c d n, quæ egreditur ab axe c d, erit erecta ſuper baſin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq́ duo arcus f g & K l, ſimiles & intelligantur duę ſuperficies a b f, c d K, egredi ab axibus, & ſecare pyramides a b & c d ſimiles. Dico igitur duos angulos a b f, c d K, eſſe adinuicem æquales. Protrahantur enim duæ lineæ f m & K n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d, ſunt ſimiles, & duæ ſuperficies a b m, c d n, ſtãtes orthogonaliter ſuper baſes, egrediuntur ab earũ axibus, erit ex diffinitione ſimiliũ pyramidũ, angulus a b m æqualis angulo c d n. Et quia ex diffinitione lineæ ſupra ſuperficiem perpendiculariter erectæ, uterq́ duorũ angulorum a m b, c n d, eſt rectus: erunt ex 32 primi & 4 ſexti, duo primi trianguli a b m & c d n, laterum proportionalium. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d, ſicut b m ad d n, & ſicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione ſimilium pyramidum, proportio axis a b ad axem c d eſt ſicut ſemidiametri b f ad ſemidiametrum d K, erit ex undecima quinti, proportio b f ad d k ſicut b m ad d n. Cumq́ ſint duo

anguli

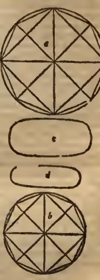
anguli ſb m & K d n æquales, eo quòd duo arcus ſ g & K l ſunt ſimiles ex hypotheſi, erit ex 6 & 4 ſexti, proportio ſ m ad K n, ſicut b m ad d n, ideoq́ ſicut a m ad c n. Et quia iterum ex diffinitione lineæ ſuper ſuperficiem perpẽdiculariter erectæ uterq́ duorum angulorum a m f, c n K, eſt rectus, erit ex 6 & 4 ſexti, proportio a f ad c K, ſicut a m ad c n, ideo per 11 quinti, ſicut a b ad c d, & ſicut b f ad d K. Igitur ex 5 ſexti, duo anguli a b f & c d K, ſunt adinuicem æquales. Quod eſt propoſitũ. Idẽ probabis leuiter de rotundis columnis ſimilibus. Hoc itaq́ demonſtrato, dico quòd omnium duarum rotundarum pyramidum ſimilium quæcunque fuerint ſiue erectæ ſiue inclinatæ eſt proportio unius earum ad alteram, ſicut diametri ſuæ baſis ad diametrum alterius baſis proportio triplicata. Sint enim ut prius duæ rotundæ pyramides a & b, quarũ baſes ſunt circuli a & b, & horum circulorum diametri ſint etiam a & b, ſitq́ proportio pyramidis a ad corpus c, ſicut diametri a ad diametrũ b proportio triplicata. Non erit igitur corpus c, minus neq́ maius rotunda pyramide b. Sit enim primo (ſi poſſibile eſt) minus, quantitate corporis d, ita quòd duo corpora c et d pariter accepta ſint quãtũ rotunda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat ſuperficies quæ ſit orthogonaliter erecta, ſuper circulum b, ſitq́ cõmunis ſectio huius ſuperficiei & circuli b, linea e f trãſiens per centrũ b, quæ erit diameter circuli b, linea e f tranſiens per centrũ b, quæ erit diameter circuli b. & protrahatur in circulo b, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter, quæ ſit g h, ſicq́ inſcribatur circulo b, quadratũ e g f h, & a rotũda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis, cuiꝰ baſis eſt quadratũ circulo b inſcriptum quæ (ut probatũ eſt ſuprà) maius erit dimidio rotundæ pyramidis, & ex reſiduo eius detrahantur pyramides eiuſdem altitudinis, cõſiſtentes ſuper trigonos portionũ circuli b, fiatq́ hoc totiẽs quouſq́ reſiduum rotundæ pyramidis b ſit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq́ ex conceptione laterata pyramis detracta quam componũt lateratæ partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, ſuperficies alia quæ ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum a, & ſit communis ſectio huius ſuperficie & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a, protrahatur autem in circulo a, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter, quæ ſit m n, ſicq́ inſcribatur in circulo a, quadratum K m l n, & diuidẽdo arcus portionum circuli a per æqualia, perficiatur in circulo a, polygoniũ ſimile illi quod eſt inſcriptũ circulo b, & ad ſingulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a, perficiens ſuper illud polygonium lateratã pyramidẽ æquè altam pyramidi a. Hanc autem lateratam pyramidem, probabis eſſe ſimilem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. Duces axes cogitatione uel actu utriuſque in utriſque pyramidibus a & b, & à centris baſium protrãhas lineas rectas ad omnes angulos inſcriptorum polygoniorum. Eruntq́ ex præmiſſo antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum ſingulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij ſibi inſcripti, æquales ſuis relatiuis angulis quos continet axis pyramidis b, cum ſingulis lineis ductis à centro circuli b, ad angulos polygonij ſibi inſcripti. Et quia ex diffinitione rotundarum pyramidum ſimilium, proportio axis pyramidis a ad axem pyramidis b eſt ſicut ſemidiametri circuli a ad ſemidiametrum circuli b, ſequitur ex 6 & 4 ſexti & diffinitionibus ſimilium ſuperficierum & ſimilium corporum quòd duæ lateratæ pyramides a & b ſint ſimiles. Cætera argue ſicut prius in decima. Conſtat itaq́ de omnibus rotundis pyramidibus ſimilibus quòd proportio earum ſit ſicut diametrorum ſuarum baſium triplicata. Et quia omnis colũna rotunda eſt tripla ad ſuam pyramidem (hoc enim ſufficienter eſt demonſtratum ſiue columnę & ſuę pyramides fuerint erectæ ſiue inclinatæ) ſequitur ex 15 quinti ut etiam quarumlibet columnarum rotundarum ſimilium ſit proportio ſicut ſuarum diametrorum triplicata.



Eucl. ex Camp. *Propoſitio 11.*

OMnes duas rotundas pyramides ſiue columnas æquè altas, ſuis baſibus proportionales eſſe neceſſe eſt. 11

Campanvs. Supra duos circulos a & b, ſtatuantur ut prius duæ rotundę pyramides æquè altæ quæ dicantur ſimiliter a & b, & duæ rotundæ columnæ æquè altæ, eiſdem literis aſcriptæ a & b. Dico itaq; quòd proportio duarum pyramidum a & b, duarumq; columnarum a & b, eſt ſicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifeſtum erit, ſi hoc prius de pyramidibus d ſ demonſtrabitur: omnis enim rotunda colũna, tripla eſt ad ſuam pyramidẽ. De pyramidibus autẽ conſtabit indirecta demonſtratione hoc modo. Eſt enim ex communi ſcientia, proportio rotundæ pyramidis a ad aliquod corpus, ſicut circuli a ad circulũ b, illud corpus ſit c. Dico itaq; quòd corpus c, non poteſt eſſe maius neq; minus rotunda pyramide b. Sit enim primò minus, quantitate corporis d. Igitur circulo b inſcribitur quadratum, & detrahatur a rotunda pyramide b, pyramis laterata, cuius ſit baſis quadratum circulo b inſcriptum, & ex portionibus pyramidalibus detrahantur pyramides ſuper trigonos portionum circuli conſiſtentes, fiatq; hoc totiens, quouſq; ſit ex pyramide b, reſiduum minus corpore d, eritq; laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maior corpore c. Inſcribatur ergo circulo a, polygonium ſimile illo polygonio quod eſt baſis lateratæ pyramidis b, et perficiatur, ſuper ipſum pyramis laterata ductis lineis à uertice pyramidis lateratæ a, ad angulos polygonij inſcripti. Eruntq; duę lateratę pyramides a & b, ęquè altæ. Hoc enim eſt propoſitum de rotundis. Quare proportio lateratæ pyramidis a ad lateratam pyramidem b, eſt ſicut baſis eius ad baſin illius, uidelicet ſicut polygonij a ad polygonium b. Hoc enim demõſtratũ eſt, in ſexta hui⁹. At uerò polygonij a ad polygonium b eſt ſicut circuli a ad circulum b, quod manifeſtũ eſt ex prima & ſecunda huius. Itaq; lateratę pyramidis a ad lateratam pyramidem b, ſicut rotundæ pyramidis a ad corpus c: quare permutatim lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a, ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cumq; ſit laterata pyramis b maior corpore c, ſequitur lateratam pyramidem a eſſe maiorem rotunda pyramide a. Hoc autẽ impoſſibile, eſt enim pars eius. Non erit ergo corpus c, minus rotũda pyramide b. Si uerò ponat aduerſarius quod ſit maius, demonſtrabimus rurſum idem impoſſibile conſequi. Erit enim per conuerſam porportionalitatem proportio corporis c ad rotũdam pyramidem a, ſicut circuli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus quod ſit d. Cũ igitur corpus c ſit maius rotũda pyramide b per hypotheſin, erit ex 14 quinti rotũda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli b ad circulũ a, erit ſicut rotundæ pyramidis b ad quoddam corpus minus rotunda pyramide a. Sed hoc demõſtratũ eſt prius, eſſe impoſſibile: ſic enim ſequitur, quod pars ſit maior ſuo toto. Non eſt igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b, ſed tãtum æquale. Itaq; ex ſecunda parte 7 quinti, conclude propoſitum. Vt autẽ facilius inconcuſſiusq; demonſtraretur quod ſequitur, ad ipſam eſt antecedens utile præmittendum: quod eſt,



Zamb. 13 Si ſuperficies quædam rotũdam columnã ęquidiſtanter baſi eius ſecuerit, erũt duo partialia corpora quæ ad illam ſecantẽ ſuperficiem terminantur, portionibus axis columnæ proportionalia.

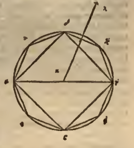
Simile eſt hoc, ei quod propoſuit 25 undecimi libri de ſolidis parallelogrammis. Nec ſolum uerum eſt hoc de columnis rotundis, immo ſimpliciter de omnibus columnis ſiue lateratæ fuerint ſiue rotundæ. Quod qui argumentationem primæ ſexti, uel uigeſimam quintam undecimi firmiter tenuerit, facile demonſtrare poterit: hic enim non aliter quàm ibi ex diffinitione

tione incontinuæ proportionalitatis quæ poſita eſt in prooemio quinti libri, arguendũ eſt propoſitum. Attendere autem oportet, quod quęcunq; ſuperficies ſecat columnam ęquidiſtanter baſi ipſius, ſecat etiam eam æquidiſtanter ſuperficiei baſis eius oppoſitæ, nã quæcunq; ſuperficies uni ſuperficiei ſunt æquidiſtantes, ipſæ quoq; ſunt æquidiſtantes adinuicem; ut ex ijs quæ dicta ſunt ex 17 undecimi didiciſti. Quare manifeſtum eſt, quod omnes rotundæ columnæ quarum ſunt baſes æquales, altitudinibus ſuis ſunt proportionales. Idem quoq; de lateratis. Idem quoq; de pyramidibus rotundis & etiam de lateratis, quod de pyramidibus conſtabit, ſi prius de columnis probetur. Eſt enim omnis columna, tripla ad ſuam pyramidem: rotunda quidem, ex nona huius: laterata uerò ex ijs quæ ſuprà in octaua demonſtrata ſunt.

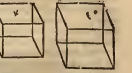
Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 11.*

11 Sub eodẽ faſtigio exiſtẽtes coni & cylindri, adinuicẽ ſeſe hñt ſicut baſes. Camp. 11.

THEON *ex Zamb. Sint ſub eadem altitudine coni & cylindri, quorũ baſes quidẽ ſunt α β γ δ, ε ζ η θ circuli, axes autem ſint κ λ, μ ν, dimetientes uerò baſium ſint α γ, ε η. Dico q́ eſt ſicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, ſic eſt κ λ, conus ad conũ μ ν. Si autem non eſt ſicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, ſic κ λ conus ad μ ν conum, erit ſicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulum, ſic κ λ conus ad aliquod ſolidum, minus ipſo μ ν cono uel ad maius. Sit prius ad minus, hoc eſt ad ξ. Et quo minus eſt ξ ſolidum ipſo μ ν cono, ei æquum eſto ψ ſolidum, igitur conus μ ν, æquus eſt ipſis ξ ψ, ſolidis. Deſcribatur (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratum ε ζ η θ, quadratum igitur maius eſt quàm dimidium circuli. Excitetur ab ipſo ε ζ η θ quadrato, pyramis æque alta ipſi cono. Igitur ipſa pyramis excitata, maior eſt quàm dimidium ipſius coni, quoniã ſi circunſcribamus ipſi orbi quadratum, & ab ipſo excitemus pyramida cono æque altam inſcripta pyramis dimidium eſt circunſcriptæ, adinuicẽ enim ſunt ſicut baſes: Conus autẽ minor eſt pyramide circunſcripta. Pyramis igitur cuius baſis eſt ε ζ η θ quadratum, uertex autem idem ipſi cono, maior quàm dimidiũ coni. Secentur (per 30 tertij) ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circunferentiæ diuiduè in ſignis ο π ρ σ, connectanturq; ipſæ θ ο, ο ε, ε π, π ζ, ζ ρ, ρ η, η σ, σ θ. Vnumquodq; igitur ipſorũ θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorũ, maius eſt quàm dimidium apud ſeſe ſegmẽti ipſius circuli. Excitetur ab unoquoq; ipſorũ θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ triãgulorũ, pyramis æquè alta ipſi cono. Vnaquæq; igitur excitatarũ pyramidum, maior eſt quàm dimidia pars apud ſeſe ſegmenti coni. Secãtes igitur (per 30 tertij) reliquas circũferẽtias diuiduè, connectentesq; rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triangulorum pyramides ipſi æque altas cono, & hoc ſemper facientes, relinquentes quædã coni ſegmenta quæ erunt minora ipſo ψ ſolido. Relinquãtur, ſintq; quæ in θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ. Reliqua igitur pyramis cuius baſis quidem eſt θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, faſtigium idẽ quod cono, maior eſt ipſo ξ ſolido. Inſcribatur & in circulo α β γ δ, ipſi θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulo ſimile & ſimiliter poſitũ multangulũ δ τ α υ β φ γ χ, excitetur q; ab ipſo pyramis æque alta ipſi κ λ cono. Quoniã igitur eſt ſicut quod ex α γ ad id quod ex ε η ſic δ τ α υ β φ γ χ multangulum ad ipſum θ ο ε π ζ ρ η σ multangulũ, ſicut autem quod ex α γ ad id quod ex ε η, ſic α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbem, & ſicut igitur (per 11 quinti) α β, γ δ, orbis ad ε ζ η θ orbẽ, ſic δ τ α υ β φ γ χ, multangulũ ad θ ο ε π ζ ρ η σ, multãgulũ. Sicut autẽ α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbẽ, ſic κ λ conus ad ξ ſolidũ. Sicut autem δ τ α υ β φ γ χ, multangulũ ad θ ο ε π ζ ρ η σ multangulum, ſic pyramis cuius baſis eſt δ τ α υ β φ γ χ, multãgulum, uertex autem λ ſignum, ad pyramida cuius baſis quidem eſt θ ο ε π ζ ρ η σ multangulum, faſtigium autem ν ſignum. Et ſicut igitur (per 11 quinti) κ λ conus ad ξ ſolidum, ſic pyramis cuius baſis quidem δ τ α υ β φ γ χ multangulum, uertex autem λ ſignum, ad pyramida cuius baſis quidem eſt θ ο ε π ζ ρ η σ multangulum, uertex autem ν ſignum. Viciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut κ λ conus ad eã quæ in ſe ipſo pyramida, ſic ξ ſolidũ ad eã quæ in μ ν cono pyramida. Maior autẽ eſt κ λ conus, ea quæ in ſe ipſo pyramide, maius igitur eſt & ξ ſolidum, ea quæ in μ ν, cono pyramide, ſed & minus, quod abſurdũ eſt. Nõ igitur eſt ſicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, ſic κ λ conus ad aliquod ſolidũ minus ipſo μ ν cono. Similiter iã demõſtrabimus, quod neq; ſicut ε ζ η θ, orbis*





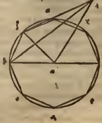


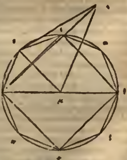
ad αβγδ orbem, ſic ε ν conus ad ſolidum aliquod maius ipſo α λ cono. Dico iam quod neq; eſt ſicut αβγδ orbis ad εζηθ orbem, ſic conus α λ ad aliquod ſolidũ maius ipſo ε ν cono. Si enim poſſibile, eſto ad maius ξ. Conuerſim igitur eſt ſicut εζηθ, orbis ad αβγδ orbẽ, ſic eſt ξ ſolidum ad α λ conum. Sed ſicut ξ ſolidum ad α λ conum, ſic eſt ε ν conus ad aliquod ſolidũ minus ipſo α λ cono. Et ſicut igitur (per 11 quinti) εζηθ circulus ad αβγδ circulum, ſit conus ε ν, ad aliquod ſolidum minus ipſo α λ cono, quod abſurdum eſſe patuit. Nõ eſt igitur αβγδ orbis ad εζηθ orbem, ſic α λ conus ad ſolidum aliquod maius ipſo ε ν cono. Patuit autẽ quod neq; ad minus. Eſt igitur ſicut αβγδ orbis ad εζηθ orbem, ſic α λ conus ad ε ν conũ. Sed ſicut conus ad conum, ſic cylindrus ad cylindrum, triplus enim eſt alter alterius. Et ſicut igitur (per 11 quinti) αβγδ orbis ad εζηθ orbem, ſic qui in ipſis cylindri æque alti ad conos. Sub eodem igitur faſtigio ſubſiſtentes coni & cylindri, ſe adinuicem habent ſicut baſes: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 12. 11

Similes coni & cylindri, ad ſe inuicẽ in tripla ſunt ratione, ſicut dimetientium quæ in baſibus. 12

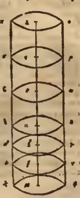
THEON ex Zãb. Sint ſimiles coni & cylindri, quorũ baſes quidẽ αβγδ, εζηθ, orbes dimetiẽtes uerò baſiũ ſint βδ ζθ, & axes conorũ ſiue cylindrorũ ſint κλ, μν. Dico q, conus cuius baſis quidem eſt αβγδ circulus, faſtigium autem λ ſignum, ad conum cuius quidem baſis eſt εζηθ, uertex autem ν ſignũ triplam habet rationem quàm βδ ad ζθ. Si autẽ αβγδλ conus ad εζηθν, conũ triplam rationem non habet quàm βδ ad ζθ, habebit conus αβγδλ, uel ad ſolidũ aliquod minus ipſo εζηθν, cono triplã rationem, uel ad maius. Habet prius ad minus ξ. Deſcribaturq; (per 6 quarti) in circulo εζηθ, quadratũ εζηθ. Igitur εζηθ quadratũ, maius eſt quàm dimidiũ circuli εζηθ. Excitetur ab ipſo εζηθ quadrato, pyramis æque alta ipſi cono. Igitur pyramis excitata, maior eſt quàm dimidia pars coni. Secentur iam (p 30 tertij) ipſæ εζ, ζη, ηθ, θε circũferentiæ diuiduè in ο π, ρ σ, ſignis cõnectanturq; εο, οζ, ζπ, πη, ηρ, ρθ, θσ, σε. Vnũquodq; igitur ipſorum εοζ, ζπη, ηρθ, θσε, triangulorũ, maius eſt quàm dimidia pars, quæ apud ſeſe ſegmenti circuli εζηθ. Conſtituatur ab unoquoq; ipſorum εοζ, ζπη, ηρθ, θσε, triangulorum, pyramis idẽ habẽt faſtigiũ ipſi cono, unaquæq; igitur ipſarum excitatarum pyramidũ, maior eſt quàm dimidiũ eius quod apud ſeſe ſegmẽti circuli. Secantes igitur (p 30 tertij) relictas circũferentias diuiduè, & connectentes rectas lineas, excitantesq; ab unoquoq; triangulorũ pyramides faſtigium ipſi cono habentes, idem & hoc ſemper efficientes, relinquemus quædã coni ſegmenta quæ erunt minores exceſſu quo excedit εζηθν, conus ipſum ξ ſolidum, relinquantur, & ſint in εο, οζ, ζπ, πη, ηρ, ρθ, θσ, σε, reliqua igitur pyramis cuius baſis quidẽ eſt εοζπηρθσ multangulũ, uertex autẽ ν ſignũ, maior eſt ipſo ξ ſolido. Deſcribatur in circulo αβγδ, ipſi εοζπηρθσ, multangulo ſimile ſimiliterq; poſitum multangulũ ατβυγφδχ, & excitetur ab ipſo pyramis, idem habens ipſi cono faſtigium. Et comprehendentium ipſam pyramida cuius baſis quidem eſt ατβυγφδχ multangulum, uertex autem λ ſignũ, unũ triangulum eſto λβτ, comprehendentium autem pyramida cuius baſis quidẽ εοζπηρθσ multangulũ, faſtigiũ autem ν ſignũ unũ triãgulum eſto νζο, & connectantur κτ, μο. Et quoniã αβγδλ conus ſimilis eſt ipſi εζηθν cono, eſt igitur (per 20 undecimi diffinitionem) ſicut βδ ad ζθ, ſic κλ axis ad μν axẽ. Sicut autẽ βδ ad ζθ, ſic (per 15 quinti) βκ ad ζμ. & ſicut igitur (p 11 quinti) βκ ad ζμ, ſic κλ ad μν, et uiciſſim (p 16 quinti) ſicut βκ ad κλ, ſic ζμ, ad μν. Et circũ æquos angulos βκλ, ζμν latera ſunt proportionalia. Igitur (p 1 ſexti diffinitionẽ) triangulũ βκλ, ſimile eſt ipſi ζμν triãgulo. Rurſus quoniã eſt ſicut βκ, ad κτ, ſic ζμ, ad μο, et circũ æquos angulos βκτ, ζμο, quoniã qualis pars eſt angulus βκτ eorũ qui ad κ centrũ quatuor rectorũ, talis pars eſt et angulus ζμο, eorũ q ad μ cẽtrũ quatuor rectorũ, quoniã igitur circũ æquos angulos latera ſunt proportionalia, igitur triangulũ βκτ ſimile eſt ipſi ζμο triangulo. Rurſus quoniã patuit ſicut βκ ad κλ, ſic ζμ ad μν: æqualis autẽ eſt βκ ipſi κτ, & ζμ ipſi μο, eſt







μν,eſt igitur ſicut τκ ad λ,ſic ομ ad μν. Et circũ æquos angulos τκλ,ομν,recta latera (recti enim) ſunt proportionalia. Igitur λκτ,triangulũ,ipſi μνο,triãgulo ſimile eſt. Et quoniã(p 6 ſexti)et propter ſimilitudinẽ ipſorũ λκζ,νμξ,triangulorũ eſt ſicut λβ,ad βκ,ſic νξ,ad ξμ,& propter ſimilitudinẽ ipſorũ ζκτ,ξμο,triãgulorũ eſt ſicut κβ ad βτ ſic μξ ad ξο,ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut λζ ad βτ,ſic οξ ad ξο. Rurſus quoniã ob ſimilitudinẽ ipſorũ λτκ,νομ,triangulorũ eſt (per 6 ſexti) ſicut λτ ad τκ,ſic νο,ad ομ,propter autẽ ſimilitudinẽ ipſorũ τκζ,ομξ,triãgulorũ eſt ſicut κτ ad τβ,ſic μο,ad οξ,ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut λτ ad τβ,ſic νο ad οξ. Patuit autem & ſicut τβ ad ζλ,ſic οξ ad ξν,ex æquali ergo (per 22 quinti) ſicut τλ ad λζ,ſic ον ad νξ. Igitur ipſorũ λτβ,νοξ,triangulorũ,proportionalia ſunt latera. Ipſa igitur λτβ,νοξ,triangula,æquiangula ſunt,quare & ſimilia (per 5 ſexti) Et pyramis igitur cuius baſis quidẽ eſt ζκτ triangulũ,uertex aũt λ ſignũ,ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidẽ eſt ξμο triangulũ,uertex autem ν ſignũ,ſub ſimilibus enim planis æquè multiplicibus cõprehenduntur. Similes autẽ pyramides,triangulares baſes habentes in triplici ſunt ratione eiuſdẽ rationis laterum (per 8 duodecimi) pyramis igitur ζκτλ,ad ξμον pyramida,triplã rationẽ habet,quàm ζκ ad ξμ. Similiter iam connectentes ab ipſis κχ,δφ,γυ,in κ recta lineas,& ab ipſis ιπ,θρ,υπ,in ν,excitantesq́; in triangulis pyramides eadẽ habentes faſtigia ipſis conis,oſtendemus quod & unaquæq; ipſarũ eiuſdẽ ordinis pyramidũ ad unamquamq; eiuſdem ordinis pyramida,triplam habet rationẽ quàm ζκ eiuſdẽ rationis latus ad ξμ eiuſdẽ rationis latus, hoc eſt quàm βδ ad ξθ. Sed ſicut unum antecedentiũ ad unũ ſequentiũ,ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Eſt igitur & ſicut βκτλ pyramis ad ξμον pyramida,ſic eſt tota pyramis cuius baſis ατβυγφδχ multangulũ, uertex aũt λ ſignum,ad totã pyramidem cuius quidã baſis eſt ιοξπερθσ,multangulũ,uertex uerò ν ſignum. Quare & pyramis cuius baſis quidem eſt ατ,ζυ,γφ,δχ multangulũ,faſtigiũ aũt λ ſignũ,ad pyramida cuius quidem baſis ιοξπερθσ multangulũ,faſtigiũ aũt ν ſignum,triplã habet rationẽ quàm βδ ad ξθ. Supponitur aũt & conus cuius baſis quidẽ αζγδ orbis,faſtigium aũt λ ſignũ,ad ξ ſolidũ,triplã rationem habens quàm βδ,ad ξθ,eſt igitur ſicut conus cuius baſis quidẽ αζγδ circulus,uertex autem λ ſignum ad ξ ſolidũ,ſic pyramis cuius quidẽ baſis eſt ατβυγφδχ multangulũ,uertex aũt λ ad pyramida cuius baſis quidem eſt ιοξπερθσ,multangulum,uertex aũt ν ſignum. Viciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut conus cuius baſis quidem eſt αβγδ orbis,uertex aũt λ ſignum ad eã quæ in ſe pyramida cuius baſis eſt ατβυγφδχ multangulum,uertex aũt λ ſignum,ſic ſolidum ξ ad pyramida cuius baſis quidem eſt ιθξπερθσ,multangulum uertex aũt ν ſignum. Maior aũt eſt prædictus conus ea quæ in ſe ipſo pyramide,ipſam enim cõtinet. Igitur ξ ſolidum,maius eſt ipſa pyramide cuius baſis quidem eſt ιοξπερθσ multangulũ,uertex aũt ν ſignũ. Supponebatur aũt quod & minus,quod eſt abſurdũ. Non igitur conus αβγδλ,ad aliquod corpus minus ipſo ιξπθν,cono triplã rationẽ habebit,quàm βδ ad ξν. Similiter iã demõſtrabimus,quod neq; ιξεθ conus ad ſolidũ aliquod minus ipſo αβγδλ cono,triplã rationẽ habet,quàm ξθ ad βδ. Dico iã quod neq; αβγδλ, conus,ad aliquod ſolidũ maius ipſo ιξπθν cono,triplã habet rationẽ,quàm βδ ad ξθ. Si enim poßibile, habeat ad maius ξ. Conuerſim igitur ξ ſolidũ,ad αβγδλ conum,triplã habet rationem,quàm ξθ ad βδ. Sicut aũt ξ ſolidũ ad αβγδλ conũ,ſic ιξπθν conus ad aliquod ſolidũ minus ipſo αβγδλ cono,& ιξπθν igitur conus,ad ſolidũ aliquod minus ipſo αζγδλ,cono triplã rationem habet, quã ξθ ad βδ, quod impoßibile eſſe patuit. Igitur αζγδλ conus,ad ſolidum aliquod maius ipſo ιξπθν cono,triplã rõnẽ nõ habet,quàm βδ ad ξθ,patuit aũt quod neq; ad minus. Conus igitur αβγδλ,ad conum ιξπθν,triplã rationẽ habet,quàm βδ ad ξθ (per 15 quinti) ſicut aũt conus ad conum,ſic cylindrus ad cylindrũ: triplus enim eſt cylindrus,ipſius coni qui in eadẽ eſt baſi & ſub æquali faſtigio ipſi cono. Oſtenſum eſt autẽ (in 10 duodecimi) quod omnis conus,cylindri tertia pars eſt eandem eidem baſin habentis (per 10 duodecimi) & æquale faſtigium. Et cylindrus igitur,ad cylindrum triplam habet rationem quàm ζδ ad ξθ. Similes igitur coni & cylindri adinuicẽ in triplici ſunt rõne dimetiẽtiũ quæ in baſib. quod oſtendere oportuit.



Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 13.

13 Si cylindrus plano ſecetur, parallelo exiſtenti eis quæ ex oppoſito planis, erit ſicut cylindrus ad cylindrum, ſic axis ad axem.

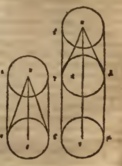
THEON ex Zamb. Cylindrus enim αδ,plano ϛδ ſecetur,parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis,hoc eſt ipſis αβ,γδ. Dico q; eſt ſicut βν cylindrus ad νδ cylindrum,ſic eſt ικ axis ad κξ axem. Extendatur axis ιξ ex utraque parte,in λμ ſigna,exponanturq́; ipſi ικ axi æquales quilibet utcunq; ιν,νλ,ipſi autem ξκ,quilibet utcunq; ξπ,ξμ,& extendantur per λνπμ ſigna: plana parallela αβ,γδ,& intelligantur in ipſis per λνξμ,planis circũ centra λνξμ,circuli οπ,ρς,τυ,φψ,æquales ipſis αβ,γδ,& intelligantur cylindri αρ,ζδ,τχ.

Et quoniã ipſi λ ν, ν ζ, ι κ, axes adinuicem ſunt æquales, ipſi igitur π ρ, ρ ζ, β π, cylindri adinuicem ſunt ſicut baſes (p 11 duodecimi) Baſes autẽ ſunt æquales, Igitur & ipſi π ρ, ρ β, β π cylindri, ſunt æquales. Quoniã igitur ipſi λ ν, ν ζ, ι κ, axes adinuicẽ ſunt æquales, ſunt aũt & ipſi π ρ, ρ ζ, ζ π, cylindri adinuicẽ æquales, & multitudo ipſorũ λ ν, ν ζ, ι κ, æqualis eſt multitudini ipſorũ π ρ, ρ β, β π, quotuplex igitur eſt κ λ axis, ipſius ι κ axis, totuplex erit et π π cylindrus ipſius β π cylindri. Et iã id ꝓpterea quotuplex eſt μ κ axis ipſius κ ſ axis, totuplex eſt et cylindrus χ π ipſius π δ cylindri. Et ſi κ λ axis æq̃lis eſt ipſi κ μ axi, æquus eſt et cylindrus π π ipſi π χ cylindro. Si aũt axis κ λ maior eſt ipſo κ μ axe, maior erit & π π cylindrus ipſo π χ cylindro. Et ſi minor, minor (per 2 quinti) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus, axibus quidem, ι κ, κ ſ, cylindris autem ζ π, π δ accepta (per diffinitionem 6 quinti) ſunt æquè multiplicia ipſius quidẽ ι κ axis & β π cylindri, ipſe axis κ λ, & π π cylindrus. Ipſius autẽ κ ſ axis, & π δ cylindri, κ μ axis & π χ cylindrus. Et patuit quòd ſi κ λ, axis excedit κ μ axem, & π π cylindrus ipſum excedit π χ cylindrum, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Eſt igitur (per 6 diffinitionem quinti) ſicut ι κ axis ad κ ſ axem, ſic β π cylindrus ad π δ cylindrum: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 14.

In æqualibus baſibus exiſtentes coni & cylindri, adinuicẽ ſeſe habent ſicut faſtigia. 14

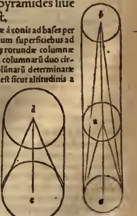
THEON ex Zãb. *Sint enim in æqualibus baſibus α β, γ δ, cylindri ſ δ, ι ζ. Dico q̃ eſt ſicut cylindrus ι β ad cylindrum ſ δ, ſic eſt κ θ axis, ad κ λ axẽ, extendatur enim κ λ axis in ν ſignum, ponaturq́; ipſi κ θ axi æqualis λ ν, & circum axem λ ν, intelligatur cylindrus γ μ. Quoniam igitur ι β & γ μ cylindri, ſub eodem ſunt faſtigio, adinuicem ſunt ſicut baſes (per 11 duodecimi) Baſes autem inuicẽ ſunt æquales, igitur & cylindri ι β, γ μ, ſunt æquales. Et quoniam cylindrus ſ μ, plano quodam ſecatur γ δ, parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur (per 13 duodecimi) ſicut γ μ cylindrus ad ſ δ cylindrum, ſic eſt λ ν axis ad κ λ axem, æqualis autem eſt γ μ cylindrus ipſi ι ζ cylindro, & λ ν axis ipſi κ θ axi. Eſt igitur ſicut ι β cylindrus ad ſ δ cylindrum, ſic eſt κ θ axis ad κ λ axem. Sicut autem ι β cylindrus ad ſ δ cylindrum, ſic α κ β conus ad γ λ δ conum, tripli enim ſunt cylindri ipſorum conorum (per 10 duodecimi) & ſicut igitur (per 11 quinti) κ θ axis ad κ λ axem, ſic α ζ β, conus ad γ λ δ, conum & ι β cylindrus ad ſ δ cylindrũ: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 12.

SI duæ pyramides rotundę ſiue columnę fuerint æquales; ſuæ baſes & altitudines erunt mutuæ. Si uerò ſuę baſes & altitudines mutuæ fuerint, ipſas pyramides ſiue columnas æquales eſſe neceſſe eſt. 12

CAMPANVS. Altitudinem pyramidum, determinant lineæ à conis ad baſes perpendiculariter deſcendentes, columnarũ autem, a ſupremis earum ſuperficiebus ad baſes. Sint itaq; duæ rotũdæ pyramides a b & c d æquales, duæq; rotundæ columnæ a b & c d æquales, ſintq; communes baſes tam pyramidũ quàm columnarũ duo circuli a & c, cõmunes quoq; altitudines tam pyramidũ quàm colũnarũ determinatæ per lineas a b & c d. Dico quòd proportio circuli c ad circulũ a, eſt ſicut altitudinis a b ad altitudinem c d, & econuerſo. Hoc aũt ſi de colũnis probarũ fuerit, de pyramidibus certũ erit, quoniã omnis colũna rotunda tripla eſt ad ſuã pyramidẽ. Si itaq; duæ altitudines a b & c d, fuerint ęquales, ex pręmiſſa conſtat propoſitũ. Si aũt inęquales, ſit a b maior, ſumaturq; a e æqualis a d, & ſecetur colũna a b, à ſuperficie e æquidiſtãter baſi eius a, eritq; ex præmiſſo antecedente, colũna a b ad colũnam a e, ſicut altitudo a b ad altitudinẽ a e. ideoq; ex prima parte 7 quinti colũnam c d ad colũnam a e ſicut altitudo a b ad altitudinem a e, quare per ſecũdã partẽ 7 quinti, ſicut altitudo a b ad altitudinẽ c d, ex præmiſſa aũt eſt colũna c d ad colũnam a e, ſicut circulus c ad circulũ a, itaq; per 11 quinti eſt altitudo a b ad altitudinem c d ſi-

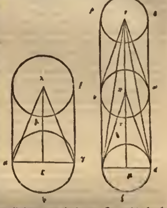


c d, ſicut baſis c ad baſin a. Conſtat igitur prima pars. Secunda conuerſo modo conſtabit, eadẽ diſpoſitione manente. Sit enim ut baſis c ad baſin a, ſic altitudo a b ad altitudinẽ c d. Dico quòd duę columnæ a b & c d ſunt æquales: erit enim ex ſecunda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e, ſicut baſis c ad baſin a. Et quia ex præmiſſa, columna c d ad columnam a e eſt ſicut baſis c ad baſin a & ex præmiſſa antecedente columna a b ad columnam a e, ſicut altitudo a b ad altitudinem a e, ſequitur ex 11 quinti ut columna c d ad columnã a e ſit ſicut colũna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d, ſunt æquales. Quare conſtat etiam ſecunda pars.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 15.*

15 Aequaliũ conorũ & cylindrorũ, reciprocæ ſunt baſes uerticibus. Et coni & cylindri quorum reciprocæ ſunt baſes uerticibus, ſunt æquales.

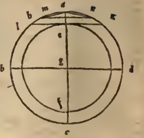
THEON ex Zãb. *Sint æquales coni & cylindri, quorũ baſes quidẽ αβγδ, εζηθ orbes, dimetientes autem ipſorum αγ, εη, axes autem κλ, μν, qui & altitudines ſunt conorum & cylindrorũ. Et compleantur ipſi αξ, εο, cylindri. Dico quòd ipſorum αξ, εο, cylindrorũ, reciprocæ ſunt baſes uerticibus, hoc eſt quod eſt ſicut αβγδ baſis ad εζηθ baſin, ſic eſt μν uertex ad κλ uerticẽ. Faſtigium enim κλ, ipſi μν, faſtigio aut eſt æquale, aut nõ. Sit prius æquale. Eſt autẽ & αξ cylindrus, ipſi εο cylindro æqualis, ſub eodem autẽ faſtigio exiſtentes coni & cylindri, adinuicẽ ſunt ſicut baſes (per 11 duodecimi) Aequalis eſt igitur αβγδ baſis, ipſi εζηθ baſi. Quare & reciprocæ ſunt, ſicut αβγδ baſis ad εζηθ baſin, ſic μν faſtigium ad κλ faſtigium. Sed iam non ſit uertex λκ ipſi μν æqualis, ſed eſto maior μν, et auferatur (per 3 primi) ab ipſa μν altitudine, ipſi κλ æqualis πμ, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi λκ uertici æqualis πμ, & per π ſignũ ſecetur (per 13 duodecimi) cylindrus εο, plano τυσ parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis, hoc eſt εζηθ, ρο, circulorũ. Et à baſi quidẽ ipſius εζηθ circuli, faſtigio uerò μπ, cylindrus intelligatur εσ. Et quoniam αξ cylindrus æquus eſt ipſi εο cylindro, alius autem εσ cylindrus, eſt igitur (per 7 quinti) ſicut αξ, cylindrus ad εσ cylindrũ, ſic eſt εο cylindrus ad εσ cylindrũ. Sed ſicut quidẽ αξ cylindrus ad εσ cylindrũ, ſic eſt αβγδ baſis ad εζηθ baſin. Sub eadẽ enim ſunt altitudine, ipſi αξ, εσ, cylindri. Sicut autem cylindrus εο ad cylindrum εσ, ſic μν altitudo ad μπ altitudinem, cylindri namq; in æqualibus baſibus exiſtentes, ſe habent ſicut faſtigia. Eſt igitur ſicut αβγδ baſis ad εζηθ baſin, ſic eſt μν uertex ad μπ uerticẽ. Aequalis aũt eſt πμ uertex, ipſi κλ uertici. Eſt igitur ſicut αβγδ baſis ad εζηθ baſin, ſic eſt μν altitudo ad κλ altitudinem. Aequaliũ igitur αξ, εο cylindrorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Sed iam ipſorum αξ εο cylindrorum reciprocæ ſint baſes altitudinibus, eſtoq́; ſicut αβγδ baſis ad εζηθ baſin, ſic uertex μν ad uerticem κλ. Dico quòd αξ cylindrus, æqualis eſt ipſi εο cylindro. Eiſdem namq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut αβγδ baſis ad εζηθ baſin, ſic μν faſtigium, ad κλ faſtigium, æqualis autem eſt κλ uertex ipſi πμ uertici, eſt igitur ſicut αβγδ, baſis ad εζηθ baſin, ſic μν uertex ad πμ uerticem. Sed ſicut quidem αβγδ, baſis ad εζηθ, baſin, ſic cylindrus αξ ad εσ cylindrũ: ſub eodem namq; eſt faſtigio. Sicut autem μν (per 14 duodecimi) uertex ad πμ uerticem, ſic εο cylindrus ad εσ cylindrum. Eſt igitur ſicut αξ cylindrus ad εσ cylindrum, ſic eſt εο cylindrus ad εσ, cylindrum. Aequalis igitur eſt αξ cylindrus, ipſi εο cylindro. Sic etiam & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportuit.*



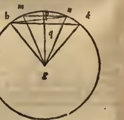
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

13 CVm propoſiti fuerint duo circuli ab uno cẽtro circunducti, ſuperficiẽ multiangulam æqualiũ laterum circulum minorẽ minime tangentium, intra circulum maiorem deſcribere.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c d & e f, ab uno communi centro quod ſit g circũducti, dico quòd intra maiorem qui ſit a b c d, poſſibile eſt unum polygonium quod ſit æquilaterum, deſcribi minorem circulum qui eſt e f, nullo ſuorum laterum tangens. Quadrentur enim id eſt in quadrantes diuidantur hi duo circuli duabus diametris ſuper centrum ipſorum orthogonaliter ſe inuicem ſecantibus, quæ ſint a c & b d, ſitq́ e f diameter minoris, pars diametri a c quę eſt



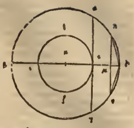
diameter maioris. Sicq́ igitur à puncto e, ducatur utrinq́ uſq́ ad circunferentiam maioris lineæ orthogonaliter ſuper diametrum e f, quæ occurrat circunferentiæ maioris, hinc quidē in puncto h, inde uerò in puncto K, eritq́ ex correlario 15 tertij linea h e k, contingens circulum minorem. Poſtea uerò quadrantē a b maioris circuli diuide per æqualia in puncto l, ſecundum doctrinā 29 tertij, dehinc rurſus arcū a l, per æqualia ad pūctum m. Cumq́ hoc plunes feceris, neceſſariò tandem deuenies ad arcum qui minor erit arcu a h, ſitq́ hic a m. Hoc autem idcirco neceſſarium eſt, quia cum fuerint duæ quantitates inæquales, ſi à maiori earum demaatur eius dimidium, itemq́ à reſiduo dimidium, poſſibile eſt hoc toties fieri quouſq́ tandē minor minore earum relinquetur, quemadmodum in 1 decimi demonſtratū eſt. Cū igitur ſic diuidendo, ad arcū quātulumcunq́ minorem a h, fuerit deuentum, cuiuſmodi eſt hic arcus a m, ſumatur arcus a n, æqualis arcui a m, ducanturq́ duæ lineæ a m & n m. Quia igitur arcus a K eſt æqualis arcui a h, quod ex ſecunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifeſtum eſt, & quia arcus a n eſt æqualis arcui a m, erit ex communi ſcientia, arcus n k æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h, ſunt ęquidiſtantes: ergo linea m n, non poterit tangere circulum e f, quare multo fortius neq́ linea a m poteſt ipſum tangere. Quoniam igitur conſtat circulum a b c d diuiſibilem eſſe per arcus æquales arcui a m, ideoq́ per 28 tertij ſimul conſtat intra ipſum circulum poſſe chordulas æquales chordulæ a m continuè coaptari circulum ipſum polygoniæ chordantes, manifeſtum eſt intra circulū maiorem poſſe unum polygonium ęquilaterum, cuius unū latus eſt linea a m inſcribi. Et quia linea a m non contingit circulum minorem, patet ex prima parte 13 tertij & diffinitione linearū à centro circuli æqualiter æquidiſtantium, quod inſcriptum polygonium nullo laterum ſuorum tangit circulum minorem. Quod eſt propoſitum. At quid dubitas duas lineas m n & k h, eſſe æquidiſtantes, cum ſint duo arcus n k & m h æquales? Hoc autem inconcuſſam ueritatem ſortitum eſt, quod duæ lineæ circulum unum non autem ſe inuicem ſecantes, ſi ex circunferentia æquales arcus hinc inde lineis ipſis interſint, erunt æquidiſtantes. Duc quidem à centro g, lineam g p perpendicularē ad lineam m n, quæ ſecet lineam h K in puncto q, & protrahe lineas g m, g n, g k, g h, & duobus arcubus n K & m d, ſubtende duas chordas quæ etiam dicātur n K & m h, erūtq́ ex 28 tertij hę chordæ æquales n k & m h, eo quòd arcus æquales, & per ſecūdam partem 3 eiuſdem tertij erit linea n p, æqualis lineæ m p. Cum igitur uterq́ duorum angulorum qui ſunt ad p, ſit rectus ex diffinitione perpendicularis, erit ex 4 primi angulus n p g æqualis angulo p g m. At uerò per 8 primi angulus k g n eſt æqualis angulo h g m. Itaq́ per communem ſcientiam (quæ eſt, ſi æqualibus æqualia addas, tota erunt æqualia) erit angulus K g q æqualis angulo q g h, ideoq́ per 4 primi linea K q, erit æqualis lineę q h, quare per primam partem 3 tertij, linea g q erit perpendicularis ad lineā K h. Igitur ex prima parte 28 primi duę lineę n m & K h, ſunt ęquidiſtātes. Et hoc eſt quod dubitare conqueſtus es. ¶Hoc enim idem aliter demonſtrare eſt poſſibile. Ducatur enim linea n h, eritq́ ex ultima ſexti angulus h n m, æqualis angulo n h k, eo quod arcus h m eſt ęqualis arcui n k, ideo ex 27 primi linea m n erit ęquidiſtās lineæ h K. Conuerſam quoq́ ſi libuerit, conuerſo modo probabis. Si enim linea m n eſt æquidiſtans lineæ h k, erit arcus n K æqualis arcui m h. Erūt enim ex prima parte 29 primi, duo anguli h n m & n h K ęquales. Ideoq́ ex ultima ſexti duo arcus n k & m h, erunt etiam ęquales.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 16.*

Binis orbibus circū idē centrū exiſtentibus, in maiori orbe multangulū æquilaterū & parilaterū inſcribere, nō tāgens orbē minorē in ſuperficie. 16

THEON *ex Zamb. Sint bini orbes αβγδ, εζηθ, circum idem centrum κ. Oportet in maiori circulo αβγδ, multangulum æquilaterum & parilaterum inſcribere, non tangens ipſum εζηθ, circulum. Excitetur per κ centrum, recta linea βδ, & à ſigno κ ipſi δβ rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) κε, & extendatur in γ. Igitur αγ tangit ipſum εζηθ orbem. Secantes iam (per 30 tertij) ipſam βαδ circunferentiam diuiduè, & ipſius dimidium biſariam, & hoc ſemper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quandam*

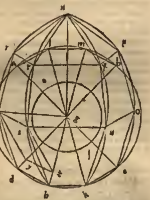


quandam circumferentiam minorẽ ipſa α δ relinquatur, & eſto λ δ & απ ipſo λ in β δ, perpẽdicularis excitetur (per 12 primi) λ μ extendatur q́; in ν, & connectantur ipſæ λ α, δ ν, α ν. Igitur λ α, ipſi δ ν, eſt æqualis. Et quoniã parallelus eſt α ε ipſi λ ν, ſed α γ tangit ipſum ε ζ η θ orbem: igitur λ μ non tangit ipſum orbẽ ε ζ η θ, multo minus igitur ipſæ λ α, δ ν, tangunt ipſum ε ζ η θ orbem. Si igitur ipſi λ δ, rectæ lineæ æquales in cõtinuum aptabimus in orbe α β γ δ, deſcribetur in orbe α β γ δ, multãgulũ æquilaterum & parilaterum non tangens ipſum orbem ε ζ η θ, minorem: quod facere oportuit.

CORRELARIVM. *Et inde eſt manifeſtum, quòd perpendicularis quæ ex λ in β δ, unum circulum non tangit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 DVabus ſphæris unum centrum habẽtibus propoſitis, intra maiorẽ earum ſolidũ multarũ baſium ſuperficiem minoris ſphæræ minimè tangentium figuraliter conſtituere. Quo cõſtituto ſi in minori ſphęra, ſiue in qualibet alia ſphæra ſimile corpus intelligibiliter cõſtituatur, erit proportio corporis multarum baſium intra maiorem ſphęram cõſtituti ad corpus multarum baſium intra minorem ſphærã uel aliam conſtitutũ, ſicut diametri maioris ſphęræ ad diametrum minoris uel alterius proportio triplicata.



CAMPANVS. Sint propoſitę duę ſphærę, a b c d & e f, unum atq; idem centrum quod ſit g habentes, & ſit maior earũ ſphęra a b c d, minor uerò ſphęra e f, uolumus autem intra maiorem earum unum corpus multarum baſium cõſtituere, de quibus nõ intendimus quòd ipſæ baſes ſint æquales aut ſimiles, ſed quòd nulla earum tangat ſuperficiem minoris ſphæræ. Cum igitur hoc uoluerimus facere, ſecabimus ſimul utranq; propoſitarum ſphęrarum una plana ſuperficie per commune cẽtrum earum tranſeunte, eruntq; ex diffinitione ſphæræ & diffinitione circuli, communes ſectiones huius ſecantis ſuperficiei & ſuperficierum ſphærarum propoſitarum, lineę continentes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f, quorum cẽtrum eſt centrum ſphæræ, de quo propoſitum eſt quod ipſum ſit g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris ſe ſupra commune centrum eorum orthogonaliter ſecantibus, quæ ſint a c & d b, poſtea maiori circulo ſecundum præcepta præmiſſæ inſcribemus unum polygonium æquilaterum, nullo ſuorum laterum tangens minorem circulum. Et ſufficiat exẽpli cauſa inſcripſiſſe dodecagonum æquilaterũ, ita quod in quadrante ipſius maioris circuli qui eſt c d, ſint tria latera huius dodecagoni quæ ſint chordæ d h, h k, & k c, quæ cum ſint æquales, erunt quoq; ex prima parte 27 tertij arcus earum æquales. Dehinc à duobus punctis h & k quæ ſunt extremitates mediæ chordæ, producemus duas diametros quæ ſunt h m & k l, & ſuper centrum g erigemus lineam g n perpendicularem ad ſuperficiem circuli a b c d, quam producemus quouſq; obuiet ſuperficiei ſphæræ maioris ſuper punctum n. Deinde intelligam quatuor ſuperficies ſecantes ſphæras propoſitas, quarum unaquæq; ſecet eas ſuper lineam g n, ſcilicet prima earũ ſupra lineam g n & diametrũ d b, ſecunda ſuper lineam g n & diametrũ h m, tertia uerò ſuper lineã g n & diametrũ k l, quarta aũt ſuper lineam g n & diametrũ c a: eruntq; ex diffinitionibus ſphęrę & circuli, cões ſectiões harũ ſuperficierũ & ſuperficiei ſphęrę maioris, lineę cõtinẽtes circulos, & erũt portiones inſcriptę ut inter pũctũ n & q̃tuor pũcta quę ſunt d h k c, quadrãtes horũ circulorũ, qui quadrãtes ſunt d n, h n, K n, & c n. Hoc autẽ ideo euenit, qd' oẽs

anguli quos continet linea g n cum unaquaq; diametrorũ protractarũ in ſuperficie circuli a b c d, ſunt recti ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiẽ, recti uerò anguli in cẽtro, quartæ circunſerentiæ ſubtendantur, quod ex ultima ſexti euidenter apparet. Ex diffinitione autem circulorum æqualium manifeſtum eſt, quod unuſquiſq; horum quatuor circulorum eſt æqualis circulo a b c d, nã diameter omnium ipſorum, eſt diameter ſphæræ maioris. Igitur per 25 quinti quadrantes eorũ ſunt ęquales. Quare quinq; arcus qui ſunt d n, h n, K n, c n, & d c, ſunt ęquales. In unoquoque ergo quatuor quadrantium circulorum erectorum coaptentur hypothenuſales chordæ, quarum quælibet ſit æqualis chordę circuli proſtrati, quæ ſunt latera polygonij ſibi inſcripti & eſt una earum chorda d h, ſintq; in primo quidem d q, q r, & r n, in ſecundo uerò h ſ, ſ t, & t n, in tertio autem K u, u x, & x n, & in quarto ſint c o, o p, & p n. Et protrahantur corauſti coniungentes capita hypothenuſalium chordarum quæ ſint q ſ, ſ u, u o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartæ parti superioris hemiſphærij maioris ſphęræ quę quidem quarta pars eſt d n c, inſcriptum eſſe corpus 9 baſium quarum tres quæ coëunt in puncto n, ſunt triangulæ, cæteræ autem ſunt quadrangulæ, ſuntq; ilarum quadrangularum ſuperficierum hypothenuſalia latera æqualia, ſed non æquidiſtantia. Corauſti autem inter quoſq; duos circulos intercepti, ſunt æquidiſtantes adinuicem & chordæ circuli proſtrati, ſed non ſunt adinuicem æquales. Hoc autẽ ſcies, ſi perpendiculares à corauſtorum extremitatibus ad ſuperficiem circuli iacentis dimiſeris, de quibus conſtat quod ipſæ cadẽt ſuper diametros circulorum quos corauſti continuant, quod ex demonſtratis in 13 undecimi facile deprehendes. Verbi gratia. Sint à duobus terminis corauſti q ſ, demiſſæ duæ perpendiculares q y & ſ z, cadẽtes in diametris d b & h m, & protrahantur lineæ q g & y z, eruntq; ex quarta ſexti duo trianguli q y d & ſ z h ſimiles, quare proportio duarum perpendicularium q y & ſ z, erit ſicut duarum chordarum q d & ſ h. Cumq; ſint chordæ æquales, erunt etiam & perpendiculares æquales. At ipſæ ſunt æquidiſtantes ex 6 undecimi, ergo ex 33 primi, corauſtus q ſ eſt æqualis & æquidiſtans lineæ y z. Et quia ex ſecunda parte ſecundæ ſexti linea y z eſt ęquidiſtans chordæ d h, & ideo minor ea, ſequitur ex 9 undecimi, ut corauſtus q ſ, ſit etiam ęquidiſtans chordę d h, & minor ea ex conceptione. Cum itaq; chordæ quæ ſunt latera polygonij inſcripti in circulo iacẽti (& ipſæ ſunt omnes æquales chordæ d h) non tangant ſphæram minorem, neceſſe eſt ut nullum latus harum baſiũ corporis inſcripti ſiue quadrangulæ ſint ſiue trigonæ, tangãt eandem minorem ſphæram, cum omnia hæc latera ſint ipſis chordis ęqualia aut minora. Simpliciter autem dico quòd nulla etiam harum baſium, de quibus omnibus manifeſtũ eſt ex ſecũda parte 2 undecimi, quod ipſæ ſunt totę in ſuperficie una, poteſt aliquo ſui puncto contingere minorem ſphæram, eo quod omnis linea recta ducta ſuper quemlibet punctum cuiuſq; earum æquidiſtanter corauſto, minor eſt neceſſario chorda proſtrati circuli. Si igitur conuexitates aliarum quartarum maioris ſphæræ tã ſuperioris hemiſphærij quàm inferioris ad eius ſimilitudinẽ quadrilateris trilaterisq; ſuperficiebus ſubtexantur, erit maiori ſphęræ corpus 72 baſium ſuperficiem minoris ſphæræ minime tangentium, quemadmodum propoſitum fuerat inſcriptum. Dico inſuper quòd ſi in alia qualibet ſphæra ſimile corpus ſtatuatur, erit proportio unius ad alterum, ſicut diametri unius ſphæræ ad diametrum alterius triplicata. Erunt enim ex 72 baſes utriuſq; corporis, baſes totidem lateratarum pyramidum, quarum omnium uertices erunt in centris ipſarum ſphærarum. Has autem pyramides perficies, ſi à ſingulis angulis inſcriptorum corporũ quæ ſunt extremitates chordarum & corauſtorum lineas ad centra ſphærarũ produxeris. Stude itaq; ex diffinitione ſimilium corporũ probare cunctas pyramides unius, eſſe ſimiles ſuis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex 8 huius, proportio uniuſcuiuſq; earum unius ad ſuã relatiuã alterius, ſicut proportio ſemidiametrorum ſphęrarũ ipſarum triplicata: ſunt enim ſemidiametri ſphęrarũ, latera cunctarum pyramidum. At quia ſemidiametrorum eſt ex 15 quinti una proportio, ex 13 eiuſdem facile concludes propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 17.*

Binis ſphæris circũ idẽ centrũ exiſtentibus, in maiori ſphęra ſolidum polyhedrũ inſcribere, non tangens ſphæram minorem in ſuperficie. 17

THEON *ex Zamb. Intelligantur binæ ſphæræ circum idẽ centrũ α. Oportet iam in maiori ſphæra ſolidũ polyhedrũ inſcribere, non tangens ſphærã minorẽ in ſuperficie. Secentur ſphæræ, plano aliquo per centrũ erunt igitur ſectiones circuli: quoniã (p 12 diffinitionẽ undecimi) manẽte diametro & circũducto ſemicirculo facta eſt ſphæra. Quare in qualicunq; poſitione intelligamus hemicyclium, quod per ipſum eductũ planũ, efficiet in ſuperficie ſphæræ circulũ, & manifeſtũ quod & maximũ, quoniã ſphæræ diameter quæ etiã eſt hemicycli diameter, & perinde circuli, maior eſt (per 15 tertij) omnibus in circulo uel ſphæra ductis rectis lineis. Eſto igitur in maiori quidem ſphæra circulus βγδε, in minori autẽ circulus ζηθ, excitẽturq; ipſorũ diametri ad angulos rectos ſibi inuicem βδ, γε, & binis orbibus circa idẽ centrũ exiſtentibus, hoc eſt βγδε, ζηθ, in maiori circulo βγδε, multangulum æquilaterum & parilaterũ deſcribatur (per præcedentem) non tangens ſphærã minorẽ ζηθ, cuius latera ſint in βε quarta parte, βκ, κλ, λμ, με, & connexa*

κα recta

βα recta linea, extẽdatur in ν, & excitetur (per 12 undecimi) ab ipſo α ſigno, ipſi ipſius βγδε circuli plano ad angulos rectos αξ, & incidat ipſi ſuperficiei ſphæræ in ξ & per αξ, & per utranq; ipſarum βδ, κν, plana producãtur. Facient iam per prædicta in ipſius ſphæræ ſuperficie maximos orbes, efficiant, quorum hemicyclia ſint in βδ, κν, diametris, ipſa βξδ, κξν. Et quoniam ξα recta eſt ad ipſius βγδε planum, & omnia igitur quæ per ξα, plana, recta ſunt ad ipſius βγδε circuli planum, quare & βξδ, κξν, hemicyclia, recta ſunt ad ipſius βγδε circuli planum. Et quoniam hemicyclia βεδ, βξδ, κξν, ſunt æqualia, in æqualibus nanq; ſunt diametris βδ, κν, & βε, βξ, κξ, quartæ partes inter ſe ſunt æquales. Quot igitur latera multanguli ſunt in βε quarta



parte, tot quoq; ſunt in ipſis βξ, κξ, quartis partibus ipſis κβ, κλ, λμ, με, rectis lineis æquales. Deſcribantur, & ſint βο, οπ, πρ, ρξ, κσ, στ, τυ, υξ, & connectantur ipſæ σο, τπ, υρ. Et ab ipſis ο σ, in ipſius βγδε, circuli planum perpẽdiculares excitentur. Cadunt, inquam, in communes ſectiones planorum βδ, κν, quoniam & ipſorum βξδ, κξν, plana recta ſunt ad ipſius βγδε, circuli planum, cadant, & ſint οφ, σχ, & connectantur φχ. Et quoniam in æqualibus hemicyclijs βξδ, κξν, æquales rectæ lineæ ſunt βο, κσ, & perpendiculares ductæ ſunt οφ, σχ, æqualis igitur eſt οφ ipſi σχ, & βφ, ipſi κχ, eſt autem & tota βα, toti κα æqualis, & reliqua igitur φα, reliquæ χα eſt æqualis. Eſt igitur ſicut βφ ad φα, ſic eſt κχ ad χα, parallelus igitur eſt φχ, ipſi κβ.



Et quoniam utraque ipſarum οφ, σχ, recta eſt ad ipſius βγδε circuli planum, parallelus igitur eſt οφ ipſi σχ: patuit autem, quòd & ipſi æqualis, ipſæ χφ, σο, igitur, æquales et paralleli ſunt. Et quoniã χφ, ipſi σο parallelus eſt, ſed φχ, ipſi κβ parallelus eſt, & σο igitur ipſi κβ parallelus eſt, & ipſas cõnectunt, ipſæ βο, κσ, igitur βο, κσ, quadrilaterũ, in uno eſt plano. Quoniã (per 7 undecimi) ſi fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, & in utraq; ipſarũ accipiãtur cõtingentia ſigna, & ad ipſa ſigna annexa recta linea, in eodẽ eſt cũ ipſis parallelis plano. Idq; propterea & unũquodq; ipſorũ σοπτ, τπρυ, quadrilaterorũ, in uno eſt plano. Eſt aũt triangulũ υρξ, in uno plano. Si uerò intelligamus ab ipſis σοπτ, τρυ, ſignis in α cõnexas rectas lineas, cõſtituetur quædã figura ſolida polyhedra inter βξ, κξ, circũferẽtias, ex pyramidibus cõpoſita, quarũ baſes quidẽ ſunt κβοσ, σοπτ, τπρυ, quadrilatera, & υρξ triãgulũ, uertex aũt α ſignũ. Si aũt & in unoquoq; ipſorũ κλ, λμ, με, laterũ, ſicut in βκ eadẽ cõſtruamus, et inſup in reliquis trib. quartis partib. & in reliquo hemiſphærio, cõſtituetur figura ſolida polyhedra deſcripta in ſphæra, cõtenta ex pyramidib. quarũ baſes ſunt prædicta quadrilatera & triãgulũ υρξ, et quæ in eodẽ ordine eis, uertex aũt α ſignũ. Dico q, prædicta polyhedra nõ tãget minorẽ ſphærã in ſuperficie, in qua eſt circulus ζηθ. Excitetur (p 11 undecimi) ab ipſo α ſigno in ipſius κβοσ quadrilateri planũ, perpẽdicularis αψ, et incidat ipſi plano in ψ ſigno, & cõnectãtur βψ, ψκ. Et quoniã αψ recta eſt ad ipſius βκσο planũ, et ad oẽs igitur ipſã tãgẽtes rectas lineas & exiſtẽtes in ipſius quadrilateri plano recta eſt αψ (per 2 diffinitionẽ undecimi) Igitur αψ, recta eſt ad utrãq; ipſarũ βψ, ψκ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) αβ ipſi ακ eſt æqualis, æquũ eſt & qd' ex αβ, ei qd' ex ακ. Et ipſi qdẽ qd' ex αβ, æqualia ſunt (per 47 primi) ea quæ ex αψ, ψβ, rectus enim, q ad ψ. Ipſi aũt qd' ex ακ, æqualia ſunt quæ ex αψ, ψκ. Quæ igitur ex αψ, ψβ, æqua ſunt eis quæ ex αψ, ψκ. Cõe auferatur qd' ex αψ, reliquũ igitur qd' ex βψ, reliquo qd' ex ψκ eſt æquale, æqualis igitur eſt βψ, ipſi ψκ. Similiter iã demõſtrabimus qd' et quæ ab ψ ad οσ cõnexæ rectæ lineæ, æquales ſunt utriq; ipſarũ βψ, ψκ. Cẽtro igitur ψ, et ſpacio altero ipſorũ βψ, ψκ, circulus deſcriptus, ibit etiã per οσ, et quadrilaterũ κβοσ, erit in circulo. Et quoniã κβ maior eſt ipſa χφ, æqualis aũt eſt χφ ipſi σο, maior igitur eſt κβ ipſo σο. Aequalis aũt eſt κβ, utriq; ipſarũ κσ, βο, et utraq; igitur ipſarũ κσ, βο, ipſa σο maior eſt. Et quoniã in circulo quadrilaterũ eſt κβοσ, et βκ, βο, κσ, æquales et minor σο, et ex cẽtro circuli eſt βψ, igitur qd' ex κβ, eo qd' ex βψ maius eſt q̃ duplũ. Excitetur (p 12 primi) ab ipſo κ, in βφ pp̃ẽdicularis κω. Et quoniã βδ ipſa δω minor eſt quam

eſt quàm dupla,eſtq; ſicut β δ ad δ α ſic quod ex δ β,β ν,ad id quod ſub δ ν,ν β,deſcripto autem ab ipſa ζ ν quadrato,completoq; quod in parallelogrammo,& quod ſub δ β,β ν,minus eſt quàm duplum,& connexa ν β,quod ſub δ β,ζ ν,æquum eſt ei quod ex β ν,quod uerò ſub δ ν,ν β,æquum eſt ei quod ex ν ν. Igitur quod ex ν ζ,eo quod ex ν ν minus quàm duplum. Sed quod ex ν β,eo quod ex β ψ maius eſt quàm duplum,maius igitur eſt quod ex ν ν,eo quod ex β ψ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) ζ α,ipſi ν α eſt æqualis,æquum eſt & quod ex β α ei quod ex ν α. Ei autem quod antè ex α ζ (per 47 primi) æqualia ſunt quæ ex ζ ψ,ψ α. Ei autem quod ex ν α (per 47 primi) æqua ſunt quæ ex λ ν,ν α. Quæ igitur ex β ψ,ψ α,æqualia ſunt eis quæ ex ν ν,ν α,quorum quod eſt λ ν maius eſt eo quod ex β ψ. Reliquum igitur quod ex ν α minus eſt eo quod ex ψ α. Maior igitur eſt α ψ,ipſa ν α,multò igitur maior eſt α ψ,ipſa α ν. Eſtq; ipſa α ψ in unam ipſius polyhedri baſin,& α ν in minoris ſphæræ ſuperficiem. Quare & polyhedrum nō tangit ſphæram in ſuperficie:quod facere oportebat. *Oſtendendum iam & aliter ac expeditius quod maior eſt α ψ,ipſa α ν. Excitetur (per 11 primi) ab ipſo ν ipſi α ν ad angulos rectos ν λ,& connectantur ν λ. Secantes iam (per 30 tertij) ipſam γ β circunferentiam diuiduè,& dimidium ipſius diuiduè,& hoc ſemper facientes,relinquemus quandam circunferentiam quæ eſt minor quam circunferentia β γ δ circuli quæ ſubtenditur ab æquali ipſi ν λ,relinquatur,& eſto ν β circunferentia. Minor igitur eſt & ν β recta linea,ipſa ν λ. Et quoniam in circulo eſt ζ α θ ο quadrilaterum,& æquales ſunt ο β,ζ ν,ν ζ,& minor eſt ο θ,angulus igitur qui ſub β ψ ν obtuſus eſt,maior igitur eſt β ν,ipſa β ψ. Sed ipſa ν β maior,eſt quàm ipſa ο λ,multò maior igitur eſt ν λ,ipſa β ψ,maius igitur eſt & quod ex ν λ,eo quod ex ζ ψ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) ν λ ipſi α β eſt æqualis,& quod ex α λ,igitur ei eſt æquum quod ex α β. Sed ei quod ex α λ,æqua ſunt quæ ex α ν,ν λ:ei uerò quod ex α β æqua ſunt quæ ex ζ ψ,ψ α. Quæ igitur ex α ν,ν λ,æqualia ſunt eis quæ ex β ψ,ψ α. Quorū quod ex ζ ψ,minus eſt eo quod ex ν λ,& reliquū igitur quod ex ψ α,maius eſt eo quod ex α ν. Maior igitur eſt α ψ,ipſa ν ν. Binis igitur ſphæris circum idem centrū exiſtentibus,in maiori ſphæra ſolidum polyhedrum deſcriptum eſt nō tangens minorem ſphæram in ſuperficie:quod facere oportuit.*

CORRELARIVM.

Si uerò & in altera ſphæra ei quod in β γ δ ε,ſphæra,ſolido polyhedro,ſimile ſolidum polyhedrum inſcribatur,in ipſa β γ δ ε,ſphæra ſolidum polyhedrum ad id quod in altera ſphæra ſolidum polyhedrum triplam habet rationem,quàm ipſius β ε δ ε ſphæræ dimetiens ad ipſum alterius ſphæræ dimetientem. Diſtributis nanq; ſolidis in numero æquales & æqualis ordinis pyramidas,pyramides ſimiles erunt. Similes uerò pyramides (per 8 duodecimi) adinuicem in triple ſunt ratione eiuſdem rationis laterum. Pyramis igitur cuius baſis quidem eſt ν β ο ο quadrilaterum,uertex autem α ſignum,ad eam quæ in altera ſphæra ſimilis ordinis pyramida triplam habet ratione,quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus,hoc eſt quàm α β quæ ex centro eius eſt ſphæræ quæ circum α centrum,ad eam quæ ex centro alterius ſphæræ. Similiter & unaqueq; pyramis quæ in ſphæra quæ circum centrum α,ad quamlibet pyramida eiuſdem ordinis in altera ſphæra triplam habebit rationem quàm α ζ ad eam quæ ex centro alterius ſphæræ. Et ſicut unum antecedentium ad unum ſequentium,ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Quare totum ſolidum polyhedrum quod in ſphæra quæ circum centrum α,ad totum ſolidum polyhedrum quod in altera ſphæra triplam rationem habebit quàm α β ad eam quæ ex centro alterius ſphæræ,hoc eſt quàm β δ diameter ad alterius ſphæræ diametrum:quod oſtendere oportuit.

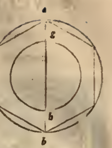
Euclid.ex Camp. Propoſitio 15.

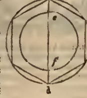
OMnium duarum ſphærarum eſt proportio alterius ad alteram,tanquam ſuę diametri ad diametrum alterius proportio triplicata. 15

CAMPANVS. Sint duæ ſphæræ a b & c d,quarum diametri ſint a b & c d. Dico quòd proportio earum,eſt ſicut ſuarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonſtratio eſt. Quoniam neq; ad minorem ſphæram quàm ſit ſphæra c d neq; ad maiorem eſt proportio ſphæræ a b,ſicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Eſto quidem proportio ſphæræ a b ad ſphæram e f,ſicut diametri a b ſphæræ a b,ad diametrum c d triplicata. Demonſtrabo itaq;,quod ſphæra e f non poteſt eſſe minor neq; maior quàm ſphæra c d. Si enim affirmet aduerſarius eam eſſe minorem,imaginabor eam includi à ſphæra c d,& circunduci ab eodem centro,& inſcribam ſphæræ c d iuxta præcepta præmiſſæ,unū corpus multarū baſiū nō tangentiū ſuperficiē ſphęræ e f,minoris,dicaturq; iſtud corpus nomine ſphęræ cui inſcribitur c d. Poſtea ſimile corpus multarū baſiū inſcribā ſphæræ a b,qđ etiā nomine ſuæ ſphęræ dicatur a b:cōſtat itaq; ex ſecūda parte pręmiſſę & undecimi quinti,qđ proportio ſphæræ a b ad ſphærā e f,eſt ſicut corporis multarū baſiū

quod

quod eſt a b, ad corpus multarum baſiũ quod eſt c d, utraq; enim eſt ſicut diameter a b ad diametrũ c d triplicata. Hæc autem, ex hypotheſi: illa uerò, ex ſecunda parte præmiſſæ. Quare permutatim proportio ſphęræ a b ad corpus multarũ baſium a b, eſt ſicut ſphæra e f ad corpus multarum baſium c d. Cũ igitur ſphæra a b ſit maior corpore multarum baſium a b, erit etiam ſphęra e f, maior corpore multarum baſium c d. Hoc autẽ eſt impoſſibile, nam ipſa eſt pars eius. Non eſt ergo ſphæra e f minor ſphæra c d. Si autẽ dicat aduerſarius eam eſſe maiorẽ, confutabimus ipſum hoc modo. Erit enim per cõuerſam proportionalitatem ſphæra e f ad ſphæram a b, ſicut diameter c d ad diametrum a b triplicata. Sit itaq; eadem ſphæræ c d, ad ſphæram g h, eritq́; ex 14 quinti ſphęra g h, minor ſphęra a b, eo quod ſphęra c d poſita eſt minor ſphæra e f. Quare proportio ſphęrę c d ad aliquam ſphæram minorũ ſphæra a b, eſt ſicut diametri c d ad diametrũ a b triplicata. At hoc eſt impoſſibile, nam ex hoc ſequitur, quod pars ſit maior ſuo toto, ut demonſtratum eſt prius. Itaq; ſphæra e f, non eſt maior neq; minor quàm ſphęra c d. Igitur (ex 7 quinti) cõclude propoſitam concluſionem, quæ imponit finẽ libro duodecimo.

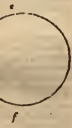


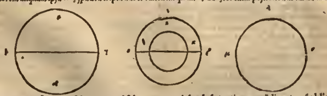


Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

18 Sphæræ adinuicẽ, in triplici ſunt ratione propriorum dimetientium.

THEON ex Zamb. *Intelligantur ſphæræ α β γ, δ ε ζ, diametri uerò ipſarũ ſint β γ, ε ζ, dico q. ſphæræ α β γ ad ſphæram δ ε ζ, triplã habet rationẽ quàm β γ ad ε ζ. Si autem nõ, habebit igitur α β γ ſphæra ad minorẽ aliquã ipſa δ ε ζ, ſphæra triplam rationẽ, uel ad maiorẽ, quã β γ ad ε ζ. Habeat prius ad minorẽ η θ κ, & intelligatur δ ε ζ ſphæra, ipſi η θ κ, circum idẽ centrũ, deſcribaturq́; (per præcedentẽ) in ſphæra maiori δ ε ζ, ſolidũ polyhedrũ non tangẽs minorẽ ſphærã η θ κ in ſuperficie. Deſcribatur autẽ (per eãdem) & in α β γ ſphæra ei quod in δ ε ζ, ſolido polyhedro ſimile ſolidum polyhedrũ. Igitur per correlariũ eiuſdẽ, ſolidũ polyhedrũ, quod in ſphæra α β γ, ad id ſolidũ polyhedrũ quod in δ ε ζ, triplã habet rationem quam β γ ad ε ζ. Habet autẽ et α β γ ſphæra, ad η θ κ ſphæram triplam rationem quàm β γ ad ε ζ, eſt igitur ſicut ſphæra α β γ ad ſphæram η θ κ, ſic ſolidum polyhedrum quod in α β γ ſphæra, ad ſolidum polyhedrum quod in δ ε ζ, ſphæra. Viciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut α β γ ſphæra ad id quod in ipſa polyhedrũ, ſic η θ κ, ſphæra ad id quod in δ ε ζ ſphæra ſolidũ polyhedrum. Maior autẽ eſt α β γ ſphæra eo quod in ſe polyhedro. Maior igitur & η θ κ ſphæra, eo quod in δ ε ζ, ſphæra polyhedro. Sed et minor, ab ipſo nãq; cõprehenditur, quod eſt impoſſibile. Sphæra igitur α β γ, ad minorem ipſa δ ε ζ ſphæram, triplam rationem non habet quam β γ, diameter ad ε ζ diametrũ. Similiter iam demonſtrabimus, quod neq; δ ε ζ ſphæra, ad minorem ipſa α β γ ſphæra, triplam habet rationẽ quàm ε ζ ad β γ. Dico iam quòd neq; ſphæra α β γ, ad maiorem aliquam ipſa δ ε ζ ſphæra triplã habet rationem quàm β γ ad ε ζ. Si enim poſſibile habeat ad maiorẽ λ μ ν.*





Conuerſim igitur ſphæra λ μ ν ad ſphæram α β γ triplam habet rationem quã diameter ε ζ ad diametrum β γ. Sicut autẽ λ μ ν ſphæra ad α β γ ſphæram, ſic δ ε ζ ſphæra ad minorem aliquam ipſa α β γ ſphæra: ſicut antea patuit, quoniam maior eſt λ μ ν ipſa δ ε ζ, & ſphæra δ ε ζ ad minorẽ ipſa α β γ, ſphæra triplã habet rationem quàm ε ζ ad β γ, quod eſt impoſſibile. Igitur ſphæra α β γ, ad maiorem ipſa δ ε ζ ſphæra, triplam rationem non habet quàm β γ ad ε ζ. Patuit autem quòd neq; ad minorem. Ipſa igitur α β γ ſphæra, ad δ ε ζ ſphæram, triplam habet rationem, quàm β γ ad ε ζ: quod oſtendendum fuerat.

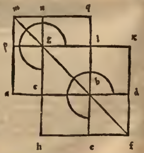
Euclid.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber tertiusdecimus.*

Ex *Campano.* *Propoſitio 1.*

CVm diuiſa fuerit linea ſecundum proportionem habentē medium duoq́ extrema, ſi maiori portioni linea in longū addat̄ æqualis dimidio ipſius lineæ proportionaliter diuiſæ, quadratū lineæ ex eis duabus cōpoſitæ, quadrati medietatis eiuſdē lineę diuiſæ quintuplum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in puncto c, prout docet 29 ſexti, & ſit maior portio eius linea b c, cui b c directè adiungatur linea b d, quæ ſit æqualis medietati totius a b. Dico quòd quadratum lineæ c d, erit quintuplum ad quadratum lineæ b d. Quadrabo enim lineam b d, & ſit eius quadratum d e, & circumponam huic quadrato gnomonem ſecundum quantitatē lineæ b c, protracta diametro f b g, ſitq́ circūpoſitus gnomo e g d, eritq́ ex 22 ſexti ſuperficies inde compoſita, quæ ſit h k, tanquam quadratum lineæ c d. Dico igitur quadratum h k, quintuplum eſſe ad quadratum d e. Sit igitur c l quadratum circūpoſiti gnomonis, ſibiq́ circūponatur alius gnomo ad quantitatē lineæ a c protracta diametro f b uſq; ad m, ſitq́ hic gnomo c m l, & protrahantur lineæ c n & p l æquidiſtanter lateribus oppoſitis, ſecantes ſe ſuper diametrum f m in puncto g. Manifeſtum eſt autē ex 22 ſexti, quod compoſitum ex hoc ſecundo gnomone & quadrato c l (& ipſum quadratum ſit a q) eſt quadratū lineæ a b, quod ex quarta ſecūdi neceſſe eſt eſſe quadruplū ad quadratū d e, eo quod linea b d eſt medietas lineæ a b. Cumq́ ſit ex prima parte 16 ſexti ſuperficies a n, ideoq́ per 43 primi ſuperficies m l. æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoq́ & m l, ex b a in a c, & c l prouenit ex c b in ſe) & cum ex prima ſexti ſit a l dupla ad l d, ideoq́ æqualis l d & c e pariter acceptis ex 43 primi, erit ex hac cōmuni ſcientia (ſi æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratum a q ęquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus eſt ad quadratum d e, quemadmodum erat quadratū a q. Itaq; totum quadratum h k, cum ipſum conſtet ex ſimplo & quadruplo, erit ex communi ſcientia quintuplum ad idem: quod eſt propoſitum.



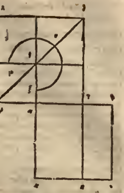
IDEM aliter. Ex quarta ſecundi conſtat, quod quadratum lineæ a b, eſt quadruplum ad quadratum lineæ b d. At per ſecundam eiuſdē quod ſit ex a b in b c & in a c, eſt æquale quadrato a b, quod autem ex a b in b c, æquum eſt ei quod ex b d bis in b c, quod ex prima ſecūdi manifeſtum eſt, cum a b ſit dupla ad b d. At uerò quod ex a b in a c eſt ex prima parte 16 ſexti æquale quadrato b c. Itaq; per cōmunē ſcientiam quod ſit ex b d, bis in b c, et quod ex b c in ſe, eſt ęquale quadrato a b, & ideo eſt quadruplum ad quadratum b d. Quare ſuperaddito quadrato b d, erit totum aggregatū, quintuplum, uidelicet illud quod ſit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta ſecundi hoc totum eſt æquale quadrato c d, conſtat uerum eſſe quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

SI recta linea extrema & media ratione ſecetur, maius ſegmentū admittēs totius dimidiā, quintuplū poteſt eius quod ex totius dimidia.

THEON

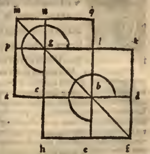
THEON ex Zãb. *Recta enim linea αβ, extrema & media ratione ſecetur in γ ſigno, & ſit maius ſegmentum αγ, & extēdatur in rectam lineam γα, αδ: & ponatur ipſius αβ, dimidia αδ. Dico q. quod ex γδ, eius quod ex δα, quincuplū poteſt. Deſcribantur enim (per 46 primi) ab ipſis αβ, δγ, quadrata αε, δζ, & in δζ deſcribatur figura, extendaturq́ ζγ in η. Et quoniam αβ, extrema & media ratione diuiſa eſt in γ, igitur quod ſub αβ, βγ, æquum eſt ei quod ex αγ. Eſt autem id quod ſub αβ, βγ, ipſum γε, quod autem ex αγ, ipſum ζθ. Igitur γε, ipſi ζθ eſt æquale. Et quoniam βα ipſius αδ dupla eſt, æqualis autem eſt βα ipſi κα, & αδ ipſi αθ, igitur & κα, ipſius αθ dupla eſt. Sicut autem κα ad αθ, ſic γκ ad γλ. Duplum igitur eſt γκ, ipſius γλ. Sunt autem & ipſa λθ, θγ, dupla ipſius γθ (ſupplementa nanq; adinuicem ſunt æqualia per 43 primi) Igitur γκ, ipſis λθ, θγ, eſt æquale, demōſtratum autem eſt, quod & γε, ipſi ζθ eſt æquale, totum igitur αε quadratum, æquum eſt ipſi μνξ gnomoni. Et quoniam βα ipſius αδ dupla eſt, quadruplum eſt quod ex βα eius quod ex αδ, hoc eſt αε ipſius δθ. Eſt aūt αε, ipſi μνξ gnomoni æquale & μνξ, igitur gnomon, quadruplus eſt ipſius δθ. Totū igitur δζ, quincuplū eſt ipſius δθ. Eſtq́ δζ quod ex γδ, & δθ, quod ex δα: quod ex γδ igitur, quincuplum eſt eius quod ex δα. Si recta igitur linea extrema & media ratione ſecetur, maius ſegmentum totius admittens dimidiam, quincuplum eſt ſiue potens eius quod ex dimidia quadrati: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.

2 SI cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratū quadrati alterutrius ſuarū portionū ſit quintuplū, in lōgū ſibi linea addatur, donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex, eadem duplex linea ſecundum proportionem habentem medium duoq́ extrema diuiſa erit, maiorq́ portio eius erit linea media.

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ, duplici quoq; modo ſicut illa demonſtrabitur uia retrograda, eadem prorſus manente diſpoſitione. Verbi gratia, ſit quadratum h k quintuplum ad quadratū d e, & linea a b dupla ad lineā b d. Dico quod linea a b diuiſa eſt in puncto c ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea media ut eſt c b. Cōſtat autē ex 4 ſecundi, quod quadratum a q eſt quadruplum ad quadratum d e. Itaq; gnomo d g e, æqualis eſt quadrato a q. Cumq; duo ſupplementa l d & c e pariter accepta ſint quantum gnomo c m l, atq; eadem ſupplementa pariter accepta ſint ex 1 ſexti quantum a l, ideoq; quantum c q, ſequitur quod c q, ſit æqualis gnomoni c m l. Dempta igitur ab utroq;, ſuperficie l n, erit quadratum c l æquale ſuperficiei a n. Cū igitur ſiat ſuperficies a n ex a b in a c, ſit autem quadratū c l quadratum lineæ c b, erit ex ſecunda parte 16 ſexti proportio a b ad b c, ſicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſæ, poſitam in principio ſexti libri, conclude propoſitum.

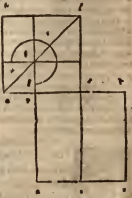


IDEM aliter. Cum quadratum c d ſit ex hypotheſi quintuplum ad quadratum b d, quadratum uerò a b ſit ex quarta ſecundi quadruplum ad idem, at quadratum c d ſit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d, & ei quod ſit ex b d bis in c b, ſequitur ut illud quod ſit ex d bis in c b cū quadrato c b, ſit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantum eſt quantum quod ex a b in b c, eo quod a b dupla eſt ad b d. Ergo quod ſit ex a b in b c cum quadrato b c, eſt æquale quadrato a b. Et quia ex ſecunda ſecundi quod ſit ex a b in b c & a in a c eſt æquale quadrato a b, ſequitur ex cōmuni ſcientia ut quadratum lineæ b c ſit æquale ei quod ſit ex a b in a c. Igitur ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione: conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

Si recta linea ſui ipſius ſegmento quincuplū potuerit, dupla prędicti ſegmenti extrema & media ratione diſſecta, maius ſegmentū reliqua eſt pars eius quæ in principio rectæ lineæ.

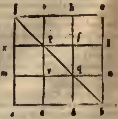
THEON ex Zāb. *Recta enim linea αβ, ſui ipſius ſegmento αγ quincuplum poſſit, ipſius autē αγ dupla ſit γδ. Dico quòd ipſa γδ extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentū eſt γβ. Deſcribātur enim ex utraq; ipſarum αβ, γδ, quadrata αζ, γη, & deſcribatur in ipſo αζ, figura & extendatur βε in θ. Et quoniam αζ ipſius αθ quincuplum eſt, quadruplus igitur eſt μνξ gnomon, ipſius αθ. Et quoniam δγ ipſius γα dupla eſt, quadruplum igitur eſt quod ex δγ eius quod ex γα, hoc eſt γη ipſius αθ. Patuit autem, quòd μνξ, gnomō ipſius αθ quadruplus eſt. Aequus igitur eſt μνξ gnomon ipſi γη. Et quoniā δγ ipſius γα dupla eſt, æqualis autem eſt δγ ipſi γκ, & αγ ipſi γθ, dupla igitur eſt & κγ, ipſius γθ, duplum igitur eſt & κβ, ipſius βθ. Sunt autem & λθ, θβ, dupla ipſius βθ. Igitur κβ, ipſis λθ, θβ eſt æquale. Oſtenſum autem eſt quod & totus μνξ gnomon toti γη eſt æqualis, & reliquum igitur θζ, ipſi βη, eſt æquale. Eſtq; ipſum βη, id quod ſub γδ, δβ, æqualis enim eſt γδ ipſi δη, & θζ ipſum quod ex γβ. Igitur quod ſub γδ, δβ, æquum eſt ei quod ex γβ. Eſt igitur ſicut δγ ad γβ, ſic γβ ad βδ. Maior autē eſt δγ, ipſa γβ, maior igitur eſt & γβ ipſa βδ. Igitur γδ recta linea extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentum eſt γβ. Si recta igitur linea ſui ipſius ſegmento quincuplum potuerit, dupla dicti ſegmenti extrema & media ratione diſſecta, maius ſegmentum reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quod autem dupla ipſius αγ, maior ſit quàm ipſa βγ, ſic oſtendendum eſt. Si autē nō, eſto (ſi poſsibile eſt) βγ dupla ipſius γα, quadruplū igitur eſt qd' ex βγ, eius quod ex γα, quæ igitur ex βγ, γα, eius qd' ex γα, quincupla ſunt. Supponitur autem & quod ex βα, quincuplum eius quod ex γα. Quod ex βα igitur, æquum eſt eis quæ ex βγ, γα, quod eſt impoſsibile. Igitur βγ, ipſius αγ dupla non eſt. Similiter iam oſtendemus, quod neq; minor quàm ipſa βγ, eſt dupla ipſius αγ, multo enim abſurdius. Ipſius igitur αγ, dupla maior eſt ipſa βγ: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

Cum diuiſa fuerit linea ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, ſi minori portioni tanquā dimidium maioris directè iungatur, erit ut quadratum lineæ inde compoſitę quintuplum ſit quadrati quod ex ipſa maioris medietate portionis deſcribitur.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in puncto c, ſecundum proportionem habētem medium & duo extrema, ſitq; eius maior portio linea c b, quæ diuidatur per æqualia in d. Dico quòd quadratum lineæ a d, eſt quintuplum ad quadratum lineæ c d. Deſcribatur enim quadratū a b, quod ſit a e, in quo protrahantur diameter b f & lineæ g c & d h, itemq; K l & m n, ęquidiſtanter lateribus oppoſitis, ſecantes ſe inuicem ſuper diametrum in duobus punctis p & q, & extra diametrum in duobus alijs locis r & ſ. Manifeſtum igitur eſt ex 22 ſexti uel ex correlario 4 ſecundi, quod omnes ſuperficies exiſtentes in quadrato a e, quas diameter diuidit per medium, ſunt quadratę. Quatuor autē ſuperficies quæ ſunt a r, m p, p h & ſ e, conſtant ex 43 primi & prima ſexti eſſe adinuicem æquales: nam duæ poſtremæ p h & ſ e, ſunt adinuicem æquales ex 1 ſexti. Quoniam igitur ex præſenti hypotheſi & diffinitione lineę ſecundū quod proponitur diuiſę & prima parte 16 ſexti quadratū c l eſt ęquale ſuperficiei a g, ideoq; et gnomoni r f ſ propter id quod ſuperficies a r eſt æqualis ſuperficiei p h, & quoniā ex 4 ſecūdi quadratū c l eſt quadruplū ad quadratū r ſ quod eſt tāquā quadratū lineæ c d, ſequitur ex cōmuni ſcientia



quod

quod quadratum m h ſit quintuplum quadrati r ſ. Conſtat enim ex gnomone quadruplo, & r ſ ſimplo. Hoc autem eſt propoſitum.

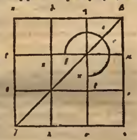
IDEM aliter. Cum ſit linea b c diuiſa per æqualia in puncto d, & addita eſt ei linea a c, erit ex 6 ſecundi quod ſit ex a b in a c, cum quadrato c d interiacentis, æquale quadrato a d. At quia quod ſit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex prima parte 16 ſexti, hoc autem eſt quadruplum ad quadratum c d, manifeſtè patet ueritas eius quod dicitur. ¶Potes quoq; ſi libet, duplici modo ex conſequente huius ſuum antecedens concludere proceſſu retrogrado. Sit enim (eadem diſpoſitione manente) quadratum m h quintuplū ad quadratū r ſ, eritq; gnomo r f ſ, æquale quadrato c l. Vtrunq; enim eſt quadruplum ad quadratum r ſ. At quia ſuperficies a g eſt æqualis gnomoni prædicto, neceſſe eſt ut ſuperficies eadem ſit æqualis quadrato prædicto. Quare ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione linea a b eſt diuiſa in puncto c ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea c d.

IDEM aliter. Cum ſit ex hypotheſi quadratum lineę a d quintuplum ad quadratum lineę c d, & ex 6 ſecundi idem ipſum quadratum ſit æquale ei quod ſit ex a b in a c cum quadrato c d, ſequitur ut id quod ſit ex a b in a c cum quadrato c d, ſit quintuplum ad idem quadratum c d. Ideoq; eo dempto, erit reſiduum uidelicet quod ſit ex a b in a c, quadruplum ad ipſum. Et quia etiam ex 4 ſecundi quadratum lineæ c b eſt quadruplum ad idem, neceſſe eſt ut quod ſit ex a b in a c, ſit æquale quadrato c b. Quare iterū ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione, linea a b eſt diuiſa ſecundū proportionem habentem medium & duo extrema, in puncto c, & maior portio eſt linea c b.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

3 Si recta linea media & extrema ratione ſecetur, minus ſegmētū admittens dimidiam maioris ſegmēti, quincuplum poteſt eius quod à media maioris ſegmenti ſit quadrati.

THEON ex Zāb. *Recta enim quædam linea α β, media & extrema ratione ſecetur in γ ſigno, ſitq́; maius ſegmētum α γ, ſeceturq́; (per 10 primi) α γ bifariam in δ. Dico q. quod ex β δ quincuplū, poteſt eius quod δ γ. Deſcribatur (per 46 primi) ex α β, quadratum α ε, & deſcribatur figura. Et quoniam α γ, dupla eſt ipſius δ γ, quadruplum igitur eſt quod ex α γ eius quod ex δ γ, hoc eſt ρ σ ipſius ζ η. Et quoniā quod ſub α β, β γ, æquū eſt ei quod ex α γ, eſtq́; quod ſub α β, β γ, ipſum γ ε, & quod ex α γ, id quod ρ σ, igitur γ ε ipſi ρ σ eſt æquale. Quadruplum autem eſt ρ σ, ipſius ζ η, quadruplū igitur eſt & γ ε ipſius ζ η. Rurſus quoniam æqualis eſt α δ ipſi δ γ, æqualis eſt & θ κ, ipſi κ ζ, quare et η ζ quadratum, æquum eſt ipſi θ λ quadrato, æqualis igitur eſt η κ ipſi κ λ, hoc eſt μ ν ipſi ν ε, quare & μ ζ, ipſi ζ ε eſt æquale. Sed μ ζ, ipſi γ ν eſt æquale, & γ ν igitur, ipſi ζ ε eſt æquale. Commune apponatur γ ν. Igitur ξ ο π, gnomon, æquus eſt ipſi γ ε: ſed γ ε quadruplum oſtenſum eſt eſſe ipſius η ζ, & ξ ο π, igitur gnomon ipſius η ζ quadruplus eſt. Igitur quadratum δ ν, quincuplum eſt ipſius ζ η quadrati, eſtq́; δ ν id quod ex δ β, & η ζ quod ex δ γ. Quod ex δ β igitur, quincuplum poteſt eius quod ex δ γ: quod oſtendere oportuit.*



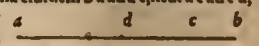
Eucl. ex Camp. *Propoſitio 4.*

4 SI ſecundum proportionem habētem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa, eiq; in longum directè tanquam maior ſectio adijciatur, erit totam lineā inde compoſitam ſecundum proportionē habentem medium & duo extrema diuiſam eſſe, & erit eius maior portio linea prima.



CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa qua ſupponitur proportione in puncto c, & ſit eius maior portio c b, totiq; a b adijciatur directè linea b d quæ ſit æqualis c b. Dico quòd tota a d eadem proportione diuiſa eſt in puncto b. & maior eius portio eſt linea a b quæ eſt linea prima. Eſt enim ex diffinitione a b ad b c, ſicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, ſicut ad b c, igitur ex undecima eiuſdem a b ad b d, ſicut b c ad c a, quare per conuerſam proportionalitatem b d ad b a ſicut a c ad c b, & coniūctim d a

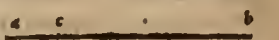
ad a b, ſicut a b ad b c. Cumq́; ſit ex 7 quinti a b ad b c, ſicut ad b d, erit ex undecima eiuſdem d a ad a b, ſicut a b ad b d. Itaq; ex diffinitione linea a d diuiſa eſt in puncto b ſecundum proportionē habentem medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea a b. Quod eſt propoſitum. Eodem quoq; modo ſi ex maiori portione cuiuslibet lineæ ſecundū prædictā proportionē diuiſæ tanquā minor portio detrahatur, erit maior ipſa portio ſecundū eandem proportionem diuiſa, eritq́; maior portio eius linea detracta. Verbi gratia. Sit linea a b ſicut proponitur in puncto c diuiſa, ſitq́; maior portio a c, à qua detrahatur c d æqualis c b. Dico quòd a c eſt diuiſa ſecūdum proportionem eandē in puncto d, & quod maior portio eius eſt linea d c. Cū enim ſit ex diffinitione, b a ad a c, ſicut a c ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b ſicut ad c d, erit ex undecima eiuſdem b a ad a c, ſicut a c ad c d, ideoq́; per 19 quinti ſicut c b reſiduū ad d a reſiduum. Sed ex ſeprima eiuſdē, c b ad d a, ſicut c d ad d a, itaq; a c ad c d, ſicut c d, ad d a. Ex diffinitione ergo conſtat quod diximus. Nec igitur ea quam autor proponit additio, nec ea quam ex oppoſito proponimus detractio, quantumcunq; utralibet in prolixum tendat, à proprietate diuiſionis lineæ primitiuæ diſcordat.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

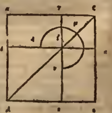
Zamb. 4. SI ſecundum proportionē habētem medium & duo extrema quelibet linea fuerit diuiſa, quod ex tota linea quodq́; ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta, triplū ſunt eius quod ex maiore portione quadratum deſcribitur. 5

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per ſæpe dictam proportionem in puncto c, ſitq́; maior portio eius linea c b. Dico quòd quadrata duarum linearum a b & c a pariter accepta, triplum ſunt ad quadratum lineę c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta, ſunt ex 7 ſecundi quantum quadratum c b, & duplum eius quod fit ex a b in a c. Itēq; quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex diffinitione & prima parte 16 ſexti, manifeſtum eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

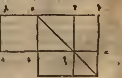
Camp. 5. Si recta linea extrema mediaq́; ratione ſecet̃, quod ex tota & quod ex minori ſegmento utraque quadrata, tripla ſunt eius quod à maiori ſegmento fit quadrato. 4



THEON ex Zāb. *Sit recta linea αβ, ſeceturq́; extrema & media ratione in γ, ſitq; maius ſegmentum αγ. Dico quòd quæ ex αβ, βγ, tripla ſunt eius quod ex ipſa αγ. Deſcribatur (per 46 primi) ab ipſa αβ quadratum αδεβ, & deſcribatur figura. Quoniam igitur αβ extrema & media ratione ſecta eſt in γ, & maius ſegmentū eſt αγ, quod igitur ſub αβ, βγ, æquum eſt ei quod ex αγ, eſtq; id quod ſub αβ, βγ id quod ακ, quod autem ex αγ, id quod θζ, æquum igitur eſt ακ ipſi θζ. Sed αζ, ipſi ζε, æquum eſt, apponatur commune γκ, totum igitur ακ, toti γε eſt æquale. Igitur γε, ακ, ipſum ακ dupla ſunt. Sed ακ, γε, ſunt id quod λμν gnomon, & γκ quadratū. Igitur λμν gnomon & γκ quadratum, dupla ſunt ipſius ακ. Sed quod ακ, ipſi θζ ſit æquale, oſtenſum eſt. Igitur λμν gnomon & γκ quadratū dupla ſunt ipſius θζ, quare λμν gnomē & γκ, θζ quadrata, tripla ſunt ipſius θζ, quadrati. Et λμν gnomō & γκ, θζ, quadrata, ſunt totū αε, & γκ, quæ ſunt ex αβ, βγ quadrata, & θζ ipſum qd' ex αγ quadratū, quæ igitur ex αβ, βγ quadrata, tripla ſunt eius quod ex αγ quadrati: quod oſtēdere oportuit.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

Camp. 4. Si recta linea extrema & media ratione ſecetur, apponatur quæ ei dē æqualis maiori ſegmento, tota recta linea extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmentum eſt ea quæ in principio recta linea. 5



THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea αβ extrema & media ratione ſecetur in γ ſigno, & ſit maius ſegmentum αγ, & ipſi αγ æqualis ponatur αδ. Dico q; δβ recta linea extrema et media ratione ſecatur in α, & maius ſegmentum eſt ipſa quæ in principio recta linea αβ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratum, αε, & deſcribatur figura. Quoniam enim αβ, extrema & media ratione ſecatur in γ, quod ſub αβ, βγ, æquum eſt ei quod ex αγ, eſtq; quod*

ſub

ſub αβ, ζγ, id quod γι, & id quod ex αγ, ipſum γθ: æquum igitur eſt γι, ipſi γθ. Sed ipſi quidē γι, æquū eſt θι: ipſi aũt γθ, æquum eſt δθ: & δθ, igitur ipſi θι eſt æquale. Commune adijciatur θδ, totum igitur δκ, toti αι eſt æquale, eſtq́ δκ id qđ ſub βδ, δα, æqualis enim eſt αδ, ipſi δγ, et αι, ei qđ ex αθ: quod igitur ſub βδ, δα, æquum eſt ei quod ex αβ. Eſt igitur ſicut δβ, ad ζα, ſic ζα ad αδ. Maior autem eſt δζ, ipſa βα, maior igitur et ζα, ipſa αδ, ipſa igitur ζδ extrema et media rõne ſecatur in α, & maius ſegmētū eſt: quod erat oſtendendum

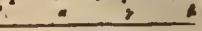
Quid ſit reſolutio.

RESOLVTIO, *eſt aſſumptio quæſiti tãquã cõceſſi p ea quæ ſequũtur in uerũ aliquod cõceſſum.*

Quid ſit compoſitio.

COMPOSITIO *uerò, eſt aſſumptio cõceſſi p ea quæ ſequũtur in quæſiti terminationẽ ſiue occupationẽ.*

1 RESOLVTIO *primi theorematis. Recta enim quædam linea αβ, extrema & media ratione ſecetur in γ, ſitq́ maius ſegmētū αγ, et dimidiū ipſius αβ, æqualis apponatur αδ. Dico q̃ qđ ex γδ, eius qđ ex αδ quincuplū eſt. Quoniã enim qđ ex γδ eius quod ex δα quincuplū eſt: at qđ ex γδ eſt, ea quæ ex γα, αδ, unà cū eo qđ bis fit ſub γα, αδ, quæ igitur ex γα, αδ, unà cū eo qđ bis ſub γα, αδ, quincuplū eſt eius quod ex γα, αδ, diuidēdo igitur qđ ex γα unà cū eo quod bis ſub γα, αδ, quadruplum eſt eius quod ex αδ. Sed ei quod bis ſub γα, αδ, æquũ eſt ei quod ſub γα, αβ, dupla enim eſt βα ipſius αδ. Ei aũt quod ex αγ, æquũ eſt quod ſub αζ, βγ, ipſa enim αβ, extrema & media ratione ſecatur: qđ igitur ſub ζα, αγ, unà cū eo qđ ſub αζ, ζγ, quadruplū eſt eius qđ fit ex αδ. Sed qđ ex αβ, quadruplū eſt eius quod fit ex αδ, ſed quod ſub βα, αγ, unà cū eo qđ ſub αβ, βγ, eſt id quod ex αβ. Quod igitur ex αζ, eius quod ex αδ quadruplum eſt, eſt uerò: dupla enim eſt αβ ipſius αδ.*



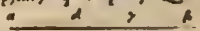
COMPOSITIO *primi theorematis. Quoniã igitur quod ex ζα eius qđ ex αδ quadruplū eſt, ſed qđ ex βα, eſt id quod ſub ζα, αγ, unà cū eo qđ ſub αζ, βγ, quod igitur ſub βα, αγ, unà cum eo quod ſub αζ, βγ quadruplū eſt eius quod ex αδ. Sed quod ſub βα, αγ, æquũ eſt ei qđ bis ſub δα, αγ, quod aũt ſub αζ, ζγ, ei eſt æquũ qđ ex αγ, qđ igitur ex αγ unà cū eo qđ bis ſub δα, αγ, quadruplū eſt eius qđ ex δα. Quare qđ ex δα, αγ, unà cū eo qđ bis ſub δα, αγ, quincuplū eſt eius quod ex δα. Quæ aũt ex δα, αγ, unà cū eo quod bis ſub δα, αγ, eſt id quod ex γδ, quod igitur ex γδ, quincuplum eſt eius quod ex δα: qđ oſtēdere oportuit*

2 RESOLVTIO *ſecundi theorematis. Recta enim quædã linea γδ, ſui ipſius ſegmento δα, quincuplum poßit, ipſius autem δα, dupla ſit αβ. Dico quòd αζ extrema & media ratione ſecatur in γ ſigno, & maius ſegmētū eſt αγ quæ eſt reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quoniam enim αβ extrema & media ratione ſecatur in γ, & maius ſegmentum eſt αγ, quod igitur ſub αβ, βγ, æquum eſt ei quod ex αγ. Eſt autem & quod ſub βα, αγ, æquum eſt ei quod bis ſub δα, αγ, dupla enim eſt βα, ipſius αδ. Quod igitur ſub αβ, ζγ, unà cum eo quod ſub ζα, αγ, quod eſt id quod ex αβ, æquū eſt ei quod bis ſub δα, αγ, unà cū eo quod ex αγ. Quod autem ex αζ, eius quod ex δα quadruplum eſt: quadruplum igitur eſt & quod bis ſub δα, αγ, unà cum eo quod ex αγ, eius quod ex αδ. Quare quæ ex δα, αγ, unà cum eo quod bis ſub δα, αγ, quod eſt id quod ex γδ quincuplum ſunt eius quod ex δα: ſunt uerò, propter hypotheſim.*



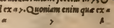
COMPOSITIO *ſecundi theorematis. Quoniã igitur qđ ex γδ quincuplū eſt eius quod ex δα, quod aũt ex γδ eſt id quod ex δα, αγ, unà cū eo quod bis ſub δα, αγ, quæ igitur ex δα, αγ, unà cū eo qđ bis ſub δα, αγ quincupla ſunt eius quod ex δα: diuidendo igitur, quod bis ſub δα, αγ, unà cū eo quod ex γα, quadruplū eſt eius quod ex αδ, eſt uerò & quod ex αζ quadruplū eius qđ ex αδ, quod igitur bis ſub δα, αγ, qđ eſt id quod ſub βα, αγ, ſemel unà cū eo qđ ex αγ, æquū eſt ei quod ex αζ. Sed quod ex αβ, eſt id quod ſub αα, βγ, unà cum eo qđ ſub βα, αγ, qđ igitur ſub βα, αγ, unà cum eo quod ſub αζ, ζγ, æquum eſt ei qđ ſub βα, αγ, unà cū eo qđ ex αγ, & ſublato cõmuni, eo qđ ſub βα, αγ, reliquū igitur qđ ſub αβ, βγ, æquū eſt ei qđ ex αγ. Eſt igitur ſicut βα ad αγ, ſic αγ ad γβ. Maior aũt eſt βα ipſa αγ, maior igitur eſt & ., ipſa γβ. Igitur αβ extrema & media rõne ſecatur in γ, & maius ſegmentum eſt αγ: quod erat oſtendendum.*

3 RESOLVTIO *tertij theorematis. Recta enim quædã linea αβ, extrema & media rõne ſecetur in γ ſigno, ſitq́ maius ſegmētū αγ & ipſius αγ, dimidia eſto γδ. Dico q̃ ex βδ ipſius γδ quincuplū eſt. Quoniã enim quod ex βδ, eius quod ex γδ quincuplum eſt quod aũt ex δβ, eſt id quod ſub αζ, βγ, unà cum eo quod ex δγ. quod igitur ſub αβ, βγ, unà cum eo quod ex δγ, quod igitur ſub αβ, βγ, unà cum eo quod ex δγ, quincuplum eſt eius quod ex δγ, diuidēdo igitur qđ ſub αβ, βγ, quadruplum eſt eius quod ex δγ. Ei autem quod ſub αβ, βγ, æquum eſt id quod ex αγ: ipſa enim αβ, extrema & media ratione ſecatur in γ, quod igitur ex αγ, quadruplum eſt eius quod ex δγ, eſt uerò, ipſa enim αγ eſt dupla ipſius δγ.*



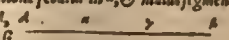
COMPOSITIO *tertij theorematis. Quoniã igitur αγ ipſius δγ dupla eſt, quadruplum eſt quod ex αγ, eius quod ex δγ. Sed ei quod ex αγ, æquum eſt quod ſub αβ, βγ; quod igitur ſub αβ, βγ, eius quod ex δγ quadruplum eſt. Componendo igitur (per 18 quinti) quod ſub αβ, ζγ; unà cum eo quod ex δγ, quod eſt id quod ex δβ, quincuplum eſt eius quod ex δγ: quod oſtendere oportuit.*

RESOLVTIO *quarti theorematis.* *Recta enim linea* αβ, *extrema ac media ratione ſecetur in* γ, & *ſit maius ſegmentum* αγ. *Dico quòd quæ ex* αβ, βγ, *tripla ſunt eius quod ex* αγ. *Quoniam enim quæ ex* αβ, βγ, *tripla ſunt eius qd' ex* αγ, *ſed quæ ex* αβ, βγ, *ſunt id quod bis ſub* αβ, βγ, *unà cũ eo quod ex* αγ, *quod igitur bis ſub* αβ, βγ, *unà cũ eo qd' ex* αγ, *triplũ eſt eius quod ex* αγ, *diuidendo igitur quod bis ſub* αζ, βγ, *eius quod ex* αγ *duplum eſt. Quare qd' ſemel ſub* αβ, βγ, *æquũ eſt ei quod ex* αγ: *eſt uerò. Ipſa enim* αβ, *extrema* & *media rõne ſecta eſt in* γ. 4



COMPOSITIO. *Quoniam igitur* αβ, *extrema* & *media ratione in* γ, *ſecatur maiusq́; ſegmentum eſt* αγ, *quod igitur ſub* αβ, βγ, *ei eſt æquum quod ex* αγ, *quod bis igitur ſub* αβ, βγ, *duplum eſt eius quod ex* αγ. *Componendo (per 18 quinti) quod igitur bis ſub* αβ, ζγ, *unà cum eo quod ex* αγ, *triplum eſt eius quod ex* αγ. *Sed quod bis ſub* αβ, βγ, *unà cum eo quod ex* αγ, *eſt ea quæ ex* αζ, βγ, *ſunt quadrata. Quæ igitur ex* αζ, ζγ, *quadrata, tripla ſunt eius quod ex* αγ: *quod oſtendere oportuit.*

RESOLVTIO *quinti theorematis.* *Recta enim quædã linea* αβ, *extrema* & *media ratione ſecatur in* γ *ſitq́; maius ſegmentũ* αγ, & *ipſi* αγ *æqualis ponatur* αδ. *Dico q̃ δβ, extrema* & *media ratione ſecatur in* α & *maius ſegmentũ eſt* αβ. *Quoniam enim* δζ *extrema* & *media ratione ſecatur in* α, & *maius ſegmentum eſt* αβ, *eſt igitur ſicut* δβ *ad* βα, *ſic* βα *ad* αδ. *Aequalis aũt eſt* αδ, *ipſi* αγ. *Eſt igitur ſicut* δβ *ad* βα, *ſic eſt* βα, *ad* αγ. *Conuertendo igitur ſicut* ζδ *ad* δα, *ſic* αζ, *ad* ζγ, *diuidendo igitur* & *ſicut* βα *ad* αδ, *ſic* αγ *ad* γβ. *Aequalis aũt eſt* αδ, *ipſi* αγ, *eſt igitur ſicut* ζα *ad* αγ, *ſic* αγ *ad* γβ, *eſt uerò: ipſa enim* αζ, *extrema* & *media ratione ſecta eſt in* γ. 5

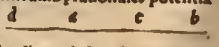


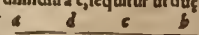
COMPOSITIO *Quoniã* αβ, *extrema* & *media ratione in* γ *ſecatur, eſt igitur ſicut* βα *ad* αγ, *ſic* αγ, *ad* γβ. *Aequalis aũt eſt* αγ, *ipſi* αδ, *eſt igitur ſicut* βα *ad* αδ, *ſic* αγ, *ad* γβ, *cõponẽdo (p 18 quinti) ſicut* βδ *ad* δα, *ſic* αβ *ad* ζγ. *Cõuertẽdo ſicut* δβ *ad* βα, *ſic* βα *ad* αγ. *Aequalis aũt eſt* αγ, *ipſi* αδ, *eſt igitur ſicut* δβ *ad* βα, *ſic* βα, *ad* αδ. *Ipſa igitur* δζ, *extrema* & *media ratione ſecatur in* α, & *maius ſegmẽtũ eſt* αβ: *qd' oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

OMnis rõnalis lineę ſecũdũ ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ et duo extrema diuiſæ, utrãq; portionẽ reſiduum eſſe neceſſe eſt. 6

CAMPANVS. Sit linea a b ſecũdũ ſolitã proportionẽ diuiſa in pũcto c, rationalis dico quòd utraq; portio eius eſt reſiduũ. Sit enim maior eius portio a c, cui directè adiūciatur a d æqualis dimidio totius a b, eritq; etiã d a rationalis ex 6 decimi libri, & diffinitione. Cõſtat aũt ex prima huius, quod quadratũ lineæ d c, quintuplũ eſt ad quadratũ lineæ d a. Igitur linea d c, eſt cõmunicãs lineæ d a in potẽtia ex diffinitione, ſed nõ in lõgitudine ex ultima parte 7 decimi, quare per 68 decimi linea a c, eſt reſiduũ, cũ duæ lineæ c d & d a ſint ambę rationales potentialiter tantũ cõmunicantes. Et quia iterũ ſi ad lineã rationalẽ a b adiũgatur ſuperficies ęqualis quadrato lineę a c quæ eſt reſiduũ, erit latus eius ſecundũ linea c b ex prima parte 16 ſexti, neceſſe eſt ex 92 decimi ut linea c b ſit reſiduũ primũ, quare conſtat propoſitũ. ¶Amplius aũt ſi lineæ ſic diuiſæ ut proponitur maior portio fuerit rationalis, erit minor reſiduũ. Verbi gratia, ſit ut prius a b diuiſa in c ſecundũ dictã proportionẽ, & maior eius portio quæ eſt a c, ſit rationalis, quæ diuidatur per æqualia in d, eritq; ex tertia hui⁹ quadratũ d b, quintuplũ ad quadratũ d c. At quia d c eſt rationalis cũ ipſa ſit dimidiũ a c, ſequitur ut duę lineæ d b, & b c ſint rationales potẽtialiter tãtũ cõmunicantes. Quare ut prius, linea & b eſt reſiduũ. ¶At uerò ſi linea rationalis in potẽtia tantũ ſecũdũ proportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema diuidatur, adhuc neceſſe eſt ut utraq; portio eius ſit reſiduum. Sit enim a b rationalis in potentia tantũ, diuiſa ſicut proponitur in puncto c, & ſumatur aliqua rationalis in lõgitudine quæ ſit d e, quæ etiã diuidatur in f ſecundũ prædictam proportionẽ, manifeſtũ eſt igitur ex a quarti decimi quæ ſine adminiculo alicuius eorũ quæ ſequũtur, incõcuſſa demõſtratione roboratur quod proportio a b ad d e, eſt ſicut a c ad d f, & ſicut c b ad f e. Cũ ergo a b communicet cũ d e in potẽtia, ſequitur ex prima parte 10 decimi quòd a c cõmunicet cũ d f, & c b cum f e, in potentia. Et quia utraq; portio lineæ d e eſt reſiduũ, ut patet ex prædictis, ſequitur ex 98 decimi ut utraq; portio lineæ a b ſit etiam reſiduũ, ſed nõ eiuſdẽ ſpeciei, ut ibidẽ demõſtratum eſt. Quare conſtat, quòd omnis lineæ rationalis in longitudine uel in potentia tantum, ſecundum proportionem habẽtem medium & duo extrema diuiſæ utraq; portio eſt reſiduum.







CAMPANI annotatio. Et nota, quod prima pars præſentis demõſtrationis qua demõſtratur qđ maior portio lineæ diuiſæ ſecũdũ ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema ſit reſiduũ, ſi tota linea ſit rationalis, procedit ex ſufficiẽtibus ſiue tota linea ponatur rationalis in lõgitudine, ſiue in potẽtia tãtũ. Secũda uerò pars qua demõſtratur hoc de minori portiõe quod ipſa quoq; ſit reſiduũ ſi tota eſt rõnalis, nõ procedit ex ſufficiẽtib⁹, niſi tota ſit rationalis in lõgitudine. Tertia aũt pars qua

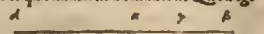
proba

probatur quod minor portio eſt reſiduum, ſufficienter procedit, ſiue maior portio ſit rationalis in longitudine ſiue in potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione lineæ prædicto modo diuiſæ quod ipſa ſit reſiduum, ſufficit ponere totam lineam diuiſam eſſe rationalem in potentia tantum, ſed ad concludendum quoq; hoc de minori portione mediante maiore, ſufficit ponere portionem maiorem ſimiliter rationalem in potentia tantum: ad concludendũ autem hoc de minori portione mediante tota, neceſſe eſt ponere totam lineam eſſe rationalem in longitudine, aut utendum eſt a quartidecimi, quemadmodum dictum eſt.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 6.*

6 Si recta linea rationalis, extrema & media ratione ſecta fuerit, utrunq; ſegmentorum irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome.

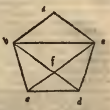
THEON ex Zãb. *Sit recta linea rationalis αβ, ſeceturq; extrema & media ratione in γ, ſitq; maius ſegmentũ αγ. Dico q, utraq; ipſarũ αγ, γβ, irrõnalis eſt ea quæ appellatur apotome. Extẽdatur enim αβ, & ponatur ipſius βα, dimidia αδ. Quoniã igitur recta linea αβ, extrema & media rõne ſecatur in γ, maiorique ſegmento αγ apponitur αδ dimidia exiſtens ipſius αβ, quod igitur ex γδ, eius qd' ex δα quincuplũ eſt (p 1 decimitertij) Quod ex γδ igitur, ad id qd' ex δα, rõnem habet quã numerus ad numerũ. Quod igitur ex γδ, ei qd' ex δα, cõmenſurabile eſt. Quod aũt ex δα, rõnale eſt, ipſa enim δα, rõnalis eſt, dimidiũ exiſtẽs ipſius αβ rõnalis exiſtẽtis. Rõnale igitur eſt & qd' ex γδ, rõnalis igitur γδ. Et quoniã qd' ad id qd' ex δα rõnem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmẽſurabilis igitur eſt γδ ipſi δα lõgitudine. Ipſæ igitur γδ, δα, rõnales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Igitur αγ, apotome eſt. Rurſus quoniã αβ extrema & media rõne ſecatur, & maius ſegmentũ eſt αγ, igitur qd' ſub αβ, βγ ei qd' ex αγ æquũ eſt. Igitur ex α apotome ad αβ rõnalẽ cõparatũ latitudinẽ primã efficit βγ, qd' ex apotome uerò ad rõnalẽ cõparatũ latitudinẽ primã efficit apotomẽ. Igitur γβ, prima eſt apotome (p 97 decimi) Oſtẽſum aũt eſt, qd' & αγ apotome eſt. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua: quod oportuit oſtendere.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

7 SI quis pẽtagonus tres æquos angulos habẽs, fuerit æquilaterus, æquiãgulus quoq; idẽ pentagonus eſſe probatũ.

CAMPANVS. Sit pẽtagonus a b c d e, æquilaterus, ſintq; quilibet tres eius anguli, ſiue cõtinuè ſumãtur, adinuicẽ æquales, & ſint pri⁹ incõtinuè ſumpti, ſintq; anguli a c d, illi tres qui ponũtur adinuicẽ æquales. Dico totũ pentagonũ eſſe æquiangulũ. His angulis ſubtendãtur chordæ b e, b d & e c, & totus pentagonus, diuidatur in trigonũ, & quadrilaterũ cuius duæ diagonales ſint chordæ duorũ proximorũ æqualiũ angulorũ ſecantes ſe intra quadrilaterũ ipſum in pũcto f, eritq; per 4 primi baſis b e æqualis baſi b d, & angulus a e b æqualis angulo c d b. Cũq; per 5 primi angulus b e d ſit æqualis angulo b d e, eo quod duo latera b e & b d ſunt æqualia, erit ex cõi ſciẽtia totalis angul⁹ e æqualis totali angulo d. Similiter probabis, totalẽ angulũ b eſſe æqualẽ angulo totali c, eſt enim per 4 primi baſis b e æqualis baſi c e, & angulus a b e æqualis angulo d c e, per quintã aũt eiuſdẽ ſcilicet primi eſt angulus e b c æqualis angulo e c b, igitur ex cõi ſciẽtia totalis angulus b, eſt æqualis totali angulo c. Sint itaq; tres anguli b c d, cõtinuè ſumpti, æquales: & ſic quoq; erit pẽtagonus æquiãgulus. Erit enim ex 4 primi baſis b d æqualis baſi c e, & angulus c b d angulo d e c, & angulus b d c angulo e c d, quare per 5 primi duæ lineæ c f & f d erũt æquales, cũ duo anguli triãguli f c d qui ſunt ad baſin c d, ſint æquales, igitur ex cõi ſcientia erit linea f b, æqualis lineæ f e, erat enim tota b d, æqualis toti c e, ideoq; per 5 primi erit angulus f b e æqualis angulo f e b. Per eandẽ autẽ eſt angulus a b e, æqualis angulo a e b. Itaq; per cõmunẽ ſcientiã angulus b totalis, eſt æqualis angulo e totali, tres enim partiales anguli cõponentes unũ, ſunt æquales tribus partialibus cõponentib. aliũ, unuſquiſq; ſuo relatiuo. Manifeſtũ eſt igitur, quod tres anguli e b c, nõ cõtinuè ſumpti in propoſito pẽtagono ſunt æquales. Cũ autem ſic demõſtratũ eſt totũ pẽtagonũ eſſe æquiangulum, utrolibet ergo modo conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

7 Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim, aut non ordinatim, æquales fuerint, æquiangulum erit ipſum quinquangulum.

THEON ex Zã. *Quinquãguli æquilateri αβγδε, tres anguli prius ordinatim qui ad αβγ, ſigna, inuicẽ ſint æquales. Dico q, qnquãgulũ αβγδε, æqãgulũ eſt. Cõnectãtur enim αγ, βε, et ſδ. Et quoniã binæ γβ, βα duab. βα, αε, ſunt æquales altera alteri, & angulus q ſub γβα ei q ſub βαε eſt æqualis, baſis igitur αγ (p 4*

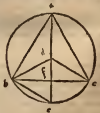
primi) baſi βε eſt æqualis, & triangulum αβγ, triangulo αβε, eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur, qui ſub βγα ei qui ſub βεα, qui autem ſub αβε ei qui ſub γαβ. Quare & latus αζ, ipſi βζ lateri eſt æquale, patuit autem quod & tota αγ, toti βε eſt æqualis, & reliqua igitur ζγ, reliquæ ζε eſt æqualis. Eſt autem & γδ, ipſi δε æqualis. Binæ iam ζγ, γδ, duabus ζε, εδ, ſunt æquales, & communis ipſorum baſis, eſt ζδ. Angulus igitur qui ſub ζγδ, angulo qui ſub ζεδ eſt æqualis. Patuit autem quod & qui ſub βγα, ei qui ſub αεβ, eſt æqualis, totus igitur qui ſub βγδ, toti qui ſub αεδ eſt æqualis. Sed qui ſub βγδ, æqualis ſupponitur eis qui ad αβ, & qui ſub αεδ, igitur eis qui ad αβ, angulis eſt æqualis. Similiter iam oſtendemus, quod & qui ſub γδε angulus, eis eſt æquus qui ad αβ, angulis. Aequiangulum igitur eſt, αβγδε quinquagulum. Sed iam non ſint æquales ordinatim ipſi anguli, ſed ſint æquales qui ad αγδ, ſigna. Dico quod & ſic quinquangulum αβγδε æquiãgulum eſt. Cõnectantur enim βδ. Et quoniam binæ βα, αε, duabus βγ, γδ, ſunt æquales, & æquos comprehendunt angulos, baſis igitur βε (per 4 primi) baſi βδ, eſt æqualis, & triangulum αβε, triangulo βδγ, eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus qui ſub αεβ, ei qui ſub γδβ. Eſt autem & qui ſub βεδ angulus, ei qui ſub βδε æqualis, quoniam & latus βε lateri βδ eſt æquale. Totus igitur qui ſub αεδ angulus, toti qui ſub γδε eſt æqualis. Sed qui ſub γδε, eis qui ad αγ, angulis ſupponitur æquus, & angulus igitur qui ſub αεδ, eis eſt æquus qui ad αγ. Iam id propterea & qui ſub αβγ, æqualis eis qui ad αγδ, angulus. Aequiangulum igitur eſt, & ipſum αβγδε quinquangulum: quod oſtendere oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

Zamb. 12. OMnis trianguli ęquilateri quod à latere ſuo quadratum, deſcribitur, triplum eſt quadrato dimidiæ diametri circuli à quo triangulus ipſe circunſcribitur. 8

CAMPANVS. Sit triangulus a b c æquilaterus, cui circunſcribatur circulus a b c ſupra centrum d, quemadmodum docet 5 quarti, & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo quod quadratum lineæ a b, triplum eſt ad quadratũ ſemidiametri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c, & arcui b e, ſubtendatur chorda b e, eritq; ex 8 primi angulus b a d, ęqualis angulo c a d, quare per ultimam ſexti arcus b e, eſt æqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, ſunt adinuicem æquales, eo quod eorum chordæ quæ ſunt latera trigoni, ſunt æquales ex hypotheſi, erit arcus b e ſexta pars circunferentiæ, ideoq; chorda b e, erit latus hexagoni æquilateri ipſi circulo inſcripti, quare per correlarium 15 quarti, linea b e, eſt æqualis ſemidiametro a d. Manifeſtum eſt autem ex prima parte 30 tertij, quòd angulus a b e eſt rectus, ideoq; quadratum lineæ a e, eſt æquale quadratis duarum linearũ a b & b e pariter acceptis, ex penultima primi. At uerò quadratũ a e, quadruplũ eſt ad quadratũ b e ex 4 ſecundi cum linea a e ſit dupla b e, relinquitur ergo quadratũ a b triplũ eſſe ad quadratũ a b, & ideo ad quadratũ a d: qđ eſt ꝓpoſitũ.



Non lateat autem nos, quòd linea b c, quæ eſt latus trigoni, diuidat ſemidiametrum d e, per ęqualia. Eſto quidem punctus diuiſionis f. Cõſtat igitur ex 4 primi, quod b f eſt æqualis f c, ideoq; per primam partem 9 tertij, omnes anguli qui ſunt ad f, ſunt recti, quare ex penultima primi quadratum b d, eſt æquale quadratis duarum linearum, d f & f b: quadratum uerò b e, æquale quadratis duarum linearum, quæ ſunt b f & f e. Et quia b d, eſt æqualis b e, erunt ex communi ſcientia, duo quadrata duarum linearum b f & f d pariter accepta, æqualia duobus quadratis duarum linearum b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur utrinque quadrato b f, erit ex communi ſcientia quadratum f d reſiduum, æquale quadrato f e reſiduo, quare & linea f d, lineæ f e, ex hac communi ſcientia, quarum quadratum ſunt æqualia eas lineas eſſe æquales. Ex hoc itaq; manifeſtum eſt, quòd perpendicularis ducta à centro circuli ad latus trigoni æquilateri ſibi inſcripti, æqualis eſt dimidio lineæ ductæ à centro eiuſdem circuli ad ipſius circunferentiam.

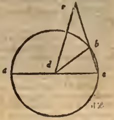
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

Zam. 9. SI latus hexagoni æquilateri, latusq; decagoni æquilateri, quos ambos unus idemq; circulus circunſcribit, ſibi inuicem in longum directumque coniungantur, tota

linea

linea ex eis compoſita, ſecundum proportionem habentem medium, & duo extrema diuiſa erit, maiorqúe eius portio latus hexagoni.

CAMPANVS. Sit circulus a b c, cuius centrum d, & diameter a d c, ſitq́ arcus c b quinta pars arcus ſemicirculi a b c, cui ſubtendatur chorda c b, quam conſtat eſſe latus decagoni æquilateri, propoſito circulo inſcripti, adiungaturq́ lineæ c b in continuum & directum linea b e, quæ ponatur eſſe æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inſcripti. Dico totam lineam c e, diuiſam eſſe in puncto b, ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maiorem eius portionem dico eſſe lineam b e, quæ eſt latus hexagoni. Ducantur enim in centrum, duæ lineæ e d & d b, eritq́ angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi, propter hoc quod linea e b eſt æqualis lineæ b d, ex correlario 15 quarti, angulus quoq́ d b c eſt æqualis angulo c ex 5 primi, quare ex 32 primi angulus a d b erit duplus ad angulum d b c. Et quia per eandem angulus d b c eſt duplus ad angulum e, ſequitur ut angulus a d b ſit quadruplus ad angulũ e: eſt enim ex communi ſcientia quadruplum, quicquid fuerit duplum dupli. Cumq́ ſit etiam idem angulus a d b quadruplus ad angulum b d c ex ultima ſexti, eo quod arcus a b eſt quadruplus ad arcum b c, neceſſe eſt ex communi ſcientia, ut angulus e ſit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligantur duo trianguli d e c totalis, & b d c partialis, cum angulus e totalis trianguli ſit æqualis angulo b d c partialis, & angulus c ſit communis utriuſq́, neceſſe eſt ex 32 primi ut ipſi ſint æquiãguli, quare per 4 ſexti proportio duorum laterum e c & c d continentiũ angulum c in totali triangulo, eſt ſicut duorum laterum d c & c b continentium eundem angulum in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d eſt ſicut ad c b ex ſecunda parte 7 quinti, & d c ad c b eſt ſicut e b ad eandem ex prima parte eiuſdem, ſequitur ex 11 quinti ut ſit proportio e c ad e b, ſicut e b ad b c. Igitur à diffinitione cõclude propoſitum, lineam e c eſſe diuiſam ſecundum proportionem habẽtem medium & duo extrema, & maiorem portionem eius eſſe latus hexagoni: quod oportuit nos demonſtrare.



CAMPANVS. Conuerſam quoq́ demonſtrare conuenit, quod facilè fiet, uia retrogada, eam enim aſſumit Ptolemæus capitulo 9 primæ dictionis Almageſti, ad demonſtrandum quantitatem chordarũ arcuũ circuli. Dico itaq́ quòd ſi linea qualibet ſecundũ ꝓportionẽ habentem medium & duo extrema diuidatur, cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni, eiuſdem minor erit latus decagoni, at uerò cuius minor erit latus decagoni, eiuſdẽ maior erit latus hexagoni. Sit enim (priori diſpoſitiõe manẽte) linea e c diuiſa in pũcto b ſecũdũ prędictã ꝓportionẽ, & maior eius portio ſit e b, dico quòd cuiuſcũq́ circuli linea e b eſt lat⁹ hexagoni, eiuſdẽ eſt linea b c lat⁹ decagoni, & cuiuſcũq́ circuli linea b c eſt latus decagoni, eiuſdem eſt linea e b latus hexagoni. Intelligo autem hoc de hexagonis & decagonis æquilateris. Si enim ſit e c latus hexagoni circulo a b c inſcripti, erit per correlariũ 15 quarti e b æqualis d c. Et quia ꝓportio e c ad e b eſt ſicut e b ad b c ex hypotheſi, erit ex 7 quinti c e ad d c, ſicut d c ad c b. Igitur ex 6 ſexti duo triãguli e d c & d c b, ſunt æquiãguli: angulus ergo e, eſt æqualis angulo b d c, ipſos enim latera ꝓportionalia reſpiciũt. Cũq́ ſit angulus a d b quadrupl⁹ ad angulũ e ex 32 primi bis aſſumpta, & quinta eiuſdẽ bis, ſequitur ut etiã idẽ angulus a d b ſit quadrupl⁹ ad angulũ b d c. Ideoq́ ex ultima ſexti, arcus a b, quadruplus eſt ad arcũ b c. Linea igitur b c, eſt latus decagoni circulo a b c inſcripti. Quod ſi linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c, erit e b latus hexagoni eiuſdẽ. Sit enim e b latus hexagoni circuli f, eritq́ ex prædictis b c, latus decagoni eiuſdẽ. Intelligantur igitur inſcripti eſſe decagoni ęquilateri duobus circuli a b c & f, quorũ omnia latera erũt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figura æquilatera circulo inſcripta eſt æquiãgula ut ꝓbatũ eſt in 15 quarti libri, ſequitur utroſq́ decagonos eſſe ęquiãgulos. Cũq́ oẽs anguli unius pariter accepti ſint ęquales omnib. angulis alterius pariter acceptis, ſicut euidenter apparet ex demõſtratis in 32 primi, neceſſe eſt ex hac cõi ſciẽtia (quorũlibet ęqualiũ decimas aut quotaslibet partes eiuſdẽ denominatiõis, eſſe æquales) ut unus horũ decagonorũ ſit æquiãgulus alij, ideoq́ ſimilis ex diffinitiõe ſimiliũ ſuperficierũ. Et quia ſi duę figurę ſimiles duob. circulis inſcribãtur, erit ꝓportio duorũ relatiuorũ laterũ illarũ figurarũ ſicut duarũ diametrorũ illorũ circulorũ, ut apparet ex correlario 18 ſexti libri & 1 duodecimi, cũ latera decagonorũ ſimilium inſcriptorum duobus circulis a b c & f, ſint ęqualia, ſequitur ut diame-



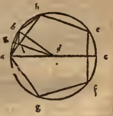
tri eorum ſint æquales, ideoq́ & ſemidiametri etiam æquales. Sunt autem ſemidiametri & latus hexagoni, ęqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inſcripti, ſicut ipſa eſt latus hexagoni circuli f ſibi æqualis. Hoc autem eſt, quod demonſtrare uoluimus.

Ex hac autem nona huius decimitertij noueris exortam eſſe 10 quarti libri, quæ duum æqualiũ laterum proponit trigonum deſcribēdum, cuius uterq; duorum angulorum quos baſis obtinet, ad tertium duplus exiſtat, talis enim eſt uterq; triangulorũ e d c & d c b, & ſimpliciter omnis, cuius duo latera ſunt æqualia maiori portioni alicuius lineæ diuiſę ſecundum proportionē habentem medium duoq́ extrema, & tertium quod eſt baſis eſt æquale minori portioni lineæ eiuſdem, uel cuius duo latera ſunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui circulo inſcripti, baſis uerò eſt æqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inſcripti: quod eſt propoſitum.

Eucl. ex Camp. *Propoſitio 10.*

Zanbert. 10.

OMne latus pentagoni æquilateri tanto potentius eſt latere hexagoni æquilateri, quantum poteſt latus decagoni æquilateri, ſi ſint in eodem circulo ambo inſcripti. 10



CAMPANVS. Sit circulus a b c, cuius centrum d, & diameter a d c, inſcribaturq́ ei pētagonus æquilaterus, qui ſit a b e f g, & à centro d protrahatur perpendicularis ad latus a b, quæ producatur uſquequo obuiet circunferentiæ in puncto h, ſitq́ d h, & protrahantur duę chordæ a h & h b, quæ erunt æquales adinuicem ex ſecunda parte 3 tertij & 4 primi, ideoq́ etiam duo arcus a h & h b, æquales adinuicem ex 27 tertij. Eſt igitur utraq; duarum chordarum a h & h b, latus decagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti. Dico itaq; quòd quadratum lineæ a b quæ eſt latus pentagoni, eſt æquale duobus quadrans duarum linearum b d & a h pariter acceptis, quarum prima eſt æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti, & ſecunda eſt latus decagoni, protrahatur enim à centro d, perpendicularis à linea a h quæ eſt latus decagoni, quæ producatur uſq; ad circunferenriam, ſitq́ d K, quæ ſecet lineam a b quæ eſt latus pentagoni in puncto l, & protrahatur linea h l. Conſtat autem ex ſecunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij, quod linea d K quæ eſt perpendicularis ad chordam a h, ſimul diuidit per æqualia chordam & arcum, ideoq́ arcus a K eſt æqualis arcui K h, quare ex ultima ſexti angulus a d l, eſt æqualis angulo l d h, ideoq́ ex 4 primi baſis a l, baſi l h, igitur ex 5 primi angulus l a h, æqualis eſt angulo l h a. Cumq́ etiam ſit ex eadem angulus h a b æqualis angulo h b a, ſequitur ut angulus l h a ſit æqualis angulo h b a, ergo ex trigeſimaſecunda primi duo trianguli b a h & a h l, ſunt æquianguli: eſt enim angulus b, maioris, æqualis angulo h, minoris, & angulus a, communis eſt utrique. Itaque per quartam ſexti proportio b a ad a h, eſt ſicut a h ad l a: quare ex prima parte decimæſextæ ſexti, quod prouenit ex b a in a l, eſt æquale quadrato lineæ a h, quæ eſt latus decagoni. Cum ſit autem ſemicirculus a e c æqualis ſemicirculo a f e, & arcus a e arcui a f, erit arcus e c reſiduus æqualis arcui f reſiduo, quare arcus e c, eſt medietas arcus e f, ideoq́ æqualis arcui a h, & duplus ad arcum h K. Et quia arcus e b eſt duplus ad arcum b h, erit ex 13 quinti totus arcus c e b duplus ad totum arcum b h K, ideoq́ ex ultima ſexti angulus c d b, eſt duplus ad angulum b d l. Cumq́ etiam angulus c d b duplus ſit ad angulum b a d, ex 32 & 5 primi, ſunt enim duo latera d a & d b æqualia, erit angulus b d l æqualis angulo b a d. Itaque per 32 primi erit triangulus b d l, æquiangulus triangulo b a d, eſt enim angulus d, minoris, æqualis angulo a, maioris, & angulus b eſt communis utrique, ergo per 4 ſexti proportio a b ad b d, eſt ſicut b d ad l b, quare per primam partem 16 ſexti, quod prouenit ex a b in b l, eſt æquale quadrato d b. At uerò probatum eſt prius, quòd illud quod prouenit ex a b in l a eſt æquale quadrato a h. Itaque quod prouenit ex a b in a l & in l b, eſt æquale duobus quadratis duarum linearum a h & b d. Et quia ex ſecunda ſecundi quod prouenit ex

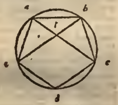
a b in

a b in l a & in l b eſt æquale quadrato lineæ a b: eſt autem linea a b latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti, linea uerò a h eſt latus decagoni æquilateri, & linea b d eſt (ex correlario 15 quarti) æqualis hexagoni æquilateri propoſito circulo inſcriptorum, inconcuſſa demouſtratione aſtruitur hoc quod dicitur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

11 SI duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum deſcripti, à terminis ſuorum laterum duæ rectæ lineæ ſubtendãtur, utraque alteram ſecundum proportionem habentem medium, duoq́ extrema ſecabit, maiorq́ ipſius portio lateri ipſius pentagoni æqualis erit. Zamb. 8.

CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inſcriptus circulo eiſdem literis ſignato, & duobus eius propinquis angulis qui ſunt a & b, ſubtendãtur duæ rectæ lineæ a c & c b e, ſecantes ſe inuicem in puncto f. Dico itaq; utranq; harum eſſe diuiſam in puncto f, ſecundum proportionem habentem medium, duoq́ extrema, & quòd maior portio utriuſq; eſt æqualis lateri pentagoni. Manifeſtum eſt enim ex 27 tertij, quòd quinq; arcus circuli pentagonum propoſitum circunſcribentis, quorum latera ipſius pentagoni ſunt chordæ, ſunt adinuicem æquales, ideoq́ ex ultima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a, ſunt adinuicem ęquales, nam arcus a b, a e, & b c, ſunt adinuicem æquales. Cumq́ ſit arcus c d e duplus ad arcum b c, erit quoq; ex ultima ſexti angulus c a e duplus ad angulum c a b. At uerò ex 27 primi angulus a f e, duplus eſt ad angulum c a b. At uerò ex 27 primi angulus a f e, duplus eſt ad angulum f a b. Igitur angulus a f e, eſt ęqualis angulo f a e, quare per 6 primi linea a e, eſt æqualis lineæ f e. Sunt autem duo trianguli a b e & a f b, æquianguli, per ea quæ dicta ſunt & per 32 primi, eſt enim angulus e, maioris, æqualis angulo a minoris, & angulus b, cõmunis utrique, igitur per 4 ſexti proportio e b ad b a, ſicut b a ad f b. Cumq́ ſit e f, æqualis a b, eo qd' ipſa (ut probatũ eſt) eſt æqualis a e, ſequitur ex 7 quinti, ut ſit proportio b e ad e f, ſicut e f ad f b. Quare per diffinitionem linea e b eſt diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq́ extrema, & eius maior portio eſt æqualis lateri ipſius pentagoni. Si autem hoc eſt uerum de linea e b, erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiuſdem & diffinitione, idem uerum de linea a c: nam tota b e eſt æqualis toti a c ex 4 primi, & portiones portionibus ex 6 primi & communi ſcie̅tia, portiones enim a f & b f, ſunt æquales ex 6 primi, ideoq́ f e & f c reſiduæ, erunt adinuicem æquales ex conceptione. Vel potes ſi libet & facilius, de linea a c demouſtrare propoſitum, negociando circa ipſum, ut prius circa lineam e b.



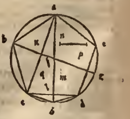
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

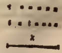
12 SI circuli pentagonum æquilaterum circunſcribẽtis, diameter fuerit rationalis, eius latus pẽtagoni erit linea irrationalis, ea ſcilicet quæ dicitur minor. Zamb. 11.

CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e inſcriptus circulo eiſdẽ literis aſcripto, cuius centrũ f, & duæ diametri b g & a h, ſitq́ utraq; harum diametrorũ linea rationalis in lõgitudine. Dico tunc quòd latus pentagoni inſcripti, erit linea irrationalis, illa uidelicet quæ dicitur minor. Protrahatur enim linea a c, quæ ſecet diametrũ b g, in puncto k, eritq́ ex ultima ſexti & 4 primi linea a c, diuiſa à diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto k, quia cum ſemicirculus b a g ſit æqualis ſemicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, ſicut conſtat ex 27 tertij, erit arcus a g reſiduus, æqualis arcui c g reſiduo, ideoq́ ex ultima ſexti angulus a b g, æqualis etiam angulo c b g.

Cum

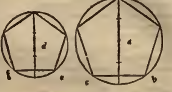
Cùm itaq; duo latera a b & b K trianguli a b K ſint æqualia duobus lateribus c b & b k trianguli c b k, & angulus b unius angulo b alterius, erit ex 4 primi baſis a k æqualis baſi k c, & omnes anguli qui ſunt ad k, ſunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h, ſecet latus pẽtagoni c d, in puncto l. Eritq; linea c d diuiſa à diametro a h orthogonaliter, & per ęqualia in puncto l. Cùm enim ſint duo arcus a d h & a c h æquales, & arcus a c, ſit ęqualis arcui a d, erunt duo reſidui ſemicirculorum qui ſunt c h & d h, æquales, quibus ſi ſubtendantur duæ chordæ quæ ſunt c h & d h, ipſæ quoq; ex 28 tertij erunt æquales. Et quia arcus a c eſt æqualis arcui a d, erit ex ultima ſexti angulus c h l æqualis angulo d h l, ideóq; per 4 primi baſis c l eſt æqualis baſi d l, & omnes anguli qui ſunt ad l, recti ex prima parte 3 tertij, itaq; duo trianguli a c l & a f k ſunt æquianguli ex 32 primi. Eſt enim angulus l, maioris, æqualis angulo k, minoris, eo quod uterq; eſt rectus, & angulus a eſt cõmunis utriq;, quare ex 4 ſexti ꝓportio l c ad c a, eſt ſicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartę parti ſemidiametri, eritq; per æquam proportionalitatem proportio c l ad quartam partem lineæ a c quæ ſit c q, ſicut k f ad quartam partem lineę f a quę eſt f m. Et quia per 15 quinti proportio c d ad c k eſt ſicut c l ad c q (ſic enim eſt duplum ad duplum ſicut ſimplum ad ſimplum) erit per 11 quinti d c ad c K, ſicut k f ad f m, & coniunctim lineę conſtãtis ex d c & c k, ad k c, ſicut k m ad m f, & ideo per primam partem 21 ſexti proportio quadrati lineæ compoſitæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k, ſicut quadrati lineæ k m ad quadratũ lineæ m f. Conſtat autem ex præmiſſa, quòd ſi linea a c diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior portio eius erit æqualis lineæ d c, igitur linea conſtans ex d c & c k, componitur ex maiori portione diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & ex medietate totius lineæ ſic diuiſæ, eſt enim c k, medietas a c. Itaq; per primam iſtius 13 libri quadratum lineæ compoſitæ ex d c, & c k, quintuplum quoq; eſt ad quadratum lineę c k, ideoq; quadratum lineæ k m, quintuplum quoq; eſt ad quadratum lineæ m f, cum ſit horum quadratorum & illorũ una proportio. Eſt autem linea b m, quintupla ad lineam m f: erat enim m f, quarta pars ſemidiametri propoſiti circuli. Ergo quadratum lineæ k m ad quadratum lineę m f, eſt ſicut linea b m ad lineam m f. Et quia ex ſecunda parte 18 ſexti quadratum lineæ k m ad quadratum lineæ m f, eſt ſicut lineæ k m ad lineam m f duplicata, erit ex 11 quinti linea b m ad lineã m f, ſicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m, eſt medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod ſic conſtat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas, ſumpta ſecundum doctrinam 9 ſexti: eritq; ex diffinitione proportionis duplicatæ, quæ poſita eſt in principio quinti, proportio b m ad m f, ſicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p, ſicut n p ad m f, erit etiam ex 11 quinti proportio b m ad m f, ſicut n p ad m f duplicata: igitur ex prima parte 9 quinti, duæ lineę k m & n p, ſunt æquales, ideoq; ex prima parte 7 quinti, & ex ſecunda parte eiuſdẽ, linea k m, eſt medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 5 ſexti, proportio quadrati lineæ b m ad quadratũ lineæ m k, eſt ſicut lineæ b m ad lineam m f. Et quia linea b m eſt quintupla ad lineam m f, erit quadratum lineæ b m, quintuplum ad quadratum lineæ m k. Linea autem b m, eſt rationalis in longitudine, ergo per ultimam partem 7 decimi, linea m K eſt rationalis in potentia tantum. Et quia linea b m eſt potentior linea m k, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine, ut in continuo probabitur, erit linea b k reſiduum quartum ex diffinitione reſidui quarti. Quod autem probandum aſſumpſimus, ſic patet: Sit numerus r quintuplus ad numerum s, ſintq; t & s quantũ r, ac ſi eſſet r quinq;, s unum, t quatuor, & ſit linea b m, potentior linea m k in quadrato lineæ x. Cùm igitur ſit quadratum lineæ b m ad quadratum lineæ m k ſicut numerus r ad numerum s, erit per euerſam proportionalitatem quadratum lineæ b m ad quadratũ lineæ x, ſicut numerus r ad numerum t, quare per ultimam partem 7 decimi, linea eſt incommenſurabilis lineæ b m in longitudine, non eſt ergo dubium, quin b k ſit reſiduum quartum. Manifeſtũ uerò eſt ex 34 tertij, quòd illud quod fit ex b k in k g, eſt æquale ei quod fit ex a k in k c, ideóq; etiam ipſum idẽ eſt æquale quadrato K c, eo qd' a K eſt æqualis K c, ergo quadrato b K addito utriq;, erit ex penultima primi quod fit ex b k in ſe & in k g, æquale quadrato b c. Et quia ex prima ſecundi quod fit ex b K in ſe, & in k g, eſt æquale ei quod fit ex b K in g b, erit linea b c latus tetragonicum ſuperficiei contentæ à duabus lineis g b & K b. Et quia linea g b eſt rationalis, linea uerò b K eſt reſiduum quartum, & quia linea potẽs in ſuperficiem linea rationali reſiduoq; quarto contentã eſt linea minor ut cõſtat ex 89 decimi libri, neceſſe eſt lineam b c, quæ eſt latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti, eſſe lineã minorem





quod

quod erat ex principio demonſtrandum. Hoc ergo modo ſequitur, quod latus pentagoni æquilateri circulo inſcripti ſit linea minor, ſi diameter circuli cui inſcribatur, fuerit rationalis in longitudine. ¶At uerò ſi diameter circuli fuerit rationalis in potentia tantum, adhuc neceſſe eſt ut latus pẽtagoni æquilateri ſibi inſcripti ſit linea minor. Eſto enim linea a, rationalis in potentia tantum, ſupra quam deſcribatur circulus, eiq; deſcripto inſcribatur pentagonus æquilaterus, cuius unum latus ſit b c, dicanturq; pentagonus & circulus a. Dico quòd linea b c eſt linea minor. Sumatur enim aliqua linea rationalis in longitudine, quæ ſit d, & ſuper eam lineetur circulus cui inſcribatur pentagonus æquilaterus, & ſit unum latus ipſius linea e f, dicanturq; pentagonus & circulus d. Conſtat igitur ex hac 12, quòd e f eſt linea minor, cum diameter d, ſit rationalis in longitudine. Quoniã uerò proportio pentagoni a ad pentagonum d eſt ſicut quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ e f (utraq; enim eſt ex ſecunda parte 18 ſexti, ſicut lineæ b c ad lineam e f duplicata) pentagoni autem a ad pentagonum d, eſt ſicut quadrati diametri a ad quadratum diametri d ex prima 12, erit ex 11 quinti quadratum lineæ c b ad quadratum lineę e f, ſicut quadratum diametri a ad quadratum diametri d. Cumq; quadrata duarum diametrorum a & d ſint communicãtia, quia ambo ſunt rationalia ex hypotheſi, erūt quoq; ex prima parte 10 decimi quadrata duarum linearum b c & e f, communicantia: ergo linea b c communicat in potentia cum linea e f. Et quia linea e f eſt minor, ſequitur ex 10 decimi, quod etiam b c ſit linea minor, quod eſt propoſitũ.



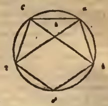
Siue ergo diameter alicuius circuli ſit rõnalis ĩ lõgitudine, ſiue in potẽtia tãtũ, neceſſe eſt ut lat⁹ pẽtagoni ęqlateri ſibi inſcripti, ſit linea minor.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

8 Si quinquãguli ęquilateri & ęquiãguli binos ordinatĩ angulos rectæ lineæ* expliciũt extrema & media rõne ſeſe inuicẽ diſpeſcunt, & maiora earum ſegmenta ipſius quinquanguli lateri ſunt æqualia. Camp. 11.

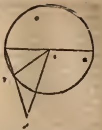
ὑποτείνωσαν subtendant

THEON ex Zãb. *Quinquanguli enim æquilateri & æquianguli α β γ δ ε, binos ordinatim angulos qui ad α β, rectæ lineæ α γ, β ε,* explicẽt, ſeſe inuicẽ in θ ſigno diſpeſcẽtes. Dico q. ipſarũ utraq; extrema & media ratione ſecatur in θ ſigno, & earũ maiora ſegmenta ſunt æqualia ipſius quinquanguli lateri. Circũſcribatur (per 14. quarti) ipſi quinquangulo α β γ δ ε, circulus α β γ δ ε. Et quoniã binæ rectæ lineæ ε α, α β, duabus α β, β γ, ſunt æquales, & angulos æquales cõprehẽdũt, baſes igitur β ε (p 4. primi) baſi α γ eſt æqualis, & triangulũ α β ε ipſi triangulo α β γ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erũt æquales alter alteri ſub quibus æqualia latera ſubtẽdẽtur. Angulus igitur qui ſub β α γ, ei qui ſub α β ε eſt æqualis. Duplus igitur eſt qui ſub α θ ε, eius qui ſub β α θ anguli: extra enim eſt ipſum α β θ triãgulũ. Eſt aũt & q ſub β α γ, duplus, eius q ſub β α γ quoniã & circũferentia ε δ γ, ipſius γ β circũferentiæ eſt dupla. Angulus igitur qui ſub θ α ε, ei qui ſub α θ ε eſt æqualis. Quare et θ ε recta linea, ipſi ε α, hoc eſt ipſi α β eſt æqualis. Et quoniam β α recta linea ipſi α ε eſt æqualis, æqualis eſt & angulus qui ſub α β ε, ei qui ſub α ε β. Sed qui ſub α β ε, ei qui ſub β α θ, patuit quod æqualis: qui igitur ſub β ε α, ei qui ſub β α θ eſt æqualis. Et ipſorum duorum triangulorum α β ε, & α β θ, communis eſt angulus qui ſub α β ε, reliquus igitur qui ſub β α ε angulus, reliquo qui ſub α θ β eſt æqualis. Triangulum igitur α β ε, ipſi α β θ triangulo æquiãgulũ eſt: proportionaliter igitur eſt ſicut ε β ad β α, ſic α β ad β θ. Aequalis aũt eſt β α, ipſi ε θ. Sicut igitur β ε ad ε θ, ſic ε θ ad θ β, maior autem eſt β ε, ipſa β α, maior igitur eſt ε θ, ipſa θ β. Ipſa igitur β ε, extrema et media ratione in θ ſecatur, & maius ſegmentum θ ε æquum eſt ipſius quinquanguli lateri. Similiter iam oſtendemus, quod α γ extrema & media ratione in θ ſecatur, & ipſius maius ſegmentum γ θ ipſius quinquanguli lateri eſt æquale: quod oſtendere oportuit.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 9.*

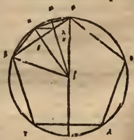
9 Si ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorũ componãtur, tota recta linea extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmentum eſt ipſius ſexanguli latus.



THEON ex Zãb. *Sit circulus α β γ, & in ipſo circulo α ζ γ, deſcriptarũ figurarũ decagoni quidẽ latus eſto β γ, & ſexanguli γ δ, & ſint in rectis lineis. Dico q̃ tota β δ, extrema & media ratione ſecatur in γ, & maius ipſius ſegmentũ eſt γ δ. Aſſumatur enim (per 1 tertij) cẽtrũ circuli ſignũ ε, & cõnectantur ε ζ, ε γ, ε δ, & extẽdatur ζ ε in α. Et quoniã decagoni æquilateri latus eſt β γ, quincupla igitur eſt α γ β circunferẽtia ipſius γ ζ circũferẽtiæ. Quadrupla igitur eſt α γ circũferẽtia, ipſius γ β. Sicut aũt α γ circũferentia ad γ β, ſic angulus qui ſub α ε γ ad angulũ qui ſub γ ε β: quadruplus igitur eſt qui ſub α ε γ, eius qui ſub γ ε ζ. Et quoniã qui ſub ε β γ angulus ei qui ſub ε γ β angulo eſt æqualis, qui igitur ſub α ε γ angulus, duplus eſt eius qui ſub ε γ β. Et quoniã ε γ recta linea æqualis eſt ipſi γ δ, utraq; enim ipſarũ æqualis eſt ipſius ſexanguli lateri in α β γ circulo deſcripti, & angulus qui ſub γ ε δ, angulo qui ſub γ δ ε eſt æqualis, igitur angulus qui ſub ε γ β, duplus eſt eius qui ſub ε δ γ. Sed eius qui ſub ε γ ζ, duplũ eſſe demõſtratũ eſt eũ qui ſub α ε γ. Igitur qui ſub α ε γ, quadruplus eſt eius qui ſub ε δ γ. Oſtenſum eſt autẽ quod & eius qui ſub β ε γ, quadruplus eſt qui ſub α ε γ, æqualis igitur eſt q̃ ſub ε δ γ, ei q̃ ſub ζ ε γ. Cõmunis aũt ipſorũ binorũ triãgulorũ, hoc eſt β ε γ et β ε δ, eſt angulus qui ſub ε ζ δ, & reliquus igitur qui ſub ζ ε δ, ei q̃ ſub ε γ ζ eſt æqualis. Aequiãgulũ igitur eſt triãgulũ ε β δ, ipſi ε ζ γ triãgulo: proportionaliter igitur eſt ſicut β δ ad β ε, ſic ε β ad β γ. Aequalis aũt eſt ε ζ, ipſi γ δ. Eſt igitur ſicut ζ δ ad δ γ, ſic δ γ ad γ β. Maior aũt eſt β δ, ipſa δ γ, maior igitur eſt & δ γ, ipſa γ ζ. Igitur ipſa ζ δ, recta linea extrema & media rõne ſecatur in γ ſigno, & maius ſegmẽtum eſt δ γ: quod oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.

Si in circulo quinquãgulũ æq̃laterũ deſcriptũ fuerit, ipſius q̃nquãguli latus põt & ſexãguli et decagoni latus in eodẽ circulo deſcriptorũ. 10



THEON ex Zãb. *Sit circulus α β γ δ ε, & in ipſo α ζ γ δ ε (p 11 q̃rti) quinquãgulũ deſcribatur α ζ γ δ ε. Dico q̃ ipſius α β γ δ ε quinquãguli latus, poteſt & ſexãguli et decagoni latus in ipſo α β γ δ ε circulo deſcriptorũ. Aſſumatur (p 1 tertij) cẽtrũ circuli, & ſit ζ, & cõnexa α ζ, extẽdatur in η ſignũ & cõnectatur ζ β, & ab ipſo ζ in α β ꝑpẽdicularis excitetur (p 12 primi) ζ θ, et extẽdatur in κ, et cõnectãtur α κ, κ ζ, et rurſus ab ipſo ζ, in α κ excitetur (p 12 primi) perpẽdicularis ζ λ, & extẽdatur in μ, & cõnectatur κ ν. Et quoniã circũferẽtia α β γ η ipſi α ε δ η circũferẽtiæ eſt æqualis, quarũ α ζ γ ipſi α ε δ eſt æqualis, reliqua igitur γ η circũferẽtia reliquæ δ η circũferẽtiæ eſt æqualis. Quinquãguli aũt γ δ, & decagoni igitur γ η. Et quoniã ζ α ipſi ζ β (p 15 diffinitionẽ primi) eſt æqualis & perpẽdicularis eſt ζ θ, igitur angulus q̃ ſub α ζ κ, ei q̃ ſub κ ζ β eſt æqualis: quare & circũferẽtia α κ, ipſi κ β eſt æqualis. Dupla igitur eſt α ζ circũferẽtia, ipſius β κ circũferentiæ, decagoni latus igitur, eſt recta linea α κ, & id ꝓpterea & α κ, ipſius κ μ eſt dupla. Et quoniã dupla eſt circũferẽtia α β ipſius circũferẽtiæ β κ, æqualis aũt eſt γ δ circũferẽtia ipſi α β circũferẽtiæ, dupla igitur eſt γ δ circũferẽtia ipſius β κ circũferẽtiæ. Eſt aũt γ δ circũferẽtia, ipſius γ η dupla: igitur circũferentia γ η, ipſi β κ circũferẽtiæ eſt æqualis. Sed β κ ipſius κ μ dupla eſt, quoniã & κ α, et γ η igitur ipſius κ μ eſt dupla. Sed & γ β circũferẽtia, ipſius β κ circunferẽtiæ dupla eſt: æqualis enim eſt γ β circũferẽtiæ, ipſi ζ α & tota igitur η β circũferẽtia, totius β μ eſt dupla. Quare & angulus qui ſub η ζ β, anguli qui ſub β ζ μ duplus eſt. Eſt aũt qui ſub η ζ β, eius qui ſub ζ α β duplus. Aequalis enim eſt qui ſub ζ α β, ei qui ſub α β ζ. Qui ſub ζ ζ ν igitur, ei eſt æquus qui ſub ζ α β. Binorũ aũt triangulorũ α β ζ & β ζ ν, cõis angulus eſt qui ſub α ζ ζ. Reliquus igitur qui ſub α ζ β, reliquo qui ſub β ν ζ eſt æqualis. Triãgulũ igitur α ζ ζ, ipſi β ζ ν triãgulo æquiãgulũ eſt, proportionaliter igitur eſt ſicut α ζ recta linea ad β ζ, ſic ζ β ad β ν, qđ igitur ſub α ζ, ζ ν, ei quod ex ζ ζ eſt æquale. Rurſus quoniã æqualis eſt α λ ipſi λ κ, cõmunis aũt & ad angulos rectos λ ν, baſis igitur α ν (p 4 primi) baſi κ ν eſt æqualis, & angulus igitur qui ſub λ α ν, ei qui ſub λ κ ν eſt æqualis. Sed qui ſub λ κ ν ei qui ſub κ β ν, eſt æqualis, & qui ſub λ α ν igitur, et qui ſub κ β ν eſt æqualis, & ipſorũ triãgulorũ binorũ α κ β & α κ ν, cõe eſt qđ ſub ν α κ. Reliquũ igitur qđ ſub α κ β, reliquo qđ ſub κ ν α eſt æquale. Aequiãgulũ igitur eſt triãgulũ κ β α, ipſi κ ν α triãgulo: proportionaliter igitur eſt ſicut β α recta linea ad α κ, ſic κ α ad α ν. Quod igitur ſub β α, α ν, æquũ eſt ei qđ ex α κ. Oſtenſum eſt aũt q̃ qđ ſub α β, ζ ν, æquũ eſt ei qđ ex β ζ. Quod igitur ſub α ζ, ζ ν, unà cũ eo quòd ſub ζ α, α ν, qđ eſt id qđ ex ζ α, ei eſt æquũ qđ ex β ζ unà cũ eo*

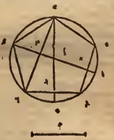
quod

quod ex ακ, & βα quidẽ eſt latus ipſius quinquãguli, & βζ ſexãguli, & ακ decagoni. Quinquãguli ergo latus poteſt & ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 11.

11 **Si in circulo rõnalẽ habẽte diametrũ, quinquãgulũ æquilaterũ inſcribaẽ, quinquãguli latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor.** Camp. 11.

THEON ex Zãb. In circulo enim αβγδε, rõnalẽ habẽte diametrũ, quinquãgulũ inſcribatur αβγδε. Dico q̃ ipſi αβγδε quinquanguli latus αβ irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Aſſumatur enim (p 1 tertij) circuli cẽtrũ ζ ſignũ, & cõnectantur αζ, ζβ & extẽdãtur in η, θ ſigna & cõnectatur αγ, ponaturq; ipſius αζ, quarta pars ζκ. Rationalis aũt αζ, rationalis igitur & ζκ. Eſt aũt & βζ rationalis. Tota igitur βκ rationalis eſt. Et quoniã circũferẽtia αγη ipſi αδη circũferẽtiæ eſt æqualis, quarũ αβγ æqualis eſt et ipſi αεδ, reliqua igitur γη reliquæ ηδ eſt æqualis. Et ſi cõnectamus αδ, ducuntur recti q̃ ad λ anguli, & dupla eſt γδ ipſius γλ, & id propterea & qui ad μ recti ſunt, & dupla eſt αγ ipſius γμ. Quoniã igitur angulus q̃ ſub αλγ ei eſt æquus q̃ ſub αμζ, cõis aũt ipſorũ triangulorũ binorũ αλγ, αμζ, eſt qui ſub λαγ, reliquus igitur qui ſub αγλ ei eſt æqualis qui ſub μζα, æquiangulũ igitur eſt triãgulũ αγλ, ipſi αμζ triangulo; proportionaliter igitur eſt ſicut λγ ad γα, ſic μζ ad ζα, & antecedẽtiũ duplicia. Sicut igitur dupla ipſius λγ ad γα, ſic ipſius μζ dupla ad ζα. Sed ſicut ipſius μζ dupla ad ζα, ſic μζ ad ipſius ζα dimidiã. Sicut igitur ipſius λγ dupla, ad γα, ſic eſt μζ ad dimidiã ipſius ζα, & ſequẽtiũ dimidia. Sicut igitur ipſius λγ dupla ad ipſius γα, dimidiã, ſic μζ ad quartã partẽ ipſius ζα et ipſius λγ dupla eſt δγ, ipſius uerò γα, dimidia eſt γμ ipſius aũt ζα, q̃rta pars eſt ζκ. Eſt igitur ſicut δγ ad γμ, ſic μζ ad ζκ. Cõponẽdo (p. 18 quinti) & ſicut utraq; δγμ ad γμ, ſic μκ ad ζκ: & ſicut (p 22 quinti) qđ ex utraq; ipſarũ δγμ, ad id qđ ex γμ, ſic qđ ex μκ ad id qđ ex κζ. Et quoniã (p 8 decimitertij) ea quæ ſub duobus lateribus pẽtagoni ſubtẽſa ut αγ, extrema & media rõne ſecta, maius ſegmentũ eſt æquale ipſius pentagoni lateri, hoc eſt ipſi δγ, maius aũt ſegmentũ totius admittẽs dimidiũ quincuplũ poteſt eo quod ex totius dimidia (per 1 decimitertij) & totius αγ dimidia eſt γμ, quod igitur ex δγμ tãquã ex una, quincuplũ eſt eius qđ ex γμ. Sicut aũt qđ ex δγμ ſicut una, ad id qđ ex γμ, ſic oſtenſum eſt eſſe id qđ ex μκ ad id quod ex κζ, quincuplũ igitur eſt quod ex μκ, eius quod ex κζ, rõnale aũt quod ex κζ, rationalis enim eſt diameter. Rationale igitur eſt & quod ex μκ. Rõnalis igitur eſt μκ, rationẽ enim habet quã numerus ad numerũ quod ex μκ, ad id quod ex κζ. Et quoniã quadrupla eſt βζ ipſius ζκ, quincupla igitur eſt βκ ipſius κζ. Vigintiquincuplex igitur eſt quod ex βκ, eius quod ex κζ. Quincuplũ aũt eſt id quod ex μκ, eius quod ex κζ, quincuplũ igitur eſt quod ex βκ, eius quod ex κμ. Quod igitur ex βκ, ad id quod ex κμ rõnẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) βκ ipſi κμ in lõgitudine, & ipſarũ utraq; rationalis eſt. Ipſæ igitur βκ, κμ, rationales ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles. Si aũt à rationali rõnalis auferatur potẽtia tantũ cõmẽſurabilis ſubſiſtens toti, reliqua irrationalis eſt, uocatur aũt apotome (per 63 decimi) igitur μβ apotome eſt. Cõgruens autẽ ei eſt μκ. Dico q̃ & quarta. Quo enim maius eſt id quod ex βκ eo qđ ex κμ, ei æquũ eſto quod ex ν. Igitur ipſa βκ, ipſa κμ maius poteſt ipſo ν. Et quoniã (per 16 decimi) cõmẽſurabilis eſt κζ ipſi ζβ & cõponẽdo (per 18 quinti) cõmenſurabilis eſt κβ ipſi βζ, ſed βζ ipſi βθ lõgitudine eſt cõmẽſurabilis, & βκ igitur ipſi βθ cõmenſurabilis eſt. Et quoniã quod ex βκ eius quod κμ quincuplũ eſt, qđ igitur ex βκ ad id quod ex κμ rõnẽ habet quã quinq; ad unũ. Cõuertẽdo igitur (p correlariũ 18 quinti) qđ ex βκ ad id quod ex ν, rõnẽ habet quã quinq; ad quatuor, nõ quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmẽſurabilis igitur eſt βκ, ipſi ν. Igitur βκ, ipſi κμ maius poteſt, eo quod ex ſibi incõmẽſurabili. Quoniã igitur tota βκ, ipſa κμ cõgruẽte maius poteſt eo quod ex ſibi incõmẽſurabili, & tota βκ, ipſi βθ rationali expoſitæ cõmẽſurabilis eſt. Apotome igitur quarta eſt ipſa μβ. Quod autẽ ſub rationali & apotome quarta cõprehẽſum rectãgulũ, irrõnale eſt & ipſum potẽs irrationalis eſt, minorq; appellatur (per 94 decimi) Põt aũt qđ ſub θβ, βμ, ipſa αβ, quoniã ꝓpter cõnexionẽ ipſius αθ, triãgulũ αβθ æquiãgulũ fit ipſi αβμ. Et eſt ſicut βθ ad βα, ſic eſt αβ ad βμ, ipſa igitur αβ quinquãguli latus, irrõnalis eſt minor appellata: qđ erat oſtendendum.

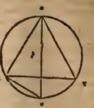


Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 12.

12 **Si in circulo triãgulũ æquilaterũ deſcriptum fuerit, ipſius trianguli latus potentia triplum eſt eius quæ ex centro circuli.** Camp. 8.

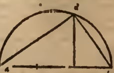
THEON ex Zamb. Sit circulus αβγ, & in eo triangulum æquilaterũ deſcribatur αβγ. Dico q̃ ipſius αβγ trianguli latus potentia triplũ eſt eius quæ ex centro ipſius circuli αβγ. Aſſumatur enim (per 1

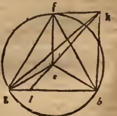
tertij)centrum ipſius circuli δ, & connexa α δ extēdatur in ε, & cōnectatur β ε. Et quoniā triāgulū α β γ æquilaterum eſt, igitur β ε γ, circunferentia tertia pars eſt ipſius circuli α β γ circūferentiæ: igitur β ε circunferentia, ſexta pars eſt circūferentiæ ipſius circuli, hexagoni igitur latus eſt ipſa β ε recta linea, æqualis igitur eſt ei qui ex centro hoc eſt ipſi δ ε. Et quoniam α ε ipſius δ ε dupla eſt, quadruplū eſt quod ex α ε eius quod ex δ ε, hoc eſt eius quod ex β ε. Aequū autē eſt id quod ex α ε, eis quæ ex α β, β ε, quæ igitur ex α β, β ε, quadrupla ſunt eius quæ ex β ε, diuidendo igitur quód quod ex α β, triplum eſt eius quod ex β ε. Aequalis autem eſt β ε, ipſi δ ε, quod ex α β igitur triplum eſt eius quod ex δ ε. Trianguli ergo latus potentia triplum eſt eius quæ ex centro circuli: quod oſtendere oportuit. Eucl. ex Cāp. Prop. 13.



PYramidem quatuor baſium triangulariū & æquilaterū ab aſſignata ſphæra circunſcriptibilē fabricare. Huius ergo ſphæræ diametros, ad latus ipſius pyramidis ſeſquialteram proportionem potentialiter habere probatur. 13

CAMPANVS. Sit linea a b diameter aſſignatæ ſphæræ, quæ diuidatur pūcto c, ita quod a c ſit dupla ad b c, & lineetur ſuper eā ſemicirculus a d b, & producatur linea c d orthogonaliter ſuper lineā a b, & producantur lineæ b d & d a. Poſtea fiat circulus f g h ſuper centrū e, cuius ſemidiameter ſit æqualis lineæ c d, cui ex 2 quarti libri inſcribatur triāgulus æquilaterus qui ſit f g h, ad cuius angulos protrahantur à cētro, lineæ e f, e g, e h, deinde ſuper centrū e, erigatur (ſecūdū quod docet 12 undecimi) linea e K quæ ponatur æqualis a c, perpendicularis ad ſuperficiē circuli f g h, & demittantur à puncto K hypothenuſæ K f, k g, k h, eritq́ cō pleta pyramis quatuor baſiū triāgulariū & æquilaterarū, quam dico eſſe ab aſſignata ſphæra circūſcriptibilē, & dico quadratum diametri propoſitæ ſphæræ, ſeſquialterum eſſe ad quadratū lateris fabricatæ pyramidis. Conſtat enim ex prima parte correlarij 8 ſexti, quod linea c d eſt medio loco proportionalis inter a c & c b, quare ex correlario 16 eiuſdem, quadratū lineæ a c ad quadratum lineæ c d, eſt ſicut linea a c ad c b, ergo coniunctim quadratum a c & quadratū c d, ad quadratum c d, ſicut linea a b ad b c, ideoq́ ex penultima pⁱmi quadratum a d ad quadratum d c, ſicut a b ad b c. Cum ergò linea a b ſit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eam, erit quoq; quadratū a d triplum ad quadratum d c. Eſt autem ex 8 huius, quadratum f g triplum ad quadratum e f, quare cum ex hypotheſi d c ſit æqualis e f, erit ex communi ſcientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem, linea e K continet cum ſingulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos, quarum quælibet eſt æqualis lineæ c d, & quia ipſa eadem eſt æqualis lineæ a c, & angulus c eſt rectus, erit per 4 primi unaquæq; trium linearum K f, K g, K h, æqualis lineæ a d. Manifeſtum eſt igitur fabricatam pyramidem eſſe quatuor baſium triangularium æquilaterarum.



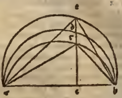


¶ Ipſam autem eſſe circunſcriptibilem ab aſſignata ſphæra, ſic habeto. Lineæ e K intelligatur adijci ſecundum rectitudinem lineæ e l æqualis lineæ c b, ut tota K l ſit æqualis a b, quæ eſt diameter aſſignatæ ſphæræ. Hanc autem lineam inquam, e l imagineris eſſe ſub circulo f g h, perpendicularem quoque ad ipſius ſuperficiem ex parte inferiori, ſicut eſt e K ex parte ſuperiori, eritq́ unaquæque trium linearum e f, e g, e h, & ſimpliciter quælibet ſemidiameter circuli f g h, medio loco proportionalis inter K e & e l, quemadmodum eſt d c inter a c & c b, nam hæ ſunt æquales illis, unaquæque ſuæ relatiuæ. Si igitur ſuper lineam l K deſcribatur ſemicirculus, circumducaturq́ quouſque ad locum unde moueri cœperat, redeat, erit ex diffinitione ſphærarum æqualium, ſphæra deſcripta motu huius ſemicirculi, æqualis ſphæræ aſſignatæ: ſunt enim ſphæræ æquales, quarum ſunt æquales diametri, quemadmodum de circulis in principio tertij dictum eſt. Hunc uerò ſemicirculū neceſſe eſt tranſire per tria puncta f g h, quæ ſunt anguli ſolidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autem dico quòd ſemicirculus hic, quoniam ſuper lineam K l fuerit deſcriptus, ſi circunducatur quouſque ad locum redeat unde moueri cœperat, continget circulum f g h, ſuper omnia puncta circunferentiæ ipſius. Quod ex hac uetuſta ueritate probatur. Si linea recta ſuper lineam rectam perpendiculariter ſteterit, quæ inter partes eius cui ſuperſtat uel circunſtat medio loco proportionalis ponatur, fueritq́ ſuper eam lineam cui perpendicularis ſuperſtat

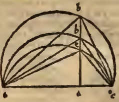
ſemi-

ſemicirculus deſcriptus,circūferētia ipſius per extremitatē lineæ medio loco proportionalis poſitę perpēdiculariter neceſſario tranſibit. Cū igitur cūctæ ſemidiametri circuli f g h ſint perpendiculares ad lineam K l,& medio loco proportionales inter partes ipſius quæ ſunt K e & e l, ſequitur ut ſemicirculus deſcriptus ſuper K l, ſi circūducatur, trāſeat per omnia pūcta circūferentiæ f g h,& per omnes ſolidos angulos pyramidis fabricatę. Itaq; à diffinitione eius quod eſt figuram inſcribi figuræ,pyramis fabricata eſt inſcriptibilis illi ſphæræ quā ſemicirculus per lineā K l lineatus motu ſuo deſcribit. Et quia hęc ſphæra deſcripta, eſt aſſignatæ ſphæræ æqualis per diffinitionem æqualium ſphærarum, ſequitur ex communi ſcientia ut hæc pyramis fabricata, ſit ab aſſignata ſphæra circunſcriptibilis:quod eſt propoſitum.

Correlarium autem patet ſic. Cum enim a b ſit tripla ad b c, per euerſam proportionalitatē erit a b ſeſquialtera ad a c, ideoq; ex ſecūda parte correlarij 8 ſexti & correlario 17 eiuſdē, quadratū lineæ a b erit etiā ſeſquialterū ad quadratū lineæ a d. Et quia linea a d eſt æqualis lateri fabricatæ pyramidis, at uerò a b eſt diameter ſphærę, conſtat uerū eſſe quod per correlarium dicitur. ¶Ne autē quicquā de uetuſta ueritate propoſita hæſitare contingat, eā uolumus hoc modo demonſtratione firmare. Sit igitur ſuper lineā a b linea c d perpendicularis, quę ponatur medio loco proportionalis inter partes lineæ a b, quæ ſint a c & c b, ita quod ſit proportio a c ad c d, ſicut c d ad c b. Et ſuper lineam a b, deſcribatur ſemicirculus a e b. Dico quòd huius ſemicirculi circunferētia tranſibit per punctū d, qui eſt extremitas perpendicularis. Sin aūt aut ſecabit lineā c d, aut ſupertranſibit eam totā ipſam tranſiens & includens & non contingens. Secet ergo primò eam in puncto e,& ducantur lineæ e b & e a, eritq; ex primu parte 30 tertij totalis angulus a e b rectus, itaq; ex prima parte correlarij 8 ſexti proportio eſt a c ad c e, ſicut c e ad c b, aut uerò ex ſecūda parte 8 quinti proportio a c ad c e, eſt maior quā a c ad c d, eo quod c e eſt minor quàm c d. Cū igitur ſit c e ad c b, ſicut a c ad c e, & c d ad c b, ſicut a c ad c d, erit per 12 quinti e c ad c b, maior quā c d ad c b: ideoq; per primā partē 10 quinti e c eſt maior quā d c, pars uidelicet, quàm ſuū totū, quod eſt impoſſibile. Nō ergo ſecabit circunferētia ſemicirculi lineā c d. Supertrāſeat igitur & producatur c d uſq; ad circunferentiā, ſitq; tota c e, & protrahantur lineæ e b & e a, ſequetur q; ut prius lineam c d eſſe maiorem quàm ſit linea c e, quod eſt etiam impoſſibile. Conſtat ergo propoſitum.



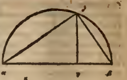
Similiter aūt dicimus, quòd ſi fuerit aliquis angulus rectus, cui baſis ſubtendatur ſuper quā ſemicirculus lineetur, ipſius circunferentiam per angulum rectū tranſire neceſſe eſt. Conuerſam huius proponit prima pars 30 tertij. Quod aūt dicimus, ſic conſtat. Sit enim angulus a b c rectus, cui ſubtendatur baſis a c, & ſuper eam lineetur ſemicirculus, dico quòd ipſius circunferentia tranſibit per pūctū b, in quo coeūt lineæ continētes angulū rectū. Cuius demonſtratio eſt, quod neq; tranſibit ſupra neq; infra. Sin aūt tranſeat primò infra, ſitq; a e c, & ab angulo b producatur linea b d perpendicularis ad baſin a c, quæ ſecet circūferentiam ſemicirculi in puncto e, & protrahantur lineæ e a & e c, eritq; angulus a e c, rectus ex prima parte 30 tertij, at ipſe eſt maior angulo a b c per 21 primi, hoc autē eſt impoſſibile ex tertia petitione, cum uterq; ſit rectus, hic quidē ex hypotheſi, ille uerò ex prima parte 30 tertij. Nō ergo trāſibit circūferentia ſemicirculi infra angulū b. Tranſeat itaq; ſupra, & ſita f c, producatur aūt perpendicularis d b, quouſq; obuiet circunferentiæ ſemicirculi a f e in puncto f, & producantur lineæ f a, f c, eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c rectus. Cumq; etiam eſſet ex hypotheſi angulus a b c rectus, ſequitur impoſſibile per 21 primi, ſicut in principio. Relinquitur ergo quod diximus. Hoc autem neceſſarium eſt ad cognitionem eorum quæ ſequuntur.

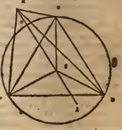


Euclid. ex Zamb. *Problema 1* *Propoſitio 13.*

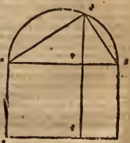
31 Pyramidē cōſtituere, & data ſphera cōprehēdere, & demōſtrare q; ipſius ſphęrę dimetiēs potētia ſeſqualter eſt lateris ipſius pyramidis.

THEON ex *Zamb. Exponatur datæ ſphæræ dimetiēs αβ, ſeceturq́ in γ ſigno, ut αγ ipſius γβ dupla ſit. Deſcribaturq́ ſuper αβ ſemicirculus αδβ, exciteturq́ (per 11 primi) ab ipſo γ ſigno ad angulos rectos γδ, & connectatur δα, exponaturq́ circulus εζη, æquam habens eam quæ ex cētro ipſi δγ, deſcribaturq́ in ipſo εζη circulo triangulū æquilaterū εζη, & accipiatur (per 1 tertij) cētrum circuli, ſitq́ θ ſignum, & connectantur εθ, θζ, & θη. Et conſtituatur (per 11 undecimi) ab ipſo θ ſigno ipſius εζη circuli plano ad angulos rectos recta θκ, & ponatur ipſa θκ ipſi αγ rectæ lineæ æqualis, & connectantur κε, κζ, κη. Et quoniā κθ recta eſt ad ipſius εζη circuli planum, & ad omnes igitur ipſam tāgentes rectas lineas, & in eodē ipſius*

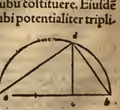




ζη circuli plano exiſtentes rectos efficit angulos (per 2 undecimi diffinitionẽ) Tãgit aũt ipſam unaquæq; ipſarũ θε, θζ, θη. Igitur θκ, ad unãquãq; ipſarũ θε, θζ, θη recta eſt. Et quoniã æqualis eſt αγ ipſi θκ & γδ ipſi θε, & rectos cõprehẽdũt angulos, baſis igitur δα (p 4 primi) baſi κε eſt æqualis, & id propterea & utraq; ipſarũ κζ, κη, ipſi δα eſt æqualis. Tres igitur κε, κζ, κη, inuicẽ ſunt æquales. Et quoniã dupla eſt αγ ipſius γβ, tripla igitur eſt αβ ipſius βγ. Sicut aũt αβ ad βγ ſic qd' ex αδ ad id qd' ex δγ ſicut oſtẽdetur. Quoniã enim eſt ſicut βα ad αγ, ſic qd' ex δα ad id qd' ex αγ, cõuertẽdo (p correlariũ 19 quinti) ſicut αβ ad βγ, ſic qd' ex αδ ad id qd' ex δγ. Sicut demõſtrabitur. Triplũ igitur eſt qd' ex αδ, eius qd' ex δγ. Eſt aũt & qd' ex ζε, eius qd' ex εθ triplũ, & æqualis eſt δγ ipſi εθ, æqualis igitur eſt δα ipſi εζ Sed δα unicuiq; ipſarũ κε, κζ, κη, oſtẽſa eſt æqualis. Vnaquæq; igitur ipſarũ εζ, ζη, ηε, unicuiq; ipſarũ κε, κζ, κη eſt æqualis, æquilatera igitur ſunt ipſa quatuor triãgula, hoc eſt εζη, κεζ, κζη, κηε. Pyramis igitur cõſtructa eſt ex quatuor triãgulis æqualib. et æquilateris cuius baſis eſt εζη triãgulũ, faſtigiũ uerò eſt ſignũ κ. Oportet iã ipſam datã ſphæra cõprehẽdere, oſtẽdereq; qd' ipſius ſphæræ diameter potẽtia lateris ipſius pyramidis ſeſqualtera eſt. Extẽdatur enim in rectas linea ipſi κθ, recta linea θλ & ipſi γβ æqualis ponatur θλ. Et quoniã eſt ſicut αγ ad γδ, ſic γδ ad γβ, æqualis aũt eſt ipſa quidẽ αγ ipſi κθ, & γδ ipſi θε, & γβ ipſi θλ, eſt igitur ſicut κθ ad θε, ſic εθ ad θλ. qd' igitur ſub ipſis κθ, θλ, æquũ eſt ei qd' ex εθ. Et rectus eſt uterq; ipſorũ κθε, εθλ angulorũ. Igitur ſemicirculus deſcriptus ſuper κλ ueniet et per ε, quoniã ſi cõnectamus ελ, rectus fit qui ſub λεκ angulus, eo quia triãgulũ ελκ utriq; ipſorũ ελθ, εθκ, triãgulorũ æquiãgulũ fit. Si iã manẽte κλ circũducatur ſemicirculus, & in idẽ unde duci incœpit rurſus ſteterit, ueniet et per ſigna ζη, cõnexis ipſis ζλ, λη, et rectis ſimiliter factis ijs qui ad ζη, angulis pyramis data ſphæra cõprehẽſa erit. ipſa enim κλ ſphæræ dimetiẽs, æqualis eſt ipſi αβ datæ ſphæræ diametro, quoniã ipſi quidẽ αγ æqualis ponitur κθ, ipſi aũt γβ ipſa θλ. Dico iã q ipſius ſphæræ dimetiẽs, lateris ipſius pyramidis potẽtia ſeſqualter eſt. Quoniã etenim dupla eſt αγ ipſius γβ, tripla igitur eſt αβ ipſius βγ. Cõuertẽdo igitur (p correlariũ 18 quinti) ſeſqualtera eſt αβ ipſius αγ. Sicut aũt βα ad αγ, ſic qd' ex βα ad id qd' ex αδ, quoniã cõnexa ipſa βδ, eſt ſicut βα ad αδ, ſic δα ad αγ, propter ipſorũ δαβ, δαγ, triãgulorũ ſimilitudinẽ, & eo quia eſt ſicut prima ad tertiã ſic qd' ex prima ad id qd' ex ſecũda. Seſqualterũ igitur eſt qd' ex βα, eius qd' ex αδ. Et βα quidẽ eſt ipſius datæ ſphæræ diameter, et αδ æqualis eſt lateri ipſius pyramidis, ipſius igitur ſphæræ diameter, ipſius pyramidis lateris ſeſqualtera eſt. Quod erat oſtẽdẽdũ. Oſtẽdẽdũ iã q eſt ſicut αβ ad βγ, ſic qd' ex αδ ad id qd' ex δγ. Exponatur ipſius ſemicirculi deſcriptio, & ab ipſa αγ deſcribatur (p 46 primi) quadratũ εγ, & cõpleatur ζβ parallelogrãmũ. Quoniã igitur triãgulũ δαβ ipſi δαγ triãgulo æquiãgulũ eſt, eſt ſicut βα ad αδ, ſic eſt δα ad αγ. Igitur qd' ſub βα, αγ, æquũ eſt ei qd' ex αδ. Et quoniã eſt ſicut αβ ad βγ, ſic eſt εβ ad βζ, et eſt qdẽ ipſum εβ id qd' ſub βα, αγ (æqualis enim eſt εα ipſi αγ, & βζ, i. qd' ſub αγ, γβ) ſicut igitur αβ ad βγ, ſic qd' ſub ipſis βα, αγ, ad id qd' ſub ipſis αγ, γβ. Et qd' ſub βα, αγ, æquũ eſt ei qd' ex αδ, qd' autẽ ſub αγ, γβ, æquũ eſt ei qd' ex δγ, ipſa enim δγ perpẽdicularis, baſis ſegmẽtorũ αγ, γβ, media eſt pportiõalis, quoniã q ſub αδβ rectus eſt. Sicut igitur αβ ad βγ, ſic qd' ex αδ ad id qd' ex δγ: qd' oſtẽdere oportuit. Eue. ex Cã. Prop. 14.

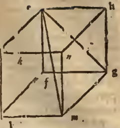


Zamb. 15 AB aſſignata ſphæra circuſcriptibilẽ cubũ cõſtituere. Eiuſdẽ aũt ſphæræ diametrũ lateri ipſius cubi potentialiter triplicem eſſe manifeſtum erit. 14



CAMP. Aſſignatæ ſphæræ diameter ſit a b, ſuper quã lineetur ſemicircul[us] a d b, diuidaturq; diameter in pũcto c, prorſ[us] ſecũdũ cõditionẽ præmiſſæ, uidelicet ut linea a c ſit dupla ad lineã c b, et producatur c d perpẽdicularis ad a b, et protrahantur d b & d a. Poſtea fiat unũ quadratũ cui[us] omnia latera ſint æqualia b d, ſitq; e f g h, ſuper cui[us] quatuor ãgulos erigãtur, ut do

ex 12 undecimi, quatuor lineæ perpẽdiculares ad ſuperficiẽ ipſius quadrati, quarũ quælibet ponatur etiã æqualis lineæ b d, ſintq́ e k, f l, g m, h n, eruntq́ hæ quatuor perpẽdiculares, ſingulæ ſingulis æquidiſtãtes ex 6 undecimi, & anguli quos continent cũ lateribus quadrati, recti ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ. Deinde cõiungantur extremitates iſtarũ perpẽdicularium, ꝓtractis lineis K l, l m, m n, n K, eritq́ cõpletus cubus, ſex ſuperficieb⁹ quadratis cõtentus, cõſtat ex 34 primi, quòd quatuor ſuperficies ipſum ambiẽtes (& ipſæ ſunt quarũ oppoſita latera ſunt 4 ꝑpẽdiculares) ſunt oẽs quadratę, de baſi aũt, hoc poſitũ eſt, at uerò de ſuprema eius ſuperficie quæ eſt k l m n, quòd ipſa quoq́ ſit quadrata, cõſtat ex 34 primi & 10 undecimi, ideoq́ ex 4 undecimi manifeſtũ eſt, ſingula latera eiuſdẽ cubi duab⁹ ipſius oppoſitis ſuperficieb. orthogonaliter inſiſtere.



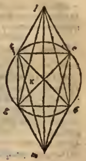
Vt aũt cubũ hũc ab aſsignata ſphæra circũſcriptibilẽ eſſe demõſtremus, in una ſuarũ ſuperficierũ ꝓtrahatur diagonalis, uerbi gratia in baſi eius, ſitq́ e g, & ab huius diagonalis altera extremitate, ꝓtrahatur diameter cubi e m, eritq́ ex penult. primi quadratũ e g, duplũ ad quadratũ f g, ideoq́ & ad quadratũ g m, eo quòd g m eſt æqualis f g, ſunt enim omnia latera cubi ad inuicẽ æqualia. Et quia rurſus ex penult. primi, quadratũ e m eſt æquale quadratis duarũ linearũ e g & g m, propter hoc quòd angulus e g m eſt rectus ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, erit quadratũ e m triplũ ad quadratũ m g, cõſtat enim ex duplo & ſimplo. Cũq́ ex ſecũda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdẽ quadratũ quoq́ a b ſit triplũ ad quadratũ b d, eo quòd linea a b tripla eſt ad lineã b c, ſit aũt b d æqualis f g, ſequitur ex cõi ſciẽtia, ut e m quæ eſt diameter cubi ſit ęqualis a b quę eſt diameter ſphęrę. Itaq́ ſi ſuper e m lineetur ſemicirculus circũducaturq́ quouſq́ ad locũ unde fuit initiũ motus, redeat: ſphæra deſcripta, erit ex diffinitione ſphærarũ æqualiũ æqualis ſphæræ aſsignatæ. At uerò quia hic ſemicirculus tranſitũ faciet per punctũ g, eo quòd angulus e g m eſt rectus, eadẽq́ ratione per cæteros ſingulos rectos angulos cubi, qđ ex antecedẽte ante hãc 14 immediatè pręmiſſo manifeſtũ eſt, cõſtat cõſtitutũ cubũ ab aſsignata ſphęra (eo quòd à ſua æquali) circũſcriptibilẽ eſſe: qđ demõſtrare oportebat. Correlarij uerò demõſtratio in iſtius demõſtrationis proceſſu præpatuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 CORPUS octo baſiũ triangulariũ & æquilaterarũ à ſphęra propoſita circunſcriptibile, cõponere: eritq́ palàm eiuſdẽ ſphæræ diametrũ lateri ipſius corporis duplicẽ eſſe potentialiter. *Zamb. 15.*

CAMPANVS. Diameter ſphæræ ꝓpoſitæ ſit a b, quæ diuidatur per æqualia in pũcto c, & ſuper eã lineetur ſemicirculus a d b, & ꝓducatur c d perpẽdicularis ad a b, & iũgatur pũctus d cũ a & cũ b, deſcribaturq́ unum quadratũ cuius ſingula latera ſint æqualia lineæ b d, ſitq́ quadratũ hoc e f g h, in quo ꝓtrahãtur diametri duę e g & f h, ſecãtes ſeinuicẽ in pũcto k. Cõſtat igitur ex 4 primi, quòd utraq́ iſtarũ diametrorũ ſit æqualis lineæ a b quæ eſt diameter ſphęræ, cũ angulus d ſit rectus ex prima parte 30 tertij, & ſinguli quoq́ anguli e f g h, recti ex diffinitione quadrati. Cõſtat rurſus, quòd eædẽ diametri e g & f h diuidũt ſeinuicẽ per æqualia in pũcto K. Hoc aũt ex 5 primi & 32 & 6 eiuſdẽ facilè eſt elicere. Erigatur itaq́ ſuper punctũ K, linea K l perpendicularis ad ſuperficiẽ quadrati, quæ ponatur æqualis medietati diametri e g uel f h, & demittãtur hypothenuſæ l e, l f, l g, l h, erũtq́ ex his quæ poſita ſunt, & penult. primi, quoties oportuerit repetita, ſingulæ harũ hypothenuſarũ æquales ſibijnuicẽ & æquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidẽ quatuor æquilaterarũ triãgulariũq́ baſiũ, ſuper quadratũ conſtitutã. Huic itaq́ ſub ipſo quadrato ſimilẽ pyramidẽ, hoc modo appone. Lineã l K producas, perforãdo quadratũ, uſq́ ad m, ita quòd k m exiſtẽs ſub quadrato, ſit æqualis l k exiſtẽti ſupra, & iunge punctũ m cũ ſingulis angulis quadrati, producendo 4 alias hypothenuſas quæ ſunt m e, m f, m g, m h, de quibus quoq́ manifeſtũ eſt ex penult. primi, quẽadmodũ de alijs quæ ſunt in ſuperiori parte, qđ ipſæ ſint æquales adinuicẽ & laterib. quadrati. Cõpleuim⁹ igitur corp⁹ 8 baſiũ triãgulariũ & ęqlaterarũ. Hoc aũt ab aſsignata ſphęra circũſcriptibile eſſe, ſic habeto. Cõſtat enim qđ linea l m eſt æqualis diametro aſsignatæ ſphæræ, nã utraq́ earũ eſt æqualis diametro quadrati. Igitur ſi ſuper l m lineetur ſemicircul⁹ qui circũuoluatur quouſq́ ad locũ ſuũ redeat, ſphæra quã motu ſuo deſcribet, erit æqualis aſsignatæ ſphæræ, ut ex diffinitione æqualiũ ſphærarũ colligitur. Hic uerò ſemicirculus trãſibit per

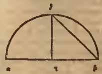


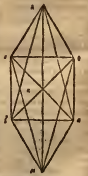


quatuor angulos quadrati, & ſimpliciter per omnia puncta circumferentiæ circuli circunſcribẽtis quadratum, eo quòd ſemidiameter quadrati, ut linea f k, & portiones lineæ l m, quæ ſunt l k & K m, ſunt adinuicẽ æquales, quare ex diffinitione eius quod eſt figuram unam alij figuræ inſcribi, fabricatum corpus inſcriptibile eſt ſphæræ motu huius ſemicirculi deſcriptæ. Itaq; & ſphæræ aſsignatæ ex conceptione, cum ipſæ ſint adinuicem æquales ex diffinitione. Correlarium uerò manifeſtè conſtat, ſunt enim duæ lineæ d b & d a æquales ex quartam primi: ideoq; quadratum lineæ b d, duplum eſt ad quadratum lineæ b d, ex penultima primi, latus autem fabricati corporis, eſt æquale lineæ b d: uerum eſt ergo correlariũ. *Eucl. ex Zãb. Problema 2. Propoſitio 14.*

Octahedrum conſtruere, & data ſphæra comprehendere ea qua pyramidem, oſtendereq́; quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia lateris ipſius octahedri duplus eſt. 14

THEON *ex Zãb. Exponatur datæ ſphæræ diameter α β, ſeceturq́; (per 10 primi) diuidue in γ, et deſcribatur ſuper α β ſemicirculus α δ β. Exciteturq́; (per 10 primi) ab ipſo γ ipſi α β ad rectos angulos γ δ, & connectatur δ β. Exponaturq́; quadratum ε ζ η θ, æquum habens unumquodq́; latus ipſi β δ, & connectantur ζ θ, ε η. Exciteturq́; (per 12 undecimi) ab ipſo κ ſigno ad ipſius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos recta linea κ λ, & extendatur in alteram partem plani κ μ ut ipſa κ μ, auferaturq́; ab utraq́; ipſarum κ λ, κ μ, uni ipſarum κ ε, κ ζ, κ η, κ θ, æqualis utraq́; ipſarum κ λ, κ μ, & connectantur λ ε, λ ζ, λ η, λ θ, μ ε, μ ζ, μ η, μ θ. Et quoniam κ ε ipſi κ θ eſt æqualis, & angulus qui ſub ε κ θ rectus eſt, igitur quod ex θ ε duplũ eſt eius quod ex ε κ. Rurſus quoniam λ κ ipſi κ ε eſt æqualis, & angulus qui ſub λ κ ε rectus eſt, quod igitur ex ε λ, duplum eſt eius quod ex ε κ. Oſtenſum autẽ eſt quòd & quod ex θ ε, duplum eſt eius quod ex ε κ. Igitur quod ex λ ε, ei quod ex ε θ eſt æquale. Ipſa igitur λ ε ipſi ε θ eſt æqualis. Idq́; propterea iam & λ θ, ipſi θ ε eſt æqualis. Idq́; propterea iam & λ θ, ipſi θ ε eſt æqualis. Triangulum igitur λ ε θ æquilaterum eſt. Similiter iam demonſtrabimus qđ unumquodq́; reliquorum triangulorum, quorum baſes quidem ſunt ipſa ε ζ η θ quadrati latera, faſtigia uerò λ μ, ſigna, æquilaterum eſt. Octahedrum igitur conſtitutum eſt, ſub octo triangulis æqualia habentibus latera comprehenſum. Oportet iam & illud ſphæra data comprehendere, oſtendereq́; quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia duplus eſt lateris ipſius octahedri. Quoniam enim ipſæ tres λ κ, κ μ, κ ε, inuicem ſunt æquales, ſuper λ μ igitur deſcriptus ſemicirculus ueniet & per ε, & id propterea ſi manente λ μ, circunducatur ſemicirculus, & in idem unde circunduci cœpit ſteterit, ueniet & per ζ η θ ſigna, & octahedrum ſphæræ erit comprehenſum. Dico q; & data. Quoniam nanq; æqualis eſt λ κ ipſi κ μ, communis autem κ ε, & angulos rectos comprehendunt, baſis igitur λ ε (per 4 primi) baſi ε μ eſt æqualis. Et quoniã angulus qui ſub λ ε μ rectus eſt, in ſemicirculo enim, quod igitur ex λ μ, duplũ eſt eius qđ ex λ ε. Rurſus quoniã α γ ipſi γ β eſt æqualis, dupla eſt α β ipſius β γ. Sicut autẽ α β ad β γ, ſic qđ ex α β ad id qđ ex β δ. Duplũ igitur eſt quod ex α β eius qđ ex β δ. Oſtenſum eſt autẽ q; & qđ ex λ μ duplum eſt eius qđ ex λ ε, & qđ ex β δ, ei eſt æquum quod ex λ ε, æqualis enim ponitur ε θ, ipſi δ β. Quod igitur ex α β, ei qđ ex λ μ eſt æquale, ipſa igitur α β ipſi λ μ eſt æqualis, eſtq́; α β datæ ſphæræ dimetiens, ipſa igitur λ μ, æqualis eſt datæ ſphæræ diametro. Cõprehenſum eſt igitur octahedrũ data ſphæra, & ſimul oſtenſum eſt quod ipſius ſphæræ diameter potentia dupla eſt ipſius octahedri lateris: quod facere & oſtendere oportebat.*

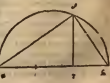


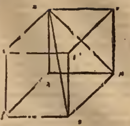


Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 15.

Cubũ cõſtruere & data ſphæra cõprehẽdere ea, qua priora, oſtẽdereq́; q ipſius ſphęræ dimetiens potẽtia triplus eſt lateris ipſius cubi. 15

THEON *ex Zamb. Exponatur datæ ſphæræ diameter α β, ſeceturq́; in γ, ut α γ dupla ſit ipſius γ β. Deſcribatq́; ſuper α β, ſemicirculus α δ β, & ab ipſo γ ipſi α β (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & connectatur δ β. Exponaturq́; quadratum ε ζ η θ, æquum habens unumquodq́; latus ipſi δ β, & ab ipſis ε ζ η θ, ſignis, ad ipſius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos excitẽtur (per 12 undecimi) ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, & auferatur ab unaquaque ipſarũ ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, uni ipſarũ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, æqualis unaqueq; ipſarum*

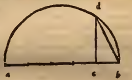




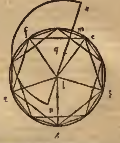
rum ι κ, ζ λ, ε μ, θ ν, connectanturq́; ipſæ κ λ, λ μ, μ ν, ν κ: cubus igitur ζ ν, conſtructus eſt ſub ſex quadratis æqualibus comprehenſus. Oportet iam ſphæra data comprehendere, & oſtendere quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt ipſius cubi lateris. Connectantur enim ipſæ κ η, ι κ. Et quoniam angulus qui ſub η ι κ rectus eſt, eo quia η ι recta eſt ad planum ι ν, uidelicet & ad rectam lineam ι κ, igitur ſuper κ η deſcriptus ſemicirculus ueniet & per ι η ſigna. Rurſus quoniam ζ κ recta eſt ad utranq; ipſarum ζ λ, ζ ι, & ad ζ ε: igitur planum recta eſt ipſa ζ κ. Quare & ſi connectamus ipſam ζ η, ipſa κ ζ recta erit ad ipſam ζ η, ac per hoc rurſus ſuper κ η deſcriptus ſemicirculus, tranſiet & per ζ, ſimiliter & per reliqua ſigna ipſius cubi ueniet. Si iam manente ipſa κ η, circunductus ſemicirculus in idem ſteterit unde circunduci cœpit, cubus ſphæra comprehenſus erit.

Dico iam quòd & data. Quoniam enim æqualis eſt κ ζ ipſi ζ ι, & angulus qui ad ζ rectus eſt, quod igitur ex ι κ, duplum eſt eius quod ex ι ζ. Aequalis autem eſt ι ζ ipſi ι η, quod igitur ex ι κ, duplum eſt eius quod ex ι ζ. Quare quod ex κ ι, ι η, triplum eſt eius quod ex ι η. Et quoniam α β ipſius β γ triplex eſt, ſicut autem α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β δ, triplũ igitur eſt quod ex α β, eius quod ex β δ, patuit autem quòd & quod ex κ η, triplum eſt eius quod ex η ι, & æqualis poſita eſt η ι, ipſi β δ, æqualis igitur eſt & κ η, ipſi α β. Et α β eſt datæ ſphæræ dimetiẽs, & η κ igitur æqualis eſt ipſi datæ ſphæræ diametro. Data igitur ſphæra comprehenditur cubus, & unà oſtenditur quòd ſphæræ diameter potentia tripla eſt ipſius cubi lateris: quod facere & oſtendere oportebat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.

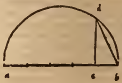
16 CORPVS uiginti baſium triangulariũ atq; æquilaterarum à data ſphera diametrum rationalem habente circunſcriptibile, fabricare: eritq́; palàm, latus eiuſdẽ corporis eſſe lineam irrationalem, eam ſcilicet quæ dicitur minor.

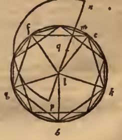


CAMPANVS. Sit hic quoq; diameter aſsignatæ ſphæræ a b, quæ ponatur eſſe rationalis ſiue in longitudine ſiue in potẽtia tantum, & diuidatur in puncto c, ita quòd a c ſit quadrupla ad c b, & lineetur ſuper eam ſemicirculus a d b, & ꝓducatur c d perpendicularis ad a b, & protrahatur linea d b, deinde ſecundũ quantitatẽ lineæ d b lineetur circulus e f g h k ſupra centrum l, cui inſcribatur pentagonus æquilaterus eiſdem literis annotatus, ad cuius angulos à centro l ducãtur lineæ l e, l f, l g, l h, l k. Rurſus in eodẽ circulo inſcribatur decagonꝰ æquilaterꝰ, diuidãtur enim cũcti arcus quorũ chordæ ſunt latera pẽtagoni per æqualia, & à pũctis medijs ad extremitates cunctorũ laterũ inſcripti pẽtagoni lineæ rectæ dirigãtur. Itẽq; ſuper ſingulos angulos pẽtagoni erigatur cathetus, ſecũdũ qđ docet 12 undecimi, quorũ quilibet ſit etiã æqualis lineæ b d & cõtinuentur extremitates horũ qnq; cathetorũ, quinq; corauſtis, eruntq; ex 6 undecimi quinq; catheti erecti, adinuicẽ æqdiſtãtes, cũq; ipſi ſint æquales, erũt quoq; ex 33 primi qnq; corauſti eorũ extremitates iũgẽtes æquales lateribꝰ pẽtagoni. Demitte igitur à ſũmitatibꝰ ſingulis ſingulorũ cathetorũ, binas & binas hypothenuſas ad duos circũſtãtes angulos inſcripti decagoni, & harũ decẽ hypothenuſarũ à quinq; extremitatibꝰ cathetorũ ad quinq; pũcta quæ ſunt ſinguli anguli medij inſcripti decagoni, deſcendentiũ extremitates cõnnua aliũ pentagonũ rurſus ipſi circulo inſcribendo, qui quoq; erit æquilaterꝰ ex 13 tertij. Cũ hoc itaq; feceris, uidebis te perfeciſſe decem triãgulos, quorũ latera ſunt decem hypothenuſæ & quinq; corauſti & quinq; latera huius ſecundi pentagoni inſcripti. Hos ergo decem triangulos, æquilateros eſſe, ſic collige. Cùm enim tam ſemidiameter deſcripti circuli quàm quilibet erectorum cathetorum ſit æqualis lineæ b d ex hypotheſi, erit ex correlario 15 quarti, quilibet cathetorum æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius ſemidiameter eſt æqualis lineæ b d in-



b d inſcripti. Quia uerò ex penultima primi unaquæq; decem hypothenuſarum tanto eſt potentior catheto quantum poteſt latus decagoni: at uerò ex 10 huius, latus quoq; pentagoni eſt tanto potentius eodem quantum poteſt idem latus decagoni, erit ex communi ſcientia unaquæque harum hypothenuſarum æqualis lateri pentagoni. De corauſtis autem iam patuit, quòd ipſi ſint æquales lateribus pentagoni. Itaq; cuncta latera horum decem triangulorum, aut ſunt latera pentagoni æquilateri ſecunda uice circulo inſcripti, aut illis æqualia, ſunt igitur æquilateri trianguli. Amplius aũt ſuper centrũ circuli quod eſt punctum l, erige alium cathetum æqualem prioribus qui ſit l m, eiusq; ſuperiorem extremitatem quæ eſt m, iunge cum ſingulis extremitatibus priorũ, per quinq; corauſtos, eritq; ex 6 undecimi, hic centralis cathetus, ſingulis cathetorum angularium æquidiſtans, ideoq; ex 33 primi, hi quinq; corauſti erunt ſemidiametro circuli æquales, & ex correlario 5 quarti, quælibet eorum tanquã latus hexagoni. Centrali ergo catheto ex utraq; parte adijciatur linea una æqualis lateri decagoni, ſupra quidem adijciatur ei m n, deorſum autem ſub circulo adijciatur ſibi à centro circuli p, poſtea demittantur à puncto n, 5 hypothenuſæ ad 5 ſuperiores angulos decem triangulorum, qui ſunt in circuitu, & à puncto p, aliæ 5 ad alios 5 inferiores. Erunt hæ decem hypothenuſæ æquales adinuicem lateribus inſcripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius, quemadmodum de alijs decem prius demonſtratum eſt. Habes ergo corpus 20 baſium triangularium atq; æquilaterarũ cuius cuncta latera ſunt æqualia lateribus pentagoni, eius uerò diameter eſt linea n p, horum autem 20 triangulorũ decem conſiſtunt in circuitu ſupra circulum, quinq; autem conſurgunt ſurſum ad punctum n cõcurrentes, atq; quinq; reliqui deorſum emergunt ſuper punctum p coëuntes. ¶ Hoc autem icoſedron corpus à data ſphæra circũſcriptibile eſſe, ſic erit manifeſtum. Cum linea l m ſit æqualis lateri hexagoni, & m n lateri decagoni æquilaterorũ quos circulus e f g circunſcribit, tota l n erit ex 9 huius diuiſa ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema in puncto m, & maior portio eius erit linea l m. Diuidatur itaq; l m per æqualia in q, eritq; ex communi ſcientia p q, æqualis q n, nam p l poſita eſt æqualis lateri decagoni, quemadmodum m n, quare q n eſt medietas n p, quemadmodum eſt q m medietas m l. Cũm ergo quadratum n q, ſit ex 3 huius quintuplum ad quadratum q m, erit quoq; ex 15 quinti quadratum p n quintuplum ad quadratum l m, eſt enim ex 4 ſecundi quadratum p m, quadruplum ad quadratum q n, quadratum quoq; l m, quadruplum ad quadratum q m ex eadem, quadruplum autem ad quadruplum, eſt ut ſimplum ad ſimplum, teſte 15 quinti, at uerò quadratum a b, quintuplum eſt ad quadratum b d ex ſecunda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem, eſt etiam a b, quintupla ad b c, eo quòd a c fuit ad eandem quadrupla. Quia ergo l m ex hypotheſi æqualis b d, erit ex cõmuni ſcientia a b æqualis n p. Itaq; ſi ſuper lineam n p ſemicirculus deſcribatur, qui tandiu quòd locum primum repetat circunuoluatur, ſphæra ipſius motu deſcripta, erit à diffinitione ſphærarum æqualium, æqualis ſphæræ propoſitæ. Et quoniam linea l m eſt medio loco proportionalis inter l n & n m, ideoq; inter l n & p l, erit quoq; quælibet ſemidiameter circuli, medio loco proportionalis inter l n & l p. Et cum l m ſit æqualis ſemidiametro circuli, itaq; ſemicirculus ſuper p n deſcriptus tranſibit per omnia puncta circũferentiæ circuli e f g, ideoq; & per ſingulos angulos ſolidi fabricati, in illa circunferentia conſiſtentes. Et quia eadem ratione ſinguli corauſti continuantes extremitates angularium cathetorum cum extremitate centralis, ſunt medio loco proportionales inter p m & m n, eo quòd quilibet eorum eſt æqualis l m, ſequitur ut idem ſemicirculus trãſeat etiam per reliquos angulos figuræ icoſedræ ſtatutæ. Eſt igitur corpus hoc inſcriptibile ſphæræ cuius diameter p n, ideoq; & ſphæræ cuius diameter a b. ¶ Latus autem huius ſolidæ figuræ dico eſſe lineam minorẽ. Conſtat enim quòd linea b d eſt rationalis in potentia, cum eius quadratum ſit ſub quincuplum ad quadratum lineæ a b quæ poſita eſt rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tantũ. Itaq; ſemidiameter atq; diameter circuli e f g eſt etiam rationalis in potentia, nam eius ſemidiameter eſt æqualis b d. Igitur ex 12 huius latus pentagoni æquilateri huic circulo inſcripti eſt linea minor: at uerò (ſicut in huius demonſtrationis proceſſu patuit) latus huius figuræ eſt quantum latus pentagoni,



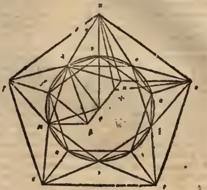


pentagoni, ergo latus huius figuræ 20 alchaidarum, id eſt baſium, eſt linea minor: quemadmodum proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propoſitio 16.*

16 Icoſahedrum conſtruere, & data ſphæra comprehendere, qua & dictas figuras, oſtendereq́ quòd ipſius icoſahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor.

THEON *ex Zamb.* *Exponatur datæ ſphæræ diameter αβ, ſeceturq́ in γ, ut αγ quadrupla ſit ipſius γβ, & deſcribatur ſuper αβ ſemicirculus αδβ, & excitetur (per 11 primi) ab ipſo γ, ipſi αβ ad angulos rectos recta linea γδ, connectaturq́ δβ, ponaturq́ circulus εζηθκ, cuius quæ ex centro, æqualis eſto ipſi δβ, & in ipſo εζηθκ circulo deſcribatur (per 11 quarti) quinquangulum æquilaterum & æquiangulum εζηθκ. Et ſecentur εζ, ζη, ηθ, θκ, κε, circunferentiæ bifariàm in ſignis λ μ ν ξ ο, connectanturq́ λμ, μν, νξ, ξο, ολ, εο, æquilaterum igitur eſt quinquangulum λμνξο, et decagoni latus eſt εο recta linea. Conſtituantur (per 12 undecimi) ab ipſis εζηθκ, ſignis ad ipſius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ επ, ζρ, ησ, θτ, κυ, æquales exiſtentes ei quæ ex centro ipſius εζηθκ circuli, & connectantur ipſæ πρ, ρσ, στ, τυ, υπ, πλ, λρ, ρμ, μσ, σν, ντ, τξ, ξυ, υο, οπ. Et quoniam utraq́ ipſarū επ, κυ, eidem plano ad angulos eſt rectos, parallelus igitur eſt (per 6 undecimi) επ ipſi κυ, eſt autem & ei æqualis, æquales autem & parallelos connectentes ad eaſdem partes rectæ lineæ, æquales & paralleli (per 33 primi) ſunt. Igitur πυ ipſi εκ æqualis & parallelus eſt, pentagoni autem æquilateri latus eſt ipſa εκ, pentagoni ergo æquilateri eſt & πυ, in εζηθκ circulo deſcripti, & iam id propterea, & unaquæq́ ipſarum πρ, ρσ, στ, τυ, pentagoni eſt æquilateri in circulo εζηθκ deſcripti, pentagonum igitur πρστυ æquilaterum eſt. Et quoniam πε hexagoni eſt, decagoni autem εο, & angulus qui ſub πεο rectus eſt, pentagoni igitur eſt πο, pētagoni enim latus poteſt & hexagoni & decagoni in eodē circulo deſcriptorū latus (per 10 decimitertij) Iam id propterea & ου pentagoni latus eſt, eſt etiam πυ pentagoni latus. Aequilaterū igitur eſt που triangulum. Iam id propterea & unumquodq́ ipſorum πλρ, ρμσ, σντ, τξυ, æquilaterū eſt. Et quoniam oſtenſum eſt utranq́ & πλ & πο pentagoni eſſe, eſt autem & λο pentagoni, æquilaterum igitur eſt πλο triangulum. Iam id propterea & unumquodq́ ipſorum λρμ, μσν, ντξ, ξυο triangulorum, æquilaterum eſt. Aſſumatur (per 1 tertij) centrum circuli εζηθκ, & ſit φ ſignum, & ab ipſo φ ad ipſius circuli planum ad rectos angulos (per 12 undecimi) excitetur φω, extendaturq́ ex utraq́ parte ut φψ, & auferatur ipſius quidem hexagoni φχ, decagoni autem utrunq́ ipſorum φψ, χω, & connectantur πω, πχ, ρω, υχ, ελφ, λψ, ψμ. Et quoniam utraq́ ipſarum φχ, πε, ad circuli planum ad rectos angulos eſt, parallelus igitur eſt φχ ipſi πε. Sunt autem æquales & ipſæ igitur εφ, πχ, æquales & parallelæ ſunt. Hexagoni autem eſt εφ, hexagoni ergo & πχ. Et quoniam hexagoni quidem eſt πχ, decagoni uerò χω, & rectus eſt qui ſub πχω angulus, pentagoni igitur eſt πω, iam id propterea & υω, pentagoni eſt. Quoniam ſi connectamus ipſas φκ, χυ, æquales, æquales & ex oppoſito erunt. Eſt autem ipſa φκ ex centro exiſtēs, hexagoni: hexagoni igitur eſt & ipſa χυ. Decagoni autem & χω, & qui ſub υχω rectus eſt, pentagoni igitur eſt ipſa υω. Eſt autem & πυ, pentagoni. Igitur triangulum πυω æquilaterum eſt. Iam id propterea & unumquodq́ reliquorum triangulorum quorum baſes ſunt πρ, ρσ, στ, τυ, rectæ lineæ, faſtigium uerò ω ſignum, æquilaterum eſt. Rurſus quoniam hexagoni quidem eſt ipſa φλ, decagoni autem ipſa φψ, & rectus eſt qui ſub λφψ angulus, pentagoni igitur eſt λψ. Iam id propterea ſi connectamus ipſam μφ, quæ eſt hexagoni,*





*duceturq́

συνάγεται
colligitur.

*ducaturq; ipſa μψ pentagoni, eſt autem & λμ pentagoni, triangulum igitur λμψ æquilaterum eſt. Similiter iam oſtendetur quod unumquodq; reliquorum triangulorum quorum baſes ſunt μν, νξ, ξο, ολ, faſtigium autem ψ ſignum, æquilaterum eſt. Conſtructum igitur eſt icoſahedrum, ſub uiginti triangulis æqualia latera habentibus comprehenſum. Oportet iam illud quoq; data ſphæra comprehendere, ac demonſtrare quod latus icoſahedri eſt irrationalis ea quæ appellatur minor. Quoniam enim hexagoni eſt ipſa ρχ, decagoni autem ipſa χω, ipſa igitur ρω extrema & media ratione ſecatur in χ, & ipſius maius ſegmentum eſt ρχ. Eſt igitur ſicut ωρ ad ρχ, ſic ρχ ad χω: æqualis autem eſt & ρχ ipſi ρλ, & χω ipſi ρψ, eſt igitur ſicut ωρ ad ρλ, ſic ρλ ad ρψ, & recti ſunt anguli, qui ſub ωρλ, λρψ. Si connectamus igitur ipſam λω rectam lineam, rectus erit angulus qui ſub ψλω, propter ipſorum ψλω, ρλω, triangulorum ſimilitudinem. Semicirculus igitur ſuper ψω deſcriptus, ueniet & per λ iam id propterea quoniam eſt ſicut ωρ ad ρχ, ſic ρχ ad χω, æqualis autem ipſa quidem ωρ ipſi ψχ, & ρχ ipſi χω, eſt igitur ſicut ψχ ad χω, ſic ωχ ad χω. Ac per hoc rurſus ſi connectamus ipſam ωψ, rectus erit qui ad ω angulus. Igitur ſuper χω deſcriptus ſemicirculus, ueniet & per ω, & ſi manente ψω, circunductus ſemicirculus in illud idem unde circunduci cœpit ſteterit, ueniet & per ω, & per reliqua ipſius icoſahedri ſigna, & ſphæra comprehenſum erit ipſum icoſahedrum. Dico quòd & data. Secetur (per 10 primi) ρχ diuiduè in α. Et quoniam recta linea ρω extrema & media ratione ſecatur in χ, & minus ſegmentum illius eſt ωχ, ipſa igitur ωχ admittens dimidium maioris ſegmenti χα, quincuplum poteſt eius quod ex dimidia maioris ſegmenti (per 3 huius) Quincuplum igitur eſt quod ex ωα, eius quod ex αχ. Ipſius autem ωα, dupla eſt ωψ, ipſius autem αχ, dupla eſt χρ. Quod igitur ex ωψ, quincuplum eſt eius quod ex ρχ. Et quoniã αγ ipſius γβ eſt quadrupla, quincupla igitur eſt αβ ipſius βγ. Sicut autem αβ ad βγ, ſic quod ex αβ ad id quod ex βδ, quincuplum igitur eſt quod ex αβ, eius quod ex βδ. Patuit autem quòd quod ex ωψ, quincuplũ eſt eius quod ex ρχ. Et δβ æqualis eſt ipſi ρχ, utraq; enim ipſarum, æqualis eſt ei quæ ex centro ipſius ιςρσ circuli, æqualis igitur eſt & αβ ipſi ψω. Et αβ eſt ipſius datæ ſphæræ diameter, & ψω igitur datæ ſphæræ diametro eſt æqualis. Data igitur ſphæra, icoſahedrũ comprehẽſum eſt. Dico iam quòd ipſius icoſahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Quoniam enim rationalis eſt ipſius ſphæræ diameter, & potentia quincuplum eſt eius quæ ex centro circuli ιςρσ, rationalis igitur eſt & ea quæ ex centro circuli ιςρσ. Quare & diameter illius, rationalis eſt. Si uerò in circulo rationalem habente diametrũ, quinquangulum æquilaterum deſcriptum fuerit, latus pentagoni irrationalis eſt ea quæ appellatur minor (per 11 huius) Latus autem ipſius ιςρσω pentagoni, eſt quod & icoſahedri. Icoſahedri ergo latus, irrationale eſt, minor appellatum: quod facere & oſtendere oportebat.

CORRELARIVM.

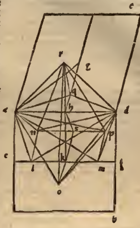
Ex hoc igitur eſt manifeſtum, quod ſphæræ diameter potentia quincuplum eſt eius quæ ex centro circuli à quo icoſahedrum deſcribitur, & quod ſphæræ diameter componitur & ex ſexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo deſcriptorum lateribus.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.

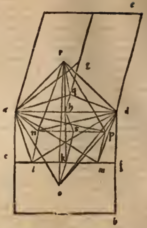
COrpus duodecim baſium pentagonarũ æquilaterarum atq; æquiangularium ab aſsignata ſphæra circunſcriptibile, conſtituere: eritq; palàm latus eiuſdem corporis, irrationale eſſe id quod reſiduum dicitur. 17

CAMPANVS. Fiat cubus ſecundum quod docet 14 huius, circunſcriptibilis ab aſsignata ſphæra, ſintq; huius cubi duæ ſuperficies a b & a c, imaginemur autem nunc, quod a b ſit ſuprema ſuperficies cubi, & a c ſit una ex lateralibus, ſitq; linea a d, communis iſtis duabus ſuperficiebus. Diuidãtur itaq; in ſuperficie a b duo oppoſita latera per ęqualia, uidelicet d b & latus ei oppoſitũ, & puncta diuiſionis continuentur per lineã e f, latus quoq; a d, & illud quod ſibi opponitur in ſuperficie a c, diuidãtur per æqualia, & pũcta diuiſionis cõtinuentur linea recta cuius medietas ſit g h, ſitq; pũctus h, medius pũctus lineæ a d, ſimiliter linea e f diuidatur per æqualia in k, & protrahatur h K. Quãlibet igitur triũ linearũ e K, K f, & g h, diuide ſecundũ proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema in trib' pũctis l m q, ſintq; maiores portiões earũ, l K, K m, & g q, quas manifeſtũ eſt eſſe æquales, cũ totæ lineę diuiſæ ſint æquales, uidelicet quælibet earũ medietas lateris cubi. Deinde à duob. pũctis l & m, erige perpẽdiculares, ut docet 12 undecimi, ad ſuperficiẽ a b, quarũ utrãq; ponas ęqualẽ lineę k l, ſintq; l n & m p, ſimiliter à pũcto q, erige perpẽdiculariter q r ad ſuperficiem a c.

ciema c,quam ponas æqualem g q,protrahe itaqꝫ lineas a l,a n,a m,a p,d m,d p,d l, d n,a r, a q,d
r,d q. Manifeſtum eſt igitur ex quinta huius,quod duæ lineæ k e & e l potentialiter ſunt triplum
ad lineam k l, ideoq́ etiam ad lineam l n ,cum k l & n l ſint æquales. At uerò k e,eſt æqualis e a,
igitur duæ lineę a & e,& e l,ſunt potētia triplum ad lineam l n. Quare ex penultima primi a l,eſt
potentia tripla ad l n , ideoq́ per eandem,a n eſt potentia quadrupla a e l n . Cumq́ omnis linea
ſit potentia quadrupla ad medietatem ſui,ſequitur ex communi ſcientia quòd a n ſit dupla in lō-
gitudine ad l n. Et quia l m dupla eſt ad l k:at k l,& l n, ſunt æquales, erit a n æqualis l m: ſunt e-
nim earum dimidia,æqualia. Et quia ex 33 primi, l m eſt æqualis n p, erit a n, æqualis n p. Eodem
modo probabis,tres lineas p d,d r,& r a eſſe æquales ſi-
bi inuicem & duabus prædictis. Habemus itaqꝫ ex his
5 lineis,pentagonum æquilaterum qui eſt a n p d r. Sed
fortaſſe dices ipſum non eſſe pentagonum , quia nec
forſan eſt totus in ſuperficie una,quod eſſet neceſſariū
ad hoc ut eſſet pentagonus. Quod ergo ſit totus in ſu-
perficie una, ſic habeto . Prodeat equidem à puncto k
lineæ k ſ.perpendicularis ad ſuperficiem a b, quæ ſit æ-
qualis l k, eritq́ ob hoc æqualis utriqꝫ duarum l n & m
p. Cumq́ ipſa ſit æquidiſtans utriqꝫ earum ex ſexta un
decimi,ideoq́ cum ambabus in eadem ſuperficie ex dif
finitione linearum æquidiſtantium,neceſſe eſt ut pun-
ctus ſ ſit in linea n p , & quod diuidat eam per duo æ-
qualia. Protrahantur igitur duæ lineæ r h & h ſ, ſunt
itaque duo trianguli k ſ h & q r h ſuper unum angu-
lum,uidelicet k h q conſtituti, & eſt proportio k h, ad q
r, ſicut k ſ ad q h, nam ut g h ad q r, ſic k h ad q r ex 7
quinti, & ut r q ad q h, ſic k ſ ad q h ex eadem, ſed g h ad
q r,ut q r ad q h,eo quòd q r eſt æqualis g q,ergo per 30
ſexti linea r h ſ, eſt linea una. Quare ex ſecunda undeci-
mi,totus pentagonus de quo diſputamus, eſt in ſuper-
ficie una. Ipſum quoqꝫ dico eſſe æquiangulum . Cum
enim e k ſit diuiſa ſecundum proportionem habentem
medium duoq́ extrema,& k m ſit æqualis maiori por-
tioni eius, erit quoqꝫ ex 4 punctis tota e m diuiſa ſecun



dum proportionem habentem medium duoq́ extrema, maior quoqꝫ portio eius linea e k, ideoq́
(per 5)duæ lineæ e m & m k(ideoq́ duæ e m, & m p,nam m p eſt æqualis m k)ſunt potentia tri-
plum ad lineam a e,nam a e eſt æqualis e k. Itaque tres lineæ a e,e m,& m p,ſunt potentia quadru
plum ad lineam a e. Conſtat autem per penultimam primi bis aſſumptam,quòd linea a p eſt po-
tentia æqualis tribus lineis a e , e m , & m p,itaqꝫ a p,eſt potentia quadrupla ad lineam a e . Latus
uerò cubi cum ſit duplum ad lineam a e, eſt potentia quoqꝫ quadruplum ad ipſam ex 4 ſecundi,
igitur ex communi ſcientia a p,eſt lateri cubi æqualis. Cumq́ a d ſit unum ex lateribus cubi,erit a
p æqualis a d. Ideoq́ ex 8 primi angulus a r d,eſt ęqualis angulo a n p. Eodem modo probabis an
gulum d p n eſſe æqualem angulo d r a,quia probabis lineam d n eſſe potentialiter quadruplum
ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his pentagonus ſit æquilaterus,& habeat tres angulos
æquales , ipſe erit æquiangulus ex ſeptima præſentis libri . Si itaqꝫ hac uia rationeq́ conſimili,
& ſuper unumquodqꝫ reliquorum laterum cubi pentagonum æquilaterum & æquiangnlum fa
bricemus,perficietur ſolidum 12 ſuperficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis cōtentum,
cubus enim habet 12 latera. Reliquum autem eſt demonſtrare,ſolidum hoc eſſe à data ſphæra cir
cunſcriptibile. Protrahantur igitur à linea ſ k duæ ſuperficies ſecantes cubum , quarum una ſecet
ipſum ſuper lineam h k, & aliam ſuper lineam e f, eritq́ ex 40 undecimi, ut communis ſectio ha-
rum duarum ſuperficierum ſecet diametrum cubi,& ſecetur uiceuerſa ab ipſa diametro per æqua
lia. Sit ergo communis ſectio earum uſqꝫ ad diametrum cubi linea k o, ita quòd o ſit centrum cu-
bi,& ducantur lineæ o a,o n,o p,o d,o r. Conſtat autem,quòd utraque duarum linearum o a & o
d eſt ſemidiameter cubi, ideoq́ æquales, de linea autem o k, conſtat ex 40 undecimi,quòd ipſa
eſt æqualis e k, uidelicet medietati lateris cubi. Et quia k ſ eſt æqualis k m, erit o ſ diuiſa in puncto
k, ſecundum proportionem habentem medium duoq́ extrema , & maior portio eius erit linea o
k quæ eſt æqualis e k . Itaque per 5 huius erunt duæ lineæ o ſ & ſ k (ideoq́ o ſ & ſ p, eo quod ſ p,
ad quos hæc demonſtratio non extenditur, eſt æqualis k ſ) triplum in potentia ad lineam o k, &
ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi linea o p, eſt potentia tripla ad me-
dietatem lateris cubi. Ex correlario autem 14 huius conſtat, quòd ſemidiameter ſphæræ tripla eſt
in potentia ad medietatem lateris cubi, quem circunſcribit eadem ſphæra. Itaque o p , eſt quanta
ſemidiameter ſphæræ circunſcribentis cubum propoſitum. Eadem ratione, cunctæ lineæ ductæ à



puncto o, angulos ſingulos pentagonorũ omniũ ſuper latera cubi deſcriptorum ad ſingulos, in quã, qui proprij ſunt pentagonis, non autem communes eis & ſuperficiebus cubi, quales ſunt in pentagono ſtatuto tres anguli n, p r, de illis autem lineis quæ ueniunt à puncto o ad angulos ſingulos pentagonorum qui ſunt communes pentagonis & ſuperficiebus cubi, quales ſunt in pentagono præſenti duo anguli a & d, conſtat quòd ipſæ ſunt ęquales ſemidiametro ſphæræ circunſcribentis cubum, ipſæ enim ſunt ſemidiametri cubi ex 40 undecimi, at uerò ſemidiameter cubi eſt tanquam ſemidiameter ſphæræ ipſum circunſcribentis quemadmodum ex ratione 14 apparet. Igitur omnes aliæ ductæ à puncto o ad ſingulos angulos dodecedri, ſunt æquales adinuicem & ſemidiametro ſphæræ. Semicirculus itaq; ſuper totam diametrũ ſphæræ uel cubi lineatus, ſic circunducatur, tranſibit per omnes angulos eius. Quare per diffinitionem ipſum eſt ab aſsignata ſphæra circunſcriptibile. Dico iterum quod latus huius figuræ eſt linea irrationalis, iſta uidelicet quæ reſiduum dicitur, ſi diameter ſphæræ ipſum circunſcribentis fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Cum enim diameter ſphæræ ſit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi, erit latus cubi rationale in potentia, ſi diameter ſphæræ fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Conſtat autem ex 11, quod linea r p diuidit lineam a d quæ eſt latus cubi, ſecũdum proportionem habentem mediũ duoq; extrema, & quod portio eius maior æqualis eſt lateri pentagoni. Et quia maior eius portio eſt reſiduum, ex ſexta huius, manifeſtum eſt latus figuræ duodecim baſium, eſſe reſiduũ: quod demonſtrare uoluimus.

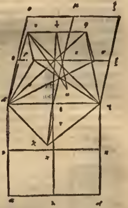
CAMPANVS. Fabricata ſunt igitur per 13 & quatuor eam ſequentes, quinque corpora æquilatera atque æquiangula, quorum unumquodque eſt circunſcriptibile ab aſsignata ſphæra. Sunt autem hæc ſolida primum quidem quatuor baſium triangularium, & dicitur tetrahedron. Secundum eſt ſex baſium quadratarum & dicitur cubus ſiue hexaedron. Tertium octo baſium triangularium, & dicitur octoedron. Quartum autem eſt ſolidum icoſedron, & eſt uiginti baſiũ triangularium. Quintum uerò ex 12 baſibus pentagonis conſiſtit, diciturq; dodecedron. Hæc autem quinq; ſolida, regularia dicuntur, quoniam ipſa æquiangula ſunt atq; æquilatera, & à ſphæra atq; adinuicem circunſcriptibilia, plura uerò his quinq; æquilatera quæ ſunt, æquiangula eſſe eſt impoſſibile. Ad conſtitutionẽ cuiuſlibet anguli ſolidi, neceſſe eſt ad minus tres ſuperficiales angulos concurrere. Ex duobus enim ſolis ſuperficialibus, nequit ſolidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli ſunt æquales quatuor angulis rectis, at uerò heptagoni & cuiuslibet plurium laterum figuræ æquilateræ atq; æquiangulæ tres anguli ſunt maiores quatuor angulis rectis, quemadmodum ex 32 primi euidenter dicitur, omnis autem angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſt, teſte 21 undecimi, impoſſibile eſt tres angulos hexagoni atque heptagoni & ſimpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tamẽ atque æquiangulæ, ſolidum angulum conſtituere. Ideo nulla ſolida figura æquilatera atque æquiangula, poteſt ex ſuperficiebus hexagonalibus aut plurium laterum conſtitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquianguli quenq; ſolidum angulum excedunt quatuor, & plures multo fortius eundem excedunt. Tres autem angulos pẽtagoni æquilateri atq; æquianguli minores eſſe quatuor rectis angulis manifeſtum eſt, & quatuor eſſe maiores quare ex tribus angulis pentagoni æquilateri atq; æquianguli poſſibile eſt ſolidum angulum conſtitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impoſſibile, ideoq; unum duntaxat ſolidum ex pentagonis æquilateris atque æquiangulis conſtitutum eſt illud, uidelicet quod dodecedron dicitur, in quo anguli pentagonorum trini & trini ſolidos angulos perficiunt. Eadem quoque eſt ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis, quæ in pentagonis, omnis enim quadrilatera figura ſi æquilatera æquiangulaque fuerit, ipſa erit quadrata à diffinitione, nam oẽs eius anguli erunt recti per 32 primi. Ex tribus igitur angulis talis ſuperficialis figuræ, poſſibile eſt ſolidũ angulũ conſtitui, ex quatuor aũt aut ex pluribus impoſſibile eſt: propterea quòd ex talibus figuris ſuperficialibus (quæ cum quadrilateræ ſint ipſæ æquilateræ atque æquiangulæ) unicum ſolidum quod cubum dicimus, fabricatum eſt. Triangulorum autem æquilaterorum ſex anguli, ſunt æquales quatuor rectis ex 32 primi,

primi. Ex tribus igitur angulis talis ſuperficialis figuræ, poſsibile eſt ſolidum angulum conſtitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impoſsibile eſt: propterea quòd ex talibus figuris ſuperficialibus (quæ cum quadrilateræ ſint ipſæ æquilateræ atq; æquiangulę) unicum ſolidum quod cubum dicimus, fabricatum eſt. Triangulorum autem æquilaterorum ſex anguli, ſunt æquales quatuor rectis ex 32 primi, pauciores ergo minores, & plures, maiores, igitur ex ſex angulis talium trigonorum aut ex pluribus, impoſsibile eſt angulum ſolidum fieri, ex quinque & ex quatuor & ex tribus poſsibile. Cum itaq; tres anguli trigoni æquilateri efficiunt angulum ſolidum, perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum. Cum uerò quatuor conſurgunt: corpus octo baſium, quod octoedron diximus. At uerò ſi quinque triangulorum æquilaterorum anguli, ſolidum angulum contineant, fiet corpus icoſedron uiginti baſiũ triangularium & æquilaterarum. Quare ergo tot & talia ſunt ſolida regularia, & quare plura his non ſint, dictum eſt.

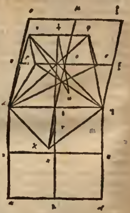
Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 17.*

17 Dodecahedrum conſtruere & data ſphæra comprehendere, qua & prædictas figuras, oſtendereq; quòd dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome.

THEON *ex Zamb.* *Exponatur prædicti cui bina plana inuicem ad angulos rectos, αβγδ, εβηζ, ſeceturq; (per 11 primi) unumquodq; ipſorum laterum αβ, βγ, γδ, δα, εζ, εβ, ζγ, diuiduè in κ, λ, μ, ν, ξ, ο, π, & connectantur ipſæ κμ, λν, ſeſe ſecantes in ſigno ρ & μο, νπ ſeinuicem ſecantes in ſigno σ, ſeceturq; unaquæq; ipſarum ρο, ρξ, λπ, extrema & media ratione in ς, τ, υ ſignis, ſintq; ipſarum maiora ſegmenta ρς, ρυ, τπ, & conſtituantur (per 12 undecimi) ab ipſis ς, υ, τ, ſignis ad ipſius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipſius cubi ipſæ ςφ, υχ, τψ, exponanturq; æquales ipſis ρς, ρυ, τπ, connectanturq; ipſæ φβ, βψ, ψγ, γχ, χφ. Dico quod φβψγχ pentagonum, æquilaterum eſt, & in uno plano, & inſuper æquiangulum. Connectantur enim ςβ, υβ, χβ. Et quoniam recta linea νο extrema & media ratione ſecatur in ς, & maius ſegmentũ eſt ρς, quæ igitur ex νο, νς, tripla ſunt eius quod ex ςο. Aequalis aũt eſt ον, ipſi οβ, & ος ipſi ςφ. Quæ igitur ex βν, ςν, tripla ſunt eius quod ex ςφ. Eis autem quæ ex βν, νς æquum eſt quod ex βς, quod igitur ex βς, triplum eſt eius quod ex ςφ, quare quæ ex βς, ςφ, quadruplum ſunt eius quod ex ςφ. Eis uerò quæ ex βς, ςφ, æquum eſt id quod ex βφ, quod igitur ex βφ, quadruplum eſt eius qd' ex νς. Dupla igitur eſt βφ, ipſius ςφ. Eſt autẽ & φχ dupla ipſius ς, quoniam & φχ dupla ipſius νς, quoniam & ος, ipſius ος, hoc eſt ipſius ςφ dupla eſt. Aequalis igitur eſt βφ, ipſi φχ. Similiter iam oſtendetur, quòd & unaquæq; ipſarum βψ, ψγ, γχ, utrique ipſarum βφ, φχ, eſt æqualis, quinquangulum igitur βφχγψ, æquilaterum eſt. Dico quod & in uno eſt plano. Excitetur enim (per 31 primi) ab ipſo ρ, utriq; ipſarum ςφ, υχ, parallelus ad exteriores partes cubi, ρω, & connectantur ωφ, σχ. Dico quod ipſa ωφχ recta linea eſt. Quoniam enim σπ, extrema & media ratione ſecatur in τ & maius ſegmentum eſt πτ, eſt igitur ſicut σπ, ad πτ, ſic πτ ad τσ, æqualis autem eſt σπ ipſi σρ, & πτ utriq; ipſarum τχ, ρω, eſt igitur ſicut σρ, ad ρω, ſic χτ, ad τσ, & eſt parallelus quidem σρ ipſi τχ, utraq; enim ipſi βδ plano ad angulos rectos eſt, & ipſa τσ parallelus eſt ipſi ρω, utraque enim ipſarum plano ad angulos rectos eſt. Quando autem bina triãgula compoſita fuerint ad unum angulum (ut ſunt ipſa ωρσ & στχ,) bina latera binis proportionalia habentia, ut ipſorum eiuſdem rationis latera ſint parallela, reliquæ rectæ lineæ in rectas lineas erunt (per 32 ſexti.) Igitur ωσ, ipſi σχ in rectam lineam eſt. Omnis autem recta linea, in uno eſt plano. In uno igitur plano eſt ipſum φβχγψ, quinquangulum. Dico iam quod & æquiangulum eſt. Quoniam enim recta linea νο extrema & media ratione ſecatur in ς, & maius ſegmentum eſt ος, eſt igitur ſicut utraque νο, ος, ſimul ad ον, ſic ον ad ος. Aequalis autem eſt ος, ipſi ος. Eſt igitur ſicut ςν ad νο, ſic νο ad ος. Ipſa igitur ςν, extrema & media ratione ſecatur in ν, & maius ſegmentum eſt νο, quæ igitur ex νς, ςο, tripla ſunt eius quod ex νο. Aequalis autem eſt νο, ipſi νβ, & ςο ipſi ςφ, quæ igitur ex νς, ςφ, quadrata tripla ſunt eius quod ex νβ, quare quæ ex φς, ςν, νβ, quadrupla ſunt eius quod ex νβ. Eis autem quæ ex ςν, νβ, æquale eſt (per 47 primi) id quod ex ςβ, quæ igitur ex βς, ςφ, hoc eſt quòd ex βφ (rectus enim eſt qui ſub φςβ,*



angulus)quadruplũ eſt eius quod ex ε β,dupla igitur eſt β ρ,ipſius ζ ε.Eſt autẽ & β ι,ipſius β υ dupla,æqualis igitur eſt ζ ρ,ipſi β γ.Et quoniam binæ β ω,υ ρ,duabus β χ,χ γ,ſunt æquales,& baſis ζ ρ baſi ζ γ eſt æqualis,angulus igitur qui ſub β υ ρ angulo qui ſub ζ χ γ(per 8 primi)eſt æqualis.Similiter iam demõſtrabimus, quod & angulus qui ſub υ ρ γ,æqualis eſt ei qui ſub β χ γ.Tres igitur anguli qui ſub β χ γ,ζ υ ρ,υ ρ γ, inuicẽ ſunt æquales.Si autem quinquanguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint,æquiangulũ erit(per 7 decimi tertij)quinquangulum. Quinquangulum igitur β υ ρ χ γ,æquiangulum eſt. Patuit autem,quod & æquilaterum.Igitur pentagonum β υ ρ γ ρ æquilaterum et æquiangulum eſt,eſtq́; ſuper ζ γ uno cubi latere. Si igitur ab unoquoq; ipſius cubi duodecim laterum eadem conſtruamus,conſtituetur figura quædam ſolida comprehenſa ſub duodecim quinquangulis æqualia habentibus latera & angulos æquos. Oportet iam ipſum ſphæra data comprehendere,& demonſtrare quod dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome.Extendatur ψ ο,& ſit ψ ω,coincidit igitur ψ ω,ipſi cubi diametro & bifariam ſe inuicẽ diſpeſcunt,hoc enim patuit in penultimo undecimi theoremate,ſecentur in ω.Igitur ω centrum eſt ſphæræ cubum comprehendentis,& dimidia eſt ψ ω lateris cubi.Connectantur autem υ ω.Et quoniam recta linea ο ο extrema & media ratione ſecatur in ο,& maius illius ſegmentũ eſt ρ ο,quæ igitur ex ο ο,ρ ο,tripla ſunt eius quod ex υ ο.Aequalis autem eſt ρ ο,ipſi ψ ω,quoniam & ipſa υ ο,ipſi ο ω eſt æqualis,& ψ ο,ipſi ο ο,ſed ο υ ipſi ψ υ,quoniam & ρ ο,quæ igitur ex ω ψ,ψ υ,tripla ſunt eius quod ex υ ο.Eis autem quæ ex ω ψ,ψ υ,æquum eſt(per 47 primi)quod ex υ ω.Quod igitur ex υ ω,triplum eſt eius quod ex υ ο.Eſt autem & quæ ex centro ſphæræ cubum ipſum comprehendentis potentia triplex dimidij ipſius cubi lateris,antea enim oſtẽſum eſt cubum conſtruere,ac ſphæra comprehendere,ac demonſtrare quod ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt lateris cubi(in 15 decimi tertij)Si autem tota totius,& dimidia dimidiæ.Et υ ο,dimidia eſt lateris cubi.Ipſa igitur υ ω æqualis eſt ei quæ ex centro ſphæræ cubum comprehendentis.Sphæræ autem cubũ cõprehendentis cẽtrum eſt ω.Igitur υ ſignum,ad ſuperficiem eſt ipſius ſphæræ. Similiter iam oſtendemus,quod & unuſquiſq; reliquorum ipſius dodecahedri angulorum,eſt ad ipſius ſphæræ ſuperficiẽm. Igitur dodecahedrum,data ſphæra comprehẽſum eſt. Dico iam quòd ipſius dodecahedri latus irratiõalis eſt ea quæ appellatur apotome.Quoniam enim ipſa ρ ο extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentum eſt ς ο,ipſa autem ο ξ,extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentum eſt ο σ,tota igitur ρ ξ extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentum eſt ς σ.Et quoniam eſt ſicut ο ρ ad ο ς,& ο ς ad ο ς & duplicia(partes enim æquè multiplicium eandem habent rationem)ſicut igitur ρ ξ,ad ς σ,ſic ς σ,ad utranq; ipſarum ρ ς,σ ξ,ſimul. Maior autem eſt ρ ξ,ipſa ς σ,utraq; ipſarum ρ ς,σ ξ,ſimul.Igitur ρ ξ,extrema & media ratione diuiditur,& maius ſegmẽtum eſt ς σ. Aequalis autẽ eſt ς σ,ipſi υ φ.Ipſa igitur ρ ξ,extrema & media ratione diuiſa,maius ſegmentum eſt υ φ.Et quoniam rationalis eſt ipſius ſphæræ diameter,potentiaq́; triplex eſt ipſius cubi lateris,rationalis igitur eſt ο ξ,latus cubi exiſtens.Si aũt rationalis linea extrema & media ratione ſecta fuerit,utrũque ſegmentorum,irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome(per 6 decimi tertij.Igitur υ φ,latus exiſtens dodecahedri,irrationalis eſt ea quæ apotome appellatur:quod oſtendere oportuit,& fieri poſtulabatur.



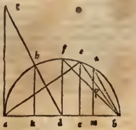
CORRELARIVM. Ex hoc inquam,eſt manifeſtum quod cubi latere extrema & media ratione diuiſo,maius ſegmentum eſt dodecahedri latus:quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 18.

LAtera quinq; corporũ præmiſſorũ ab eadẽ ſphęra circũſcriptibiliũ,cuius ſphęrę ſola diametros nobis propoſita fuerit,per ipſam propoſitam diametrum inuenire. 18

CAMPANVS. Sit a b diameter alicuius ſphæræ,nobis propoſita,ex qua iubemur latera quinq; præmiſſorum corporum elicere.Diuidamus igitur hãc diametrum in c,ita quod a c ſit dupla ad c b,& per æqualia in d,& lineamus ſuper eam ſemicirculum a f b,ad cuius circumferentiam protrahantur duæ lineæ perpendiculares ad lineam a b, quæ ſint c e & d f,& iungamus e cum a & cum b & f cum b.Manifeſtum ergo eſt ex demonſtratione 13 quod a e eſt latus figuræ quatuor baſium triangularium & æquilaterarũ,& ex demõſtratione 14, quod e b eſt latus cubi & ex demonſtratione 15, quod f b eſt latus figuræ octo baſium triangularium & æqui-

æquilaterarum.Prodeat itaq; à puncto a,linea a g perpendicularis ad a b,& æqualis eidem a b, & iungatur g cum d,ſitq; h punctus in quo g d ſecat circunferentiam ſemicirculi,& ducatur h K perpēdicularis ad a b.Et quia g a eſt dupla ad a d,erit ex quarta ſexti h K dupla ad K d:ſunt enim duo trianguli g a d & h K d,æquianguli ex 32 primi,eo quod angulus a,maioris eſt æqualis angulo K minoris,nam uterq; rectus,& angulus d,eſt communis utriq;:igitur ex 4 ſecundi,h K eſt potentia quadrupla ad K d,ergo ex penultima primi h d,eſt potentia quincupla ad K d.Cumq; d b ſit æqualis h d eſt enim d centrum ſemicirculi,erit quoq; d b potentia quincupla ad K d. At uerò cum tota a b ſit dupla ad totam b d,quemadmodū a c detracta ex prima a b eſt dupla ad c b detractam ex ſecūda b d,erit ex 19 quinti b c reſidua primæ,dupla ad c d reſiduam ſecundæ,ideoq; tota b d, eſt tripla ad d c.Igitur quadratum b d eſt noncuplum ad quadratum d c.Et quia ipſum erat quincuplū tantum ad quadratum K d,erit ex ſecunda parte decimæquinti,quadratum d c minus quadrato K d, ideoq; d c minor K d.Sit g d m æqualis K d,& prodeat m n uſq; ad circunferentiam,quæ ſit perpendicularis ad a b & iungatur n cum b.Cū igitur d K & d m ſunt æquales,erunt(ex diffinitione eius quod eſt aliquas lineas a cētro æquidiſtare)duæ lineæ h K & m n æqualiter diſtātes a cētro, ideoq; æquales adinuicem ex ſecunda parte 13 tertij & ex ſecunda parte tertiæ eiuſdem.Itaq; m n eſt ęqualis m K,nam h K erat æqualis ei.At quia a b dupla eſt ad b d,& K m dupla eſt ad d K,& quadratū b d quincuplum ad quadratum d k,erit ex 15 quinti quadratū a b ſimiliter quincuplum ad quadratū K m, eſt enim quadratum dupli ad quadratum dupli,ſicut quadratum ſimpli ad quadratum ſimpli. Ex demonſtratione autem 16 manifeſtum eſt, quod diameter ſphæræ eſt potentialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ 20 baſium,ergo K m eſt ęqualis lateri hexagoni circuli figuræ 20 baſium,nā diameter ſphæræ quæ eſt a b, eſt potentialiter quincupla tam ad latus hexagoni circuli illius figuræ,quā ad K m. Rurſus quoq; ex demonſtratione eiuſdem manifeſtū eſt,quod diameter ſphæræ conſtat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figuræ 20 baſium. Cum ergo K m ſit tanquam latus hexagoni,at uerò a K ſit ęqualis m b,nam ipſa ſunt reſidua æqualium demptis æqualibus,erit m b tanquam latus decagoni.



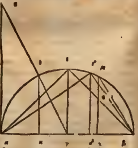
Quia igitur m n eſt tanquam latus hexagoni,nam ipſa eſt æqualis K m,erit ex penultima primi & 10 huius,n b tanquā latus pentagoni figuræ circuli 20 baſium.Et quia ex demonſtratione 16 apparet quod latus pentagoni circuli figuræ 30 baſium eſt latus eiuſdem figuræ 20 baſium.Conſtat lineam n b eſſe latus iſtius figuræ.Diuidatur itaq; e b quæ eſt latus cubi,ab aſſignata ſphęra circumſcriptibilis,ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema in puncto d,ſitq; maior portio eius p b.Conſtat igitur ex demonſtratione præmiſſæ,quod p b eſt latus figuræ 12 baſium.Inuenta ergo ſunt latera 5 præmiſſorum corporum ex diametro ſphærę nobis propoſita:eſt enim a e latus pyramidis 4 baſium e b latus cubi f b,latus octoedri,at uerò n b,latus icoſedri,linea aut p b latus dodecedri.Quæ autē horū laterū ſint maiora alijs, ſic habetur:cōſtat enim,quod a eſt maior f b:nā arcus a e,eſt maior arcu f b.Itē f b,eſt maior e b,& e b maior quā n b,at uerò n b,dico etiā eſſe maiorē quàm p b. Cū enim ſit a c dupla ad c b, erit ex 4 ſecundi quadratum a c quadruplū ad quadratū c b. Conſtat autē ex ſecunda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem,quod quadratum a b triplum eſt ad quadratum b e. Sed per 21 ſexti quadratum a b ad quadratum b c,eſt ſicut quadratum b e ad quadratum c b,ex eo quod proportio a b ad b e,eſt ſicut b e ad b c ex ſecunda parte correlarij 8 ſexti.Itaq; per 1 quinti quadratum b e triplum eſt ad quadratum c b.Et quia quadratum a c quadruplum eſt ad idem quadratū, ut oſtenſum eſt,ut ex prima parte 10 quinti quadratum a c minus quadrato b e, ideoq; linea a c maior eſt linea b e,ideoq; a m,multo maior b e.Manifeſtum uerò ex 9 huius, quod ſi linea a m diuiſa fuerit ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema,erit maior portio eius linea K m quę eſt æqualis m n.At uerò cum b diuiditur ſecundum eandem portionem uidelicet habentem medium duoq; extrema,maior eius portio eſt linea p b.Cum itaq; a m tota ſit maior tota b e,erit m n quæ eſt æqualis maiori portioni a m,maior quàm p b quæ eſt maior portio b e. Hoc autem manifeſtum eſt ex 2 decimiquarti,quæ ſine auxilio alicuius earum quæ ſequuntur firma demonſtratione ſolidatur:ergo per 19 primi à fortiori n b,maior eſt quam p b.Quare patet latera horum 5 corporum præmiſſorum fere eo ordine quo corpora ſeinuicem ſequuntur,ſeinuicem excedere. In cubo enim duntaxat & octoedro habet hic inſtātias,nam latus octoedri excedit latus cubi, quamuis cubus antecedat octoedron.Cubum autē præmittunt idcirco octoedro,quia eadem diuiſione diametri,aſſignatæ ſphæræ,latus pyramidis 4 baſes triangulas habentis,& latus cubi inuenitur. Eſt

igitur a e latus pyramidis, maius lateribus cæterorũ corporũ, poſt ipſum aũt eſt f b latus octoedri maius ſequentium corporũ lateribus. Tertio ordine ſequitur in magnitudine e b, latus cubi. Quarto uerò loco eſt n b latus icoſedri. Minimum autem eſt omnium p b, latus dodecedri.

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 18.

Latera quinq; figurarum exponere, & adinuicem comparare. 18

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ ſphæræ diameter αβ, ſeceturq; in γ, ut αγ ipſi γβ, ſit æqualis, & in δ, ut αδ ipſius δβ dupla ſit, & ſuper αβ deſcribatur ſemicirculus αεβ, & ab ipſis γ δ, ipſi αβ (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur γε, δζ, & connectantur αζ, ζβ, βε. Et quoniã dupla eſt αδ ipſius δβ, tripla igitur eſt αβ ipſius δβ; conuertendo igitur (per correlarium 28 quinti) ſeſquialtera eſt βα ipſius αδ. Sicut autem βα, ad αδ, ſic quod ex βα ad id quod ex αζ, æquiangulum enim eſt αζβ triangulum, ipſi αζδ triangulo, ſeſquialterum igitur eſt quod ex βα, eius quod ex αζ. Eſt autem & ipſius ſphæræ diameter, potentia ſeſquialtera lateris pyramidis, & αβ, ipſius ſphæræ diameter eſt. Igitur αζ æqualis eſt lateri ipſius pyramidis. Rurſus quoniam dupla eſt αδ ipſius δβ, tripla igitur eſt αβ, ipſius βδ. Sicut autem αβ, ad βδ, ſic quod ex αβ ad id quod ex ζβ, triplum igitur eſt quod ex αβ, eius quod ex ζβ. Eſt autem et ipſius ſphæræ diameter, potentia tripla lateris ipſius cubi (per 15 decimitertij) & ſphæræ diameter eſt αβ, igitur βζ, cubi eſt latus. Et quoniam æqualis eſt αγ ipſi γβ, dupla igitur eſt αβ ipſius γβ. Sicut autem αβ ad γβ, ſic quod ex αβ, ad id quod ex βε. Duplum igitur eſt quod ex αβ, eius quod ex βε. Eſt autem & ipſius ſphæræ diameter, potentia dupla lateris ipſius octahedri, & αβ datæ ſphæræ diameter eſt. Igitur βε, octahedri eſt latus. Excitetur iam (per 11 primi) ab ipſo α ſigno ipſi αβ rectæ lineæ ad angulos rectos, αη. Ponaturq; ipſa αη æqualis ipſi αβ, & connectatur ηγ, ſecetq; θε circumferentiam ſemicirculi in ſigno θ, & ab ipſo θ, in ipſam αβ (per 12 primi) perpẽdicularis excitetur θκ. Et quoniã dupla eſt ηα, ipſius αγ (æqualis enim eſt ηα ipſi αβ) ſicut autem ηα ad αγ ſic θκ, ad κγ, dupla igitur eſt & θκ ipſius κγ. Quadruplũ igitur eſt quod ex θκ, eius quod ex κγ. Quæ igitur ex θκ, κγ, quæ idem ſunt ei quod ex θγ, quincuplum eſt eius quod ex κγ. Aequalis autem eſt θγ ipſi γβ, quincuplum igitur eſt quod ex βγ, eius quod ex γκ. Et quoniam dupla eſt αβ ipſius βγ, quarum αδ ipſius δβ dupla eſt, reliqua igitur βδ, reliquæ δγ eſt dupla. Tripla igitur eſt βγ, ipſius γδ, nonicuplum igitur eſt quod ex βγ, eius quod ex γδ, quincuplum autem eſt quod ex βγ, eius quod ex γκ, maius igitur eſt quod ex γκ, eo quod ex γδ maior igitur eſt γκ, ipſa γδ, ponatur (per 2 primi) ipſi γκ æqualis γλ, & ab ipſo λ ipſi αβ ad angulos rectos excitetur λμ, & connectatur μβ. Et quoniã quod ex γβ eius quod ex γκ quincuplum eſt, & ipſius βγ dupla eſt αβ, ipſius autem γκ dupla eſt κλ, quincuplum igitur eſt quod ex αβ eius quod ex κλ. Eſt autem ſphæræ diameter potẽtia quincupla, eius quæ ex cẽtro ipſius circuli à quo icoſahedrum deſcribitur, eſtq; αβ, ipſius ſphæræ diameter, ipſa igitur κλ ex centro eſt circuli à quo icoſahedrum deſcribitur. Ipſa igitur κλ, hexagoni eſt latus dicti circuli. Et quoniam ſphæræ diameter componitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo deſcriptorum lateribus (per correlariũ 16 decimitertij) eſtq; ipſa quidem αβ, ipſius ſphæræ diameter, & κλ hexagoni latus, & æqualis eſt ακ ipſi λβ, utraq; igitur ipſarum ακ, λβ, decagoni latus eſt deſcripti in circulo à quo icoſahedrum deſcribitur. Et quoniam decagoni quidem λβ, hexagoni autem μλ (æqualis enim eſt ipſi θκ, quoniam & ipſi κγ, æqualiter enim diſtant à cẽtro) & utraq; ipſarũ θκ, μλ, dupla eſt ipſius κγ, quinquãguli igitur eſt μβ. Quod aũt pẽtagoni eſt, & icoſahedri. Icoſahedri ergo eſt μβ.*



Latus pyramidis. *Latus cubi.* *Latus octahedri.* *Latus icoſahedri.*

Et quoniã ζβ eſt latus cubi, ſecetur extrema & media ratione in ν, ſitq; maius ſegmentũ νβ. Igitur νβ, dodecahedri eſt latus. Et quoniã oſtenſum eſt quòd ipſius ſphæræ diameter potentia eſt ſeſquialtera ipſius αζ lateris pyramidis, ipſius autem βε lateris octahedri potẽtia dupla, ipſius aũt ζβ, cubi potẽtia tripla: qualiũ igitur ſphæræ diameter potentia ſextalium ipſius quidem pyramidis latus quatuor, octahedri uerò latus triũ, cubi uerò duorũ. Latus igitur ipſius pyramidis, lateris octahedri potentia eſt epitritũ. Cubi autẽ lateris, potẽtia eſt duplũ. Octahedri aũt latus lateris, cubi potẽtia eſt hemioliũ. Ipſa quidẽ igitur prædicta triũ figurarũ latera, hoc eſt pyramidis & octahedri & cubi adinuicẽ, in rõnibus rõnalib. ſubſiſtũt. Reliqua uerò duo et icoſahedri et dodecahedri, neq; adinuicẽ, neq; ad prædicta in rõnib rõnalibus exiſtũt, irratiõalia ſunt etenim, hoc eſt minor & apotome. Quod aũt maius eſt icoſahedri latus μβ, dodecahedri latere νβ ſic oſtẽdemus. Quoniã triãgulũ ζδβ, ipſi triãgulo ζαβ æquiãgulũ eſt, proportionaliter eſt ſicut βδ, ad βζ, ſic αζ ad βα. Et quoniam tres rectæ lineæ proportionales ſunt, eſt igitur ſicut prima ad tertiam, ſic quod ex prima ad id quod ex ſecunda. Eſt igitur ſicut δβ ad βα, ſic qđ ex δζ ad id qđ ex ζβ. Cõuerſim igitur ſicut

Latus dodecahedri. *Cõparatio laterum.*

αβ ad

α β ad β δ, ſic qđ ex ζ β ad id quod ex β δ. Tripla autem eſt α β, ipſius β δ, triplum igitur qđ ex ζ β, eius qđ ex ζ δ. Eſt aũt & qđ ex α δ, eius qđ ex δ β, quadruplum, dupla enim eſt α δ, ipſius δ ζ. Maius igitur eſt qđ ex α δ, eo qđ ex ζ β, & maior igitur eſt α δ, ipſa ζ β, multò igitur maior eſt α λ, ipſa ζ β. Et ipſa quidem α λ extrema & media rõne diuiſa, maius ſegmentũ eſt α κ, quoniã ipſa quidẽ λ κ hexagoni eſt, & κ α decagoni, ipſa aũt ζ β extrema et media rõne diuiſa maius ſegmentũ eſt ν ζ. Maior igitur eſt α λ, ipſa ν ζ. Aequalis aũt eſt κ λ, ipſi λ μ, maior igitur eſt λ μ, ipſa ν β. Ipſa aũt λ μ, maior eſt μ β: multò igitur maior eſt μ β latus exiſtens icoſahedri, ipſa ν ζ latere exiſtente ipſius dodecahedri: quod facere & oſtendere oportuit.

Aliter, quod maior eſt μ β ipſa ν β. Quoniã enim dupla eſt α δ ipſius δ β, tripla igitur eſt α β ipſius δ ζ. Sicut aũt α β ad β δ, ſic qđ ex α ζ ad id qđ ex β ζ, quoniã triangulũ ζ α β ipſi ζ δ β triãgulo æquiangulũ eſt, qđ igitur ex α β, eius qđ ex ζ ζ triplũ eſt. Patuit autẽ qđ ex α ζ eius quod eſt ex α λ, quineuplũ. Quinq; igitur quæ ex α λ, tribus quæ ex ζ β, ſunt æqualia. Sed tria quàm ex ζ β, ſex quæ ex ν ζ, ſunt maiora, & qnq; igitur quæ ex α λ ſex quæ ex ν β ſunt maiora. Quare & unũ qđ ex α λ, uno qđ ex ν β maius eſt, maior igitur eſt α λ, ipſa ν β, æqualis aũt eſt α λ, ipſi λ μ, maior igitur eſt & λ μ, ipſa ν β, multò igitur maior μ ζ, ipſa ν β: qđ oſtendere oportuit. Quod aũt tria quæ ex ζ β, ſex quæ ex ν β ſunt maiora, ſic oſtẽdemus. Quoniã enim maior eſt ζ ν ipſa ν ζ, qđ igitur ſub β ζ, ζ ν maius eſt eo qđ ex ζ ζ, ζ ν, qđ igitur ſub ζ ζ, ζ ν, unà cũ eo qđ ſub β ζ, ζ ν, maius eſt quàm duplũ eius qđ ſub β ζ, ζ ν. Sed qđ ſub β ζ, ζ ν, unà cũ eo qđ ſub β ζ, ζ ν, id eſt, qđ ex β ζ, qđ uerò ſub β ζ, ζ ν, æquũ eſt ei qđ ex ν β, extrema nãq; & media rõne ſecatur ipſa β ζ in ν, & quod ſub extremis æquũ eſt ei qđ à media (p 17 ſexti) Quod igitur ex ζ β, eo qđ ex β ν maius eſt quàm duplũ, unũ igitur qđ ex ζ β, duobus quæ ex β ν maius eſt, quare & tria quæ ζ β, ſex quæ ex β ν, ſunt maiora: quod oſtẽdere oportuit. Dico iam ꝙ præter prædictas quinq; figuras, non cõſtruetur alia figura cõprehenſa ſub æquilateris & æquiangulis inuicẽ æqualibus. Sub binis nanq; triãgulis, neq; ſub duobus alijs planis, ſolidus angulus nõ conſtruitur. Sub tribus triãgulis, quæ pyramis, ſub quatuor, quæ octahedri, ſub quinq; quæ icoſahedri. Sub ſex triãgulis æquilateris & æquiangulis ad unũ ſignũ cõſtitutis, nõ erit ſolidus angulus, exiſtẽte nanq; æquilateri triãguli angulo duarũ partiũ recti, erũt ſex quatuor rectis æquales: quod eſt impoßibile. Omnis nãq; ſolidus angulus, ſub paucioribus quàm quatuor rectis cõprehenditur (p 21 undecimi) iã id ꝓpterea, neq; ſub pluribus quàm ſex planis angulis ſolidus cõſtruitur angulus. Sub quadratis tribus, cubi angulus cõprehenditur. Sub quatuor eſt impoßibile, erunt enim rurſus quatuor recti. Sub pentagonis æquilateris & æquiangulis tribus, dodecahedri. At ſub quatuor, impoßibile, exiſtẽte nanq; quinquanguli æquilateri anguli angulo recto & quinto, erunt quatuor anguli quatuor rectis maiores: quod eſt impoßibile. Neq; ſub polygonis alijs figuris cõprehendetur ſolidus angulus, quoniã abſurdũ eſſet. Igitur præter prædictas qnq; figuras alia figura ſolida nõ conſtruetur ſub æquilateris & æquiangulis cõprehenſa: quod erat oſtendendum. Quod autem æquilateri & æquianguli quinquanguli angulus rectus eſt & quintũ: ſic oſtendendum. Sit enim quinquangulũ æquilaterũ & æquiangulũ α β γ δ ε, & circunſcribatur (p 14 quartidecimi) ei circulus α β γ δ ε, & accipiatur (p 1 tertij) illius centrũ, ſitq; ζ, & cõnectanturq; ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ, ζ ε. Biſariã igitur ſecant ipſius pentagoni angulos ad ipſam α β γ δ ε, ſigna. Et quoniã quinq; anguli qui ad ζ, quatuor rectis ſunt æquales, & ſunt æquales, igitur unus ipſorũ (ſicut qui ſub α ζ β) unius recti eſt, † quaſi quintũ reliqui igitur qui ſub ζ α β, α β ζ, unius ſunt recti & quintum. Aequalis autem eſt qui ſub ζ α β, ei qui ſub ζ β γ, totus igitur ꝗ ſub α β γ pẽtagoni angulus, unius recti eſt & quintũ: qđ oſtendere oportuit. FINIS.



† [illegible] præter quintum, id eſt quinta parte minor recto.

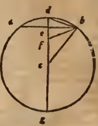
EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO PHILOSOPHO MATHEMATICORVMQVE FAcilè principi, deputatus liber De regularium corporũ proportione Campano cõmentatore, qui in ordine eſt decimuſquartus.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 1.

Omnis perpẽdicularis à cẽtro circuli ducta ad latus pẽtagoni ĩtra circulũ ipſũ deſcripti dimidiũ, lateris decagoni atq; dimidio lateris hexagoni ĩtra circulũ eũdẽ, deſcriptorũ ambobus dimidijs in longũ directũq; cõiũctis æqualis eſſe probatꝰ. Patet igitur ꝙ perpẽdicula-

ris ducta à centro circuli ad latus pentagoni, eſt ęqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus trianguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum deſcripti directè coniunctis.

Campanvs. Sit linea a b latus pentagoni æquilateri inſcripti circulo cuius centrum c, & ducatur à centro c, perpendicularis ad lineam a b, quæ per ſecundam partem tertiæ tertij diuidet ipſam per æqualia, & arcum eius etiam per æqualia ex 4 primi & 27 tertij, ſitq; hæc perpendicularis linea c d, ſecans a b in puncto e, & arcū eius in puncto d. Eſt igitur ut diximus linea a e, æqualis lineæ e b, & arcus a d, arcui d b, protrahaturq; linea d b, de qua conſtat quòd ipſa eſt latus decagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti, cum ipſa ſubtendatur medietati quinti totius circunferentiæ. Dico itaq; quòd linea e c, eſt æqualis medietati lineæ c d & medietati lineæ d b, in longum directumq; coniunctis. Compleatur quidem diameter d c, ſitq; d c g, & ſit e f æqualis e d, & protrahatur b f, eritq; ex 4 primi b f æqualis b d, ideoq; per 5 primi angulus b d f erit æqualis angulo b f d. Conſtat autem ex ultima ſexti, quod angulus g c b, quadruplus eſt ad angulū b c d, eo quod arcus g b quadruplus eſt ad arcum b d: at uerò angulus g c b per 32 primi duplus eſt ad angulum b d c, nam ipſe eſt extrinſecus duobus qui ſunt b d c & d b c, at ipſi ſunt æquales ex 5 primi: igitur angulus b d c, duplus eſt ad angulum b c d, quare angulus quoq; b f d, duplus eſt ad angulum b c f. Sed angulus b f d, duplus eſt ad angulū b c f. Sed angulus b f d, eſt ęqualis duobus intrinſecis, qui ſunt b c f & c b per 32 primi. Itaque duo anguli b c f & c b f, ſunt æquales, ideoq; per 6 primi c f eſt æqualis b f, ideoq; etiam c f, eſt æqualis b d, & nam b d & b f, ſunt æquales adinuicem. Quare dimidium c d cum dimidio b d, eſt quantum dimidium c d cum dimidio c f, at uerò dimidium c d cum dimidio c f, eſt quantum dimidium c f bis cum dimidio f d, dimidium autem c f bis, eſt quantum c f, & dimidium f d, eſt quantum e f. Itaq; e c, eſt quantum dimidium c d cum dimidio c b & d b: quod eſt propoſitum.



Correlarium autem ſic conſtat. Manifeſtum eſt enim ex 8 tredecimi libri quod perpendicularis ducta à centro circuli ad latus trianguli ſibi inſcripti, eſt æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circunferentiam. Hoc quidem ibi demonſtratū eſt, & quaſi correlarium concluſum. Cūm igitur ex hac prima iſtius 14 libri pateat quod perpendicularis ducta à centro circuli ad latus pentagoni ſit æqualis dimidio lineæ ductę à centro ad circunferentiam & dimidio lateris decagoni, ſequitur quòd perpendicularis ducta à centro circuli ad latus pentagoni ſit æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus trianguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum deſcripti. Et hoc eſt quod ex correlario proponitur.

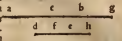
Campani annotatio. Nunc ergo explicandum eſt quod ait Ariſtæus in libro intitulato, Expoſitio ſcientiæ quinq; corporum: necnon & Apollonius in dono ſecundo in proportionalitate figuræ 12 baſium ad figuram 20 baſium, dicens quod proportio ſuperficierum figuræ habentis 12 baſes ad ſuperficies figuræ habentis 20 baſes, eſt tanquam proportio corporis 12 baſium ad corpus 20 baſium, linea etenim ducta à centro circuli pentagoni figuræ 12 baſium dodecedri ad circunferentiam eius eſt quaſi linea prodiens à centro circuli trianguli figuræ uiginti baſium icoſedri ad circunferentiam eius. Hæc ſunt ipſius magni Apollonij uerba. Intelligenda autem ſunt de figura 12 & 20 baſium ab una eademq; ſphæra circunſcriptibilium. Eſt enim proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedron, cum ambo una eademq; ſphæra circunſcribit ſicut proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum, ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, quemadmodum Apollonius præmiſſorum uerborum prima parte commemorat, quod & 10 huius decimiquarti libri ſolida demonſtratione ſtabilitur. Et eſt circulus circunſcribens pentagonum dodecedri æqualis circulo circunſcribenti trigonum icoſedri cum dodecedron & icoſedron eadem ſphæra circunſcribit, quemadmodum ipſe Apollonius ſecunda parte præmiſſorum uerborum commemorat, quod etiam 5 huius libri demonſtratione firmatur. Præmittenda ſunt igitur antecedentia, ad tantorum uirorum eloquia, inconcuſſa ueritate corroboranda.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

QVicquid accidit uni lineę diuiſę ſecundū proportionem habentem medium & duo extrema, omni lineæ ſimiliter diuiſæ probatur accidere.

Campanus.

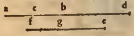
Campanvs. Sit utraq; duarum linearum a b & d e diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, hæc quidem in c, illa uerò in f, ſintq; maiores portiones huius quidem a c, illius autem d f. Dico itaq; quòd ambarum ad ſui maiores portiones eſt una proportio, itemq; ambarum ad ſui minores portiones eſt proportio una, at quoq; maiorum portionum ad maiores una, & econtrariò & permutatim & coniunctim & diſiunctim & euerſim, nihil enim aliud eſt, quicquid uni earum accidit idem quoq; alij accidere, conſtat enim ex diffinitione lineæ ſecundum proportionem medium duoq; extrema diuiſæ & ea parte 16 ſexti quod illud quod fit ex a b in b c, eſt æquale quadrato a c, eodemq; modo quod fit ex d e in e f, eſt æquale quadrato d f: ideoq; proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratũ a c eſt ſicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratũ d f, utraq; enim eſt proportio æqualitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex a b in b c ad quadratum a c, ſicut quadruplum eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f, quod ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate manifeſtum eſt. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex a b in b c cum quadrato a c, ad quadratum a c, ſicut quadruplum eius quod fit ex d e, in e f cum quadrato d f, ad quadratum d f. Adiungatur autem ſecundum rectitudinem ad lineam a b, una linea quæ ſit æqualis b c, quæ dicatur b g, & ad d e adiungantur æqualis e f, quæ dicatur e h. Manifeſtum eſt igitur ex octaua ſecundi, quòd quadruplum eius quod fit ex a b in b g cum quadrato a c, eſt æquale quadrato lineæ a g. At uerò ſimiliter quadruplum eius quod fit ex d e in e h cum quadrato d f, eſt æquale quadrato d h. At uerò ex communi ſcientia quadruplum eius quod fit ex a b in b c æquũ eſt quadruplo eius quod fit ex a b in b g, eo quod b c & b g ſunt æquales, ſimiliter quoq; quadruplum eius quod fit ex d e in e f, æquum eſt quadruplo eius quod fit ex d e in e h, eo quod e f & e h ſunt etiam æquales. Igitur ex prima parte 7 quinti & ex 11 quinti quadratum a g ad quadratum a c, ſicut quadratum d h ad quadratũ d f. Quare ex ſecunda parte 21 ſexti, proportio lineæ a g ad lineam a c eſt ſicut lineæ d h ad lineam d f, & coniunctim a g & a c ad a c, ſicut d h & d f ad d f. At uerò a g cum a c, ſunt tanquam, duplum a b, & d cum d f, tanquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c, ſicut duplum d e ad d f & permutatim duplum a b ad duplum d e ſicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplũ d e, ſicut a b ad d e ex 15 quinti. Igitur a b ad d e, ſicut a c ad d f. Itaq; permutatim & euerſim & conuerſim & diſiunctim & coniunctim: quod oportebat oſtendere.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

3 Diuiſo latere hexagoni ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior eius portio erit latus decagoni circũſcripti à circulo ipſum hexagonum circunſcribente.

Campanvs. Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli diuiſa ſecundum proportionem habente medium duoq; extrema in pũcto c, ſitq; maior proportio eius b c. Dico quòd cuiuſcunq; circuli a b eſt latus hexagoni, eiuſdem b c erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineã a b, linea d b, quæ ſit latus decagoni illius circuli cuius a b eſt latus hexagoni, eritq; ex 9 tredecimi, linea a d diuiſa ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema & maior portio eius erit linea a b. Cùm igitur utraq; duarum linearum a b & a d ſit diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, igitur erit per præmiſſam ambarum ipſarum ad ſui maioris portiones una proportio. Itaq; d a ad a b quæ eſt eius maior portio, ſicut a b ad b c, quæ eſt etiam eius maior portio, ſed d a ad a b, ſicut a b ad b d ex diffinitione lineæ diuiſæ ſecũdum proportionem habentẽ medium duoq; extrema, & maior portio eius igitur ex undecima quinti a b ad b c. Quare per ſecundam partem 9 quinti b d & b c, ſunt æquales. Cùm ergo d b ſit latus decagoni, erit quoq; ex communi ſcientia b c latus decagoni.



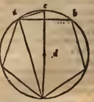
Vel aliter. Ad lineam a b adiungatur b d æqualis b c, eritq; ex quartam tredecimi tota a d diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius linea a b. Itaque per conuerſam nonam tredecimi quam continuè poſt ipſam demonſtrauimus, cuius circuli linea a b eſt latus hexagoni, eiuſdem linea b d (ideoq; linea b c ſibi æqualis) eſt latus decagoni. Poſſumus iterum idem alia uia (ſi libet) demonſtrare. Sit enim e f æqualis a b, quæ etiam diuidatur in g ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & ſit maior

maior portio, eius linea f g. Conſtat igitur ex præmiſſa quòd quemadmodum a b eſt æqualis e f, ſic a c, eſt æqualis e g, & c b, æqualis g f. Cumq́ fuerit b d adiuncta ad a b, latus decagoni illius circuli. cuius a b eſt latus hexagoni, erit (ſicut prius dictum eſt) ex 9 tredecimi tota a d, diuiſa ſecundum proportionem habentem mediũ duoq́ extrema, & maior eius portio erit linea a b. Itaq́ per præmiſſam a b ad b d, ſicut f g ad g e, quare per primam partem 15 ſexti quod fit ex a b in g e, æquum eſt ei quod fit ex b d in f g. Cumq́ a b ſit æqualis e f, & erit quod fit ex e f in g e, æquum ei quod fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f in g e, æquum eſt quadrato f, ex diffinitione lineę diuiſæ ſecundum proportionem habẽtem medium duoq́ extrema, & ex prima parte 16 ſexti, igitur quòd fit ex b p in f g, eſt æquale quadrato f g, ideoq́ ex prima ſexti linea b d, æqualis f g. Et quia f g eſt æqualis c b, erit quoq́ c b æqualis b d, & latus decagoni: quod oportebat oſtendere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

QVadratum lateris pentagoni intra circulum deſcripti, quadratumq́ lineæ quæ illius pentagoni angulo ſubtenditur, ambo hæc quadrata pariter accepta, quadrati medietatis diametri eiuſdem circuli quincuplum eſſe pronuntio. 4

CAMPANVS. Sit in circulo a b c, cuius centrum d, inſcriptus unus pentagonus æquilaterus, cuius unum latus ſit a b, & probatur diameter c d e, diuidens lineam a b, & eius arcum per ęqualia. Eſt igitur arcus a e, medietas quintæ partis circunferentiæ illius circuli, quare arcus a c eſt duæ quintæ totius circunferentiæ. Protrahantur itaq́ duæ lineæ a e & a c, eritq́ a e, latus decagoni æquilateri, eo quod eius arcus eſt medietas quintæ partis circunferentiæ, linea uerò a c, erit quæ ſubtenditur uni ex angulis pẽtagoni prædicti, eo quod arcus a c, eſt duæ quintæ partes circunferentiæ circuli. Dico itaq́ quod quadrata duarum linearum a b & a c, pariter accepta, quincuplum ſunt ad quadratum lineæ d e. Eſt enim ex 4 ſecundi quadratum lineæ c e, quadruplum ad quadratum lineæ d e. Cum autem angulus c a e,



ſit rectus ex prima parte 30 tertij, eruntq́ ex penultima primi quadrata duarum linearum c b & a e, quadruplum ad quadratum d e, igitur quadrata trium linearum c a & a e & d e, quincuplum ſunt ad quadratum lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b, eſt æquale quadratis duarũ linearum a e & d e, ſequitur ut quadrata duarum linearum a b & e a, ſint quincuplum ad quadratum d e: quod eſt propoſitum.

CORRELARIVM.

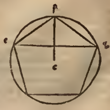
Manifeſtum eſt ergo quòd quadratum duarum lateris cubi atq́ quadratum lateris figuræ duodecim baſium, cum cubum & figuram duodecim baſium eadem ſphæra circunſcribit, ambo quadrata pariter accepta quincuplum ſunt quadrati medietatis diametri circuli, qui circunſcribit pentagonum eiuſdem figuræ duodecim baſium.

Iſtud correlarium uere manifeſtum eſt, conſtat enim ex demonſtratione 17 tredecimi, quod latus cubi ſubtenditur angulo pentagoni dodecedri, cũ cubum & dodecedron una eademq́ ſphæra circunſcribit, itaq́ per hanc 4 ſine obice conſtat correlarium.

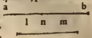
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

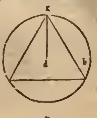
PEntagonus figuræ duodecim baſium, triangulusq́ figuræ uiginti baſium, quos eadem ſphæra circunſcribit, uno eodemq́ circulo circunſcribuntur. 5

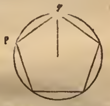
CAMPANVS. Sit ſphæra cuius diameter a b, circunſcribens duas ſolidas figuras, uidelicet dodecedron cuius unus ex duodecim pentagonis ſit c, & icoſedron cuius unus ex 20 triangulis ſit d, pentagono autem c, & trigono d, ſuper duo centra d & c, circunſcribantur duo circuli, huic quidem f c ex 14 quarti, illi uerò f d, ex 5 eiuſdem, Dico itaque quòd hi duo circuli ſphæræ propoſitæ, quorum alter circunſcribit pentagonum c, alter uerò trigonum d, ſunt æquales. Signentur enim duo latera pentagoni c, unum ex ſuis angulis continentia, literis e f & f g, & protrahantur linea e g, quæ ſubtẽdat angulum f, & ſemidiameter circuli quæ ſit c f. Vnum quoque ex lateribus trigoni d, ſignetur



gnetur literis k h, & protrahatur ſemidiameter ſui circuli quæ ſit d k. Deinde ſumatur linea l m, ad quam ſit linea a b quæ eſt diameter ſphæræ aſsignatæ, quincupla in potentia, quæ quidem l m diuidatur in n ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, ſitq; maior portio eius linea l n, & ſecundum quantitatem totius l m lineetur circulus p q. Itaq; ſemidiameter circuli p q, erit æqualis lineæ l m, eritq; ex correlario 15 quarti, linea l m, tanquam latus hexagoni æquilateri circulo p q inſcripti, ideoq; per tertiam huius, linea l n, erit tanquam latus decagoni æquilateri eidem circulo inſcripti. Igitur ex 11 quarti, inſcribatur pentagonus æquilaterus circulo p q, cuius unum latus ſit p q, eritq; ex 10 tredecimi libri quadratum lineæ p q, æquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. Conſtat autem ex demonſtratione 18 tredecimi, quod h k eſt æqualis p q, ergo quadratum h k, eſt æquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. At uerò ex demonſtratione 17 tredecimi, manifeſtum eſt quòd e g latus cubi ab eadem ſphæra circunſcriptibilis, quare per correlarium 14 tredecimi a b quæ eſt diameter ſphæræ, potentialiter eſt tripla ad e g quæ eſt latus cubi. Si autem e g diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, patet ex demonſtratione tredecimi quod e f eſt tanquam maior portio eius, igitur ex ſecunda huius, e g ad l m, ſicut e f ad l n, nam ut tota ad totam, ſic maior portio ad maiorem. Itaq; per 21 ſexti quadratum e g ad quadratũ l m ſicut quadratum e f ad quadratum l n: quare per 13 quinti, quadrata duarum linearum e g & e f pariter accepta, ad quadrata duarũ linearum l m & l n, pariter accepta, ſicut quadratum e g ad quadratum l m. Ergo per 15 quinti & permutatã proportionalitatem, & æquam, triplum duorum quadratorũ duarũ linearum e g & e f pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta, ſicut triplum quadrati e g ad quadratum l m. Triplũ autem quadrati e g, eſt tanquam quadratum a b ex correlario 14 tredecimi, at quadratum a b, eſt per hypotheſin quincuplum ad quadratum l m, ergo triplum quadrati e g, quincuplum quoq; eſt quadrati l m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum e g & e f pariter acceptorum, eſt quincuplum ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta. Et quia probatum eſt quod quadratum h k eſt æquale e quadratis duarum linearum l m & l n, pariter acceptis, ſequitur ex communi ſcientia ut triplum quadratorum e g & e f, ſit quincuplum ad quadratũ h k. Conſtat autem ex 8 tredecimi, quod quincuplũ quadrati h k eſt quindecuplũ ad quadratũ d K, nam ſimplũ eſt triplum. Et ex quarta huius cõſtat, quod triplum quadratorum e g & f, eſt quindecuplum quadrati e f, nam ſimplum eſt quincuplum. Itaq; quindecuplum quadrati c f eſt æquale quindecuplo quadrati d k, ideoq; per 15 quinti quadratum c f, eſt æquale quadrato d k, quare etiam linea c f, eſt æqualis lineæ d K. Ergo ex diffinitione circulorum æqualium, circulus circunſcribens pentagonum c, eſt æqualis circulo circunſcribenti trigonum, nam ſemidiametri horum circulorũ ſunt ęquales, uidelicet c f & d K: quod erat ex principio demonſtrandum.

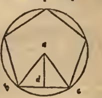






Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

QVadratum quoq; quod eſt triangulum alias trigincuplum tetragoni, qui ſub perpendiculari ducta à centro circuli circunſcribentis pẽtagonum figuræ duodecim baſium ad latus pentagoni, atq; ſub latere ipſius pentagoni continetur, omnibus ſuperficiebus corporis duodecim baſium pariter acceptis eſſe æquale, ex neceſsitate conuincitur.

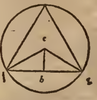


CAMPANVS. Sit pentagonus a una ex 12 baſibus figuræ dodecedri, & unũ ex eius lateribus ſit b c, ſibiq; ex 14 quarti circunſcribatur circulus ſupra centrum a, & protrahantur lineæ a b & a c & b d, perpẽdicularis ad b c. Dico ergo quòd trigincuplum eius quòd fit ex a d in b c, eſt æquale omnibus ſuperficiebus dodecedri pariter acceptis. Conſtat enim pentagonũ d, eſſe diuiſibilẽ in quinq; triangulos æquales triangulo

triangulo a b c ex 8 primi. Itaq; omnes 12 pentagoni dodecedri (cum omnes ſint æquales & ſimiles pentagono a) diuiſibiles ſunt in 60 triangulos, quorum quiſq; per 8 primi eſt æqualis triangulo a b c. Quod aũt fit ex a d in b c, eſt duplum per 41 primi, ad triangulum a b c. Ergo trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, eſt ſexagincuplum ad triangulum a b c, nam ut ſimplũ ad ſimplũ ſic duplũ ad duplum. Cũ itaque omnes dodecedri ſuperficies pariter acceptæ ſint etiã ſexagincuplum ad triãgulum a b c, ſequitur ut trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, ſit æquale omnibus ſuperficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 7.*

QVadratum quoq; quod eſt triangulum, alias trigincuplum tetragoni, qui ſub perpendiculari ducta à centro circuli ad latus ſibi inſcripti trianguli figuræ uiginti baſium, atque ſub ipſo latere trianguli continetur, æquale eſt omnibus ſuperficiebus figuræ uiginti baſium pariter acceptis. 7



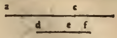
CAMPANVS. Eſto enim hic trigonus e, una ex 20 baſibus figuræ icoſedri, & unum ex eius lateribus ſit f g, ſibiq; ex 5 quarti circunſcribatur circulus ſuper centrum e, & protrahantur lineæ e f, e g, & e h perpendicularis ad f g. Dico igitur qđ trigincuplũ eius, qđ fit ex e h in f g, eſt æquale omnibus ſuperficiebus icoſedri pariter acceptis. Cõſtat enim trigonũ eſſe diuiſibilem in tres trigonos, quorũ quilibet per octauã primi, eſt æqualis trigono e f g. Itaque omnes 20 trigoni icoſedri pariter accepti, (cũ cuncti ſint æquales & ſimiles trigono e) ſunt tanquam ſexagincuplum trigoni e f g. Et quia per 41 primi, quòd fit ex e h in f g eſt duplum trigoni e f g, ideoq; trigincuplum huius eſt æquale ſexagincuplo illius, ſequitur ut trigincuplũ e h in e f ſit æquale omnibus ſuperficiebus icoſedri pariter acceptis: quod erat demonſtrandum.

CORRELARIVM. Manifeſtum igitur eſt, quòd proportio ſuperficierum figuræ duodecim baſium in aliqua ſphæra contentæ ad ſuperficies figuræ uiginti baſium in eadem ſphæra cõcluſæ, eſt tanquam proportio tetragoni contenti ſub latere pentagoni ipſius figuræ duodecim baſium & ſub perpendiculari ducta à centro ſui circuli ad ipſum latus pentagoni, ad tetragonum contentum ſub latere trianguli ipſius figuræ uiginti baſium & perpendiculari ducta à centro ſui circuli ad ipſum latus trianguli corporis uiginti alchaidarum. Quod per illud correlarium concluditur uerum eſſe, ſiue figura duodecim baſium & figura uiginti baſium ſint ab eadem ſphæra circunſcriptibiles ut proponitur, ſiue etiam fuerint circunſcriptibiles à diuerſis ſphæris, proponitur autem prout hæ figuræ ſunt circunſcriptibiles ab eadẽ ſphæra, quoniam hoc modo ualet & ſufficit ad propoſitum. Eius ergo cõis ueritas ſic patet. Cũſtat enim ex 6 huius, quòd trigincuplũ a d in b c, æquum eſt omnibus ſuperficiebus dodecedri pariter acceptis cuius, pẽtagonus, a eſt una ex 12 ſuperficiebus. Et ex hac 7 conſtat ſimiliter, quòd trigincuplum e h in f g, æquum eſt omnibus ſuperficiebus icoſedri pariter acceptis, cuius trigonus e eſt una ex 20 baſibus, ſiue illud dodecedron & iſtud icoſedron eadem ſphæra circunſcribat, ſiue diuerſe, itaque proportio trigincupli a d in b c ad omnes ſuperficies illius dodecedri pariter acceptas, eſt ſicut trigincupli e h in f g ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, utrobiq; enim eſt proportio æqualitans. Quare permutatim trigincuplum a d in b c ad trigincuplum e h in f g, ſicut omnes ſuperficiebus illius dodecedri ad omnes ſuperficies huius icoſedri, & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum, eſt ſicut ſimpli ad ſimplũ. Conſtat igitur per 11 quinti quòd proportio omnium ſuperficierum illius dodecedri ad omnes ſuperficies huius icoſedri, eſt eius quod fit ex a d in b c, ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc eſt quod ex correlario proponitur.

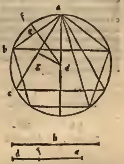
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

PRoportio cunctarum ſuperficierum corporis duodecim baſium pariter acceptarum ad cunctas ſuperficies corporis uiginti baſium pariter acceptas, quæ ab una ſphæra ambo circunſcribuntur, eſt tanquam proportio lateris cubi quem circunſcribit eadem ſphæra, ad latus trianguli ipſius corporis uiginti baſium. 8

CAMPANVS. Vt ab huius octauæ demonſtrationis 14 libri proceſſu ambiguitas omnis abſcedat, iſtud præſcire oportet. Quòd ſi aliqua linea ſecundum proportionem habentem medium duoꝗ; extrema fuerit diuiſa, & ex medietate eius tanquam dimidium ſuæ maioris portionis detrahatur, ipſa quoꝗ; medietas ſecundum proportionem habentem medium duoꝗ; extrema diuiſa erit, & eius maior portio eſt tanquam dimidium maioris ſuæ duplæ. Verbi gratia, Sit a b diuiſa ſecundum proportionē habentem medium duoꝗ; extrema, in c, & maior eius portio ſit a c, & ſit d e tāquam dimidium a b, & d f tanquam dimidium a c. Dico ergo quòd d e diuiſa eſt in f ſecundum proportionem habentem medium duoꝗ; extrema, & maior portio eius eſt d f, conſtat enim ex 15 quinti qd' ꝓportio a b ad a c, eſt ſicut d e ad d f, uidelicet duplum ad duplū, tanquā ſimplū ad ſimplū. Quare permutatim a b ad d e, ſicut a c ad d f, igitur per 19 quinti c b ad f e, ſicut a b ad d e. Eſtꝗ; c b, dupla ad f e, ſic enim eſt a b ad d e. Cùm igitur tota a b ſit dupla ad totam d e, & ſingulæ partes a b ad ſingulas partes d e, erit ex 15 quinti & prima eiuſdem & diffinitione lineæ diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium duoꝗ; extrema, linea diuiſa in f, quemadmodum proponitur.

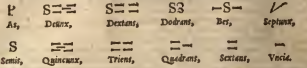


Nunc igitur demonſtrationi eius quod propoſitū eſt inſiſtamus. Ad cuius exemplum ſit a b e circulus cuius centrum d, circunſcribens pentagonū dodecedri & trigonum icoſedri, quæ ambo pariter eadem ſphæra circunſcribit & concludit, nam ex 5 huius manifeſtum eſt, quod idem circulus huius pentagonum & illius trigonū circunſcribit. Sit autem linea a b, latus pentagoni, & linea a c, trigoni, ſitꝗ; linea h, tanquam latus cubi ab eadem ſphæra circūſcripti. Dico itaꝗ; quòd proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri pariter accepras, eſt ſicut linea h ad lineam a c, producatur quidem à centro d, perpendicularis ad a b, quæ tranſeat uſꝗ; ad circunferentiam, ſecans a b in puncto e, & arcum eius in puncto f, hanc autem perpendicularem conſtat diuidere per æqualia tam lineam a b quàm eius arcum, chordam quidem a b per ſecundam partem 3 tertij, arcum uerò eius per 4 primi & 27 tertij. Eſt igitur arcus f a decima pars circumferentiæ. Subtendatur itaꝗ; ſibi chorda a f, quæ erit latus decagoni æquilateri eiuſdem circuli, erit igitur ex 9 tredecimi linea conſtans ex d f, f a, diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoꝗ; extrema, & maior portio eius erit linea d f. At uerò ex prima huius d e, eſt ęqualis dimidio f, dimidioꝗ; f a in longū directūꝗ; cōiunctis. Sit igitur d g perpēdicularis ad a c, eritꝗ; ex correlario 8 tredecimi g d, tanquā dimidium d f. Itaꝗ; ſi à linea d e quæ eſt tanquam dimidium d f a, cum d f & f a ſit linea una, detrahatur æqualis d g quæ eſt tanquam dimidium d f, erit per illud quod antè hoc probatum eſt, linea d e diuiſa ſecūdum proportionem habentem medium duoꝗ; extrema, & maior portio erit tanquam g d. Ex demonſtratione autem 17 tredecimi conſtat, quòd ſi linea h, quæ eſt latus cubi diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoꝗ; extrema, maior portio eius erit tanquam a b, quæ eſt latus pentagoni figuræ 12 baſium. Itaꝗ; per 2 huius, proportio h ad a b, eſt ſicut d e ad g d, quare per primā partem 15 ſexti, quod prouenit ex h in g d, æquum eſt ei quod ſit ex a b in d e. Ex correlario autem præmiſſæ manifeſtum eſt, quod proportio omnium ſuperficierum dodecedri cuius latus a b pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri, cuius latus a c, pariter acceptas, eſt ſicut eius quod ſit ex a b in d e, ad illud quod ſit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiuſdē, proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, eſt ſicut omnium ſuperficierū illius dodecedri ad omnes huius icoſedri. At uerò eius qd' prouenit ex h in g d, ad illud qd' prouenit ex a c in g d, eſt per 1 ſexti, ſicut h ad a c. Itaꝗ; per 11 quinti proportio omnium ſuperficierum illius dodecedri ad omnes huius icoſedri, eſt ſicut h ad a c: quod eſt propoſitum. Hoc ipſum aliter probare poterimus, ſi ad ipſum huius antecedens neceſſarium præmiſerimus, quod eſt.

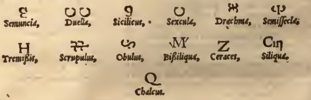


Si circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inſcribatur, rectangulum quod ſub dodrante diametri ipſius circuli & ſub dextāte ipſius lineæ angulum ipſius pentagoni ſubtendentis continetur, eidem pentagono æquum eſſe ex neceſſitate oportet.

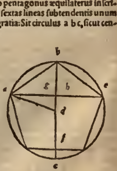
Maiores noſtri unumquodque integrum in duodecim parteis æquales intellectu & ratione diuiſerunt: omnesque eas ſimul, hoc eſt ipſum totum, Aſſem uocauerunt. undecim uerò earum, dixerunt Deuncem: decem autem, Dextantem: nouem, Dodrantem: octo uerò Beſſem: at ſeptem, Septantem uel Septuncem: ſex autem, Semiſſem: quinque, Quincuncem: quatuor, Trientem: tres autem, Quadrantem: duas uerò, Sextantem: unam autem, appellauerunt Vnciam. Easque per ordinem talibus deſignauere figuris, quæ ſæpiſsimè inueniuntur in antiquis libris,



Vnciam quoque, quam duodecimam partem Aſsis fore diximus, in alias duodecim fractiones, ſed alia uia diuiſerunt. Nam medietatem Vnciæ, dixerunt Semunciam: tertiam uerò, Duellam: quartam, Sicilicum: ſextam, Sexculam: octauam, Drachmam: duodecimam, Semiſſeclam: decimamoctauam, Tremiſſem: uigeſimamquartam, Scrupulum: quadrageſimamoctauam, Obulum: ſeptuageſimamſecundam, Biſiliquam: nonageſimamſextam, Ceracem: ultimam uerò quę eſt centeſima quadrageſimaquarta pars ipſius Vnciæ, Siliquam nominauerunt. His autem duodecim fractionibus Vnciæ, poſteriores adiunxere Chalcum: eſt autem Chalcus, centeſima nonageſimaſecunda pars Vnciæ. Cuius additionis cauſa fuit, ut uſque ad minimum extremum diateſſeron & diapente ſymphoniarum tonorum ſemitonorumque interuallis diſtinctarum, harum fractionum denominatio conſcenderet uel contenderet: & ipſas omnes ſecundùm ordinem talibus annotauere figuris,



Eius ergo quod dicitur, ſenſus eſt: Quòd ſi in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inſcribatur, illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinque ſextas lineas ſubtendentis unum ex angulis inſcripti pentagoni, æquale eſt pentagono. Verbi gratia: Sit circulus a b c, ſicut centrum d, eique ex undecima quarti, inſcribatur pentagonus æquilaterus, cuius duo latera unum ex ſuis angulis continentia ſint a b & b c, & angulo b ſubtendatur linea a c, & protrahatur diameter b d e ſecans lineam a c per æqualia in puncto g, ſitque d f medietas d e, & g h dupla ad h c, eritque b f dodrans diametri: eſt enim tres quartę ipſius, & a h erit dextans uel ſextans a c: eſt enim quinta ſextę eius, protrahatur autem linea a d: dico quòd illud quod prouenit ex b f in a h, eſt ęquale pentagono inſcripto circulo. Cùm enim a g ſit perpendicularis ad b d, erit ex quadrageſimaprima primi, & illud quod prouenit ex b d in a g, duplum ad triangulum a b d, ideoque quod prouenit ex b f in a g, triplum erit ad eundem triangulum, & quod prouenit ex b f in h g duplum, & ex b f in totam a h quincuplum. Cùm itaque totus pentagonus quintuplus ſit ad eundem triangulum, conſtat quòd iſtud quod fit ex b f in a h, eſt ęquale pentagono. Et illud erat demonſtrandum.



Quod igitur ex principio propoſitum eſt, nunc alia uia (ſicut promiſimus) demonſtremus. Sint itaque circulo, cuius centrum h inſcripti, pentagonus figurę duodecim baſium, & trigonus figuræ uiginti baſium, quas eadem ſphæra circumſcribit. Conſtat enim ex quinta huius, quòd huius dodecedri pentagonus, & illius icoſedri trigonus, ab eodem circulo circunducentur, ſitque pentagonus a b c d e, & trigonus a f g, & angulo a pentagoni ſubtendatur linea

tur linea b e, quæ ex demonſtratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem ſphæra concludit, protrahatur itaq; diameter a h k, ſecans orthogonaliter & per æqualia utranq; duarum linearum b e & f g, hanc quidem in puncto l, illam uerò in puncto m. Dico ergo quòd proportio omnium ſuperficierum dodecedri ad omnes icoſedri, quorum pentagonus & trigonus propoſito circulo ſunt inſcripti, eſt ſicut lineæ b e, quæ eſt latus cubi ab eadē ſphæra cōcluſi, ad lineā f g quę eſt latus trigoni icoſedri. Conſtat enim ex correlario 8 tredecimi, quòd linea h m eſt dimidium lineæ a h, ideoq; a n erit dodrans diametri a k, eſt enim eius tres quartæ.

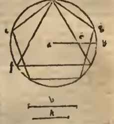


Sit ergo l n dupla ad n e, eritq; b n dextans b e, eſt enim quinq; eius ſextę. Ita quòd per præmiſſum antecedens, quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pentagono a b c d e, quod autem prouenit ex a m in m f, eſt æquale triangulo a f g. Igitur ex 1 ſexti, proportio pentagoni ad trigonum, eſt ſicut b n ad m f, quare duó decupli illius pentagoni ad uigineuplum iſtius trigoni, ſicut duodecupli lineæ b n ad uigincuplum lineæ m f, quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifeſtum eſt. Duodecuplum autem b n, eſt tanquam decuplum b e, nam 12 dextantes, coæquant 10 aſſes, hoc eſt 10 tota: uigincuplum uerò m f, eſt tanquam decuplum f g, nam f g eſt dupla ad m f. Igitur duodecupli iſtius pentagoni ad uigincuplum iſtius trigoni, eſt ſicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplū illius pentagoni eſt omnes ſuperficies dodecedri, uigincuplum autem huius trigoni eſt omnes ſuperficies icoſedri, & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplum f g, ſicut b e ſimplæ ad f g ſimplam, erit per 11 quinti, proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, ſicut b e ad f g: & hoc eſt quod oportuit nós demonſtrare.

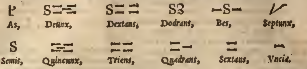
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 Diuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habētem medium duoq; extrema, erit proportio lineæ potentis ſupra totam lineam, eiuſq; maiorē portionem ad lineā potētem ſupra totam eiuſdemq; minorem portionem, tanquam proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti baſium unà cum cubo ipſo in eadem ſphæra contenti.

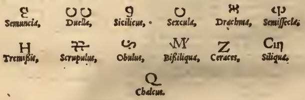
Campanvs. Sit linea a b diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio ſit linea a c, & ſuper centrum a ſecundum quantitatem lineæ a b deſcribatur circulus d b e, eiq; inſcribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius unum latus ſit d e, & ex ſecunda eiuſdem triangulus æquilaterus cuius unum latus ſit d f, & uni ex angulis pētagoni qui ſit d, ſubtendatur linea e g. Conſtat igitur ex 5 huius, quòd ſphæra circunſcribens dodecedron cuius pentagoni latus eſt d e, circunſcribit ſimul icoſedron cuius trianguli latus eſt d f, & ex demonſtratione 17 tredecimi manifeſtum eſt, quòd eadem ſphæra circunſcribit cubum cuius latus eſt e g. Sumatur ergo linea h potēs ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c, & ſumatur K potens ſuper totam a b & minorem eius portionē b c. Dico itaq; quòd proportio e g ad d f, hoc eſt lateris cubi ad latus trianguli icoſedri unà cum ipſo cubo ab ipſa ſphæra contenti, eſt ſicut h ad k. Cōſtat quidem quod ex correlario 15 quarti, quòd a b eſt tanquam latus hexagoni æquilateri circulo b d e inſcripti. Igitur ex 3 huius, a c eſt tanquam latus decagoni eiuſdem circuli. Itaq; per 10 tredecimi, d e potens eſt ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c, quare d e eſt æqualis h, nam quadratum utriuſq; earum, tantum eſt quātum quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta. Patet autem ex 8 tredecimi, quòd d f eſt tripla potentialiter ad a b, at uerò ex 5 eiuſdem patet, quòd K quoq; tripla eſt potentialiter ad a c. Ergo ex ſecunda parte 21 ſexti, proportio d f ad a b, eſt ſicut k ad a c, quare permutatim d f ad K, ſicut a b ad a c. Et quia ex demonſtratione 17 tredecimi, manifeſtum eſt quòd ſi e g diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior portio eius erit tāquam d e, erit per ſecunda, huius proportio e g ad d e, ſicut a b ad a c, quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e, ſicut d f ad k, & permutatim e g ad d f, ſicut d e ad K. Et quia per primā partem 7 quinti, d e ad K, ſicut h ad K, eo quòd d e & h ſunt æquales, erit per 11 quinti e g ad d f, ſicut



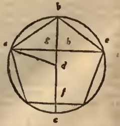
Maiores noſtri unumquodque integrum in duodecim parteis æquales intellectu & ratione diuiſerunt: omnesq; eas ſimul, hoc eſt ipſum totum, Aſſem uocauerunt: undecim uerò earum, dixerunt Deuncem: decem autem, Dextantem: nouem, Dodrantem: octo uerò Beſſem: at ſeptem, Septantem uel Septuncem: ſex autem, Semiſſem: quinque, Quincuncem: quatuor, Trientem: tres autem, Quadrantem: duas uerò, Sextantem: unam autem, appellauerunt Vnciam. Easq; per ordinem talibus deſignauere figuris, quæ ſæpiſsimè inueniuntur in antiquis libris,



Vnciam quoq;, quam duodecimam partem Aſsis fore diximus, in alias duodecim fractiones, ſed alia uia diuiſerunt. Nam medietatem Vnciæ, dixerunt Semunciam: tertiam uerò, Duellam: quartam, Sicilicum: ſextam, Sexculam: octauam, Drachmam: duodecimam, Semiſſeclam: decimamoctauam, Tremiſſem: uigeſimamquartam, Scrupulum: quadrageſimamoctauam, Obulum: ſeptuageſimamſecundam, Biſsiliquam: nonageſimamſextam, Ceracem: ultimam uerò quę eſt centeſima quadrageſimaquarta pars ipſius Vnciæ, Siliquam nominauerunt. His autem duodecim fractionibus Vnciæ, poſteriores adiunxere Chalcum: eſt autem Chalcus, centeſima nonageſimaſecunda pars Vnciæ. Cuius additionis cauſa fuit, ut uſque ad minimum extremum diateſſeron & diapente ſymphoniarum tonorum ſemitonorumq; interuallis diſtinctarum, harum fractionum denominatio conſcenderet uel contenderet: & ipſas omnes ſecundùm ordinem talibus annotauere figuris,



Eius ergo quod dicitur, ſenſus eſt: Quòd ſi in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inſcribatur, illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; ſextas lineas ſubtendentis unum ex angulis inſcripti pentagoni, æquale eſt pentagono. Verbi gratia: Sit circulus a b c, ſicut centrum d, eiq; ex undecima quarti, inſcribatur pentagonus æquilaterus, cuius duo latera unum ex ſuis angulis continentia ſint a b & b c, & angulo b ſubtendatur linea a c, & protrahatur diameter b d e ſecans lineam a c per æqualia in puncto g, ſitq; d f medietas d e, & g h dupla ad h c, eritq; b f dodrans diametri: eſt enim tres quartę ipſius, & a h erit dextans uel ſextans a c: eſt enim quinta ſextę eius, protrahatur autem linea a d: dico quòd illud quod prouenit ex b f in a h, eſt ęquale pentagono inſcripto circulo. Cùm enim a g ſit perpendicularis ad b d, erit ex quadrageſimaprima primi, & illud quod prouenit ex b d in a g, duplum ad triangulum a b d, ideoq; quod prouenit ex b f in a g, triplum erit ad eundem triangulum, & quod prouenit ex b f in h g duplum, & ex b f in totam a h quincuplum. Cùm itaque totus pentagonus quintuplus ſit ad eundem triangulum, conſtat quòd iſtud quod fit ex b f in a h, eſt ęquale pentagono. Et illud erat demonſtrandum.



Quod igitur ex principio propoſitum eſt, nunc alia uia (ſicut promiſimus) demonſtremus. Sint itaq; circulo, cuius centrum h inſcripti, pentagonus figurę duodecim baſium, & trigonus figuræ uiginti baſium, quas eadem ſphæra circunſcribit. Conſtat enim ex quinta huius, quòd huius dodecedri pentagonus, & illius icoſedri trigonus, ab eodem circulo circunducentur, ſitq; pentagonus a b c d e, & trigonus a f g, & angulo a pentagoni ſubtendatur linea

tur linea b e,quæ ex demonſtratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem ſphæra concludit, protrahatur itaq; diameter a h k,ſecans orthogonaliter & per æqualia utranq; duarum linearum b e & f g,hanc quidem in puncto l,illam uerò in puncto m.Dico ergo quòd proportio omnium ſuperficierum dodecedri ad omnes icoſedri, quorum pentagonus & trigonus propoſito circulo ſunt inſcripti,eſt ſicut lineæ b e,quæ eſt latus cubi ab eadē ſphæra cōcluſi,ad lineā f g quę eſt latus trigoni icoſedri. Conſtat enim ex correlario 8 tredecimi,quòd linea h m eſt dimidium lineæ a h, ideoq; a n erit dodrans diametri a k, eſt enim eius tres quartæ. Sit ergo l n dupla ad n e,eritq; b n dextrans b e, eſt enim quinq; eius ſextę.Ita quòd per præmiſſum antecedens,quod prouenit ex a m in b n,erit æquale pentagono a b c d e, quod autem prouenit ex a m in m f,eſt æquale triangulo a f g. Igitur ex 1 ſexti, proportio pentagoni ad trigonum, eſt ſicut b n ad m f,quare duó decupli illius pentagoni ad uigincuplum iſtius trigoni, ſicut duodecupli lineæ b n ad uigincuplum lineæ m f, quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifeſtum eſt. Duodecuplum autem b n,eſt tanquam decuplum b e,nam 12 dextantes, coæquant 10 aſſes,hoc eſt 10 tota:uigincuplum uerò m f,eſt tanquam decuplum f g,nam f g eſt dupla ad m f. Igitur duodecupli iſtius pentagoni ad uigincuplum iſtius trigoni, eſt ſicut decupli b e ad decuplum f g.Et quia duodecuplū illius pentagoni eſt omnes ſuperficies dodecedri, uigincuplum autem huius trigoni eſt omnes ſuperficies icoſedri, & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplum f g,ſicut b e ſimplæ ad f g ſimplam,erit per 11 quinti,proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas,ſicut b e ad f g: & hoc eſt quod oportuit nós demonſtrare.



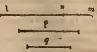
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 DIuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habētem medium duoq; extrema, erit proportio lineæ potentis ſupra totam lineam,eiuſq; maiorē portionem ad lineā potētem ſupra totam eiuſdemq; minorem portionem, tanquam proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti baſium unà cum cubo ipſo in eadem ſphæra contenti.

Campanvs. Sit linea a b diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema,& maior portio ſit linea a c,& ſuper centrum a ſecundum quantitatem lineæ a b deſcribatur circulus d b e,eiq; inſcribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius unum latus ſit d e, & ex ſecunda eiuſdem triangulus æquilaterus cuius unum latus ſit d f,& uni ex angulis pētagoni qui ſit d,ſubtendatur linea e g. Conſtat igitur ex 5 huius,quòd ſphæra circunſcribens dodecedron cuius pentagoni latus eſt d e,circunſcribit ſimul icoſedron cuius trianguli latus eſt d f,& ex demonſtratione 17 tredecimi manifeſtum eſt,quòd eadem ſphæra circunſcribit cubum cuius latus eſt e g.Sumatur ergo linea h potēs ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c,& ſumatur K potens ſuper totam a b & minorem eius portionē b c.Dico itaq; quòd proportio e g ad d f,hoc eſt lateris cubi ad latus trianguli icoſedri unà cum ipſo cubo ab ipſa ſphæra contenti,eſt ſicut h ad k. Cōſtat quidem quod ex correlario 15 quarti,quòd a b eſt tanquam latus hexagoni æquilateri circulo b d e inſcripti. Igitur ex 3 huius,a c eſt tanquam latus decagoni eiuſdem circuli.Itaq; per 10 tredecimi,d e potens eſt ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c, quare d e eſt æqualis h,nam quadratum utriuſq; earum,tantum eſt quātum quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta.Patet autem ex 8 tredecimi,quòd d f eſt tripla potentialiter ad a b, at uerò ex 5 eiuſdem patet,quòd K quoq; tripla eſt potentialiter ad a c. Ergo ex ſecunda parte 21 ſexti,proportio d f ad a b,eſt ſicut k ad a c, quare permutatim d f ad K,ſicut a b ad a c. Et quia ex demonſtratione 17 tredecimi, manifeſtum eſt quòd ſi e g diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema,maior portio eius erit tāquam d e,erit per ſecunda, huius proportio e g ad d e,ſicut a b ad a c,quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e,ſicut d f ad k,& permutatim e g ad d f,ſicut d e ad K.Et quia per primā partem 7 quinti,d e ad K,ſicut h ad K, eo quòd d e & h ſunt æquales,erit per 11 quinti e g ad d f,ſicut



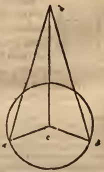
h ad K: quod eſt propoſitum. Non ſolum autem eſt proportio e g lateris cubi ad d f latus triangu li icoſedri ſicut h ad k, immò ſimpliciter ſicut quarumlibet duarum linearum unius ad alteram, quarum altera poteſt ſuper totam quamlibet lineam diuiſam ſecundum proportionẽ habentem medium duoq́ extrema & ſuper eius maiorem portionem, altera uerò ſuper totam & eius minorem portionem, nam ſingularum linearum talium eſt proportio una. Verbi gratia, maneant priores hypotheſes circa lineas a b, h & k, & ſumatur quoq; quælibet alia linea quæ ſit l m, diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq́ extrema in n, & portio maior ſit l n, ſitq́ linea p potens ſuper totam l m & eius maiorem portionem l n, & linea q ſit potens ſuper totam l n & eius minorem portionem m n. Dico ergo quòd proportio p ad q, eſt ſicut h ad k. Conſtat enim ex 2 huius, quòd b a ad a c, eſt ſicut l m ad l n, ergo per primam partem



21 ſexti, quadrati b a ad quadratum a c, eſt ſicut quadrati m l ad quadratum n l, quare coniunctim quadrati h ad quadratũ a c, ſicut quadrati p ad quadratum l n, & permutatim quadrati h ad quadratum p, ſicut quadrati a c ad quadratũ l n. Eodem argumentationis genere ſequitur quòd proportio quadrati k ad quadratum q, eſt ſicut quadrati c b ad quadratum n m. Et quia ex 2 huius & prima parte 21 ſexti, quadratum a c ad quadratum l n, ſicut quadratum c b ad quadratum m n, erit ex 11 quinti quadratum h ad quadratum p, ſicut quadratum K ad quadratum q, quare per ſecundam partem 21 ſexti h ad p, ſicut K ad q. Et permutatim h ad K, ſicut p ad q: quod erat demõſtrandum. Et ne quiſquam dubitationis locus ea quæ demonſtranda reſtant obfuſcet, præmittenda adhuc duximus quædam, quibus ſequẽtia firmo demõſtrationis robore incõcuſſa permaneant.

Si aliqua plana ſuperficies ſphæram quamlibet ſecet, communis ſectio planæ ſuperficiei ſecantis & curuæ ſuperficiei ſphæræ erit circunferentia continens circulum.

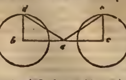
Sit igitur aliqua plana ſuperficies ſecans ſphæram, & ſit linea a b communis ſectio ſuperficiei ſecantis & ſuperficiei ſphæræ, dico quòd linea a b eſt circunferentia circuli. Aut enim centrum ſphæræ eſt in plana ſuperficie ſecante, aut extra. Quòd ſi fuerit in ea, ponatur ubicunq; contigerit, & ſit c. Quia ergo tota linea a b eſt in ſuperficie ſphæræ, & quia omnes lineæ ductæ à centro ſphæræ ad ipſius circunferentiam ſunt æquales, quemadmodum conſtat ex diffinitione ſphæræ, ſequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad lineam a b ſint æquales. Eſt igitur ex diffinitione circuli ſuperficies quam continet linea a b circulus, & eius centrum eſt c, uidelicet idem quòd centrum ſphæræ. Si autem centrum ſphæræ fuerit extra ſuperficiem ſecantem, ponatur ergo ubilibet quod ſit d, à quo ſecundum doctrinã 11 undecimi, ducatur linea d c perpendicularis ad ſuperficiem ſecantem, & protrahantur ab eodem centro d, duæ lineæ rectę quomodocunq; contingat ad lineam a b, quæ ſint d a & d b, & iungatur c cum a & cum b, eruntq; duæ lineæ d a & d b æquales, eo quòd ipſæ ſunt à centro ſphæræ ad ſuperficiem eius. Ex diffinitione autem lineæ perpendicularis ad ſuperficiem manifeſtũ eſt, quòd anguli d c a ad d c b ſunt recti, ideoq́ ex penultima primi, & iſta cõmuni ſcientia (quę ęqualibus ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia) erunt quadrata duarum linearum c d & c a pariter accepta, æqualia quadratis duarum linearum d c & c b pariter acceptis, dempto itaq; utrinq; quadrato d c, erit quadratum c a æquale quadrato c b, quare & linea c a, lineæ c b. Eodem argumẽtationis genere neceſſe eſt omnes lineas ductas à puncto c ad lineam a b, eſſe æquales. Ergo ex diffinitione circuli, ſuperficies quam continet linea a b, eſt circulus, & eius centrum eſt c, quod eſt propoſitum. Ex hoc itaq; manifeſtũ eſt, quòd cùm ſuperficies ſecat ſphæram ſuper centrum eius, ſector proueniens in ſuperficie ſphæræ eſt linea continens circulum, cuius centrum eſt centrũ ſphæræ. Cùm autem ſuperficies ſecat ſphæram non ſuper centrum eius, ſector quoq; proueniens in ſuperficie ſphæræ, eſt linea continens circulum cuius centrum eſt punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta à centro ſphæræ ad ſuperficiem ſecantem. Amplius autem dico,



Si in ſphæra aliqua fuerint circuli ęquales, perpendiculares ductę à centro ſphęrę ad ſuperficies illorum circulorum erunt adinuicem ęquales.

Sint in ſphæra cuius centrum a, ſignati duo circuli b & c æquales, quorum ſuperficies protra-

protrahantur à centro ſphæræ, uidelicet à puncto a, perpendiculares, ſecundũ quòd docet 11 undecimi, ad hunc quidem a b, ad illum autem a c. Dico quòd duæ lineæ a b & a c ſunt ęquales. Protrahantur enim à punctis b & c ſingulę lineæ rectæ ad circunferentias illorum circulorum prout libuerit, in hoc quidem b d, in illo autem c e, & iungatur a cum d & cum e, eritq́; ex diffinitione lineæ ſupra ſuperficiem perpendiculariter ſtantis, uterq; duorum angulorũ a b d, a c e rectus. At uerò ex ſecunda parte præmiſsi correlarij manifeſtum eſt, quòd duo puncta b & c ſunt centra circulorum b c, ideoq́; duæ lineæ b d & c e ſunt ſemidiametri eorum, qui circuli cum ponantur ęquales, ſequitur ex diffinitione æqualium circulorum has ſemidiametros eſſe æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e ſunt æquales, quia ſunt ductæ à centro ſphæræ ad eius ſuperficiem, erunt ex penult. primi duæ perpendiculares a b & a c æquales: quod oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitum redeamus.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 PRoportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri, quę ambo una eademq́; ſphæra includit, eſt ſicut omnium ſuperficierum eius pariter acceptarum ad omnes ſuperficies illius pariter acceptas.

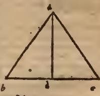
CAMPANVS. Hoc eſt quod ſuperius poſt demonſtrationem 1 huius, autoritate Ariſtæi & Apollonij commemorauimus, cuius demonſtratio ex ijs quæ præmiſſa ſunt, euidenter elicitur. Ex 5 quidem huius manifeſtum eſt, quòd circuli quorum alter circunſcribit pẽtagonum dodecedri, reliquus uerò trigonum icoſedri, quæ ambo corpora ſphæra una coërcet, ſunt adinuicẽ æquales. Itaq; erunt perpendiculares à centro ſphæræ ad ſuperficies omnium circulorũ circunſcribentium pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icoſedri in eorum centra cadentes, adinuicem æquales, ſicut ex præmiſsis manifeſtum eſt, nam omnes hi circuli, teſte 5 huius ſicut dictum eſt, æquales ſunt ſibi adinuicem. Pyramides igitur quarum ſunt baſes pentagoni dodecedri, & coni earum ſimiliter centrum ſphæræ, ac pyramides quarum baſes ſunt trigoni icoſedri & coni earum ſimiliter centrum ſphæræ, ſunt æquè altæ. Cunctarum quidem pyramidum altitudinem, menſurant uel determinant à conis ad baſes perpẽdiculares cadentes. Pyramides autem æquè altas, ſuis
21 baſibus proportionales eſſe oportet, quemadmodum in 6 duodecimi probatum eſt. Itaq; proportio pyramidis cuius pentagonus dodecedri, ad pyramidem cuius baſis trigonus icoſedri, eſt ſicut iſtius pentagoni ad hunc trigonum, ideoq́; per 24 quinti, proportio duodecupli illius pyramidis cuius baſis pentagonus dodecedri ad pyramidem cuius baſis trigonus icoſedri, ſicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum, hæ autem 12 pyramides quarum ſunt baſes 12 pentagoni dodecedri, ſunt tanquam totum corpus ipſius dodecedri, at 12 pentagoni tanquam omnes ſuperficies eius, itaq; proportio corporis dodecedri ad pyramidem cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut proportio omnium ſuperficierum dodecedri ad trigonum icoſedri. Quare rurſus ex 24 quinti, proportio corporis dodecedri ad uigincuplũ illius pyramidis cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut omnium ſuperficierum dodecedri ad uigincuplum trigoni icoſedri. Cùm igitur uigincuplum huius pyramidis ſit tanquam totum corpus icoſedri, at uigincuplum iſtius trigoni tanquã omnes ſuperficies ipſius icoſedri, erit proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri, quæ ambo una eademq́; ſphæra concludit, ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies corporis icoſedri pariter acceptas. Hoc autem eſt prædictorum philoſophorum de proportione horum duorum corporum ſententia, fixa ſolidaq́; demon-
6 ſtratione roborata. Cui quoq; adijciendum eſt hoc, nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icoſedri unà cum ipſo cubo ab eadem ſphæra concluſi, ſit ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies ipſius icoſedri in eadem ſphæra concluſi, ſicut ex 8 huius demonſtratum eſt, erit ex 11 quinti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo ſphæra una circumuoluit, tanquam proportio lateris cubi eiuſdemq́; ſphæræ inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni icoſedri. Amplius autem quia diuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habentem medium duoq́; extrema eſt proportio lineę potentis ſuper totam & eius maiorem portionẽ, ſicut lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad latus trigoni corporis icoſedri ab eadem ſphæra circunducti, ſicut ex 9 huius demonſtratũ eſt, erit etiam ex 11 quinti, ut diuiſa qualibet linea ſecundum proportionẽ habentem medium duoq́; extrema ſit proportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem ſuper totam & eius minorem portionẽ, ueluti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo unà atq; eadem ſphæra circũſcribit. Ex dictis igitur manifeſtum eſt quòd proportio lateris cubi alicui

ſphæræ inſcripti ad latus trigoni icoſedri ab eadem ſphæra circunſcripti, item proportio cunctarũ ſuperficierũm dodecedri ad cunctas ſuperficies icoſedri, quæ ambo eadem ſphæra circunſcribit, & rurſus proportio lineæ potentis ſuper quamlibet lineam diuiſam ſecundum proportionẽ habentem medium duoq́ extrema, & ſuper eius maiorem portionem ad lineam potentẽ ſuper eandem & ſuper eius minorem portionem, itaq́ iterũ proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedron quæ ambo una eademq́ ſphæra coërcet, eſt proportio una. Mirabilis itaq́ eſt potentia lineæ ſecundum proportionem habentem mediũ duoq́ extrema diuiſæ. Cui cum plurima philoſophantium admiratione digna conueniant, hoc principium uel præcipuũ ex ſuperiorum principiorum inuariabili procedit natura, ut tam diuerſa ſolida tum magnitudine tum baſium numero tum etiam figura, irrationali quadam ſymphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonſtratum eſt quòd proportio dodecedri corporis ad icoſedron corpus quæ ambo ſphæra una coambit, eſt quaſi proportio lineę potentis ſuper quamlibet lineam ſecundum pręfatam proportionem diuiſam & ſuper eius maiorem partem, ad quamlibet lineam potentem ſuper eandem & eius minorem partem. Quoniam uerò de tribus cæteris corporibus regularibus nihil adhuc diximus, ſtudeamus de ipſis aliquid dicere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

IN omni triangulo æquilatero ſi ab uno angulorũ eius 11
perpendicularis ad baſin ducatur, latus eiuſdem trianguli ad ipſam perpendicularem potentialiter ſeſquitertium eſſe conueniet.

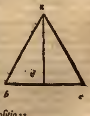
CAMPANVS. Sit enim triangulus æquilaterus a b c, ducaturq́ ab angulo a, linea a d, perpẽdicularis ad baſin. Dico quòd a b eſt potẽtialiter ſeſquitertium ad a d. Sunt quidem ex 5 primi, duo anguli b & c æquales. Et quia anguli ad d ſunt recti, erit per 26 primi, linea b c diuiſa per æqualia in puncto d. Itaq́ ex 4 ſecũdi quadratum b c, quadruplum ad quadratũ b d, ideoq́ etiam quadratum a b, quadruplum eſt ad quadratum b d, eſt enim triangulus æquilaterus. Quare per penult. primi, quadrata duarũ linearum a d & b d pariter accepta, quadruplũ ſunt ad quadratũ b d. Itaq́ quadratũ a d, triplũ eſt ad quadratũ b d: conſtat ergo propoſitũ.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

OMnis trigonus æquilaterus cuius eſt latus rationale, ſu 12
perficies medialis eſſe probatur.

CAMPANVS. Sit ut priùs, triangulus a b æquilaterus, & ſit latus eius a b rationale ſiuè in longitudine ſiue in potentia tantũ. Dico itaq́ quòd ipſe triãgulus eſt ſuperficies medialis. Ducatur enim perpẽdicularis ad a b, angulo a ad baſin, eritq́ ex pręmiſſa & ex 6 decimi, & diffinitione ſuperficiei rationalis, quadratũ lineę a d ratiõale, & linea a d rationalis in potentia. Ipſa autem ex ultima parte decimæ mediante præmiſſa, erit incõmenſurabilis lineæ a b, ideoq́ & linea b d, quæ eſt tanquã eius dimidium. Sunt itaq́ duæ lineæ a d & b d rationales, potẽtialiter tantum cõmunicantes, igitur ex 19 decimi, ſuperficies unius earum in alteram eſt medialis. Cumq́ ſuperficies unius earũ in alterã ſit æqualis trigono a b c, cõſtat uerũ eſſe qđ' diximus.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

CVnctę ſuperficies utriuslibet duorũ ſolidorũ, quorum 13
alterum eſt pyramis quatuor baſium triangularium & ęquilaterarum, reliquum uerò eſt corpus octo baſium triangulariũ & ęquilaterarũ pariter acceptę, ſi diameter ſphęrę ea circũſcribẽtis rõnalis fuerit, cõponunt ſuperficiẽ medialẽ.

CAMPANVS. Nam ſi diameter ſphæræ alterũ duorum propoſitorũ corporũ circũſcribentis fuerit rõnalis ſiue in lõgitudine ſiue in potẽtia tantum, erit ex correlario 13 tredecimi, lat' pyramidis rõnale in potẽtia, et ex correlario einſdẽ 35, latus quoq́ corporis octo baſiũ rõnale in potẽtia, quare per præmiſſam, triãguli qui ſunt baſes utriuslibet corporis, erunt ſuperficies mediales. Et quia triãguli utriuslibet eorũ ſibi ad inuicẽ ſunt æquales, erunt ex 21 decimi, omnes ſuperficies utriuſlibet eorum pariter acceptæ componentes ſuperficiem medialem, quemadmodum proponitur.

Euclid. ex

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI tetrachedron & octoedrō una eademq́ ſphæra circunſcribat, erit una ex baſibus tetrachedri ſeſquitertia ad unam ex baſibus octoedri. Omnes autē baſes octoedri pariter acceptas, ad omnes baſes tetrachedri pariter acceptas, ſeſquialteram proportionem habere neceſſe eſt.

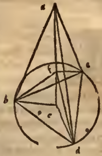
CAMPANVS. Sit aliqua ſphæra cuius diameter a, circunſcribens pyramidem cuius latus b, & octoedron cuius latus c. Dico itaq; quod triangulus æquilaterus cuius latus b, ſeſquitertius eſt ad triangulum æquilaterum cuius latus c, & quod ſuperficies quam componūt octo trianguli æquilateri cuiuſq; quorū eſt latus c, ſeſquialtera eſt ad ſuperficiem quam componunt quatuor trianguli æquilateri cuiuſq; quorum eſt latus b. Conſtat enim ex correlario 13 tredecimi, quod quadratum a ad quadratum b, eſt ſicut 6 ad 4, igitur econuerſo quadratum b ad quadratum a, ſicut 4 ad 6. Ex correlario uerò 15 eiuſdem manifeſtum eſt, quod quadratum a ad quadratū c, ſicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportionalitatem quadratum b ad quadratum c, ſicut 4 ad 3. Quadratum autem b ad quadratum c, eſt ſicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, utrobiq; enim eſt ſicut b ad c proportio duplicata ex ſecunda parte 18 ſexti, igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, ſicut 4 ad 3. Quare conſtat prima pars propoſiti. Ex quo euidenter elicitur ſecunda. Erit enim per conuerſam proportionalitatem trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b, ſicut tria ad quatuor, ideoq; octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, eſt ſicut octuplum ternarij ad quadruplum quaternarij, hoc autem ſicut 24 ad 16. Et quia octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, eſt omnes baſes octoedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, eſt omnes baſes pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 eſt ſeſquialtera, ſequitur ut ſuperficies quam componunt omnes baſes octoedri cuius latus c, ad ſuperficiem quam componunt omnes baſes pyramidis cuius latus b, ſeſquialtera (ſicut diximus) in proportione reſpiciat.



Euclid.ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 PYramide quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum intra ſphæram quamlibet collocata, ſi à quolibet angulorum, eius per centrum ſphæræ recta linea ad baſin ducatur, in centrum circuli baſin circunſcribētis eam cadere, atque eidem baſin perpēdiculariter inſiſtere neceſſariò comprobatur.

CAMPANVS. Sit pyramis à b c d, quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum, intra ſphæram aliquam cuius centrum ſit f, collocata, & cum quilibet quatuor angulorum iſtius pyramidis poſſit eſſe conus eius, & quilibet quatuor triangulorum eſſe baſis, imaginemur nunc eius ſolidum angulum a eſſe conum, & triangulum b c d imaginemur eſſe baſin, atq; huic baſi intelligamus circunſcriptum eſſe circulum b c d, dehinc à puncto a, quem imaginati ſumus conū pyramidis, ducamus ad baſin b c d, lineam rectam tranſeuntem per punctum f, qui eſt centrum ſphæræ circunſcribentis pyramidem de qua diſputamus, & occurrat hęc linea ſuperficiei b c d quam imaginati ſumus baſin pyramidis, ſuper punctum e. Dico igitur quod punctum e eſt centrum circuli b c d, & quod linea a f e eſt perpendicularis ad ſuperficiem b c d. Producam enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a b c d, ſunt in ſuperficie ſphærę cuius centrum f, propter hoc quod illam ſphæram poſitum eſt circunſcribere hanc pyramidem, erunt omnes quatuor lineæ f a, f b, f d, adinuicem æquales, ſunt enim ductæ à centro ſphæræ ad eius ſuperficiem. Ergo quia duo latera a f, & f b, trianguli a f b,



ſunt æqualia duobus lateribus a f & fc trianguli a fc, & baſis a b baſi a e, nam pyramis poſita eſt æquilatera, erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f c, ideoq́ per 15 primi, angulus quoq́ b f e, erit æqualis angulo c f e. Eodem modo probabis angulum d f e eſſe æqualem angulo c f e, neceſſe eſt enim ex 8 primi, ut angulus a f d ſit æqualis angulo a f c. Quare per 13 primi angulus quoq́ c f e, erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli c f e, d f e, adinuicem ęquales. Protractis igitur lineis e b, e c, & e d, ſequitur ex 4 primi bis aſſumpta eas eſſe adinuicem æquales, ideoq́ per 9 tertij punctus e, eſt centrum circuli b c d. Et quia perpendicularis ducta à centro ſphæræ ad ſuperficiem cuiuslibet circuli eam ſecantis, cadit ſuper centrum eiuſdē circuli, ſicut ex ijs quæ præmiſſa ſunt, uidelicet ex ijs quæ 10 huius immediatè præcedunt didiciſti, conuincitur lineam a f e eſſe perpendicularem ad ſuperficiem circuli a b c, quemadmodum proponitur. Sin aūt, erunt eiuſdem circuli duo centra, quod natura tanquam impoſſibile exhorruit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SOlidū octo baſiū triangulariū atq́ æquilaterarū quod ab aliqua ſphæra circūſcribitur, diuiſibile eſt in duas pyramides ęquè altas quarum altitudo ęqualis eſt ſemidiametro ſphęrę, baſis autem utriuſq́ quadratum quod eſt ſubduplum quadrato diametri ſphæræ. 16

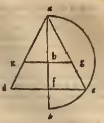
CAMPANVS. Eſto corpus octo baſium triangularium atq́ æquilaterarū cuius ſexanguli ſint a b c d e f, circunſcripta à ſphæra cuius centrum g. Conſtat itaq́ quod ſex puncta a b c d e f, ſunt in ſuperficie ſphæræ cuius centrum g. Si igitur centrum g iungatur cum quolibet horum ſex punctorum, erunt duæ lineæ iungentes ipſum eis adinuicem æquales, cū ipſæ ſint à centro ſphærę ad ſuperficiem. Cum autem ex correlario 15 tredecimi, ſit diameter ſphæræ potentialiter dupla ad latus huius corporis, erit ex 4 ſecundi latus huius corporis potentialiter duplū ad ſemidiametrum ſphęræ. Quadratum ergo c f, duplum eſt ad quadratū ipſius c e, ideoq́ ęquale duobus quadratis duarum linearum c g & g f. Itaq́ per penultimam primi angulus c g f, eſt rectus, eadem ratione quiſq́ angulorum f g d, d g e, et e g c, eſt rectus, quare per 14 primi, & c g d, et f g e eſt linea una, igitur ex 2 undecimi quinq́ puncta c f d e g, ſunt in ſuperficie una. Manifeſtum eſt autem ex 5 primi & 32 eiuſdem quòd quilibet quatuor angulorum c e, d e, f, eſt rectus, igitur ex diffinitione quadrati, ſuperficiès c e d f, eſt quadrata. Et quia latus eius eſt latus propoſiti corporis, conſtat ex correlario 15 tredecimi, iſtud quadratum eſſe ſubduplum quadrato diametri ſphæræ. Conſimili quoq́ ratiocinatione cōſtat utranq́ duarum linearum a g & g b, cum qualibet quatuor linearum c g, f g, d g, e g, continere angulum rectum, ideoq́ ex 4 undecimi utranq́ earum eſſe perpendicularem ad ſuperficiem c e d f, & ambas ſcilicet a g & g b per 14 primi componere lineam unam. Diuiſum eſt igitur propoſitum corpus in pyramidem a c f d e, cuius baſis quadratum c e d f, quod eſt ſubduplum quadrato diametri ſphęrę, & etiam altitudo linea a g quę eſt ſemidiameter ſphęræ, & in pyramidem b c f d e, cuius baſis eſt prędictum quadratū, & eius altitudo linea g b quæ eſt ſemidiameter ſphęræ. Et hoc eſt quod oportebat oſtendere.



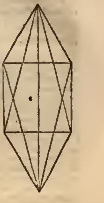
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

PYramidem quatuor baſium triangularium atq́ ęquilaterarum ſphæra aliqua circunſcribēte, erit proportio tetragoni qui ſub linea potentialiter ſubſeſquitertia ad dodrātem lateris ipſius pyramidis & ſub linea ſuperquincupartiente uigeſimaſſeptimas eius dodrantis continetur, ad quadratum diametri ſphærę, ſicut corporis ipſius pyramidis ad corpus octo baſium triangularium atque ęquilaterarum, quę ambo eadem ſphęra circumducantur. 17

CAMPANVS. Sit ſphæra cuius diameter a b & centrum h, circunſcribens pyramidē quatuor baſium triangularium atq́ æquilaterarum a c d, & corpus octo baſium triangularium atq́ æquilaterarum quod ſit e, ſitq́ linea l m potentialiter ſubſeſquitertia ad dodrantem lineæ a c quę eſt latus pyra-



pyramides, & linea m n contineat dodrantem prædictum & eius quinq; uigeſimas ſeptimas, ſit p quadratum diametri a b. Dico itaq; quòd proportio pyramidis a c d ad octoedron e, eſt ſicut ſuperficiei l m in m n, ad quadratū p. Imaginemur enim ſolidum angulum a eſſe conum pyramidis, & baſin pyramidis cuius unum latus eſt d c, ſecare diametrum ſphæræ in puncto f, eritq; (quemadmodum ex ratiocinatione 13 tredecimi manifeſtum eſt) a f dupla ad f b. Cumq; etiam a b ſit dupla ad b h, erit ex 19 quinti b f dupla ad h f, ideoq; a f, quadrupla ad f h. Imaginemur igitur ſuperficiem ſecantem pyramidem a c d, ſuper cētrum ſphæræ æquidiſtanter baſi ipſius, ſitq; linea g K communis ſectio huius ſuperficiei & trianguli a c d, eritq; ex 17 undecimi proportio c a ad a g, ſicut f a ad a h, igitur c a ad a g, ſicut 4 ad 3, ſic enim eſt ex euerſa proportionalitate f a ad a h. Conſtat etiam ex ſecūda parte 29 primi, & 16 undecimi, & 10 eiuſdem, & prima parte 2 ſexti, & diffinitione ſimilium ſuperficierum & ſimilium corporum, quòd pyramis a g K eſt ſimilis pyramidi a c d, ideoq; ex 8 duodecimi proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k, eſt ſicut c a ad a g triplicata, quare ſicut 4 ad 3 triplicata. Conſtat autem ex 2 octaui, quod proportio 4 ad 3 triplicata, eſt ſicut 64 ad 27. Itaq; proportio pyramidis a c d ad pyramidē a g K, eſt ſicut 64 ad 27. Fiat ergo triangulus æquilaterus q r ſ ex linea æquali a g, quam conſtat eſſe dodrantem lineæ a c, & producatur linea q t perpendicularis ad r ſ, erit ex 11 huius linea q t potentialiter ſubſeſquitertia ad lineam q r, ideoq; ęqualis l m. Adijciatur quoq; lineæ r ſ linea ſ x, ita quod proportio r x ad r ſ; ſit ſicut 64 ad 27, diuidaturq; r x per æqualia in u, ut ſit r u 32 de partibus illis de quibus r ſ eſt 27, aut r x 64, eritq; r u æqualis m n. Et ducantur lineæ q u & q x, eritq; ex 1 ſexti, proportio trianguli q r x ad triangulum q r ſ, ſicut 64 ad 27





Cumq; per eandem triangulus q r x ſit duplus ad triangulum q r u, at ex 41 primi quod ſit ex q t in r u, duplū quoq; ſit ad triangulū q r u, erit quòd ſit ex q t in r u (& ipſum eſt æquale ſuperficiei l n) æquale triangulo q r x, quare proportio ſuperficiei l n ad triangulum q r ſ, eſt ſicut 64 ad 27: ideoq; ſicut pyramidis a c d ad pyramidem a g K. Manifeſtum eſt autem ex 15 huius, quod linea a f eſt perpendicularis ad baſin pyramidis a c d, ideoq; per 19 undecimi linea a h eſt etiam perpēdicularis ad baſin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g K pyramidis, eſt ſemidiameter ſphærę. Diuidatur itaq; octoedrō e, quemadmodum proponit præmiſſa, erit itaq; utraq; duarum pyramidum in quas ipſum e diuiditur, æquè alta pyramidi a g K, nā ſingularum altitudo, eſt ſemidiameter ſphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æquè altę, ſuis baſibus ſunt proportionales, ut in 6 duodecimi demonſtratum eſt, erit proportio pyramidis a g K ad utranq; earum in quas diuiditur octoedron e, ſicut baſis eius ad baſes earum. Quare per 24 quinti proportio pyramidis a g K ad totum octoedron e, eſt ſicut ſuæ baſis quam conſtat eſſe æqualem triangulo q r ſ, ad baſes ambarum pyramidum, in quas diuiditur e pariter acceptas, quas cōſtat eſſe æquales quadrato diametri ſphæræ per præmiſſam, uidelicet p. Quoniam ergo proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g K, eſt ſicut ipſius tetragoni l n ad trigonū q r ſ, uidelicet 64 ad 27, & pyramidis a g K ad octoedron e, ſicut trigoni q r ſ ad quadratū p, erit per æquā proportionalitatē proportio pyramidis a c d ad octoedron e, ſicut tetragoni l n ad quadratū p. Et hoc erat demonſtrandum.



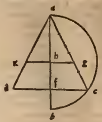


CORRELARIVM.

Ex præmiſſis igitur manifeſtum eſt, quòd perpendicularis ueniēs à centro ſphærę ad pyramidem quatuor baſium triangularium atq; ęquilaterarum circunſcribētis ad quamlibet baſin ipſius pyramidis, ęqualis eſt ſextę parti diametri ſphęrę.

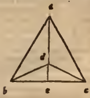
Cum

Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambientes ſint ſimiles & æquales, erunt quoq; circuli ipſos circunſcribentes æquales, ideoq; perpendiculares à centro ſphæræ ad eoſdem circulos in eorum centra, erũt etiam æquales, perpẽdiculares aũt cadentes ad circulos ſunt perpendiculares ad baſes pyramidis, itaq; perpendiculares ad baſes, ſunt adinuicem æquales. Linea autem h f, eſt perpendicularis ad baſin pyramidis a c d, quam h f quia conſtat ex prædictis eſſe ſextam partem diametri a b, relinquitur ergo eſſe uerum quod per correlarium concluditur. ¶Idẽ aliter demonſtrare contingit, ſi prius hoc antecedens fuerit ſtabili ratione firmatum.



In omni triangulo æquilatero linea deſcẽdens ab uno angulorũ eius orthogonaliter ſupra baſin, tripla eſt ad perpendicularem quę à centro circuli trigonum ipſum circunſcribẽtis ad quodlibet latus eius protrahitur.

Sit enim triangulus a b c, ęquilaterus, ſitq; d centrũ circuli ipſum circũſcribentis, à quo ducãtur lineę ad ſingulos angulos, quas manifeſtum eſt eſſe ęquales, cum ſint à centro circuli ad circunferẽtiam. Sint enim tria puncta a b c, in circunferentia circuli ipſum trigonum circunſcribentis, protrahatur autem a d in continuum & directum, quouſq; obuiet lateri b c ſuper pũnctum e. Conſtat igitur ex 8 primi, quod angulus a d b eſt æqualis angulo a d c, ideoq; ex 13 primi angulus b d e, eſt æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi, b e eſt æqualis e c, & anguli qui ſunt ad e recti. Itaq; d e perpendicularis eſt ad b c, ueniens à centro circuli circunſcribentis trigonum a b c, & a e perpendicularis eſt etiam ad b c, ueniens ab uno angulorum prædicti trigoni. Dico ergo quòd a e tripla eſt ad e d. Conſtat enim quòd tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis eſt trigono b d c, tetragonus quoq; qui fit ex a e in e b, æqualis eſt trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus eſt ad trigonum d b c, eritq; tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 ſexti ſit proportio tetragoni a e in e b ad trigonum d e in e b, ſicut a e ad e d, erit a e tripla ad e d. Quemadmodum proponitur.



Neceſſe eſt ergo ut perpẽdicularis cadẽs ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri ſuper latus oppoſitum, tranſeat per centrũ circuli trigonum ipſum circunſcribentis.

Nunc itaq; quod promiſimus abſoluamus. Ad hoc autem imaginemur pyramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum, cuius una ex quatuor baſibus eius ſit trigoous a b c, circunſcriptam eſſe à ſphæra cuius centrum d & protrahatur linea d e perpẽdicularis ad ſuperficiem trianguli a b c, quam conſtat cadere in centrum circuli dictum trigonum circunſcribentis. Dico igitur lineam d e, eſſe ſextam partem diametri ſphæræ propoſitam pyramidem circunſcribentis: producam enim lineam d c, & lineam c f perpendicularem ad lineam a b, quam c f ex proximo correlario conſtat tranſire per punctum e, & ex præmiſſo antecedente tripiam eſſe ad e f. Cõſtat autem ex 4 ſecundi quòd ſecundum quadratum diametri ſphæræ cuius centrum d, eſt 36 & quadratum ſemidiametri d c, 9 ex correlario autem 13 tredecimi eſt quadratum b c, 24 & per 12 huius quadratũ c f, 18 & per præmiſſam antecedens, quadratum c e, 8. Quia igitur ex penultima primi quadratum d c eſt æquale quadratis duarum linearum d e & e c, eſt autem quadratum d c 9, & quadratum c e, 8, prout quadratum diametri ſphæræ 36, relinquitur quadratum d e uoum, prout quadratum diametri ſphæræ eſt 36: itaq; linea e d eſt unũ, prout diameter ſphæræ eſt 6, quod oportebat probare. Eodem demonſtrationis genere demonſtrabitur nobis quòd ſemidiameter ſphæræ circunſcribentis corpus 8 baſium triangularium atq; æquilaterarũ tripla eſt in potẽtia ad perpẽdicularẽ à cẽtro ſphæræ circunſcribẽtis ipſum, ad quãlibet ſuarũ baſium deſcendentẽ. Conſtat quidẽ quẽadmodũ dictũ eſt prius, quòd cum omnes baſes huius corporis ſint æquales & ſimiles, erunt circuli ipſas circunſcribẽtes æquales, ideoq; perpẽdiculares à cẽtro ſphæræ in ipſorum circulorũ centra cadentes, erunt adinuicem æquales.



Cumq;

Cumq́ perpendiculares ad circulos baſium, ſint quoq́ perpendiculares ad baſes, ſequitur ut perpendiculares à centro ſphæræ ad ſingulas baſes, adinuicem ſint æquales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad unam ſuarum baſium probetur, relinquetur uerum eſſe quod proponitur. Sit itaq́ ut prius triangulus a b c, una ex baſibus octoedri circunſcripti, à ſphæra cuius centrum d, & cætera quoq́ fiant ut prius. Cùm igitur ex correlario decimæquintæ tredecimi, diameter ſphæræ ſit potentialiter dupla ad latus octoedri, ſequitur ut latus octoedri ſit potentialiter duplum ad ſemidiametrum ſphæræ, ideoq́ cùm quadratum lineæ b c eſt duodecim, quadratum lineæ d e, quæ eſt ſemidiameter ſphæræ ſex: ex undecima autem huius, cùm quadratum b c eſt duodecim, quadratum c f eſt nouem. Et ex præmiſſo antecedente, quadratum c e eſt quatuor. Itaque cùm quadratum d e, quæ eſt ſemidiameter ſphæræ eſt ſex, quadratum c e eſt quatuor, Et quia ex penultima primi, quadratum d c eſt æquale quadratis duarum linearum c e & e d, ſequitur ut quadratum e d ſit duo, prout quadratum d e eſt ſex. Conſtat ergo quod diximus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

18 DVplum quadrati quod ex diametro ſphæræ cubum circunſcribentis deſcribitur, æquum eſt omnibus ſuperficiebus ipſius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoque quæ à centro ſphæræ ad quamlibet ex ſuperficiebus cubi producitur, medietati lateris cubi eiuſdem æqualis eſſe ex neceſſitate conuincitur.

CAMPANVS. Manifeſtum eſt enim ex correlario decimæquartæ tredecimi, quòd diameter ſphæræ cubum includentis, tripla eſt in potentia ad latus cubi. Cùm igitur quadratum diametri ſphæræ triplum ſit ad quadratū lateris cubi, duplum quadrati diametri ſphæræ æquum erit ſexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes ſuperficies cubi, ſex quadrata quæ ex latere cubi in ſe producuntur, itaq́ duplum quadrati diametri ſphæræ, æquum eſt omnibus ſuperficiebus cubi. Conſtat igitur prima pars. Secundam autém partem, ex decimaoctaua, decimanona & quadrageſima undecimi libri facilè probabis.

CORRELARIVM.

Ex his ergo euenire neceſſe eſt, ut ex medietate lateris cubi in beſſe quadrati producti, ex diametro ſphæræ ipſum cubum ambientis, cubi ſoliditas producatur.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM

deputatus liber De regularium corporum proportione, traditore Hypſicle Alexandrino, ac Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, qui in ordine eſt decimuſquartus.

PROOEMIVM.

BASILIDES Tyrius Protarche, cùm Alexandriā petijſſet, patriq́ noſtro ob Mathematicas diſciplinas familiaris ſubſtitiſſet, cum eo, ipſo peſtilentiæ tempore diu uerſatus eſt. Et quandoque diſcutiendo, id quod ab Apollonio ſcriptum eſt de dodecahedri & icoſahedri in eadem ſphæra deſcriptorum comparatione, & quam inter ſe figuræ huiuſmodi habeant rationem: uidebatur nanque Apollonius hæc rectè minimè conſcripſiſſe, ipſi uerò enucleantes (quemadmodum pater meus dicebat) perſcripſerant. Ego uerò poſterius alium comperi librum ab Apollonio conſcriptum, qui rectè complectebatur eius quod obijciebatur demonſtrationē: gauiſi ſunt, inquam, illi ualde, in problematis indagatione. Ab Apollonio nanq́ editum uidetur cōmuniter conſiderare, nam ſic

circun-

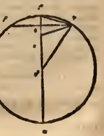
circumfertur. Quod uerò à nobis rurſus laborioſe cõſcriptum uiſum eſt, ea quæ ex commentatione deprehendi, tibi† diſcutienda eſſe cenſui, propter eam quæ in omnibus diſciplinis, & in Geometria præcipuè promotionem adhibetur: ut quę dicentur poſſis iudicare, tum propter beneuolentiam erga patrem, tum ob promptè ea amorẽ erga nos. Benignè igitur audies ea quæ tibi trademus. Sed tẽpus iam eſto procœmio ſuperſedere, & conſtructionem exordiri.

† προσφωνεῖν dedicare.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

Camp. 1. Quę ex cẽtro alicuius circuli in pẽtagoni latus in eodẽ circulo deſcripti perpendicularis acta, dimidia eſt ſimul utriuſq; & eius quæ ex centro, & eius quæ decagoni in eodem circulo deſcripti.

HYPSICLES *ex Zãb. Sit circulus αβγ, & in ipſo αβγ circulo latus pentagoni æquilateri ſit βγ, aſſumanturq́; (per 1 tertij) centrũ ipſius circuli, ſitq́; δ, & in ipſam βγ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δε, extendãturq́; in rectas lineas ipſius δε recta linea δζ. Dico q; ipſa δε dimidia eſt & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo deſcriptorum. Connectantur enim δγ, γζ, & ponatur ipſi εζ æqualis εη, & ab ipſo η in γ connectatur ηγ. Quoniam quincupla eſt totius circuli circunferentia ipſius ζγ circunferentiæ, & totius quidem circunferentiæ circuli dimidia eſt circunferentia αγζ, ipſius autem βγζ dimidia eſt ζγ, igitur & circunferentia αγζ ipſius ζγ circũferentiæ quincupla eſt. Quadrupla igitur eſt αγ ipſius ζγ. Sicut aũt αγ ad ζγ, ſic qui ſub αδγ angulus ad eum qui ſub ζδγ angulũ: quadruplus igitur eſt qui ſub αδγ, eius qui ſub ζδγ. Duplus autem qui ſub αδγ, eius qui ſub εζγ, duplus igitur eſt qui ſub εζγ, eius qui ſub ηδε. Eſt autem qui ſub εζγ ei æquus qui ſub εηγ, duplus eſt igitur is qui ſub εηγ, eius qui ſub ηδε, æqualis igitur eſt δη, ipſi ηγ. Sed ηγ ipſi ζγ eſt æqualis: æqualis igitur eſt δη ipſi ζγ. Eſt autẽ ηε ipſi εζ æqualis: æqualis igitur eſt & ipſa δε, ſimul utriq; εζγ. Cõmunis aũt apponatur & ipſa δε. Vtraq; igitur ſimul δζγ, dupla eſt ipſius δε. Eſt autem δζ, æqualis quidem ipſius hexagoni lateri. At ζγ æqualis ei quod decagoni. Igitur δε dimidia eſt & eius quod hexagoni & eius quod decagoni, in eodem circulo deſcriptorum. Manifeſtum nempe eſt ex ijs quæ in tertiodecimo libro theorematibus, quod ex cẽtro circuli in latus trianguli æquilateri perpẽdicularis acta, dimidia eſt eius quæ ex centro circuli.*



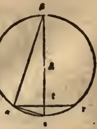
Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

Idem circulus cõprehendit & dodecahedri quinquangulũ, & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum.

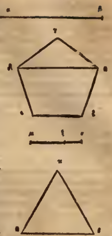
HYPSICLES *ex Zãb. Hoc inquam, ab Ariſtæo deſcribitur in eo libro cuius index eſt quinq; figurarum comparatio, ab Apollonio autem in ſecũda * traditione comparationis dodecahedri ad icoſahedrum, quod eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic & ipſum dodecahedrum ad ipſum icoſahedrum, quoniam ex centro ſphæræ in dodecahedri pentagonum & in icoſahedri triãgulũ perpendicularis acta eadẽ eſt. Deſcribẽdũ quoq; à nobis eſt, qđ idẽ circulus cõprehẽdit & dodecahedri pẽtagonũ et icoſahedri triangulũ in eadẽ ſphæra deſcriptorũ. Hoc† deſcripto, ſi in circulo quinquangulum æquilaterum deſcriptum fuerit, quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ ſub binis pentagoni lateribus ſubtenſa eſt recta linea, quincuplum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus αβγ, & in ipſo αβγ circulo ſit latus pentagoni αγ, aſſumaturq́; (per 1 tertij) ipſius circuli centrum & ſit δ, & in ipſam αγ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δζ: & extendatur in ε, & connectatur αβ. Dico quòd quæ ex βα, αγ quadrata, quincupla ſunt eius quod ex δε quadrati. Connectatur αε, igitur αε decagoni eſt. Et quoniam βε, ipſius δε dupla eſt,*

* In Noie editione

† προγραφέντος.



quadruplum



quadruplũ igitur eſt quod ex β ι, eius quod ex δ ι. Ei aũt quod ex β ι, æqua ſunt quæ ex β α, α ι: quadrupla igitur ſunt quæ ex β α, eius quod ex δ ι: quincupla igitur ſunt quæ ex α β, α ι, & δ ι, eius quod ex δ ι: quæ autẽ ex δ ι, ι α, æqualia ei quod ex α γ: quincupla igitur ſunt quæ ex β α, α γ, quod ex δ ι. Hoc oſtenſo demonſtrandum eſt quòd circulus idem cõprehendit & dodecahedri pentagonum, & icoſahedri triangulum, in eadem ſphæra deſcriptorum. Exponatur ipſius ſphæræ diameter α β, & in eadem ſphæra deſcribatur dodecahedrũ & icoſahedrũ, & ſit quidẽ unum dodecahedri pentagonum, γ δ ι ζ η, icoſahedri uerò triãgulum eſto κ λ θ. Dico q́ quæ ex cẽtris circulorũ qui circum ipſa, ſunt æquales, hoc eſt quod idẽ circulus cõprehendit & quinquãgulum γ δ ι ζ η, & ipſum κ λ θ triãgulum. Connectatur δ ε. Cubi igitur latus eſt δ η (per 17 decimitertij & eius correlariũ) Exponatur autẽ quædã recta linea μ ν, ut quincuplũ ſit quod ex α β, eius quod ex μ ν. Eſt autẽ & ipſius ſphæræ diameter, potẽtia quincupla eius quæ ex centro circuli, à quo icoſahedrum deſcribitur: eſt igitur μ ν, ea quæ ex cẽtro circuli, à quo icoſahedrũ deſcribitur. Secetur (per 30 ſexti) μ ν extrema & media rõne in ξ, ſitq́; maius ſegmẽtum μ ξ. decegoni igitur ipſius circuli eſt ipſa μ ξ (per 9 decimitertij) Et quoniã quod ex α β, eius quod ex μ ν quincuplum eſt, triplum autẽ qđ ex β α, eius qđ ex δ η (per correlariũ 15 decimitertij) tria igitur quæ ex δ ε æqua ſunt quinq; quæ ex μ ν. Sicut aũt tria quæ ex δ ε ad quinq; quæ ex μ ν, ſic tria quæ ex γ ε, ad quinq; quæ ex μ ξ: tria igitur quæ ex γ ε, quinq; quæ ex μ ξ ſunt æqualia. Quinq; autẽ quæ ex κ λ, quinq; quæ ex μ ν & quinq; quæ ex μ ξ, ſunt æqualia (per 10 decimitertij) Quinq; igitur quæ ex κ λ, æqua ſunt trib. quæ ex δ ε, & tribus quæ ex γ ε. Sed tria quidẽ quæ ex δ ε, & tria quæ ex γ ε, ſunt æqualia decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipſi γ δ ι ζ η pẽtagono circunſcripti: patuit nãq; qđ ex δ ε, unà cum eo qđ ex γ ε, quincuplum eſt eius quod ex ea quæ ex cẽtro circũſcripti ipſi γ δ ι ζ η pẽtagono. Quinq; autẽ quæ ex κ λ, æqualia ſunt decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipſi κ θ λ triãgulo circunſcripti, patuit equidẽ (per 12 decimitertij) q́ quod ex κ λ, triplum eſt eius quod ex ea quæ ex centro circuli ipſi κ λ θ triãgulo circũſcripti. Quindecim igitur quæ ex ea quæ ex centro, æqua ſunt eis 15 quæ ex ea quæ ex centro: unum igitur qđ ex ea quæ ex cẽtro, æquum eſt uni eorũ qđ ex ea quæ ex cẽtro, dimetiens igitur ipſi diametro eſt æqualis. Idẽ igitur circulus cõprehẽdit & ipſius dodecahedri quinquãgulum, & ipſius icoſahedri triãgulum in eadem ſphæra deſcriptorum. Eucl. ex Zãb. Theor. 3. Prop. 3.

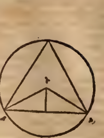
3 Si fuerit pentagonũ æquilaterũ & ęquiangulũ, & circũ ipſum circulus, & ex centro perpẽdicularis in unũ latus acta fuerit, qđ trigeſies ſub uno laterũ & ꝑpẽdiculari, ęquũ eſt ipſius dodecahedri ſuꝑficiei.



HYPSICLES ex Zãb. *Eſto pẽtagonum æquilaterũ & æquiãgulum α β γ δ ι, & circũ quinquãgulum ſit (per 14 quarti circulus) & capiatur (per 1 tertij centrum) ſitq́; ζ, & ab ipſo ζ in γ δ perpẽdicularis agatur (per 12 primi) ζ η. Dico q́ quod ſub γ δ, η ζ trigeſies, æquum eſt 12 pentagonis quæ α β γ δ ι. Cõnectãtur γ ζ, ζ δ. Quoniã quod ſub γ δ, η ζ, duplum eſt ipſius triãguli γ δ ζ: qđ igitur quinquies ſub γ δ, ζ η, decẽ triãgula ſunt æqualia. Decẽ uerò triãgula, bina ſunt quinquangula, & omnia ſexies: qđ igitur trigeſies ſub γ δ, η ζ, decem quinquãgulis æquum eſt. Duodecim aũt quinquãgula ſunt ipſius dodecahedri ſuperficies. Quod igitur trigeſies ſub γ δ, ζ η, æquum eſt ipſius dodecahedri ſuperficiei.* Similiter quoq; demõſtrabimus q́ & ſi fuerit triãgulum æquilaterũ ſicut α β γ, & circum ipſum circulum, & cẽtrum circuli δ, perpẽdicularis uerò δ ι, quod trigeſies ſub β γ δ ι, æquum eſt ipſius icoſahedri ſuperficiei. Quoniã enim rurſus quod ſub δ ι, β γ, duplum eſt ipſius δ β γ, bina igitur triãgula æqua ſunt ei quod ſub δ ι, β γ, & omnia ter. Sex igitur triãgula δ β γ, æqua ſunt tribus eis quæ ſub δ ι, β γ. Sex autẽ triãgula δ β γ, æqua ſunt binis α β γ. Tria igitur quæ ſub δ ι, β γ, æqualia ſunt duobus α β γ. Et omnia decies. Quod igitur trigeſies ſub δ ι, β γ,

æquum eſt uiginti triangulis α β γ, hoc eſt ipſius icoſahedri ſuperficiei. Quare erit ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic quod ſub γ δ, ζ η, ad id quod ſub β γ, δ ι.

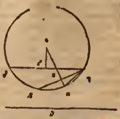
Correlarium. *Ex hoc nempe manifeſtum eſt, quòd ſicut ipſius dodecahedri ſuperficies ad ipſius icoſahedri ſuperficiē, ſic quod ſub latere pentagoni & ſub ea quæ ex centro circa quinquāgulum circuli, in ipſam perpendiculari acta, ad id quod ſub latere icoſahedri, & ſub ea quæ ex centro circa triangulum circuli, in ipſam perpendiculari acta, in eadē ſphæra deſcriptorum icoſahedri & dodecahedri.*



Eucl. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

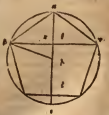
Camp. 8. Hoc demonſtrato oſtendendum eſt, ꝙ erit ut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic cubi latus ad icoſahedri latus.

HYPS. ex Zamb. *Exponatur (per 2 theorema) circulus comprehendens & dodecahedri quinquāgulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum, ſitq; δ β γ, & in ipſo δ β γ deſcribatur trianguli æquilateri latus γ δ, quinquāguli uerò α γ, & aſſumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & ſit ι, & ab ipſo ι in ipſas δ γ, γ α, perpendiculares excitentur ι ζ, ι η, & extendatur in rectas lineas ipſi ι η recta linea η β, & connectatur β γ, ponaturq; cubi latus ε θ. Dico quòd eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiē, ſic eſt θ ad γ δ. Quoniā enim utraq; ſimul ι β γ extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmētum eſt β ι (per 9 decimitertij) & eſt quidē utriuſq; ſimul ι β γ dimidia ι η (per 1 decimiquarti) ipſius autē β ι dimidia eſt ι ζ, & ipſa igitur ι η extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmētum eſt ι ζ. Eſt autē & ipſius θ extrema & media ratione diuiſæ maius ſegmentum γ α, ſicut in dodecahedro oſtēſum eſt: ſicut igitur θ ad γ α, ſic ι η ad ι ζ: æquum igitur eſt quod ſub θ ζ ι, ei qđ ſub γ α, ι η. Et quoniā eſt ſicut θ η ad γ δ, ſic quod ſub θ ι ζ, ad id quod ſub γ δ ζ ι, ei autem quod ſub θ ι ζ, æquum eſt quod ſub γ α η ι: & ſicut igitur (per 11 quinti) θ η ad γ δ, ſic quod ſub γ α η ι, & ad id quod ſub γ δ ζ ι, hoc eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic θ ε ad γ δ.*



Camp. 8. Aliter oſtendere, quòd eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic eſt cubi latus ad icoſahedri latus ſic deſcripti.

Eſto circulus α β γ, & in ipſo circulo α β γ, deſcribantur quinquanguli æquilateri latera α β, α γ, & connectatur β γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) centrum ipſius circuli, & ſit δ, & ab ipſo α in δ connectatur recta linea α δ, & extendatur in rectas lineas ipſi α δ recta linea δ ι, ponaturq; ipſius α δ, rectæ lineæ dimidia δ ζ, & η γ, ipſius ι θ, eſto tripla. Dico quòd ſub α ζ, β θ, æquum eſt ipſi quinquangulo. Ab ipſo enim β, in δ connectatur β δ. Quoniam dupla eſt α δ, ipſius δ ζ, hemiolia igitur eſt α ζ ipſius α δ. Rurſus quoniam tripla eſt η γ ipſius γ θ, dupla eſt η θ ipſius θ γ, hemiolia igitur eſt η γ, ipſius θ η. Sicut igitur ζ α ad α δ, ſic γ η ad η θ, æquum igitur eſt quod ſub α ζ, θ η, ei quod ſub δ α, γ η. Ipſa autem ε α, ipſi β η eſt æqualis, quod igitur ſub α δ, β η, æquum eſt ei quod ſub α ζ, θ η. Quod autem ſub α δ, β η, bina ſunt triangula ſicut α β δ, & quod igitur ſub α ζ, η θ, bina ſunt α β δ, quinq; igitur quæ ſub α ζ, η θ, decem ſunt triangula. Decem uerò triangula, bina ſunt pentagona: quinq; igitur quæ ſub α ζ, η θ, binis pentagonis ſunt æqualia. Et quoniam dupla eſt η θ ipſius θ γ, quod ſub α ζ η θ, duplum eſt eius quod ſub α ζ, θ γ. Duo igitur quæ ſub α ζ, γ θ, æqua ſunt uni quod ſub α ζ, θ η. Et omnia quinquies, decem igitur quæ ſub α ζ θ γ, æqualia ſunt quinq; quæ ſub α ζ, η θ, hoc eſt binis pentagonis, quare quinq; quæ ſub α ζ, θ γ, æqua ſunt uni quinquāgulo. Quinquies autem quæ ſub α ζ, θ γ, æqua ſunt ei quod ſub α ζ, θ β, quoniam quincupla eſt θ β ipſius θ γ, & commune faſtigium eſt α ζ, quod ſub α ζ, β θ, igitur æquum eſt uni pentagono.



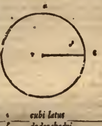
Camp. 8. Hoc demōſtrato, nūc exponatᷣ circulus cōprehēdens & dodecagoni pentagonū & icoſahedri triāgulum, in eadē ſphæra deſcriptorū.

Deſcribātur in ipſo circulo α β γ pētagoni æquilateri latera β α, α γ, & connectatur β γ, & aſſumatur centrum

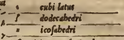
centrum circuli, & ſit ι, & ab ipſo α in ι connectatur α ι, & extendatur α ι in ζ: & ſit α ι ipſius ι η dupla: tripla autem η γ ipſius γ δ. Et ab ipſo η, ipſi α ζ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) η μ, & extendatur in rectas lineas η λ ipſi η μ, trianguli ergo æquilateri eſt λ μ. Connectãtur ipſæ α λ, α μ: æquilaterũ igitur eſt ipſum α λ μ triangulum. Et quoniam quod ſub α η, δ β, æquum eſt ipſi quinquangulo: quod autem ſub α η λ, æquum eſt ipſi α λ μ triangulo: eſt igitur ſicut quod ſub α η, δ β, ad id quod ſub λ δ α, ſic quinquangulum ad triangulum. Sicut autem quod ſub β δ α η, ad id quod ſub λ η α, ſic β θ ad λ η. Et ſicut igitur (per 11 quinti) duodecim β θ, ad uiginti λ η, ſic 12 quinquãgula ad 20 triangula, hoc eſt dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem. Et 12 quidem β θ, ſunt 10 β γ: nam ipſa β δ, ipſius α γ quincupla eſt, & θ ε ipſius γ θ ſexcupla eſt. Sex igitur β θ, ſunt æquales 5 β γ & duplicia, 20 uerò λ η, 10 ſunt λ μ: dupla nãq; eſt λ μ, ipſius λ η. Sicut igitur 10 β γ ad 10 λ μ, hoc eſt ſicut β ε ad λ μ, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ, & β γ quidem cubi eſt latus λ μ ipſius icoſahedri: & ſicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic β γ ad λ μ, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus.



Oſtendendum iam, quòd (recta linea ſecta, extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod à tota & quod à maiori ſegmento, ad potentẽ quod à tota & minori ſegmento, talem habet rationẽ cubi latus ad icoſahedri latus. *Camp. 9.*



Eſto circulus α β comprehẽdens & dodecahedri pentagonum & icoſahedri triãgulum in eadem ſphæra deſcriptorũ, capiaturq; (per 1 tertij) centrum circuli, et ſit γ, & extẽdatur quædã ab ipſo γ utcũq; recta linea β γ, ſeceturq; (per 30 ſexti) extrema & media ratione in δ, & maius ſegmentum ſit γ δ. Decagoni igitur eſt latus ipſa γ δ, in eodem circulo deſcripti. Exponatur icoſahedri latus et ſit ι, dodecahedri uerò & ſit ζ, cubi autem & ſit η. Igitur ι triãguli latus eſt æquilateri, & ζ pentagoni in eodem circulo deſcripti, & ζ ipſius η, extrema & media ratione diuiſæ, maius eſt ſegmentum. Et quoniã ι æqualis eſt ipſi æquilateri triãguli lateri, triãguli aũt æquilateri latus (per 12 decimitertij) potẽtia ipſius β γ triplum eſt: triplum igitur eſt quod ex ι, eius quod ex β γ. Sunt autem & quæ ex β γ, ζ δ, eius quod ex γ δ tripla. Sicut igitur quod ex ι, ad id quod ex γ β, ſic ſunt quæ ex γ ζ, β δ, ad id quod ex γ δ, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut igitur quod ex ι ad ea quæ ex γ β, β δ, ſic quod ex γ β, ad id quod ex γ δ. Sicut autẽ quod ex β γ, ad id quod ex γ δ, ſic eſt quod ex η, ad id quod ex ζ: maius nanq; eſt ſegmẽtum ζ, ipſius η. Et ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ι, ad ea quæ ex γ β, β δ: ſic quod ex η, ad id quod ex ζ, & uiciſſim (per 16 quinti) Ac conuerſim, ſicut igitur quod ex η, ad id quod ex ι: ſic quod ex ζ, ad ea quæ ex γ ζ, ζ δ. Ei autem quod ex ζ, æqua ſunt quæ ex ζ γ δ, quinquãguli nãq; latus (per 10 decimitertij) poteſt & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex η, ad id quod ex ι: ſic quæ ex β γ, γ δ, ad ea quæ ex γ δ β. Sicut autẽ quæ ex β γ δ, ad ea quæ ex γ δ β, ſic (recta linea extrema & media ratione diuiſa quacunq;) potens quod ex tota & ex maiori ſegmento, ad potentẽ quod ex tota & ex minori ſegmento: & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex η, ad id quod ex ι, ſic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) potens id quod ex tota, & ex maiori ſegmento, ad potẽtem id quod ex tota & minori ſegmento. Eſt autem η latus cubi, & ι icoſahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione ſecta fuerit, erit ſicut potens totam & maius ſegmentum ad potentẽ totam & minus ſegmentum, ſic cubi latus ad icoſahedri latus in eadem ſphæra deſcriptorum.

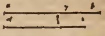


Oſtendendum iam nunc eſt, quòd ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſolidum ad icoſahedri ſolidum. *Camp. 10.*

Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum, in ſphæris autem æquales circuli æqualiter diſtant à centro (à centro nanq; ſphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales ſunt, & in centra circulorum cadunt) quare à centro ſphæræ in centrum circuli comprehendentis & icoſahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales ſunt, perpendiculares inquam: ✝ æqualiter igitur faſtigiatæ ſunt pyramides, *ἰσοϋψεῖς id eſt æquè altæ.*

habentes baſes dodecahedri pentagona, & baſes habentes icoſahedri triangula. Aequalis autem faſtigij pyramides, adinuicem ſunt ſicut baſes (per 5 duodecimi) Sicut igitur quinquangulum ad triangulum, ſic pyramis, cuius baſis quidem eſt dodecahedri pentagonum, uertex autem centrum ſphæræ, ad pyramida baſin quidem habentem triangulum, uerticem autem centrum ſphæræ. Et ſicut igitur (per 11 duodecimi) pentagona ad 20 triangula, ſic 12 pyramides pentagona baſes habentes, ad 20 pyramides triangula baſes habentes. Et 12 pentagona, ſunt dodecahedri ſuperficies, & 20 triãgula, icoſahedri ſunt ſuperficies. Eſt igitur ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic 12 pyramides pentagona baſes habentes, ad 20 pyramides triangula baſes habentes. Suntq́; 12 quidem pyramides pentagona baſes habentes, ſolidum ipſius dodecahedri, 20 autem pyramides triangula baſes habentes, ſolidum ſunt icoſahedri. Et ſicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic ſolidum dodecahedri, ad ſolidum icoſahedri. Sicut autem ſuperficies dodecahedri ad ſolidum icoſahedri, ſic patuit eſſe cubi latus ad icoſahedri latus. Et ſicut igitur (per 11 quinti) cubi latus ad icoſahedri latus, ſic ſolidum dodecahedri ad ſolidum icoſahedri, & quæ ſequuntur.

Camp. 11. Quòd ſi binæ rectæ lineæ extrema & media ratione ſectæ fuerint, in proportione ſunt ſubiecta, ſic oſtendemus.

Secetur enim (per 30 ſexti) α β, recta extrema & media ratione in γ, maius autem ſegmentum eius ſit α γ, ſimiliter quoq; & δ ε (per 30 ſexti) extrema & media ratione ſecetur in ζ, & maius ſegmentũ eius eſto δ ζ. Dico quòd eſt ſicut tota α β, ad maius ſegmentum ipſius α γ, ſic tota δ ε ad maius ſegmentum ipſius δ ζ. Quoniam etenim quod ſub α β γ æquum eſt ei quod ex α γ: quod autem ſub δ ε ζ, æquum eſt ei quod ex δ ζ: eſt igitur ſicut quod ſub α β, β γ, ad id quod ex α γ, ſic quod ſub δ ε, ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et ſicut quòd quater igitur ſub α β γ, ad id quod ex α γ: ſic quòd quater ſub δ ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et componendo (per 18 quinti) ſicut quòd quater ſub α β γ, unà cum eo quod ex α γ, ad id quod ex α γ: ſic quòd quater ſub δ ε ζ, unà cum eo quod ex δ ζ, ad id quod ex δ ζ. Quare & ſicut quod ex utraque ipſius δ ε ζ, ſimul ad id quod ex δ ζ, & longitudine, ſicut utraq; ſimul α β γ ad α γ, ſic utraq; ſimul δ ε ζ ad δ ζ. Componendo (per 18 quinti) ſicut utraq; α β γ, unà cum α γ ad α β, ſic utraq; δ ε ζ, unà cum δ ζ ad ipſam δ ζ, hoc eſt binæ δ ε ad δ ζ, & antecedentium dimidia, hoc eſt ſicut α β ad α γ, ſic δ ε ad δ ζ.  *In antiquiſsimo codice ſic: Quare & ſicut quod ex utraq; ſimul α β γ, ad id quod ex α γ, ſic quod ex utraq; ſimul δ ε ζ, ad id quod ex δ ζ, & longitudine ſicut utraq; ſimul α β γ, unà cum α γ, hoc eſt binæ α β ad α γ, ſic utraq; ſimul δ ε ζ, unà cum δ ζ, hoc eſt binæ δ ε ad δ ζ, & dimidia, ſicut α β ad α γ, ſic δ ε ad δ ζ.* *Hoc demonſtrato, quòd (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore ſegmento, ad potentem quod ex tota & ex minori ſegmento, talem habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus: hoc etiam demonſtrato, quòd ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſuperficies ad iſocahedri ſuperficiem in eadem ſphæra deſcriptorũ, & hoc quoq; percepto, quòd ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic ipſum dodecahedrum ad icoſahedrum, eo quia ab eodem circulo comprehẽduntur & ipſius dodecahedri pentagonum & icoſahedri triangulum, manifeſtum eſt quòd ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahedrum fuerint deſcripta rationem habebunt (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) ſicut potens, quod ex tota & quod ex maiori ſegmento, ad potentem quod ex tota & minori ſegmento. His omnibus nobis notis, patet quòd ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahedrum inſcripta fuerint, rationem habebunt, ſicut (recta linea diuiſa extrema & media ratione) potens totam & maius ſegmentum, ad potentem totam & minus ſegmentum. Quoniam enim eſt ſicut dodecahedrum ad icoſahedrum, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus, ſicut autem cubi latus ad icoſahedri latus, ſic (recta linea quacũq; extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum, ad potentem totam & minus ſegmẽtum: ſicut igitur dodecahedrum ad icoſahedrum in eadem ſphæra deſcriptum, ſic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmentum.*

L I B R I X I I I I

F I N I S.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE FACILÈ principis, ex traditione Campani, Geometricorum elementorum Liber decimus quintus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

INtra propoſitum cubum, corpus habens quatuor baſes triangulas æqualium laterum deſignare.

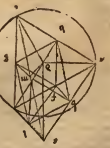
CAMPANVS. Sit cubus cuius baſis eſt quadratum a b c d, ſuprema uerò eius ſuperficies quadratum e f g h. Ipſum autem hac arte fabricare conueniet. Quadrato baſis ſecundum quamliber lineam ex quadrageſimaquinta primi deſcripto, ſuper ſingulos angulos eius ex duodecima undecimi catheti, ſecundum menſuram lateris ipſius quadrati erigantur, quos ex ſexta undecimi conſtat eſſe ęquidiſtantes. Quinque ergo eorum bini & bini, coraułto eis impoſito æquidiſtanter lateribus quadrati continuentur. Conſtat igitur eſſe compoſitum cubum, nam quatuor eius laterales ſuperficies ſunt quadratæ, ex trigeſimatertia primi, & ex trigeſimaquarta eiuſdem & diffininone quadrati: de ſuprema autem ſuperficie manifeſtum eſt quoq; quòd ipſa eſt quadrata ex uigeſima, immo uigeſimaquarta undecimi, & hac communi ſcientia, quæ æqualibus ſunt æqualia ſibi quoq; ſunt æqualia, & ex diffininone quadrati. Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor baſium triangularium & æquilaterarũ inſcribere, in baſi & eius ſuperficie ſuprema protrahantur duæ diametri, quarum una continuet duas extremitates infimas duorum cathetorum, & alia continuet ſupremas aliorum duorum, quas animo intelliges eſſe a c & h f, dehinc à duobus punctis h & f terminantibus diametrum ſuperficiei ſupremæ, demitte hypothenuſaliter binas & binas diametros, quæ quatuor laterales ſuperficies diuidant, quas imaginaberis eſſe ab h quidem a h & h c, at uerò ab f a & f c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempſi, ne multitudo linearum confunderet intellectum. Si igitur figuram hanc ut oportet, actu uel animo compleueris, uidebis ex ſex diagonalibus lineis ſex ſuperficies ipſius cubi diuidentibus, pyramidem quatuor baſium triangularium eſſe perfectam, quam cubo propoſito ex diffinitione conſtat eſſe inſcriptam, huius autem pyramidis baſes æquilateras eſſe conſtat: eo quod ex quarta primi, omnes iſtæ ſex diagonales ſunt adinuicem æquales.



Eucl. ex Camp. *Propoſitio 2.*

INtra datum corpus habẽs quatuor baſes triangulas atq; æquilateras, corpus octo baſium triangularium æqualium laterum diſtinguere.

CAMPANVS. Si intra pyramidem quatuor baſium triangularium & ęquilaterarum, octoedron libeat inſcribere, prius conuenit pyramidem ipſam fabricare, quę ratione certa hoc modo componitur. Statuatur ſecundum cuiuslibet lineę quantitatem trigonus ęquilaterus, qui ſit a b c, cui circunſcribatur circulus ſupra centrum d, & exeat d e perpendicularis ad ſuperficiem ipſius trigoni, ex duodecima undecimi, quę ponatur dupla eſſe in potentia ad ſemidiametrum circuli circunſcribentis trigonum a b c, & à puncto cadant tres hypothenuſę ſuper tria puncta a b c. Eſt itaque completa pyramis quatuor baſium trilaterarum & ęquilaterarum: protrahãtur enim



d a, d b, d c. Cùm igitur anguli quos continet linea e d, cum ſingulis lineis d a, d b, d c, ſint recti ex diſinitione perpendicularis ad ſuperficiem, cumq́ꝫ quadratum lineę e d ſit ex hypotheſi duplum ad quadratum ſemidiametri circuli a b c, erit ex penultima primi quadratum uniuſcuiuſq́ꝫ trium hypothenuſarum linearum e a, e b, e c, triplum ad quadratum ſemidiametri circuli a b c. Sed ex octaua tredecimi, quadratum quoq́ꝫ cuiuſq́ꝫ trium laterum trianguli a b c, triplum eſt ad quadratum ſemidiametri eiuſdem circuli, igitur omnia latera ſtatutæ pyramidis ſunt adinuicem æqualia, quare ipſa eſt æquilaterarum baſium. Cùm itaq́ꝫ ſibi octoedron includere uoluerimus, diuidemus unumquodq́ꝫ ſex laterum eius in duo medio ęqualia, & continuabimus medium punctum cuiuſq́ꝫ laterum mediis punctis cunctorum reliquorum laterum, cum quibus ipſum continet & angulum ſuperficialem: uerbi gratia, diuidam latera baſis in punctis f, g h, & hypothenuſas cadentes ab e, in punctis k, l, m, & continuabo punctum f, cum puncto g & cum h & cum k & cum l, punctumq́ꝫ m, cum eiſdem h & l. Ecce itaq́ꝫ perfectum eſt corpus octo baſium triangularium iis duodecim lineis media puncta laterum fabricatę pyramidis iungentibus contentum. Has autem octo baſes ex quarta primi, quoties oportet repetita ęquilateras eſſe manifeſtum eſt, ipſum quoq́ꝫ corpus ſtatutę pyramidi ex diſinitione inſcriptum, quemadmodum iuſſi eramus, educere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

INtra cubum aſsignatũ figuram octo baſium triangularium æqualium laterum conſtituere. 3

CAMPANVS. Cubo intendimus inſcribere octoedron. Qualiter autem cubum componere oporteat, in prima huius ſufficienter dictum eſt. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor baſium triangularium & ęqualium laterum in eo ex prima huius deſignetur, ac intra ipſam pyramidem ex pręmiſſa octoedron diſtinguatur: quo facto, ſimul etiam factum erit quod uolumus. Conſtat enim ex ratiocinatione primę, latera cuncta ipſius inſcriptę pyramidis eſſe diagonos baſium cubi, & ex ratiocinatione præmiſſæ liquet cunctos angulos octoedri in hac pyramide diſtinctι eſſe in lateribus ipſius pyramidis: quare manifeſtum eſt, omnia angularia puncta huius octoedri eſſe in baſibus aſsignati cubi. Igitur ex diſfinitione habemus propoſitum. ¶ Aliter idem. Centris cunctarum baſium cubi, quemadmodũ in nona quarti fit, repertis, à centro ſupremæ ſuperficiei eius ad centra quatuor lateralium ſuperficierum quatuor hypothenuſas demitte, & à centro infimæ, & ad earundem lateralium ſuperficierum centra quatuor alias hypothenuſas eleua, centra quoq́ꝫ quatuor lateralium quatuor rectis lineis continua: ita uidelicet quòd centra earum tantum quæ inuicem ſecant, continues. Verbi gratia, iunges centrum anteriorum cum centro dextræ & cum centro ſiniſtræ, centrum quoq́ꝫ ultimæ iunges cum eiſdem, hoc eſt cum centro dextræ & cum centro ſiniſtræ. Habes itaque corpus octo baſium triangularium, iis duodecim lineis, quæ centra ſuperficierum cubi continuant, complexum. Si igitur has baſes æquilateras eſſe, probare uolueris, à centris baſium cubi ad cuncta perpendiculares protrahe, quas neceſſarium eſt omnia latera ipſius cubi per æqualia diuidere, ex ſecunda parte tertiæ tertii. Quod planum erit, ſi unicuiq́ꝫ baſium cubi circulum circunſcripſeris, atque ideo binas & binas ſuper idem punctum in lateribus baſium cubi conſtat, concurrere: eaſq́ꝫ ex ſecunda parte 28 primi, ideoq́ꝫ etiam ſingulas eſſe æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 undecimi, manifeſtum eſt binas & binas earum ſuper idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere, eo quòd omnes ſuperficies cubi ſunt quadratæ. Quia igitur illæ duodecim lineæ centra ſuperficierum cubi continuantes, quę & angulis quos hę lineæ ſuper media puncta laterum cubi concurrentes binæ & binæ continent, ſubtenduntur, ipſæ erunt ex quarta primi, uel etiam (ſi mauis) ex penultima primi, adinuicem æquales. Ergo eſt in propoſito cubo deſignatum corpus octo baſium triangularium & æquilaterarũ: quod oportebat facere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

INtra datum corpus octo baſium triangularium atq́ꝫ æquilateratum cubum figurare. 4

CAMPANVS. Non dubites, quin corpus octo baſium triangularium atq́ꝫ æquilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea ſuper aliquod planum ſurſum orthogonaliter erecta, eam per æqualia diuide, & a puncto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe, quæ componant lineam unam, eruntq́ꝫ hæ duæ lineæ ſeinuicem ſecantes, uidelicet prima, quæ ſuper poſitum planum eſt orthogonaliter erecta, & alia quæ ipſam ſuper eius mediũ punctum orthogonaliter ſecat in eadem ſuperficie ſitæ ſunt, per primã partem 2 undecimi. Ad ſuperficiem igitur in qua ipſæ

ſitæ

ſitæ ſunt ſuper cõmunem punctum ſectionis earum (ut 12 docet undecimi) perpendicularem erige,quam facias eandem ſuperficiem in utranque partem penetrare,& pone cunctas ſex portiones harum trium linearum à puncto in quo ſe inuicem ſecant æquales:ſic enim quælibet quamlibet per æqualia & orthogonaliter diuidet,ita quòd cùm ſint tres quæque duæ earum,ſalutiferæ crucis uenerandum ſignum ad angulos rectos continebunt. A ſupremo igitur erectæ lineæ ſuper poſitum planum puncto quatuor hypothenuſas ad extremitates duarum linearũ ipſam ſecantium demitte:deinde ab infimo eiuſdem erectæ puncto,quatuor alias hypothenuſas ad eaſdem duarum ſecantium linearum extremitates eleua:poſtremò quoq; harum hypothenuſarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua.Erunt enim hæ duodecim lineæ,uidelicet quatuor hypothenuſæ à ſupremo puncto erectæ perpendicularis deſcendentes,quatuorq́; poſtremæ ab eius infimo puncto ſurſum eleuatæ,& reliquę quatuor lineæ harum hypothenuſarum extremitates continuantes,ex penultima primi ſine nugationis peccato pluries repetita adinuicem æquales,quare conſtat corpus ab eiſdem terminatum,octo baſibus triangularibus æquilaterisq́; contineri.Si igitur huic corpori cubum inſcribere delectat,centra octo triangulorum ipſum ambientium inuenire ex quinta quarti labora,eaq́; reperta duodecim lineis rectis hac lege continua,ut centrum cuiuſque horum triangulorum cum centro cuiuſque trium ad ipſius latera terminatorum,per rectam lineam copuletur.Non eſt autem huius rei idoneum figuram in plano depingere:ideoq́; reſtat,ut quod dicitur mente concipias,ipſumq́;(ſi placet) actu & opere compleas. Videbis enim duodecim lineas horum triangulorum centra,poſita lege continuantes cubum continere, quem reſtat ut æquilateris rectangulisq́; ſuperficiebus demonſtres eſſe concluſum,non enim erit cubus,niſi omnes eius ſuperficies ſint quadratæ.Ducito ergo à quolibet angulo trigonarum ſuperficierum octoedri,perpendicularem ad latus illi angulo oppoſitum , has autem perpendiculares ex prima quartidecimi,conſtat adinuicem æquales,& diuidere latera quibus perpendiculariter inſiſtunt,per æqualia,ideoq́; binas & binas ſuper idem punctum lateris,cui ſuperſtant conuenire.Eaſdemq́; conſtat ex his quæ in decimaſeptima quartidecimi demonſtrata ſunt,tranſire per centra triangulorum,ideoq́; per extremitates laterum incluſi corporis trãſire,ac eorum portiones quæ intra centra trigonorum & latera ipſorum intercipiuntur,ex ijs etiam quæ in eadem demonſtrata ſunt,conſtat eſſe æquales,angulos quoq; ab ijs perpendicularibus binis coeuntibus contentos,ex octaua primi patet eſſe æquales. Et quia hæ perpendiculares,ſuæq́; portiones inter centra & latera interceptæ eoſdem angulos ambiunt: erunt quoq; anguli,quos lineæ à centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadentes binæ & binæ continent adinuicem æquales.Cumq́; latera illius corporis,de quo diſputamus,hos angulos ſubtendunt:ſequitur ex quarta primi frequenter ſumpta,corpus incluſum eſſe æquilaterum:at quoq; rectangulum.Protrahantur enim diagoni in ſingulis ſuperficiebus,hos diagonos ex quarta primi, omnes adinuicem æquales eſſe conuinces,mediantibus angulis à duabus perpendicularibus per ipſarum diagonorum extremitates tranſeuntibus contentis, ſi prius hos angulos,ex octaua primi,æquales ſibi inuicem eſſe probaueris.Cùm igitur diameter tetragonarum baſium corporis huius ſint adinuicem æquales:latera quoq; earundem baſium æqualia,neceſſe eſt ex octaua primi multoties repetita,ipſas tetragonas baſes eſſe æquiangulas. At quia ex duodecima primi,omnes anguli cuiuſque earum ſunt æquales quatuor rectis,ſequitur eas eſſe rectangulas:itaque ex diffinitione quadrati,ipſæ ſunt quadratæ.Igitur inſcriptum corpus manifeſtum eſſe cubum,ſicut intendimus.

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 5.*

5 PYramidem quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum,aſsignato corpori octo baſium triãgularium quoq; atque æquilaterarum inſcribere.

CAMPANVS. Aſsignato corpori octo baſium inſcribe,ſecundum præcepta præmiſſæ cubum,cuboq́; inſcripto inſcribe (ut docet prima huius) pyramidem qualis proponitur.Cùm igitur huius pyramidis anguli ſint etiam anguli cubi,quemadmodum ex demonſtratione primæ,manifeſtum eſt:cuncti autem anguli cubi ſint ex præmiſſa in ſuperficiebus aſsignati octoedri:erunt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in ſuperficiebus corporis octo baſium,cui eam iubemur inſcribere:quare ex diffinitione manifeſtũ eſt,nos feciſſe quod quæritur.

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 6.*

6 INtra datum corpus uiginti baſium & æqualiũ laterum,corpus duodecim baſium pentagonaliũ æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter componere.

CAMPANVS. Corpus uiginti baſium non docemus hic fabricare,quoniam ex 16 tredecimi,qua cõuenit arte,hoc fieri,ſatis euidens eſt.Eo igitur ut ibi docetur cõpoſito,ut ſibi

corpus duodecim baſium pentagonarum atque æquilaterarum includere delectat, hac uia procedendum eſt. Manifeſtum eſt enim uiginti triangulos, ſexaginta ſuperficiales angulos habere, & quia ad conſtitutionem uniuſcuiuſque ſolidi anguli corporis icoſedri quinque ſuperficiales conueniunt, ſicut ex demonſtratione decimaſexta tredecimi colligitur, conſtat illud corpus duodecim ſolidis angulis compleri. Inuentis igitur, ut in antè præmiſſa, centris cunctorum triangulorum totum icoſedron terminantium, ea triginta rectis lineis continua, ita quòd cuiuſque centrum centris omnium circumiacentium, cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cùm ergo hoc feceris, uidebis ex illis triginta in eis duodecim pentagonos conſtitui duodecim angulis ſolidis dati icoſedri oppoſitos: hos itaque pentagonos, quemadmodum in antè præmiſſa feciſti, de baſibus cubi, æquilateros eſſe probabis. Neceſſe eſt enim, ut quorumlibet triangulorum duorum idem latus habentium, centra eodem ſpatio diſtent: reſtat ergo, ut eos etiam æquiangulos eſſe ſyllogizes. Manifeſtum eſt autem ex ratiocinatione decimaſexta tredecimi, datum corpus uiginti baſium ab eadem ſphæra, cuius diameter eſt, tanquam diameter huius corporis, uidelicet linea quæ duos eius angulos oppoſitos continuat, eſſe circunſcriptibile. Si igitur hæc diameter per medium ſecetur, punctus ſectionis erit centrum ſphæræ circunſcribentis. Ab eo itaque ad ſuperficies cunctorum pentagonorum perpendiculares, ex undecima undecimi ducito, & à puncto in quo ſingulis pentagonis obuiauerint, ad ſingulos eorum angulos rectas lineas dirigito, deinde centrum ſphæræ cum ſingulis angulis ipſorum pentagonorum continuato. Age ergo, eos proba eſſe æquiangulos hoc modo. Cùm enim omnes circuli circumſcribentes trigonos icoſedri ſunt æquales, erunt omnes perpendiculares à centro ſphæræ ad ipſos uenientes & in eorum centra cadentes, æquales: omnes ergo lineæ à centro ſphæræ ad angulos cuiuslibet pentagoni uenientes, ſunt æquales: nam anguli pentagonorum ſunt centra circulorum trigonos ipſos icoſedri circunſcribentium ex hypotheſi. Igitur ex penultima primi, eodem argumentationis genere, quo ſuperius in decimoquarto ſyllogizauimus, ſectorem prouenientem in ſuperficie ſphæræ, cùm aliqua plana ſuperficies ſphæram ſecat non ſuper centrum eius, eſſe circunferentiam continentem circulum, neceſſe eſt quinque lineas uenientes à concurſu perpendicularis ductæ à centro ſphæræ ad ſuperficies omnium pentagonorum ad quinque angulos cuiuſcunque pentagoni, eſſe adinuicem æquales: itaque omnibus duodecim pentagonis eſt circulus circunſcriptibilis. Cùm igitur ipſi ſint æquilateri, conuincitur eos eſſe etiam æquiangulos: quod oportebat oſtendere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

INtra datum corpus duodecim baſium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularum, corpus uiginti baſium triangularium, atque æquilaterarum fabricare. 7

CAMPANVS. Qualiter corpus duodecim baſium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularium componere oporteat, ex decimaſeptima tredecimi require. Sed qualiter corpus uiginti baſium triangularium æquilaterarum ſibi conueniat inſcribi, hic addiſce. Suorum pentagonorum centris (ut in decimaquarta quarti fit) repertis, ea adinuicem triginta lineis hac lege continua, ut uniuſcuiuſque pentagoni centro, cuiuſque pentagoni ſecum in latere communicantis iungatur: ita uidelicet quòd uniuſcuiuſque pentagoni centrum, centris quinque pentagonorum terminantium uel circumiacentium continuetur. Cùm igitur hoc feceris, obuient tibi uiginti trianguli ab iis triginta lineis centra pentagonorum continuantibus contenti, eruntque ij uiginti trianguli uiginti ſolidis angulis ipſius dodecedri oppoſiti, amplectentes corpus uiginti baſium triangularium, quas æquilateras eſſe demonſtrabimus, & erunt duodecim ſolidi anguli huius corporis uiginti baſium in centris duodecim pentagonorum corpus dati dodecedri terminantium. Hos itaque uiginti triangulos æquilateros eſſe, ſic proba. A centris pentagonorum ducito perpendiculares ad latera, eruntque omnes perpendiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi, æquos angulos continere. Et quia lineæ continuantes centra pentagonorum his angulis à binis & binis perpendicularibus contentis ſubtenduntur, cùm omnes perpendiculares ſint æquales, erunt ex quarta primi omnes lineæ continuantes centra pentagonorum æquales: quod eſt propoſitum.

Perpendiculares autem binas & binas æquales angulos continere, & omnes eas adinuicem eſſe æquales, ſic collige. Ex quinta primi & uigeſimaſeptima eiuſdem, conſtat ſingulas earum diuidere latera pentagonorum ſuper quæ cadunt, per æqualia, eaſque eſſe adinuicem æquales ductis lineis à centris pentagonorum ad ſingulos angulos eorum. Quare binæ & binæ ſuper idem latus cadentes in eodem ipſius lateris puncto coibunt, eo quod utraque diuidit illud latus

duobus

duobus pentagonis, à quorum centris ueniunt commune per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas uſque ad angulos, quibus commune latus in quo coeunt, oppoſitum per centra pentagonorum producito, & eiſdem angulis duas lineas ſubtendito, quas ex demonſtratione decimaſeptima tredecimi, manifeſtum eſt eſſe tanquam latus cubi ab eadem ſphæra, cum propoſito doderedro circunſcriptibili: ideoq́ patet eas eſſe æquales, eo quód omnia latera cubi ſint æqualia, eaſdemq́ liquet ex nona undecimi, eſſe æquidiſtantes: propter hoc quód ambæ æquidiſtant communi lateri, in quo binæ & binæ perpendiculares conueniunt. At uerò ipſas eaſdem conſtat ex his perpendicularibus per æqualia diuidi. Itaque per trigeſimātertiam primi, cum ctæ lineæ continuantes puncta, in quibus binæ & binæ perpendiculares ſuper has lineas, quas tanquam cubi latera fore diximus, concurrunt, ſunt adinuicem æquales: nam omnes ſunt, tanquam latus cubi. Igitur ex octaua primi, anguli contenti à binis & binis perpendicularibus, ſunt æquales. Quare per quartam eiuſdem, lineæ quoq́ continuantes centra pentagonorum ſunt ſibi inuicem æquales: inſcriptum ergo eſt propoſito dodecedro corpus uiginti baſium triangularium & æqualium laterum, ſicut iuſſi eramus.

Eucl. ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 SOlido duodecim baſium pentagonarum atque æquilaterarum propoſito, intra ipſum cubum diſtinguere.

CAMPANVS. Cùm doderedron ſuper cubi latera fabricetur, ut conſtat ex decimaſeptima tredecimi, nimirum eo fabricato ſibi conuenit cubum inſcribi: nam cùm duodecim ſint pentagoni, ſi unius cuiuſque eorum uni angulo (prout cubi figuram uidebis exigere) chordam unam ſubtenderis, ex ijs duodecim chordis ſex æquilateras rectangulasq́ ſuperficies cubi & corpus amplectentes ſuperficies. Aequilateras quidem eas eſſe, conſtat ex quarta primi: rectangulas autem, eodem argumētationis genere, quo in ſexta huius baſes dodecedri, dato icoſedro inſcripti, demonſtrauimus eſſe æquiangulas, conſtat quidem ex decimaſeptima tredecimi, propoſitum dodecedron ſphæræ eſſe inſcriptibile. Ergo à centro illius ſphæræ, ad omnes has quadrilateras ſuperficies, perpendiculares, ut docet undecima undecimi, protrahe & à puncto concurſus ad ſingulos angulos illarum quadrilaterarum ſuperficierum rectas lineas dirige, ac eoſdem angulos quadrilaterarum ſuperficierum cum centro ſphæræ iunge: eruntq́ hæ lineæ centrum ſphæræ cum angulis quadrilaterarum ſuperficierum continuantes, ſemidiametri ſphæræ, de quarum quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis, remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concurſus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum ſuperficierum) neceſſe eſt omnibus his quadrilateris ſuperficiebus circulos eſſe circunſcriptibiles, ideoq́ neceſſe eſt eas eſſe æquiangulas, quum ſint æquilateræ. Et quia ex trigeſimaſecunda primi, anguli cuiuſque earum pariter accepti ſunt æquales quatuor rectis angulis, ſequitur eas eſſe rectangulas: nihil ergo deeſt inſcripto corpori de ratione cubi.

Eucl. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 DAto dodecedro, ſibi demum octohedron includere.

CAMPANVS. Compoſito dodecedro, ut in decimaſeptima tertijdecimi, ſex latera ſuarum ſuperficierum, ea uidelicet quæ cathetos ſuper ſex lineas oppoſita latera ſuperficierum cubi per æqualia ſecantes erectos, tāquam eorum corauſti iungunt, per æqualia diuide, eaq́ bina & bina adinuicem compoſita, continua per tres lineas, quæ ſeinuicem ſuper medium punctum diametri cubi, ex quadrageſimaoctaua undecimi, per æqualia ſecabunt: eritq́, ut quæque duæ earum trium ſeinuicem quoq́ ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per duodecim lineas rectas continuaueris, proueniet tibi corpus octo baſium triangularium & æquilaterarum, ex quarta primi, uel (ſi mauis) ex penultima primi: quod oportebat oſtendere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 INtra aſsignatum dodecedron, pyramidem quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum adhuc reſtat diſtinguere.

CAMPANVS. Aſsignato dodecedro inſcribe cubum, ex octaua huius, cuboq́ pyramidem ex prima. Cùm igitur anguli pyramidis ſint in angulis cubi, ut patet ex ratiocinatione primæ, & anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ, erunt quoque anguli pyramidis in angulis dodecedri, itaque conſtat quod uolumus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

PRopoſito icoſedro, in eodem cubum figurare. 11

CAMPANVS. Icoſedro inſcribe dodecedron ex ſexta, ac dodecedro cubum ex octaua. Conſtat autem ex demõſtratione ſextæ, quòd omnes anguli dodecedri cadunt ſuper centrum baſium icoſedri, & anguli cubi ſunt in angulis dodecedri: itaque anguli cubi ſunt in centris baſium icoſedri. Habemus ergo propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

ICoſedron datum, pyramidem quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum ſibi poſtulat inſcribi. 12

CAMPANVS. Si in dato icoſedro ex præmiſſa cubum inſcripſeris, cuboq́ ex prima pyramidem incluſeris, quin poſtulationi icoſedri ſatisfeceris, hæſitandum non erit. Scire autem oportet, quòd cùm ſint quinq; regularia corpora, de quorum mutua abinuicem inſcriptione in hoc 15 libro determinetur, ſi unumquodq; eorum cuilibet cæterorum eſſet inſcriptibile, 20 eorundem inſcriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorum quinq;, eſſent cætera quatuor inſcriptibilia, ideoq́ quater quinq; inſcriptiones, quod eſt 20, neceſſariò prouenirent. At uerò pyramidi ſolùm octohedron conueniens eſt inſcribi, non enim ſunt in pyramide baſes aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi aut icoſedri aut etiam dodecedri poſsint extrema ipſius pyramidis contingere. Cubus quoq; ſolius pyramidis & octoedri, & octoedron ſolius pyramidis & cubi, receptioni ſunt apta: qualiter enim in eorum alterutro 12 angulos icoſedri, aut 20 angulos dodecedri, ita ut ſinguli in eorũ ſingulis cadant collocabis? Icoſedron autem cum cætera conuenienti ambitione poſsit complecti, ſolius octoedri nequit eſſe receptaculum: nam octohedri ſex anguli ſemidiametrali ſeinuicem bini & bini oppoſitione reſpiciunt, lineæq́ eos continuantes ſeſe per æqualia orthogonaliter diuidunt, ita quòd illud glorioſum ſignum ad cuius intuitum conſternantur dæmones, ſub rectis angulis triplicatum reddant. hos itaq; triangulos neq; baſes, neq; anguli, neq; latera icoſedri poſſunt ſub ſuo ſitu recipere, neq; enim in eo reperies ſex baſes, aut ſex angulos, aut ſex latera, hac diametrali orthogonaliq́ oppoſitione ſe contuentes. Dodecedron autem nulli cæterorum ſuæ ambitionis denegauit hoſpitium, immo cunctorum receptorium exiſtit. Vnde non inconuenienter dodecedri figuram antiqui Platonis diſcipuli aſcripſere cœlo, quemadmodum pyramidis formam tribuerunt igni, eo quòd ſurſum ſub pyramidali figura euolet. At octoedri, aeri: quippe ſicut aer ignem motus paritate ſequitur: ſic octoedri forma, pyramidis formam ad motum habilitate comitatur. Viginti uerò baſium figuram aquæ dictauerunt: nam cum ipſa baſium pluralitate plus cęteris circuletur in ſphæram, fluentis rei motui magis quàm ſcandentis conuenire uiſa eſt. Cubum uerò figuram quidam dedere terræ: quid enim in figuris maiori ad motum uiolentia indiget quàm teſſera? at in elementis quid fixius conſtantiusq́ reperitur terra? Si igitur ex 20 inſcriptionibus, tres quas pyramis non ſuſtinet, binasq́ à quibus natura cubi & octoedri aliena eſt, rurſusq́ unam cui repugnat icoſedri figura, reieceris, erunt reliquæ tantum 12 inſcriptiones, pyramidis quidem, ſola, cubi uerò octoedriq́ binæ, Icoſedri autem tres, dodecedri autem quatuor, de quibus omnibus (ut arbitror) ſufficienter aliàs diſputatum eſt.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

FAbricato quouis quinque regularium corporum, ſibi ſphæram inſcribere. 13

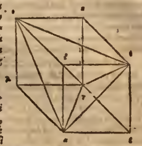
CAMPANVS. Ex 13 libro itaq; manifeſtum eſt, unumquodq; quinq; horum corporum eſſe ſphæræ inſcriptibile. Nunc itaq; cõſtabit uiceuerſa ſphæram unicuiq; ipſorum eſſe inſcriptibilem. A circunſcribentis enim ſphæræ centro ad baſes uniuerſas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant, quas intra centra circulorum baſes ipſas circunſcribentium cadere, neceſſe eſt. Cumq́ omnes circuli eas circunſcribentes ſint æquales, eruntq́ hæc perpendiculares æquales. Itaq; ſi ſecundum quantitatem unius earum circulum ſuper centrum circunſcribentis ſphæræ deſcripſeris, eiusq́ ſemicirculum quouſque ad locum unde moueri cœperit, redeat, circunduxeris: quia ipſum per extremitates cunctarum perpendicularium, neceſſe eſt tranſire, conuinces ex correlario 15 tertij, ſphæram iſtius ſemicirculi motu deſcriptam uniuerſas baſes aſsignati corporis in concurſibus perpẽdicularium contingere. Non enim plus poteſt, ſphæra de baſibus corporis contingere, quàm circunductus ſemicirculus (dum mouebatur) contingit. Quare aſsignato corpori conſtat nos ſphæram, quemadmodum propoſitũ erat, inſcripſiſſe.

F I N I S.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE FACILE principis, ex Hypſiclis Alexādrini, Græci philoſophi traditione: Geometricorum elementorum Liber decimus quintus.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 1.

1 IN dato cubo pyramida deſcribere. Camp. 1.

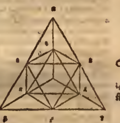


HYPSICLES ex Zamb. *Eſto datus cubus α β γ δ ε ζ η θ, in quo oportet pyramida inſcribere: connectantur α γ, γ ε, α ε, α δ, ε δ, θ γ. Manifeſtum iam, quòd ipſa α ε γ, α θ κ, α δ γ, ε θ ε, triāgula æquilatera ſunt: quadratorum enim diametri ſunt latera. Pyramis igitur eſt ipſa α ε γ δ, & deſcribitur in dato cubo: quod facere oportebat.*

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 2.

2 In data pyramide octaedrū deſcribere. Camp. 2.

HYPS. ex Zāb. *Eſto data pyramis α β γ δ, ſeceturq́; bifariā ipſis ε ζ η θ κ λ ſignis, & cōnectātur ipſæ θ κ, θ λ, ε ζ, ζ η, et reliquæ. Et quoniā α β dupla eſt utriuſq; ipſarum θ κ, κ ζ: æqualis igitur eſt θ κ ipſi η ζ & parallelus, ſimiliter & θ η ipſi ζ κ eſt æqualis & parallelus: æquilaterum igitur eſt θ κ ζ η. Dico quòd & rectāgulum. Si enim ab ipſa κ λ perpēdiculares agātur ad plana ε ζ β κ, ε ζ η γ, ε ζ μ θ, θ κ ζ η, ſimiliter oſtēdemus quæ in ipſius θ κ ζ η, quadrati æquilatera: quod facere oportebat.*



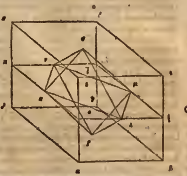
Eucl. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 3.

3 In dato cubo octahedrum deſcribere. Camp. 3. ἰσεχόντων, ſtantium.

HYPS. ex Zamb. *Eſto datus cubus α β γ δ ε ζ η θ, & capiātur cētra *inſidentium quadratorum κ λ μ ν. Dico quòd κ λ μ ν quadratum eſt. Excitentur per ipſa κ λ paralleli (per 31 primi) ξ ο, π ο. Quoniā igitur dupla eſt π ο ipſius ο λ, & ξ ο ipſius ο κ, id propterea quod ex ο κ: igitur ei eſt æquum quod ex λ ο, & per hoc & ο κ ipſi ο λ eſt æqualis. Quod igitur ex κ λ duplum eſt eius quod ex ο λ. Ac per hoc & quod ex μ λ, duplū eſt eius qđ ex λ ξ: qđ igitur ex κ λ, æquū eſt ei quod ex μ λ: æquilaterū igitur eſt κ λ μ ν, manifeſtum eſt quòd & rectangulum. Aſſumātur ipſi β δ ε η bina quadrata, & centra ρ σ, & cōnectantur ρ κ, ρ μ, ρ ν, σ κ, σ λ, σ ν, σ μ, manifeſtum eſt quòd triangula efficiētia octahedrum æquilatera ſunt, eadem nanq; oſtendemus ratione.*

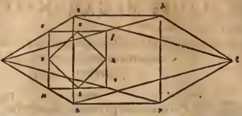
Eucl. ex Zāb. Problema 4. Prop. 4.

4 In dato octahedro, cubum deſcribere. Camp. 4.



HYPS. ex Zāb. *Capiātur (per primā tertii) eorum qui circum α β γ, α γ δ, α β ε, α δ ε triangula, circulorum centra ο θ, κ λ, & connectantur ο θ, ο κ, κ λ, λ θ. Dico quòd ο θ κ λ eſt quadratum. Excitentur (per 31 primi) per ipſa ο θ κ λ ipſis β γ, β ε, γ δ, δ ε, paralleli μ ν, μ ο, ν ξ, ξ ο. Quoniam igitur æquilaterum eſt α β γ triangulum, quæ ex α in θ centrum, eius qui circum α β γ triangulum circuli, bifariàm diſpeſcit eum, qui ad α ipſius α β γ trianguli: æqualis igitur eſt & ν θ ipſi θ μ. Ac per hoc iam & μ ν, ipſi ο ο: & ο κ, ipſi κ π eſt æqualis. Quoniam autem ipſa μ ν, ipſi μ ξ, &*

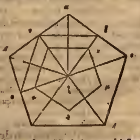
μ ν, & μ ο, ipſi ο ξ eſt æqualis: æqualis igitur & κ θ ipſi μ ν, & θ μ ipſi κ ι, & μ κ ipſi θ ν, qui aūt ſub θ μ κ & κ ν ο recti, ex quo manifeſtū eſt q. ν θ æqualis eſt ipſi κ κ. Ei id ꝓpterea iā & reliquæ. Quoniā igitur κ θ κ λ parallelogrāmū eſt, in uno eſt plano. Et quoniā dimidiū eſt uterq; ipſorū qui ſub κ ν θ, ο κ κ, recti: reliquus igitur qui ſub ϑ κ ν rectus eſt. Similiter et reliqui. Quadratū igitur eſt κ ϑ κ λ, poßibile aūt eſt quæ in principio aßūpta κ θ λ λ, cētra & parallelos cōſiciētia μ ν, ν ξ, ξ ο, ο μ, cōnectere ipſas κ ϑ, ϑ λ, λ κ, λ κ, & dicere ipſū κ θ κ λ quadratū. Si uerò aſſumamus & reliquorū triāgulorū cētra, cōnectamusq; eadē, oſtēdemus reliqua quadrata, habebimusq; in dato octahedro cubū deſcriptū, quod agēdū fuerat. Eucl. ex Zāb. Theor. 5, Prop. 5.



In dato icoſahedro dodecahedrum inſcribere. 5

Camp. 6.

HYPSICLES ex Zāb. Exponatur quinquāgulū ipſius icoſahedri α β γ δ ε, & cētra circulorū qui circū α ζ ε, α ζ β, β ζ γ, ζ γ δ, δ ζ ε triāgula, ſintq; κ θ κ λ μ, cōnectāturq; κ ϑ, ϑ κ, κ λ, λ κ, μ κ. Et rurſus cōnexæ ζ κ, ζ λ, ζ κ, extēdātur in ξ ο ο biſariā, nēpe ipſæ ε α, α β, β γ ſecabūtur in ipſis ξ ν ο ſignis. Et ſicut ο ξ ad ν ο, ſic κ ϑ ad ϑ κ, æqualis igitur eſt θ ο ipſi κ ν. Similiter iā & reliqua ipſius κ ϑ κ λ μ pētagoni latera, æqualia demōſtrabūtur. Dico q. & æquiāgula. Quoniā enim duæ ν ξ, ν ο * ad binas κ ϑ, θ κ, æquos cōprehēdunt angulos, et reliqua manifeſta ſunt. Intelligatur ab ipſo ζ, ad ipſius α β γ δ ε pētagoni planū perpēdicularis acta quæ cadit in cētrū eius qui circū pētagonū circuli. Si uerò ab ipſo ν in ſignū in qđ cōcurrit quæ ex ζ perpēdicularis cōnectamus, ac per θ parallelū agemus ad eā, manifeſtū qđ cōcurrit ei quæ ex ζ perpēdiculari, et quæ ab ipſo ν parallelus rectū cōprehendit angulū, unà cū ea quæ ex ζ perpēdiculari. Rurſus ſi cōnectamus ab ipſis ζ ν in cētrū eius qui circū α β γ δ ε pētagonū circuli, & in ſignū in qđ cōcurrit quæ ex ϑ, ei quæ ex κ cōnexa recta, quo cū eadē cōprehēdet. Ex quo manifeſtū eſt q. quinquāgulū κ ϑ κ λ μ in uno eſt plano. Nos uerò ſcire oportet, q. ſi quis nos interroget quot latera habet icoſahedrū, ſic dicemus: Manifeſtū q. icoſahedrū ſub 20 triāgulis cōprehēditur, & q. unūquodq; triāgulum tribus rectis lineis cōſtat. Oportet igitur nos multiplicare 20 triāgula in ipſa triāguli latera, fiunt 60. quorū medietas ſunt 30 Similiterq; & in dodecahedro. Rurſus quoniā 12 quinquāgula dodecahedrū cōficiūt, & unūquodq; quinquāgulū quinq; cōtinet rectas lineas, efficiemus duodecies quinq;, & fiunt 60. rurſus eorū medietas ſunt 30. Cur aūt dimidiū efficiamus? Quia quodlibet latus etiā ſi fuerit triāgulū ſiue quinquāgulū ſiue quadratū ut in cubo, * ex ſecūdo capitur. Itidē eadē diſciplina in cubo & in pyramide: & in octahedro eadē efficiēs latera cōperies. Si uerò uelis rurſus uniuſcuiuſq; figurarū angulorū numerū inuenire, rurſus eadē efficiēs diuide per plana cōprehēdentia unū angulū ſolidi. * Et quoniā icoſahedri angulū quinq; triāgula cōprehēdunt, diuide per quinq;, fiūt 12 icoſahedri anguli. In dodecahedro, tria pētagona angulū cōprehēdūt, diuide per tria & uiginti, habebis dodecehedri angulos. Similiter aūt & in reliquis angulos inuenies. Quæſitū eſt quomodo ab unaquaq; quinq; ſolidarū figurarū uno plano cōprehēdentiū quomodocūq; dato, inuenitur & inclinatio, in quā adinuicē inclinātur cōprehēdētia plana unāquāq; figurarū. Inuētio aūt (ſicut Iſidorus noſter magnus magiſter enarrabat) hūc habet modū. Quod quidē in cubo per rectū angulū diſpeſcūt ipſū cōprehēdentia plana adinuicē, manifeſtū. In pyramide uerò expoſito uno triāgulo, cētris terminis unius lateris, ſpacia uerò à uertice in baſin perpēdiculari acta, ambitiones deſcriptæ inuicē ſe ſecēt, & ab ipſa ſectione ad cētra cōnexæ rectæ lineæ cōprehēdent inclinationē planorū pyramidem cōprehendentium. In octahedro uerò à latere trianguli deſcripto quadrato, centris terminis diagonij, interuallo autem itidem trianguli perpendiculari, deſcribantur circunferentiæ, & rurſus à communi ſectione ad centra connexæ rectæ lineæ * cōprehendent definētem in binas rectas quæſitæ inclinationis. In icoſahedro porrò, à latere trianguli deſcripto pētagono connectatur ſub binis lateribus ſubtenſa recta linea, & centris termini eiuſdem, interuallo aūt ipſius trianguli perpendiculari deſcriptis circūferentijs, quæ ex communi ſectione



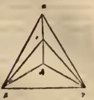
παρὰ ἀλλ., id eſt, paralleli.

ἐκ δευτέρου, id eſt, repetitus.

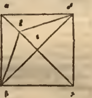
οἷον, ut.

περιέχουσα κλίνουσαν ἀπὸ δύο ἰσῶν, id eſt, comprehendent eū quo quæſita inclinatio à duob. rectis deficit

ctione ad centra connexæ, cõprehendent deſinentē ſimiliter in binas rectas inclinationis icoſahedri planorum. In dodecahedro uerò expoſito uno quinquangulo, connexa ſimiliter ſub binis latcribus ſubtenſa recta linea, centris terminis eiuſdē, interuallo autē acta perpēdiculari à biſaria ſectione ipſius in parallelum ei latus pentagoni, deſcribantur circunferentiæ & quæ à ſigno in quod inuicē concurrunt ad centra connexæ, ſimiliter cõprehēdent * deſinentē in binas rectas inclinationis planorū dodecahedri. Sic quidē clariſsimus ille uir de prædictis diſſeruit, clarā putans in quouis demonſtrationē. Sed ut manifeſta fiat illorum demonſtratio, uiſum eſt uerba ipſius declarare, primumq́; in pyramide. Intelligatur pyramis ſub quatuor æquilateris triangulis comprehenſa α β γ δ, baſi α β γ, faſtigio uerò δ, & ſecto ipſo α δ latere (per 10 primi) biſariàm in ε, connectatur β ε, ε γ. Et quoniā α δ β, α δ γ, triangula æquilatera ſunt, & α δ biſariàm ſecatur, ipſæ igitur β ε, ε γ, perpēdiculares ſunt in ipſam α δ. Dico quòd angulus qui ſub β ε γ, eſt acutus. Quoniā enim dupla eſt α γ ipſius α ε, quadruplū eſt quod ex α γ eius quod ex α ε. Sed quod ex α γ, æquū eſt eis quæ ex α ε, ε γ, (per 47 primi) quorū quod ex α γ ad id quod ex γ ε rationē habet quam 4 ad 3, & eſt æqualis γ ε ipſi ε β: quod igitur ex β γ, minus eſt eis quæ ex β ε, ε γ: acutus igitur eſt qui ſub β ε γ. Quoniā igitur binorū planorū α β δ, α δ γ, communis ſectio eſt α δ, & cõmuni ſectioni ad angulos rectos ſunt rectæ lineæ in utroq; ipſorū planorū actæ β ε, ε γ, & acutū angulū comprehēdūt: angulus igitur qui ſub β ε γ inclinatio eſt planorū, & eſt datus, data enim β γ latus exiſtens trianguli, & utraq; ipſarū β ε, ε γ, perpendicularis, ſubſiſtēs æquilateri trianguli, centris nimirum β, γ, hoc eſt terminis unius lateris, interuallo uerò trianguli perpendiculari deſcripti * ambitus, ſeſe inuicē in ε ſigno diſpeſcunt. Et quæ ab ipſo in ipſa β γ connexæ rectæ lineæ, comprehendunt planorū inclinationē: id autē erat dictū. Et quod cētris quidem β γ, interuallo autem trianguli perpendiculari, deſcripti circuli adinuicem ſe ſecent, perſpicuum eſt, utraq; enim ipſarum β ε, ε γ, maior eſt dimidia ipſius β γ, centris autem β γ, interuallo autem dimidia ipſius β γ deſcripti circuli, ſeſe inuicem tangunt. Si uerò minor fuerit, neq; ſe tangūt, neq; diſpeſcunt: ſi uerò maior, omnino ſecant: & ſic in pyramide hæc cõſequens apertè apparet ratio.



Intelligatur rurſus in quadrato α β γ δ, pyramis uerticem habens ε, & ipſam comprehēdentia * biſariàm baſis triangula æquilatera, erit autē α β γ δ ε pyramis: dimidiū octahedri, ſecetur (per 10 primi) unum latus unius trianguli α ε biſariàm in ζ, & connectatur β ζ, δ ζ, æquales igitur ſunt β ζ, δ ζ, & perpendiculares in α ε. Dico quòd angulus qui ſub β ζ δ, obtuſus eſt, connectatur enim β δ. Et quoniā quadratū eſt α γ, dimetiēs autem β δ, quod ex β δ, duplum eſt eius quod ex δ α. Quod autē ex δ α, ad id quod ex δ ζ rationem habet (ſicut in præcedenti dictū eſt) quam 4 ad 3, & quod ex δ β igitur ad id quod δ ζ, rationem habet quam octo ad tria, æqualis autem eſt δ ζ, ipſi ζ β. Quod igitur ex δ β, eis quæ ex β ζ, ζ δ, maius eſt. Obtuſus igitur eſt qui ſub β ζ δ. Et quoniā binis planis ſeinuicem ſecantibus, hoc eſt α β ε, α δ ε, communis ſectio eſt α ε, & ad rectos angulos ei in utroq; ipſorū planorū actæ ſunt, ipſæ autē β ζ, δ ζ, obtuſum cõprehendentes, qui igitur ſub β ζ δ, angulus * deſinit in binas rectas inclinatiões ipſorū α β ε, α δ ε planorū. Si datus fuerit igitur qui ſub β ζ δ, datur quoq; dicta inclinatio. Quoniā igitur datur triangulū octahedri & unū latus octahedri eſt α δ, & ab ipſa quadratū deſcribitur α γ, dataq; β δ, dimetiens exiſtens ipſius quadrati. Sed & β ζ, ζ δ, ipſius trianguli perpendiculares. Quare & qui ſub β ζ δ angulus datur. Deſcripto igitur quadrato ex latere trianguli ſicut α γ, & connexa diametro ſicut β δ, ſi centris β δ, interuallo autem trianguli perpēdiculari circulos deſcribamus, ſeinuicem in ζ diſpeſcent. Et quæ ex ζ in centra connexæ rectæ lineæ, comprehendunt inclinationē eam quæ ſub β ζ δ, * quæ deſinit in binas rectas (ſicut dictum eſt) ipſorū planorū inclinationis. Et hic perſpicuū eſt quidem ſicut utraq; ipſarū β ζ, ζ δ, eſt dimidia ipſius β δ maior, ac per hoc in organica cõſtructione circulos ſeſe inuicē diſpeſcere neceſſe eſt. Et ex demonſtratione manifeſtum fit ſicut β δ ad δ ζ, potentia rationē habet quam octo ad tria, dimidiæ uerò ipſius β δ potentia quadrupla eſt, & proinde maior eſt utraq; ipſarum β ζ, ζ δ, dimidia ipſius β δ, & hæc quidem de octahedro.



In icoſahedro autem intelligatur pentagonum æquilaterum α β γ δ ε, & in eo pyramis uerticē habens ζ, ut triangula ipſam comprehendentia æquilatera ſint, erit iam ipſa α β γ δ ε pyramis pars icoſahedræ figuræ. Secetur unum latus unius trianguli ζ γ

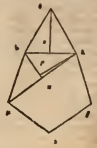


Marginal notes: ut ſuprà. — περιφέρειαι. — δίχα τῶν ἴσων, præter baſim. — Eſt quo deficit à duobus rectis inclinatio. — ut ſuprà.

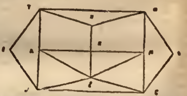
biſariàm in η, & connectãtur ζη, ηδ, æquales exiſtentes & perpẽdiculares factæ in ipſum ζγ. Dico quòd qui ſub ζηδ angulus obtuſus eſt, & ibidem manifeſtum eſt, nam connexa recta linea βδ, obtuſum quidem expleat eum qui ſub βγδ ipſius pentagoni angulum, hoc autem maior qui ſub βηδ, ipſæ nanq; βη, ηδ, ipſis βγ, γδ, ſunt minores: ſimiliter iã ut in præcedenti, quod qui ſub βηδ angulus deſinit in binas inclinationes ipſorum βζγ, γζδ, triangulorum, hoc dato, data erit & inclinatio ipſius icoſahedri planorum. A latere nanq; trianguli icoſahedri deſcripto quinquangulo connexa ſub binis lateribus ſubtenſa pentagoni, ſicut in ipſa deſcriptione ζδ data. ſimiliter autem & ipſis βη, ηδ perpendicularibus triangulorum, datur & qui ſub βηδ. Si enim centris limitibus eius quæ ſub binis lateribus ſubtenſa pentagoni, ſicut βδ, interuallo autem ipſius trianguli perpendiculari circuli deſcribantur, ſecabunt ſe inuicem ſicut in η, & quæ ex η ad ipſa βδ connexæ rectæ lineæ, comprehendent deſinentem ſub binis rectis ipſorum planorum inclinationis, & hic quidem ex deſcriptione manifeſtum eſt, quòd utraq; ipſarum βη, ηδ maior eſt dimidia ipſius βδ.*

* ὑποτείνει ſubtendit.

Inſtrumentali quoq; fabrica eſt oſtendere. Intelligatur ſeparatim æquilaterum quidem triangulum θκλ, ab ipſo autem κλ quinquangulum deſcribatur κμνξλ, & connectatur μλ, exciteturq; (per 12 primi) perpendicularis ipſius θκλ trianguli, θε. Dico quòd ipſa θε maior eſt dimidia ipſius μλ ſubtendentis inclinationem planorum. Acta ab ipſo κ in ipſam μλ, perpendiculari ipſa κπ, quoniam qui ſub κλπ maior eſt tertio recti, hoc eſt eo qui ſub κθε, conſtituatur ei qui ſub κθε æquus qui ſub πλρ, ipſa igitur πλ, perpendicularis eſt æquilateri trianguli cuius eſt latus ρλ, quare quod eſt ex ρλ, ad id quod ex λπ, rationem habet quàm 4 ad 3, maior autem eſt κλ, ipſa λρ. Quod igitur ex κλ, ad id quod ex λπ, maiorem rationem habet quàm 4 ad 3, habet autem et ad id quod ex θε, quàm 4 ad 3. Ipſa igitur κλ, ad λπ maiorem rationẽ habet quàm ad θε, maior igitur eſt θε ipſa λπ.



In dodecahedro ſic intelligatur unum quadratũ cubi à quo dodecahedrũ deſcribitur, & ſit αβγδ, & bina plana dodecahedri, hoc eſt αβζη, ηδθγζ. Dico iam & hic datam eſſe, binorum quinquangulorum inclinationem. Secetur (per 10 primi) ζη biſariàm in κ, & ab ipſo κ ipſi ζη (p 11 primi) ad angulos rectos excitentur in utroq; planorũ κλ, κμ, & connectatur μλ. Aio primum quòd qui ſub μκλ angulus obtuſus eſt. Oſtenſum autẽ eſt in decimotertio Elemẽtorum uolumine, ſiue ſtatu dodecahedri, quod quæ ex κ perpendicularis acta in αβγδ, quadratum dimidia eſt lateris pentagoni, quare minor eſt dimidia ipſius μλ & id propterea qui ſub μκλ angulus obtuſus eſt. Simulq; oſtẽſum eſt in eodem theoremate quòd & quod quidẽ ex κλ, æquũ eſt ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pentagoni, quare quoniã eadẽ κλ & κμ ſunt æquales, & maiores ſunt dimidia ipſius μλ: dato igitur angulo ſub μλκ, deſinẽs in binas rectas inclinatio erit planorum, uidelicet data.



Quoniam igitur latus αβγδ, quadrati ſubſiſtens eſt bina latera pentagoni, daturq; & pentagonum, datur ergo & μλ. Datur autem & utraq; ipſarum μκ, κλ, perpendiculares etenim ſunt à biſaria ſectione αβ ſub binis ſubtenſa lateribus in parallelũ eidem latus pentagoni ut ζη. Datur igitur qui ſub λκμ deſinens (ſicut dictum eſt) in binas rectas quæſitæ inclinationis. Bene igitur in inſtrumentali fabrica dixit quòd oportet dato pentagono, connectere ſubtenſam ſub binis lateribus quæ æqualis ſit ipſius cubi lateri, & centris limitibus ipſius, interuallo uerò ab ipſa biſaria ſectione acta perpendiculari in parallelum eidem pentagoni latus, ſicut in deſcriptione κλ, κμ, deſcriptæ circunferentiæ, & ab ipſo commiſſuræ circunferentiarum ſigno ad centra connectere rectas lineas comprehendentes deſinentem in binas rectas inclinationis ipſorum planorum quod enim ipſa κλ, perpendicularis maior eſt dimidia ipſius μλ: dictum eſt, ſicut in Elementis ſimul etiam eſt oſtenſum.

DECIMIQVINTI LIBRI FINIS.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

CLARISSIMO VIRO PAVLO PI-
ſano, patritio Veneto, equiti Iurato, gra-
uiſſimoq; Senatori, felicita-
tem perpetuam.

LICET Mathematicæ diſciplinæ, quæ pri
mum certitudinis faſtigium uno omnium
philoſophantium iudicio obtinent. Paule
Piſane uir grauiſſime, à priſcis illis philoſo
phantibus ſemper excultæ fuerint, tamen
Aſtrologiã cæteris longè præſtare cenſue-
rim, et hoc ſanè binis adductus rationibus:
nã longè clariora et excellentiora ſunt, quæ
ab aſtrologis in cœleſtium globorum con
uerſione, aſtrorumq; reuolutione, traduntur: hac ſiquidem diſciplina
cœleſtia, quæ his inferioribus longè ſunt præſtantiora homines intu-
entur, aſtra fixa errantiaq; pariter, diſtantias, ſolisq; & lunæ defectus
coniectant, quæ Deus opt. max. mira ſapientia cõſtruxit. Illud quoq;
accedit quòd hęc diſciplina reliquas tres in ſeſe continet: nam cùm in
Aſtrologicis theorematibus ſpectantur circuli, anguli, quadrata,
quæ ex cœleſtium globorum conuerſione fiunt, tunc Geometria eſt
opus, cùm uerò numeri adhibentur, ut ſupputationes accommoda-
tius fieri poſſint, tam minutorum, quàm ſecundorum et reliquarum
particularum (ſicut in magna conſtructione Mathematica Claudius
tradit Ptolomæus, quam imperiti Almageſtũ, neſcio quo beluoſo no
mine appellãt) tunc auxiliatur Arithmetica, ſi autem globorum mo
tus alios celeriores, at alios tardiores inuenis, ubi eos ſimul compara-
ueris, proportionalibus ſeſe mutuò correſpõdere cõperies, quas Mu-
ſica diſciplina oſtẽdit. Pythagoreus nanq; Nicomachus in globorum
cœleſtium reuolutionibus Harmoniam ſonosq; gigni in Muſicis tra
dit. Cuius diſciplinæ primordia quæ Phænomena ſunt, hoc eſt appa
rentia, cùm Euclides Megarenſis clariſſimus mathematicus mira in-
dagatione conſcripſerit, opuſculum illud ĳs, qui Aſtrologiæ diſcipli-
nam ſibi uendicare contendunt, utile et ſcitu iucundum, cùm fortaſſe
hiſce diebus ad noſtras manus perueniſſet, ne tanta utilitate ſtudẽtes
carerent, illud Latinum fecimus. Quod opus quoniã Latinis hucuſq;
ignotum extitit, uoluimus ut ſub tuo nomine è Græcia in Italiam mi-

graret, ſeſeq́; Latinis præberet legendum (ut licèt ex ſeſe auctoritatem uel maximam habeat: nam non rectè ſentiunt, qui Euclidi plurimum non tribuunt) tua auctoritate, maior exiſtimatio & auctoritas ei accederet. Tum ut licèt te pater meus, nosq́; omnes ſemper excoluerimus, tuaq́; uetuſtiſſima fuerimus mancipia, hanc obſeruationem noſtram nullam eſſe cenſerē, niſi ea tibi hoc munere certior fieret. Quod opus tibi abs te comprobatum fuiſſe cognoſcam, communi utilitati conſulens, conabor ut aliorum præclariſſima mathematicorum opera in lucem ueniant. Tu uerò uale in æternū, noſtrisq́; uotis da facilem curſum. In ædibus patrijs xij. Kal. Octobris, in X I. II V I. & X I X. Elemento à reconciliata diuinitate.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Platonici mathematiciq́; præſtantiſſimi Phænomena, ex traditione Theonis, Bartolomæo Zamberto Veneto interprete.

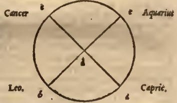
QVONIAM aſtra non errantia ex eodem oriri loco, in eundemq́; locum occidere ſpectantur, queq́; ſimul oriuntur ſimul ſemper oriri, et quæ ſimul occidunt ſemper ſimul occidere. Ab ortuq́; in occaſum uergentia eiſdem inuicem interuallis diſtare, ueluti Orionis, id quod obtigit à cingulo ad pedes uſq́; idem ſemper eſt interuallum. Id, inquam, fit in ijs ſolis quæ in gyrum feruntur, quoniam uiſus omnino à circunferētia æquè diſtat, quemadmodū in Opticis oſtenditur. Receptum ſiquidem eſſe oportet aſtra circuloſe ferri, in unoq́; corpore reuinciri, uiſumq́; à circunferentijs æquè diſtare: ſpectatur ſiquidem ſtella aliqua inter ſublimes loco, locū ex loco non permutans, ſed in qua eſt regione in eadem reuoluta. Quandoquidem ita ad circulorum circunferentias in quibus reliqua aſtra feruntur, ubiq́; æquè diſtare uidetur. Admittendum eſt ſanè circulos omnes parallelos eſſe, & id propterea aſtra non errantia per parallelos ferri polum habentes iam dictā ſtellam. Horum autē nonnulla neq́; orientia neq́; occidentia ſpectantur, eo quia in ſublimioribus circulis ferūtur, quos ſemper apparentes appellant. Hæc ſiquidē ſunt aſtra quæ polū apparentē ſequūtur uſq́; ad circulum arcticū, & quæ polo propinquiora minimo circulo ferūtur, maximo uerò quæ longius abſunt. At quæ in arctico circulo exiſtunt, horizontē radere uidētur. Quæ uerò ad meridiē omnia & oriri & occidere ſpectantur, eo quia eorū circuli non ſunt toti ſupra terrā, ſed eorū pars ſupra, at reliqua ſub terra Eorū uerò ſegmentorū quæ ſupra terrā unūquodq́; quo proprius ad ſemper apparentiū circulū maximū acceſſerit, magis apparet, eorū uerò quæ ſub terra quo propius ad dictū circulum accedit, minus ſpectatur. Eo quia aſtra in ſegmento orbis, quod ſub terra exiſtunt inuehuntur tēpore minimo, quæ uerò in eo quod ſupra terrā maiori feruntur. Quæ uerò ab ijs longius abſunt ſemper ſupra terrā tempus obtinent minus: quæ uerò ſub terra maius, minimū uerò tēpus habebūt quæ ſupra terrā ferūtur ea quæ in meridiē uergunt, quæ uerò infra terrā maius, qui uerò inter hos medij ſunt æquale tempus habent ei quæ ſub terra eſt parti. Quare orbē huiuſmodi æquinoctialem appellamus. Qui uerò ab æquinoctiali circulo æqualiter diſtent, æquali tēpore, & ſegmentis uiciſsim æqualibus inuehuntur, ſicut quæ ſupra terrā in ſeptentrionē uergunt eis quæ ſub terra in meridiē tendunt. Quæ uerò ſupra terrā in meridiem tendunt, eis quæ infra terrā ad ſeptentrionē cōmeāt, utriuſq́; enim circuli & eius qui ſupra terram, & qui ſub terra in continuū tendit idē tēpus, apparet præterea lacteus circulus et zodaicus in parallelos obliqui exiſtentes circulos, ſeſeq́; inuicē in circūuectione diſpeſcentes ſemper hemicyclia ſuper terram habere uidētur. Iā ex his omnibus quæ dicta ſunt mundus ſphæricæ ſpeciei eſſe ſupponitur. Si enim cylindroides aut conoides eſſet. Quæ in obliquis circulis æquinoctialēq́; bifariā ſecantibus ſtellæ cōprehenſæ in ambitu, neutiquā ſemper in æqualibus ſemicirculis prouehi apparerēt, ſed quādoq́; in maiori ſemicirculi ſegmento, & quandoq́; in minori. Si enim conus aut cylindrus plano ſecetur, non autē ad

baſim, ſectio fit oxygoni coni quæ clypeo ſimilis eſt. Manifeſtum igitur quòd huiuſmodi figura in medium ſecta & in longum & in latum diſsimilia ſegmẽta efficiet. Manifeſtum autem quòd & ſi oblique per mediũ ſecta fuerit, & ſic diſsimilia efficiet ſegmenta. Quod in mundo nequaquam fieri deprehenditur, hys igitur omnibus mundus eſt ſphæricus, æqualiterq́; circa axem uoluitur. Cuius unus quidẽ eſt polus ſupra terram apparens, alter uerò infra terram occultus. Horizon uerò uocetur per planum noſtrum procidens in mundo circulus finiensq́; ſupra terram ſpectatũ hemiſphæriũ, ſi ſphæra nanq; plano ſecta fuerit ſectio circulus eſt. Meridianus porrò circulus appelletur, qui per ſphæræ polos & rectè ad horizontem prouenit. Tropici uerò ſunt quos per medium zodiacus orbis tangit, qui eoſdem cum ſphæra polos habent, ſed qui per medium currit zodiacus circulus & æquinoctialis maximi ſunt, biſariàm enim inuicem ſeſe diſpeſcunt in principio arietis & libræ, ſunt nanq; in diametro, & in æquinoctiali exiſtentes, coniugate oriuntur & occidunt, inter ipſos habentes 12 ſignorũ ſex ſigna, æquinoctialis uerò circuli binos ſemicirculos, quandoquidẽ utrunq; principiũ in æquinoctiali orbe exiſtens in eodem feratur tẽpore, & quæ ſupra & que infra terrã eſt pars. Si enim ſphæra circa ſuũ æqualiter axem euoluta fuerit, omnia in ipſius ſphæræ circunferentia cõſiſtentia ſigna in æquali tẽpore ſimiles circunferentias circulorũ per quos feruntur tranſibunt, ſimiles igitur æquinoctialis circuli circunferentias tranſibunt, eam ſcilicet quæ ſupra terram, & eam quæ infra: circunſerentiæ igitur ſunt æquales, ſemicirculus & enim utraq; eſt. Nam ab oriente in ortum, ſiue ab occidente in occaſum totus circulus eſt. Id propterea animalium circulus & æquinoctialis inuicẽ ſeſe biſariàm diſpeſcunt. Si uerò in ſphæra bini circuli ſeſe inuicẽ biſariàm ſecuerint, uterq; ſecantiũ maximus eſt. Igitur zodaicus orbis, & æquinoctialis maximi ſunt, & horizon quoq; maximus eſt, zodaicũ & enim & æquinoctialẽ orbem maximos exiſtentes ſemper biſariã diſpeſcit. Duodecim uerò animaliũ ſex ſemper ſupra terrã, & æquinoctialis circuli ſemper ſupernè ſemicirculũ habent: quæq; in eo ſunt aſtra ſimul & orientia & occidentia in eodem tẽpore adueniunt, alterũ ſiquidẽ ab ortu in occaſum, alterũ uerò ab occaſu in ortum. Ex his igitur oſtenſis manifeſtũ eſt quòd æquinoctialis circuli ſemicirculus in horizõte eſt. Si uerò in ſphæra manens circulus biſariàm maximorum aliquem ſecuerit ſemper delatum, & ſecans quoq; maximus eſt, horizon igitur maximus eſt.

Theorema 1. Apparens 1.

TErra in medio mundo eſt, centriq́; ordinem obtinet ad mũdum.

Sit in mundo horizon a b, terra autem ſit uiſus noſter qui ſit ad d, ſintq́; orientales partes c, occiduæ uerò ſint a, ſpecteturq́; per dioptram iacentem ad d, ſignũ cancer oriens in c ſigno, ſpectabitur igitur eadem dioptra capricornus occiduus, ſpectetur per a ſignum & quoniam ſigna a d c, per dioptram ſpectantur, recta igitur eſt linea quæ per a d c eſto a d c, manifeſtum iam eſt quòd a d c dimetiens eſt non errantium ſphæræ & zodiaci, quãdoquidẽ zodiaci ſuper horizontem ſex animalia diſcindit. Rurſus iam moto zodiaco & dioptra ſpectetur leo oriens in b ſigno: ſpectabit igitur eadem dioptra aquarius occidẽs, ſpectetur in e ſigno, & quoniam e d b ſigna per

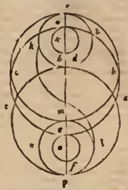


dioptram ſpectantur, recta eſt linea quæ per e d b, ſit e d. Igitur ipſa e d b diametros eſt, & non errantium ſphæræ & zodiaci circuli, patuit autem quod & a d c. Igitur d ſignum centrũ eſt, non errantium ſphæræ, eſtq́; ad terram, ſimiliter iam oſtendemus quòd ſi illud ſignum, in terra aſſumatur centrum eſt mundi, terra igitur in medio mundo eſt, centriq́; ordinem ad mundum obtinet.

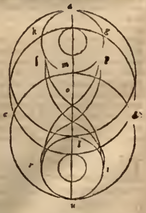
Theorema 2. Apparens 2.

IN uno mũdi ambitu, qui per polos ſphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus uerò circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uerò minime quando polus horizõtis fuerit inter æſtiuum tropicum circulum, ſi uerò in aliquo tropicorũ fuerit polus horizontis, zodiacus circulus omnino ad horizontem rectus erit, quando autem polus horizontis inter tropicos circulos fuerit, zodiacus circulus ad horizontem bis erit rectus.

Eſto horizon circulus b e c, & maximus ſemper apparentium circulorum eſto a d, maximus uerò ſemper non apparentium eſto e f, æſtiuus uerò tropicus ſit g h K, hybernus autem tropicus ſit l m n, zodiacus porrò circulus poſitionem habeat ſicut k l, poli autem ſphæræ ſint x o, ſigna, deſcribaturq́; per x maximus circulus a x e o. Dico quòd in uno ſphæræ ambitu, qui per polos ſphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus autem circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uerò minime quando polus horizontis inter g h k, & a d, fuerit, quod quidẽ qui per polos ſphæræ ad b e c, horizontem bis eſt rectus oſtẽditur. Dico iam quòd k l, ad a o, meridianum bis erit rectus. Quoniam enim in ſphæra bini circuli, a b c, g h K, ſeſe inuicem diſpeſcunt, perq́; polos eorum deſcribitur circulus maximus a h o, æqualis igitur eſt circunferentia k h, ipſi h K, & l p, ipſi p n, eſtq́; æqualis circunferentia g h k, ipſi circunferẽtiæ l p n, æqualis igitur eſt l p, circunferentia ipſi K h circunferentiæ. In quo igitur tempore k ſignum ab ipſo exordiens K, ipſam K h, percurrens circunferentiam in h, peruenit in eo & l ſignum ambitum l p, percurrens in ipſum ſtabit, et zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut h b, p c. Nam quoniam in ſphæra bini orbes a g h K, b h p c, ſeſe inuicem tangunt, ac per unius polum & contactum maximus deſcribitur circulus x h o b. Igitur ipſe x h o q, orbis ueniet & per ipſius h b p c, orbis polos, ad eumq́; rectus erit, quare & h b p c, orbis ad ipſum x h o p, orbem rectus eſt. Rurſus quoniam ad circunferentiã ipſi m n, cirunferentiæ ſimilis eſt, in quo igitur tempore a ad d, peruenit in eodem & n ad m, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut a b m c, nam quoniam in ſphæra bini orbes a b m c, a b ſeſe inuicem tangunt, perq́; unius polum & contactum maximus deſcribitur circulus a x o b, rectus igitur eſt, a x h o ad a b m c, orbem, quare & a b m c, orbis ad a x h o, orbem rectus eſt. Rurſus quoniam a k circunferẽtia ipſi l m, circunferentiæ ſimilis eſt, in quo igitur tempore a, peruenit ad k, in eodem & m ad l uenit, zodiacusq́; circulus poſitionem habebit ſicut k l: in quo igitur tempore k incipiens a k, ipſamq́; k b, percurrens circunferentiam ad b peruenit, quod temporis interuallum eſt unius ſphæræ ambitus, ipſe k l, orbis ad b e c, orbem, bis erit ad angulos rectos.



Eiſdem expoſitis ſit polus ipſius b e c k, inter ſigna d x. Dico quòd k l, circulus zodiacus ad b e c K, horizontem neutiquam erit erectus. Si enim orbis k l rectus eſt ad orbem b e c k, ipſum per polos diſpeſcit, tranſietq́; per polum exiſtentem inter d x, ſecabit quoq́; ipſum g h k, tropicum quod eſt impoßibile, idq́; propterea k l zodiacus non erit rectus ad b e c k, horizontem. Sit autem horizontis polus in l m n, in m ſigno. Dico quòd omnino orbis K l, ad horizontem rectus erit. Nam quoniam k m circunferentia, ipſi l n circunferentiæ, eſt æqualis. In quo igitur tempore k, ipſam k m, percurrens circunferentiam ad m, peruenit, in eodem l in n, erit & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut b k c. Quoniã igitur b m, ipſum n b c, horizõtẽ per polos ſecat ipſumq́; biſariã ſecat & ad angulos rectos. Rectus igitur eſt zodiacus circulus ad horizontem. Eſto autẽ polus horizontis inter tropicos, ſitq́; o ſignũ Dico q̃ k l circulus ad horizontẽ bis erit rectus, deſcribãtur per polum o maximi orbes ſ o t, p o r, tangentes ipſum a g m k, tanget iam & ipſum t n r, & quoniã orbis p o r, ipſum g c k, per polos ſecat biſariàm & ad angulos rectos ipſum ſecat, rectus ergo eſt circulus p o r, ad g c k. Idq́; propterea iã orbis ſ o t, ad g k e, rectus eſt. Et quoniã qui ex k ſemicirculus ſicut ad k l partes cõtactũ nõ admittit ipſi ſ ſemirculo, ſicut ad ſ t, partes. Similis & k ſ, circũferentia

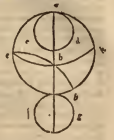


tia ipſi l t, circunferẽtiæ: in quo igitur tẽpore h in s ꝑuenit, in eodẽ & l in t, & h l, circulus cohæret in ipſo s t, circulo a t, s t, circulus ad g e h rectus eſt: & h l, igitur ad e h, rectus eſt. Rurſus quoniam s m p, circunferentia ipſi t n r, eſt ſimilis: in quo igitur tempore s in p, in eodem quoq; & t in r uenit, & circulus zodiacus conuenit in circulo p o r, & p r, ad g e h, rectus eſt, & zodiacus circulus rectus eſt ad g e h, horizontem, bis igitur zodiacus circulus ad horizontem rectus eſt.

Theorema 3. *Apparens 3.*

ASTrorum non errantium, ortus occaſusq́; efficientium, unumquodq́; iuxta eadem horizontis ſigna oritur & occidit.

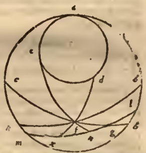
Sit in mundo horizon a b c, maximus autem ſemper apparentium eſto circulus a d e, non apparentium uerò maximus eſto b g s, aſſumanturq́; ſignum b ortus & occaſus facientium. ſintq́; orientales partes c, occiduæ uerò ſint h. Dico quòd b ſignum ſemper iuxta eadem horizontis ſigna oritur, & occidit euoluta ſphæra, ſit orbis per quem ſignum b conuertitur, ſitq́; h b c, igitur orbis h b c, ipſum horizontem ſecat, eſtq́; rectus ad ipſius ſphæræ axem. Ipſi autem axi ad angulos rectos exiſtentes circuli, horizontemq́; diſpeſcentes, ortus et occaſus per eadem horizõtis ſigna efficiunt, orbis igitur h b e, per c ſignũ oritur, & per h occidit, fertur autem b ſignum in circunferentia ipſius h b e circuli, & b igitur ſignum per ſignum e oritur, & per K occidit.



Theorema 4. *Apparens 4.*

ASTrorum in maximi circuli ambitu exiſtentiũ, maximumq́; ſemper apparentium non tangentis, neq; ſecantis, quæ prius oriuntur, prius & occidunt: & qui prius occidunt, prius oriuntur.

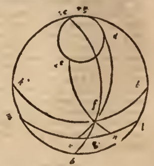
Sit in mundo horizon a b e, maximus autem ſemper apparentium ſit, a d e alius autem maximus orbis eſto e f b, non ſecans circulum a d e, neq; ipſum tangens. Aſſumãturq́; in ipſius e f b, circuli circunferẽtia bina cõtingentia ſigna ſintq́; f g. Dico quòd ipſorum f g ſignorum, quod prius oritur prius & occidit, & prius occidens, prius oritur. Sint autem orientales partes c, occiduæ uerò ſint b, ſintq́; paralleli circuli per quos ſigna f g, inuehuntur b K, l m & per f maximus deſcribatur circulus n f e, ipſum a d e, circulum tangens, ut tamen non tangat ſemicirculum qui ex e ſicut ad partes e f n, ei qui ex a ſemicirculo ad & e: partes ſimilis igitur eſt K f, circunferentia, ipſi m n, circunferentiæ, reliqua igitur f b, circunferentia & continua ei ſub terram uſq; ad K, ſignum ſimilis eſt ipſi n l, circunferentiæ & ei continuæ ſub terram uſq; ad m ſignum. In æquali igitur tempore f n ſigna, ipſas f b, n l, & eis continuas uſq; ad K m, ſigna circunferentias pertranſeunt. Ipſa igitur f n ſigna, ſimul oriũtur, & g ipſo n prius oritur, & g igitur ipſo f, prius oritur. Dico quòd & prius occidit, deſcribatur per f ſignum maximus circulus x f d, ipſum a d e, circulum tangens, ut a b d, ſemicirculus ad partes d f x, ipſi a, ſemicirculo ad partes a b, non concurrat, ſimilis igitur eſt f b, circunferentia ipſi x l. In æquali igitur tempore f ſignum, ipſam f b circunferentiam tranſit, & x ſignum ipſam n l circunferentiam. Igitur f ſigno in b ducto, & x, in l, ſtabit. Ipſa igitur f x, ſigna ſimul occidunt: & g, ipſo x, prius occidit, & g ipſo igitur f, prius occidit: ſimuliter iam demonſtrabimus quòd & prius occidens prius & oritur.



Theorema 5. Apparens 5.

ASTrorum in maximi orbis ambitu qui maximum ſemper apparentium ſecat, exiſtentium, quę in ſeptentrione ſunt prius oriuntur, poſterius uerò occidunt.

Eſto in mundo horizon a b c, maximus autem ſemper apparentium ſit a d c, alius autem maximus circulus eſto c f b, ipſum a d e, circulum diſpeſcens. Aſſumanturq; in ipſius c f b, orbis ambitu bina contingentia ſigna, ſitq; f ſignum ad ſeptentrionem. Dico quòd f, ſignum ipſo g prius quidem oritur, poſterius autem occidit. Sint orientales quidem partes c, occiduæ uerò ſint b, ſintq; circuli paralleli per quos f g, ſigna inuehuntur h k, l m, deſcribaturq; per f ſignum maximus circulus n f e, ipſum a d c, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex a, ſemicirculũ ad partes f g, et qui ex a ſemicirculo, ſicut ad a c k, partes. Similis ergo eſt f k, circunferẽtia ipſi n m circunferentiæ. Reliqua igitur h f, circunferentia & continua ei ſub terram uſq; ad k ſignum ſimilis erit ipſi n l, circunferentiæ & ei continuæ ſub terram uſq; ad m ſignum. In æquali igitur tempore ipſa f n, ſigna ipſas f h, n l, circunferentias, & eis continuas uſq; ad k m, ſigna percurrent. Igitur ipſa f n, ſigna ſimul oriuntur. Ipſum autem n ipſo f prius oritur, & f ipſo

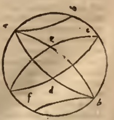


g igitur prius oritur. Dico quòd & poſterius occidit, deſcribatur per x ſignum maximus circulus f d, ipſum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex d, ſemicirculum ſicut ad partes d f, et qui ex a ſemicirculo, ſicut ad a b partes. Similis igitur eſt f b, ambitus ipſi x l, ambitui. In æquali igitur tempore f, ipſum f b, ambitum, & x ipſum x l, perficit. Ipſo igitur f in b ſigno exiſtente, & x in l ſtabit, ipſa igitur x f, ſigna ſimul occidunt. Ipſum autem g prius ipſo x occidit. Igitur & g ipſo f prius occidit, quare & x ipſo g poſterius occidit, patuit autem quod & prius oritur. Igitur ipſum f ipſo g prius oritur, poſterius autem occidit.

Theorema 6. Apparens 6.

IN zodiaco circulo aſtra con ſiſtentia in diametro coniugatè oriuntur & occidunt, ſimiliter & qui in æquinoctiali.

Sit in mundo horizon a b c, zodiacus autem circulus poſitionem habeat a d b, æquinoctialis autem eſto e f d, ſintq; ipſorum quidem ſegmenta ſuper terram a g b, e g f, in diametro igitur eſt a, ſignum ipſi b ſigno, & e ipſi f. Dico quòd ipſa a b & e f, ſigna coniugatè oriuntur & occidunt. Sint orientes partes a, occiduæ uerò b, & ſint paralleli circuli per quos ſigna a b inuehuntur a b, b c, ſitq; ſegmentum a b ſuper terram, at b c infra terram. Quoniam a ipſi b & e, ipſi f eſt in diametro, æqualis igitur eſt circunferentia, c b ipſi a f, circunferẽtiæ. Sed e b, ipſi f c, eſt æqualis, & a f igitur ipſi f c, eſt æqualis, eſtq; maximus parallelorum e f d, æquum igitur eſt orbis a b ipſi b c orbi, ſuntq; ipſorum ſegmenta quæ uiciſſim a b, b c, æqualis



igitur eſt a b, circunferentia ipſi b c circunferentiæ, in æquali igitur tempore a ſignum ipſum a b, ambitũ tranſiens in b ueniet, & b ipſam b c, circunferentiã perficiens ueniet in c. Sed a ipſam a b, percurrens in b proueniens occidit, at b ipſam b c, current in c, quod proueniens oritur. Ipſo igitur a occidente, ipſum b oritur, ſimiliter demonſtrabimus quòd & a oriente b occidit. Rurſus quoniam uterque ipſorum e g f, f d e, ſemicirculus eſt, æqualis eſt ambitus f g e, ipſi f d e ambitui, in æquali igitur

tur tempore f,ſignum ipſam f g c,circunferentiam efficiens in c,ueniet & e ipſum efficiens ambitum e d f in f ueniet. Sed f quidem per f g c,circunferentiam ductus in c,quod proueniens occidit. At e, per e d f,ambitum inuectus in f,quod perueniens oritur. Ipſo igitur f occidente e,oritur,ſimiliter iam demonſtrabimus quòd f ipſo oriente ipſum e occidit. Similiter autē & omnia in zodiaco et æquinoctiali aſtra conſiſtentia in diametro coniugatè oriuntur & occidunt.

¶ Aliter ex impoßibili.

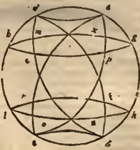
Sit horizon circulus a b c d,æſtiuus autem tropicus ſit a d, hybernus uerò b c,zodiacus porrò poſitionem habeat ſicut d g b f,ſintq́; in d g b f in diametro ſigna f g. Dico quòd ipſo f oriente,ipſum g occidit. Si autem eſt poßibile, non occidat, ſed eſto h,occidens & per f h,paralleli deſcribantur circuli n h,f k,quare f ſigno oriente per k, ipſum h occidet per n, & zodiacus circulus poſitionē habebit ſicut m n l k,& quoniam unuſquiſq; ipſorum a b c d, m n,l k,maximus eſt: in diametro igitur eſt k ipſi n,ſed & k ipſi f,eſt idem,& n ipſi h,igitur f ipſi h,eſt in diametro ſed & g, quod eſt impoßibile. Igitur oriente ipſo f,ipſum g occidit.



Theorema 7. *Apparens 7.*

ZOdiacus circulus per omnem horizontis locum inter circulos tropicos oritur & occidit quando maximus ſemper apparentiū maior fuerit circulo tropico,conuerſionesq; contrarias fecerit tranſmutatus,quādo enim ortus ad meridiem cum ipſo ad ſeptentrionem occaſu immutatus fuerit, tranſmutatus apparet, quando uerò ortus ſeptentrionalis cum ortu meridiano immutatus fuerit:tranſmutatus apparet,& quandoq; aliter ſupra nos ſtabit.

Sit in mundo horizon a b c d,æſtiuus quidem tropicus ſit a d, hybernus uerò tropicus b c, zodiacus circulus poſitionem habeat d c b,ſitq́; d e b,ſegmentum infra terram,at d f b ſupra terram. Dico quòd zodiacus circulus per omnem horizōtis locum inter tropicos oritur & occidit,conuerſionesq́; efficit oppoſitè tranſmutatus: quando enim ortu meridiano eo qui ad ſeptentrionem immutatus fuerit,tranſmutatus apparet, & quandoq; aliter ſupra nos ſtabit. Sint quidem partes orientales d c,occiduæ uerò a b, quod igitur zodiacus quidem circulus per omnem horizontis inter tropicos locum oritur & occidit, manifeſtum eſt,quandoquidem maximos tangit orbes,fuerit autem unus eorum quem tangit horizon. Dico autem quòd & conuerſiones oppoſitæ immutatus efficit, aſſumantur æquales & ex oppoſito circunferentiæ,d e,b f. Deſcribanturq́; paralleli circuli per quos ſigna e f,inuehuntur g c h, k f l. Quoniam circunferentia d e ipſi b f, circunferentiæ eſt æqualis,communis apponatur c b,tota igitur d c b,toti e b f,eſt æqualis,ſemicirculus autem eſt d e b, ſemicirculus igitur eſt & e b f: in diametro igitur eſt per præcedentem e ſignum ipſi f ſigno, & quoniam circunferentia e d,ipſi d m,circunferentiæ eſt æqualis, & b f ipſi b n. Sed d c ipſi b f eſt æqualis,& d m igitur ipſi b n eſt æqualis. Communis apponatur m b, tota igitur d m b toti m b n eſt æqualis, ſemicirculus autem eſt d m b, ſemicirculus igitur eſt m b n, igitur per præcedentem in diametro eſt m ſignum ipſi n ſigno,& quoniam per præcedentem zodiaci circuli in diametro ſigna exiſtentia coniugatè oriuntur & occidunt. Ipſo igitur d ſigno oriente per ſignum d ipſum b,quod ei eſt in diametro ſignum occidit,& ipſo igitur c, oriente per b ſignum

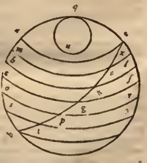


f,quod

f,quod ei eſt in diametro occidit per k ſignum, & ipſo n ſigno oriente per l ſignum, ipſum m, quod ei eſt in diametro ſignum,per g ſignum occidit,& inſuper ipſo b ſigno per c oriente,ipſum d, quod ei eſt in diametro per a occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu meridiano eum occaſu ſeptentrionali immutatus fuerit,tranſmutatus apparet. Dico quòd & quando ortu qui ad ſeptentrionem, occaſu eo qui ad meridiem permutatus fuerit,immutatus apparet. Oriente ſiquidem d e b ſemicirculo, zodiacus circulus poſitionem habebit a x c. Similiterq́; oſtendemus quòd in diametro eſt ipſum quidem x ſignum ipſi o ſigno & r ipſi p. Et quoniam ſigno c oriente per c,quod in diametro ipſi c,eſt a,ſignum occidit per a. Ipſo autem o,per l ſignum,oriente ipſum x,quod eſt ei in diametro per g ſignum occidit. Ipſo autem p ſigno per b,oriente ipſum r,quod ei eſt in diametro per k occidit. Et inſuper ipſo a ſigno, per d oriente,ipſum c,quod ei eſt in diametro per b occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu ſeptentrionali eo qui ad meridiem immutatus fuerit,permutatus apparet,patuit autem quòd & quando ortu meridiano occaſu ſeptentrionali immutatus fuerit,permutatus apparet,& manifeſtum quòd quandoq; aliter ſupra nos ſtabit. Quando enim zodiaci circuli contactus fuerit in bifaria ſectione ſegmenti,quod ſupra terram tropici æſtiui ad nos erit rectus: quando uerò in bifaria ſectione ſegmenti,quod infra terram æſtiui tropici humilior ad nos erit,ſemperq́; longius factus à bifaria ſectione ſegmenti circuli,quod ſupra terram æſtiui tropici ualde erit proclinatus,ſimiliter autem erit inclinatus æquè diſtãs ab utraq; bifaria ſectione.

Theorema 8. *Apparens 8.*

SIgna in inæqualibus horizontis ſegmentis oriuntur,& occidunt, & in maximis quæ ad æquinoctialẽ,in minoribus autem quæ hęc ſequuntur,in minimis uerò quæ ad tropicos,in æqualibus quæ ab æquinoctiali circulo æquè diſtant.



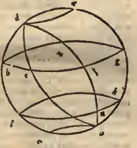
Sit horizon circulus a b c d,tropici autem a c,b d, maximus uerò ſemper apparentium ſit q u, zodiacus porrò circulus poſitionem habeat c b,æquinoctialis circulus ſit e f. Seceturq́; utraq; ipſarum c g, g b,in tria æqualia per n k.p t,ſigna. Dico quòd ipſæ c n,n k,k g, g p.p t,t b, circũferẽtiæ in æqualibus horizontis ſegmẽtis oriũtur et occidũt. In maximis ipſæ k g,g p,in minoribus autem k n,p t,in minimis uerò c n,b t,in æqualib. k g,ipſi g p,& k g ipſi p t,& n c,ipſi t b. Sint per quos inuehũtur ipſa n k,p t,ſigna paralleli circuli m x,h l,o r,s y. Quoniam ipſæ g k,k n,n c,ſunt adinuicem æquales:ipſæ igitur f l,l x,x c,adinuicem ſunt maiores,incipientes à maxima f l. Idq́; propterea ipſæ quidem e h,h m,m a,inuicem ſunt maiores,incipientes à maxima e h, & inſuper ipſæ quidem f r,r y,y d,ab ipſa f r,maxima incipientes inuicem ſunt maiores,& inſuper ipſæ e o, o s,s b,ab ipſa e o,maxima incipientes inuicem ſunt maiores,& quoniam ipſæ c n,n k,k g,g p,p t,t b, oriuntur quidem per c x,x l,l f,f r,r y,y d circunferentias,occidunt autem per a m,m h,h e,e o, o s, s b,quare in inæqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt. Et quoniam in ſphæra, paralleli circuli h l,o r,maximi alicuius circuli circunferentias ipſius c b,hoc eſt p g, g k æquas auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis igitur eſt circulus h l, ipſi o r circulo. Quoniam igitur in ſphæra æquales & paralleli circuli h l,o r maximi alicuius circuli circunferentias ipſius a b c d,ipſas l f, f r,auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis eſt circunferentia l f ipſi f r circunferentiæ. Similiter autem oſtendemus,quòd circunferentia f x ipſi f y,circunferentiæ eſt æqualis. Reliqua igitur x l,reliquæ r x,per tertiam communem ſententiam eſt æqualis. Iam id propterea & c x,ipſi y d. Signa igitur in inæqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt: in maximis quidem quæ ad æquinoctialem,in minori quæ ea ſequuntur,in minimis uerò quæ ad tropicos,in æqualibus porrò quæ ab æquinoctiali circulo æqualiter diſtant.

Theorema

Theorema 9. *Apparens 9.*

SIgnorum circuli ſemicirculi, qui exordium in eodem parallelo non habuerint inæquali tempore oriuntur toti, & in pluri qui cum cancro, in minori autem qui ſubſequuntur, in minimis uerò qui cum capricorno: quicunq; autem exordium in eodem habuerint, parallelo in æqualibus temporibus oriuntur.

Sit in mundo horizon a b e d, æſtiuus autem tropicus ſit b c, zodiacus uerò circulus poſitionem habeat, d e b f, ſintq́; orientales partes quidem c d, occiduæ uerò a b & d e b: ſit qui poſt cancrum ſemicirculus, at b f d ſit, qui poſt capricornum. Dico quòd ipſius zodiaci circuli ſemicirculi qui exordium in eodem non habent parallelo, inæquali tempore oriuntur, & in pluri quidem qui cum ipſo cancro d e b, in minore qui hunc ſubſequuntur, in minimo autem qui cum capricorno b f d, quicunq; uerò exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, auferantur æquales circunferentiæ d e, b f. Deſcribanturq́; paralleli circuli g e b m, k f l n, per quos inuehuntur ipſa, e f ſigna. Sintq́; eorum quæ ſupra terram ſegmenta g m b, k f l. Similiter iam oſtendemus, ſicut in præcedentibus quòd in diametro eſt e ſignum ipſi f ſigno, & m ipſi n. Et quoniam ipſa a d circunferentia, ipſa m h circunferentia eſt maior aut ei ſimilis. Ipſa autem g m b, ipſa k f l, & inſuper k f l, ipſa b c. In maiori igitur tempore d ſignum, incipiens a d, ipſam d a circunferentiam ambit: quam e incipiens ab b, ipſam b m g circunferentiã ambit. Et e ab ipſo b incipiens in maiori tempore ipſam b m ambit, quàm n incipiens ab l ipſam l f k, ambit circunferentiam, & n ab ipſo l incipiens in maiori tempore ipſam f k ambit quàm b ab ipſo c incipiens ipſam c b ambit circunferentiam. Sed in quo quidem tempore d ſignum ipſam d a, ambit circunferentiam, in eo & ei exiſtens in diametro b ſignum, ipſam b e ambit circunferentiam, & ſemicirculus d e b oritur. In quo autem tempore e incipiens ab ipſo b ipſam b m g ambit circunferentiam in eo f, ei in diametro exiſtens incipiens a k, ipſam k n l, ambit circunferentiam, & ſemicirculus e b f oritur. In quo uerò tempore n incipiens ab ipſo l, ipſam l f k ambit circunferentiã, in eo m & in diametro exiſtens incipiens ab ipſo g, ipſam g e b ambit, & ſemicirculus n b m oritur. In quo uerò tempore b incipiens ab ipſo c, ipſam c b ambit, in eo ipſum d ei exiſtens in diametro incipiens ab a, ipſam a d ambit: & ſemicirculus b f d, oritur. In maiori igitur tempore ſemicirculus qui cum cancro oritur, hoc eſt ipſe d e b, minore uerò eo quod in d e b ipſe e b f, & inſuper ipſe n b m, in minori ipſo e b f, in minimo demum qui capricorno. Dico inſuper quòd quæcunque, exordium in eodem parallelo humerini æquali tempore oriuntur, habeant enim ipſi m d n, e b f, ſemicirculi exordium in eodem parallelo, dico quòd æquali tempore ipſi m d n, e b f, ſemicirculo oriuntur: quoniã in æquali tempore m ſignũ incipiens ab b, ipſam b m g, ambit circunferentiam, & e incipiens ab b, ipſam b m g ambit circunferentiam, ſed in quo tempore m ſignum incipiens ab b



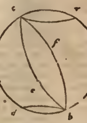
ipſam b m g ambit, in eodem quod ei eſt in diametro n incipiens a k, Ipſam k n l ambit circunferẽtiam, & ſemicirculus m d n oritur. In quo autem tempore e ſignum incipiens ab h ſigno, ipſam b m g ambit circunferentiam, in eodem quod ei eſt in diametro f incipiens ab ipſo k ipſam k n i, ambit circunferentiam, & ſemicirculus e b f, oritur. In æquali igitur tempore ipſi m d n, e b f, ſemicirculi oriuntur.

Theorema 10. *Apparens 10.*

SI zodiaci circuli bini ſemicirculi communem quandam habentes circunferentiam inæquali tempore orti fuerint, & ex oppoſito circunferentiæ inæquali tempore oriuntur, & eædem erunt differentiæ

tempore,

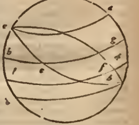
tẽpore, in quibus ſemicirculi & circunferentia quæ ex oppoſito oriuntur, & ſi zodiaci circuli bini ſemicirculi æquali tempore communem quandam habentes circunferentiam orti fuerint, & quæ ex oppoſito circunferentiæ æqualibus temporibus orientur.



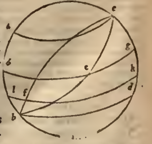
Sit borizon circulus a b c d, tropicus uerò æſtiuus ſit a c, hybernus autem ſit b d, zodiacus porrò ſit b c. Aſſumanturq́; æquales circunferentiæ c e, b f, ipſi igitur ſemicirculi c e b, e b f, inæquali tempore oriuntur. Dico quòd & ipſæ c e, b f, circũferentiæ in æquali tempore oriuntur. Nam quoniam c e b, ipſo e b f, in maiori oritur tempore communis auferatur ipſius e f, circunferentiæ ortus tempus: ipſa enim a b, circunferentia eadẽ ſed in æquali oritur. Reliqua igitur c e, ipſa b f in maiori tempore oritur, & manifeſtũ quòd eodem ſunt differentiæ tempore, in quibus ipſi c e b, e b f, ſemicirculi oriuntur, & quæ ex oppoſito circunferentiæ c e, b f. Manifeſtum autem quòd ſi ſemicirculi aliqui æquali tempore orti fuerint, & quæ ex oppoſito circunferentiæ æquali tempore orientur.

Theorema 11. Apparens 11.

ZOdiaci circuli æqualium & ex oppoſito circunferentiarum, in quo tempore altera oritur, & altera occidit, & in quo altera occidit, altera oritur.



Sit borizon circulus a b c d, tropicus autem æſtiuus ſit a e, hybernus autem b d, zodiacus ſit c b, aſſumãturq́; in ipſo æquales circunferentiæ ex oppoſito c e, b f. Dico quòd in quo tempore c e oritur, b f occidit. Sint per quos inuehuntur e f, ſigna paralleli circuli g h k l, & quoniam aſtra in zodiaco in diametro exiſtentia per 6 theorema coniugatè oriuntur & occidunt. Ipſo igitur e oriente f occidit. In quo igitur tempore e, incipiẽs a b e, ipſam e h, ambiens circunferentiam uenit in h, in eodem & f ab ipſo f incipiens f k ambiens ad k uenit. Sed quando e ipſam e h ambiens ad h uenit, circunferentia c e, oritur: quando uerò f ipſam f k ambiens ad k uenit, occidit b f circunferentia. In quo igitur tempore c e, circunferentia oritur in eodem f b, circunferentia occidit. Dico quòd & in quo tempore b f oritur, occidit ipſa c e. Immutetur enim in b a, caſu zodiacus circulus, habeatq́; poſitionem ſicut c e b. Dico quòd in quo tempore b f oritur, ipſa c e occidit. Quoniam f ipſi e ſigno in diametro eſt, ipſo igitur f oriẽte, ipſum e, occidit. In quo igitur tempore f ipſam f l, ambiens circunferẽtiam ad l uenit. In eodem & e ipſam e g, circunferentiam percurrens ad g, uenit. Sed quando f ipſam f l, circunferentiam ambiens peruenit ad l, ipſa b f oritur. Quãdo uerò e ipſam e g ambiens ad g uenit, ipſa e c occidit. In quo igitur tempore b f, ambitus oritur, in eodem & c e, ambitus occidit.



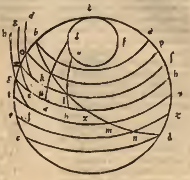
Theorema 12. Apparens 12.

SEmicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ inæqualibus temporibus occidunt, & in maiori quæ ſunt

ad

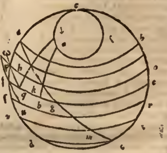
ad tropicorum contactus, in minori autem quæ has ſubſequũtur, in minimis uerò quæ ad æquinoctialē, æqualibus porrò qui æqualiter diſtant ab æquinoctiali circulo & occidunt & oriuntur.

Eſto horizon circulus a b c d, maximus autem ſemper apparentium ſit e f, tropicus uerò æſtiuus ſit a b, hybernus ſit t d, ſit porrò cum cancro ſemicirculus qui ſuper terram b d, æquinoctialis circulus ſit b g. Secetur q; utraq; ipſarum b x, d x, in tria æqualia per ſigna k l, m n. Dico quòd ipſæ b k, k l, l x, x m, m n, n d, in æqualibus temporibus occidunt, & in maiori quidem ipſæ b k, n d, in minoribus ipſæ k l, m n, in minimis uerò ipſæ l x, x m, in æqualibus porrò ipſa quidem l x, ipſi x m, ipſa k l, ipſi m n, & b k ipſi n d. Sint per quos inuehuntur ipſa k l, m n, ſigna paralleli circuli p o, ſ r, y t, z e. Deſcribantur per k l, maximi orbes ∀ a, ∞ b, ipſum tangentes circulum e f. Quoniam ipſæ b k, k l, l x, adinuicē ſunt æquales, ipſæ igitur g a, a b, b x, ſunt adinuicem maiores incipiētes ab ipſa g a maxima. Quoniam igitur g a ipſa a b maior eſt, ſed g a ipſi o k eſt ſimilis, & a b ipſi u l & o k, igitur ipſa u l maior eſt uel ei ſimilis. Ipſa autem l r maior fuerit uel ſimilis o k. Sit ipſi o k ſimilis l c. In quo igitur tempore k, ſignum incipiens ab ipſo k, ipſam k o, ambiens circunferentiam ad ipſum uſq; peruenit o. In eodem & l, incipiēs ab ipſo l, ipſam l c ambiēs

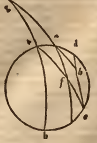


perueniet ad c, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut c o d. Quoniam igitur o k circunferentia ipſi l c ſimilis eſt, ſed o k ipſi r u eſt ſimilis, & r u igitur ipſi l c eſt ſimilis, ſuntq; eiuſdem circuli. Aequalis igitur eſt r u ipſi c l, communis auferatur c u. Reliqua igitur r c ipſi u l eſt æqualis, & o k ipſa u l eſt maior aut ei ſimilis, & o k igitur ipſa r c maior eſt aut ſimilis ei, in pluri ergo tempore k ipſam k o circunferentiam ambiens peruenit ad o quàm c, incipiens a c ipſam c r ambiens circunferentiam ueniat ad r. Sed in quo quidem tempore k ipſam k o ambiens circunferentiam, uenit ad o, ipſa b k circunferentiam occidit: in quo autem tempore c ipſam c r ambiens circunferentiam, peruenit ad r. occidit circunferentia k l. In maiori igitur tempore occidit b k quàm k l. Rurſus quoniam minor eſt a b ipſa b x, ſed a b ipſi u l eſt ſimilis, & ipſa igitur u l ipſa b x, maior eſt uel ei ſimilis, multò igitur maior eſt r l ipſa b x, uel ei ſimilis. Ipſa autem g x minor, uel ei ſimilis, ſit ipſi r l ſimilis x e. In quo igitur tempore x ipſam x e, circunferentiam ambiens ad e, uenit in eodem & l ipſam l r, circunferentiam ambiens ad r, uenit & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut e r g. Quoniam igitur circunferentia r l ipſi e x ſimilis eſt, ſed r l ipſi g b eſt ſimilis, & g b igitur ipſi e x eſt ſimilis, & ſunt eiuſdem circuli, æqualis igitur eſt g b ipſi e x circunferentiæ, communis auferatur e b: reliqua igitur g e, reliquæ b x eſt æqualis. Et quoniam u l ipſa b x, maior eſt aut ſimilis ei, æqualis autem eſt ipſa quidem u l ipſi r c, & b x ipſi g e, & r c igitur ipſa g e, maior eſt aut ei ſimilis. In maiori igitur tempore c ipſam c r, circunferentiam ambiens ad r uenit quàm e, ipſam e g percurrens ad g ueniat. Sed in quo tempore c ipſam c r, circunferentiam ambiens ad r uenit, ipſa c o circunferentia occidit, hoc eſt ipſa k l circunferētia occidit. In quo igitur tempore e ipſam e g, circunferentiam ambiens ad g peruenit, ipſa e r, hoc eſt l x circunferentiam occidit. In pluri ergo tempore k l occidit quàm l x. Rurſus quoniam t m ipſa n x, maior eſt aut ei ſimilis ſit ipſi g x, ſimilis m x. In quo igitur tempore x, incipiēs ab ipſo x ipſam x g, ambiens circunferentiā ad g peruenit. In eodem & m ipſam m x, ambiens circunferentiam perueniet ad x, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut x g b. Et quoniam in ſphæra paralleli circuli t y, r l, maximi cuiuſdam circuli ambitus ipſius b d, ipſos l x, x m, æquos auferunt ad maximum parallelorũ orbem g b, æquus eſt r s ipſi t y. Quoniā igitur in ſphæra æqualis & paralleli circuli r s, y t, maximi cuiuſdā circuli ambitus a b c d, ad

maximum parallelorũ g h auferunt, æqualis eſt t g ipſi g r, eſt autem & x n ipſi g h æqualis. Quoniam l x ipſi x m eſt æqualis: æqualis igitur eſt & quæ ab h in r ei quæ ab t in f. Eſtq́; orbis r s ipſi t y orbi æqualis, æqualis igitur eſt circunferentia h r ipſi t f, circunferentiæ. Sed ipſa quidem h r ipſi g e, ambitui eſt ſimilis, & ipſi g e igitur ipſi t f eſt ſimilis. In quo igitur tempore e, incipiens ab ipſo e ipſam e g, circunferentiam ambiens ad g peruenit. In eodem & f, ipſam f t ambiens ad t peruenit. Sed in quo quidem tempore e ad g peruenit, occidit g r ambitus, hoc eſt l x circunferentia. In quo autem tẽpore f ad t peruenit, occidit f g ambitus, hoc eſt x m. Igitur l x ambitus ipſi x m, circunferentiæ in æquali tempore occidit. Similiter iam oſtendemus quòd & k x ipſi x n, in æquali occidit tempore, quarum l x ipſi x m, in æquali tempore occidit. Reliqua igitur k l ipſi m n, in æquali occidit tempore. Similiter iam oſtendemus quòd & b k ipſi n d, in æquali occidit tempore. Et quoniam in pluri tempore b k occidit quàm k l, & k l quàm l x. Sed in quo tempore b k occidit in eodem & d n. In quo igitur tempore k l in eodem & m n. In quo autem l x in eodem x m, & ipſa quidem d n, igitur ipſa n m in maiori occidit tempore, & n m ipſa m x. Dico quòd & ipſa l x ipſa x m, in æquali tempore oritur, & k l ipſa m n, & b k ipſa n d, inſpiciantur q́; ea quæ in ſecunda deſcriptione dicta ſunt, ſitq́; cum cancro ſemicirculus qui ſub a c, diuidatur q́; utraq; ipſarum a g, g c, in tria æqualia per b k l m, ſigna paralleli autem circuli ſint n x, o p, s r, t y, quoniam f g ipſa k p, maior eſt uel ei ſimilis Sit ipſi k p ſimilis g q. In quo igitur tempore h, incipiens ab ipſo k ipſam h p, ambiens ad p, peruenit in eodem & g, incipiens ab ipſo g, ambiens ipſam g q, circunferẽtiam erit in q. Et zodiacus circulus poſitionem habebit, ſicut q p z. Rurſus quoniam l s ipſa g f, maior eſt aut ei ſimilis. Sit ipſi g f ſimilis l u. In quo igitur tempore g ipſam g f, ambiens peruenit ad f. In eodem & l ipſam l u, ambiens peruenit ad f. In eodem & l ipſam l u, ambiens peruenit ad u, & zodiacus circulus poſitionem habebit, ſicut u f ∘. Et quoniã in ſphæra paralleli circuli o p, r s, maximi cuiuſdam orbis circunferentias ipſius, ac ipſas l n, g h, æquas auferunt ad



maximum parallelorum e f, æqualis eſt o p ipſi r s. Quoniam igitur in ſphæra æquales & paralleli circuli o p, r s, maximi cuiuſdam orbis circunferentias ipſius a b c d, auferunt ipſas s f, f p, ad maximum parallelorum e f, æqualis eſt s f ipſi f p, eſt autem & u f ipſi f ∘ æqualis, æqualis igitur eſt & quæ ex p in ∘, ei quæ ex u in s, eſtq́; orbis o p ipſi r s orbi æqualis, æqualis igitur eſt ipſa p ∘ ipſi u s circunferentiæ. Quoniam autem ſemicirculus z, non coincidit ſicut ad partes z p ipſi ∘ ſemicirculo, ſicut ad partes ∘ f, ſimilis eſt circunferentia p ∘ ipſi q f circunferentiæ. Sed p ∘ ipſi u s, eſt æqualis ipſis circulis æqualibus exiſtentibus. Similis eſt & q f, ipſi igitur u s. In quo igitur tempore q ipſam q f, ambiens circunferẽtiam ad f, peruenit in eodem, & u ipſam u s percurrens, ad s perueniet. Sed quando u ad f peruenit, oritur p q circunferentia, hoc eſt k g circunferentia, quando uerò u ad s uenit, oritur u f circunferentia, hoc eſt l g & k g, igitur ipſi l g, in æquali tempore oritur, & a b ipſi m c, in æquali tempore oritur, cum cancro igitur ſemicirculi æquales circunferentiæ in æquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ ſubſequuntur, in minimus porrò quæ ad æquinoctialem, in æqualibus quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo diſtant & occidunt & oriuntur.

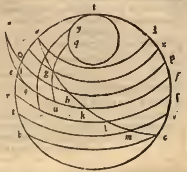


ALITER *idem.* *Eadem manente deſcriptione. Dico quòd*

quòd ipſa a b ipſi a c, in æquali occidit tempore, nam quoniam c d ipſa b e maior eſt, uel ei ſimilis ponatur ipſi b e, ſimilis e f, & zodiacus circulus poſitionem habeat f e g. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi b c, æqualis eſt circulus a b ipſi c d circulo, æqualis igitur eſt a e ipſi e d, eſt autem & f e ipſi e g æqualis. Et quoniam c b ipſi b a eſt æqualis, eſt autem & quæ ex g in a, ei quæ ex d in f: æqualis igitur eſt & a g, circunferentia ipſi d f circunferentiæ. Sed ipſa a g ipſi e b eſt ſimilis, & e b igitur ipſi d f eſt ſimilis. In quo igitur tempore b, incipiens ab ipſo b, ipſam b e ambiens circũferentiam peruenit ad e in eodem, & f, incipiens ab f, ipſamq; f d ambiens circunferentiam, peruenit ad d. Sed quando ipſum b ad e peruenit, occidit b a, quando autem f peruenit ad d, occidit f e, hoc eſt c b. Igitur ipſa a b ipſi c b, in æquali occidis tempore.

¶ Aliter xij. eadem & manifeſtior.

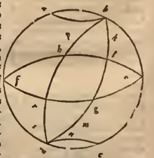
Semicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ inæquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorum contactus, in minori autem quæ ſubſequuntur has, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, in æqualibus porrò quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo diſtant & occidunt & oriuntur. Sit in mundo horizon a b c d, æſtiuus uerò tropicus ſit a d, hybernus autem tropicus ſit b c, zodiaci porrò ſemicirculus qui cum cãcro ſit ſupra terram a c, ſintq; partes orientales d c, occiduæ uerò a b, æquinoctialis circulus autem ſit e f. Seceturq; a c ſemicirculus in ea quæ in ipſo ſigna per g h k l m, ſigna, deſcribanturq; paralleli circuli n g x, o h p, r l s, & t m y, per quos inuehũtur ipſa g h l m ſigna. Dico quòd in pluri tempore ipſæ a g, m c, circunferentiæ occidunt, in minori autem ipſæ g h, l m, in minimo porrò ipſæ h k, l k, in æquali autẽ quæ ab æquinoctiali æquè diſtant. Sit maximus ſemper apparentium t y q. Deſcribãturq; per g h, maximi circuli y ψ, q g u ipſum orbem t y q tangentes, ut non coincidant ſemicirculi qui ab ipſis y q, ſicut ad partes u & φ ψ, ei qui ex t a ſemicirculo, ſicut ad partes t a. Similis igitur eſt g n, circũferentia utriq; ipſarũ π o, u e, a r, h π, ipſi u z. In æquali igitur tẽpore g ipſam g n, ambit circũferentiam, & π ipſam π o. Sed tẽpus in quo g ipſam n g, circũferentiam ambit, id eſt in quo circũferentia g a occidit, & tẽpus igitur in quo π ipſam π o, ambit, id eſt tempori in quo ipſa g a, circũferentia occidit. Rurſus quoniam tempus in quo h ipſam h o ambit, id eſt in quo ipſa h a occidit. A quibus aufertur tẽpus, in quo π ipſam π o ambit, idem exiſtẽs tempori in quo ipſa h a occidit circũferentia. Reliquum igitur tempus in quo h ipſam h π ambit, idem eſt tempori in quo ipſa g h occidit circunferentia. Similis autem eſt ipſa quidem o π ipſi u e, & π h ipſi u φ, & tempus igitur in quo u ipſam u e ambit, id eſt in quo ipſa g a occidit circunferentia, tempus autem in quo φ ipſam φ u ambit, id eſt in quo ipſa h g circũferentia occidit. Atq; id propterea iam & tempus in quo ipſum k ipſam k φ tranſit, id eſt in quo ipſa k h circunferentia occidit. Et quoniam in ſphæra maximus orbis a b c, quendam tangit circulum parallelum t y q, & ipſum a b c maximi orbes ſecant e f, a c, quorum e f maximus eſt parallelorum, & a c obliquus ad parallelos, & aſſumptæ ſunt circũferentiæ a g, g h, h k, in obliqui circuli circunferentia, æquales conſequenter ad eaſdem partes maximi parallelorum, & per g h ſigna deſcripti ſunt maximi orbes y φ, q g u, ipſum orbem t y q tangẽtes, maior eſt ipſa quidem e u circunferentia, ipſa u φ circunferentia, & u φ ipſa φ k, in pluri igitur tempore u, ipſam u e tranſit, q̃ φ ipſam φ u, & u φ ipſam φ u, pluri tempore ambit q̃ k ipſam k φ. Sed tempus in quo u ipſam u e tranſit, id eſt in quo g ipſam g n, circunferentiã perficit, hoc eſt in quo ipſa a g occidit circunferentia, tempus autem autem in quo φ ipſam φ u ambit, id eſt in quo h ipſam h π perficit, hoc eſt id in quo ipſa g h circunferentia occidit, tempus autem in quo k ipſam k u tranſit, id eſt in quo k h circunferentia occidit. In pluri ergo tempore ipſa a g circunferentia occidit, ipſa g h circunferentia, & g h ipſa h k. Dico iam quòd in æqualibus temporibus, quæ æquè diſtant ab æquinoctiali occidunt. Exiſtente iam k



ſigno in e, zodiacus orbis poſitionem habeat ν i ρ, & quoniã æqualis eſt ν e, circunferentia ipſi e ρ circunferentiæ, parallelorum autem maximus eſt e f: æquus igitur eſt b p, orbis ipſi r l s, orbi: æqualis igitur eſt o e, circunferentia ipſi e r, circunferentiæ: eſt autem & ν e ipſi e t, æqualis igitur eſt & quæ ex ν in o, ei quæ ex r in l, ſuntq; æquales circuli ipſi ν b p, r l s, ſimilis igitur eſt ν o, circunferentia ipſi r ρ circunferentiæ. In æquali ergo tempore r ſignũ, ipſam ρ r perficit, & o ipſum o ν. Sed tempus quidem in quo ρ ipſam ρ r perficit, id eſt in quo ipſa r e circunferentia occidit, tempus uerò in quo o ipſam o ν perficit, ei eſt æquum tempori in quo e ν circunferentia occidit. In æquali ergo tempore ipſæ ρ e, e ν, circunferentiæ occidunt, æqualis autem eſt ρ e ipſi l h, & e ν ipſi h b. Ipſæ igitur l h, h b, in æquali tempore occidunt. Similiter autem demonſtrabimus quòd & ipſæ m k, k g, in æquali tempore occidunt, quarum ipſæ l h, h b, in æquali tempore occidunt. Reliqua igitur m l, b k in æquali tempore occidunt. Similiter iam oſtendemus quòd & ipſæ m c, a g, circunferentiæ tempori æquali occidunt. Et quoniam in pluri tempore a g, circunferentia occidit quàm g b, & g b quàm b k, in pluri ergo tempore occidit c m, circunferentia quàm m l, & m l, quàm l k. In pluri igitur tẽpore ipſæ a g, m c, circunferentiæ occidunt, in minori autem ipſæ g b, l m, in minimo uerò b k, k l, in æquali autem quæ æqualiter ab æquinoctiali diſtant occidunt & oriuntur, eadem enim manente deſcriptione, ſi conuertamus zodiacum, efficiamus a c ſemicirculum zodiaci infra terram, eadem demonſtratio eueniet, demonſtrabiturq; æque reſtantes ab æquinoctiali æquali tempore oriri & occidere.

Theorema 13. *Apparens 13.*

SEmicirculi qui cum capricorno æquales circunferentiæ temporibus inæqualibus oriuntur, in maiori quidem quæ ad tropicorũm contactus, in minori autem quæ has ſubſequuntur, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, in æquali porrò quæ ab æquinoctiali circulo diſtant, oriuntur & occidunt.



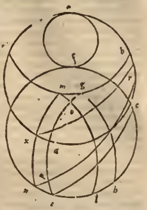
Sit horizon circulus a b c d, æſtiuus uerò tropicus ſit a b, hybernus autem tropicus ſit c d, ſitq; cum capricorno ſemicirculus qui ſub terra d g, æquinoctialis uerò circulus ſit e b f g. Diuidantur utraq; ipſarum b g, g d, in tria æqualia per k l, m n, ſigna. Dico quòd ipſæ b k, k l, l g, g m, m n, n d, temporibus inæqualibus oriuntur, & in pluri quidem ipſæ b k, n d, in minori autem ipſæ k l, m n, in minimis autẽ ipſæ l g, g m, in æquali porrò ipſa b k, ipſi n d, & k l, ipſi m n, & l g, ipſi n m oritur. Sit enim cum cancro ſemicirculus ſuper terram b b d, ſeceturq; utraq; ipſarum b b, h d, in tria æqualia in p r s. Quoniam in pluri tempore b o occidit, quàm o p, ſed in quo tẽpore b o occidit, ipſa d g oritur. In quo autem tempore o p occidit, n m oritur. In pluri ergo tempore ipſa n d oritur quàm n m. Rurſus quoniam o p in maiori tempore occidit quàm p b. Sed in quo tempore o p occidit, oritur ipſa n m. In quo autem tempore p b occidit, oritur n m. In pluri igitur tempore n m oritur quàm m g. Iam id propterea & ipſa quidem b k, ipſa k l, in maiori tempore oritur, & k l ipſa l g, & quoniam in quo tempore p b occidit, in eodem & b r. Sed in quo p b occidit, ipſa m g oritur. In quo autem tempore h r occidit, & g l oritur, & m g igitur ipſa g l, in æquali tempore oritur. Iamq; id propterea & ipſa quidem k l, ipſi m g, in æquali tempore oritur, & b h ipſi d n. Rurſus quoniã in quo tempore p b oritur, in eodem b r. Sed in quo tempore p h oritur, occidit m g, in quo autem tempore h r oritur, ipſa g l occidit. Igitur l g ipſi g m, æquali tempore occidit. Iam id propterea, & ipſa quidem k l, ipſi m n, in æquali tempore occidit, & b h ipſi g d.

Theorema 14. *Apparens 14.*

ZOdiaci circuli æquales circunferentię inæqualibus temporibus permutant apparens hemiſphærium, ſed in pluri tempore quæ propè contactum æſtiui tropici ea quæ longius diſtat, quando polus horizontis inter arcticum circulum & æſtiuum tropicum fuerit.

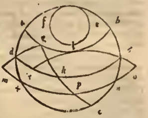
Sit

Sit horizon circulus a b c d, maximus autem ſemper apparentium ſit e f, æſtiuus uerò tropicus ſit b a, ſitq́; ipſius a b c d, polus inter e f, b a, zodiacus autem circulus quandoq; poſitionem habeat ſicut h g k, quandoq; uerò ſicut l m n, aſſumaturq́; n k m, maior ſemicirculo. Deſcribaturq́; per k ſignum circulus maximus k n f, tangens e f. Quoniam in ſphæra maximus orbis a b c d, quendam orbem e f, tangit alium uerò huic parallelum ſecat a b, eſtq́; ipſius a b c d, orbis polus inter a b & e f, deſcriptiq́; ſunt maximi orbes h g k, l m n, ipſum b a tangentes, maior eſt m x circunferentia, ipſa o d circunferentia. Rurſus quoniam in ſphæra maximus orbis a b c d, circulum quendam e f tangit, alium autem huic parallelum b a ſecat, eſtq́; ipſius a b c d, circuli polus inter b a, e f. Deſcribiturq́; maximus orbis f n k, ipſum e f tangens, & ipſius f n k, igitur circuli polus eſt inter b a & e f. Alius igitur polus ipſius eſt inter æquos & parallelos ipſis e f & b a, maior igitur eſt ipſa k o, ipſa o m, quorum x m o ipſa o d maior eſt. Reliqua igitur d k, ipſa x n, maior eſt, ponatur ipſi n x æqualis d p. Sintq́; per quos inuehuntur ipſa n p ſigna paralleli circuli n r, c p s. Quoniam non coincidit ei qui ex e ſemicirculo, ſicut ad partes e r, ei qui ex f ſemicirculo, ſicut ad partes f n. Similis eſt r n circunferentia, ipſi c s circunferentiæ. Igitur n r, ipſa c p maior eſt uel ſimilis ei. In pluri ergo tempore n, incipiens ab n, ipſam n r perficiens circunferētiam, peruenit ad r quàm p, incipiens ab ipſo p, ipſam p c ambiens circunferentiam, peruenit ad c. Sed in quo tempore n ipſam n r, circunferentiam ambiens, ad r uenit. Ipſa n x, permutat hemiſphærium apparens. In quo autem tempore p incipiēs à p, ipſamq́; p c ambit circunferentiam, & peruenit ad c. Ipſa p d permutat apparens hemiſphæriū. In pluri ergo tempore ipſa x n, permutat apparens hemiſphærium quàm d p. Dico quòd & propior eſt ipſa x n, contactui æſtiui tropici quàm p d. Deſcribatur per x parallelus x y, æqualis igitur eſt x m, circunferētia ipſi d h, maior igitur eſt d g ipſa m x, & x n igitur propior eſt cōtactui tropici æſtiui q̃ ipſa p d.



Theorema 15. *Apparens 15.*

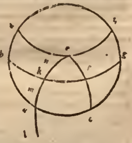
SImiliter autem & in altero ſemicirculo, æquales circunferentiæ in inæqualibus temporibus permutant apparens hemiſphærium, & in pluri quidem quæ propiores ſunt contactui æſtiui tropici, ea quæ longius diſtat, in æquali uerò quæ æqualiter diſtant ab æſtiuo tropico in utroq; ſemicirculo.

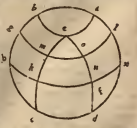


Sit horizon circulus a b c d, maximus autem ſemper apparentiū e f, æſtiuus uerò tropicus ſit b g a, zodiacus autem circulus poſitionē habeat c g d. Dico q, in altero ſemicirculo qui ad g c partes, æquales circunferentiæ nō permutant æquali tēpore apparens hemiſphæriū, ſed in pluri quæ propiores cōtactui æſtiui tropici ea quæ lōgius diſtat, in æquali uerò quæ æquè ab æſtiuo tropico diſtāt in utroq; ſemicirculo. Deſcribatur per aſſumptionē parallelus circulus d b, æqualis igitur eſt k g ipſi g d permuteturq́; zodiacus circulus, habeatq́; poſitionē ſicut h l r. Quoniā k g, g d, à contactu æſtiui tr^pici æquè diſtant, in quo igitur tēpore d g oritur, in eodē k g occidit, hoc eſt k l. Sed tempus quidē in quo d g oritur, id eſt in quo g incipiens ab ipſo a, ipſam a g ambiens circunferentiā ad ipſum g uenit. Tempus autē in quo h occidit, id eſt in quo l incipiens ab ipſo l, ipſam l b ambiens circunferentiā ad ipſum uenit b. In quo igitur tēpore g, ipſam a g ambiens, ad g peruenit. In eodē & l ipſam l b circunferentiā ambiens, ad ipſum uenit b. Cōmune apponatur tēpus in quo d, incipiens ab ipſo d, ipſam d k h ambiens circunferentiā, peruenit ad b, tempus igitur in quo g, incipiens ab ipſo a, ipſam a g ambiens circunferentiā, ad ipſum g uenit, cum tempore in quo d

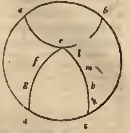
incipiens ab ipſo d, ipſam d h ambiens circunferentiã, ad ipſum uenit h, æquale eſt tempori in quo l, incipiens ab ipſo l, ipſam l h ambiens circunferentiã, ad h uenit cum tempore in quo h, incipiens ab ipſo d, ipſam d k h, ambiens circunferentiã in h uenit. Sed tempus quidem in quo g incipiens ab a, ipſam a g ambiens circunferentiã ad g uenit, cum tẽpore in quo d, incipiens ab ipſo d, ipſam d h, ambiens circunferentiã ad h uenit. Idem eſt in quo g d, circunferentia apparẽs hemiſphærium permutat. Tempus uerò in quo l, incipiens ab ipſo l, ipſam l h, circunferentiã ambiens ad ipſum uenit h, cum tẽpore in quo h incipiẽs ab ipſo d, ipſam d r h, ambiẽs circunferentiã ad h uenit, id eſt in quo ipſa l h apparens hemiſphærium permutat, hoc eſt ipſa K g. In quo igitur tempore k g, circunferentia apparens hemiſphæriũ permutat, in eodẽ & g d. Aſſumatur iam quoddã ſignum m, ut g d ipſi d m ſit æqualis. Sitq́; per quem inuehatur m, ſignum parallelus circulus m x n o. Aequalis igitur eſt d m ipſi K p. Et ipſæ d m, K p, à contactu æſtiui tropici æquè diſtant. In quo igitur tempore d m circunferentia oritur, in eodem ipſa p k occidit, hoc eſt ipſa h o occidit. Sed tempus quidẽ in quo d m oritur, idem eſt in quo m incipiens ab ipſo m ipſam m x, ambiens circunferentiã ad x uenit. Tempus autẽ in quo h o occidit, id eſt in quo o, incipiẽs ab n, ipſam n o, ambiens circunferentiã ad o uenit. Tempus igitur in quo m incipiẽs ab ipſo m, ipſam m x, ambiens circunferentiã ad x uenit, idem eſt tempori in quo ipſum n, incipiens ab n ipſam n o ambiens circunferentiã ad ipſum peruenit o. Cõmune apponatur tempus in quo x incipiens ab x ipſam x n, circunferentiã ambiens ad ipſum n peruenit. Tempus igitur in quo m, incipiens ab ipſo m ipſam m n, circunferentiã ambiens ad ipſum n uenit, æquũ eſt tempori in quo o incipiens ab ipſo x, ipſam x o ambiens circunferentiã ad ipſum puenit o. Sed tempus quidem in quo m, incipiens ab ipſo m ipſam m n, ambiẽs circunferentiã ad n uenit, id eſt in quo ipſa d m, circunferẽtia pmutat apparens hemiſphæriũ. At tẽpus in quo ipſum o incipiẽs ab ipſo x, ipſam x o ambiẽs circunferentiã ad o uenit, id eſt in quo ipſa o h, hoc eſt ipſa k p, pmutat apparens hemiſphæriũ. In quo igitur tẽpore d m, permutat apparẽs hemiſphæriũ, in eodẽ & k p, & in maiori tẽpore ipſa g d, pmutat apparẽs hemiſphæriũ quàm d m. Sed in quo quidẽ tempore g d, permutat apparens hemiſphæriũ. In eodem & g K, permutat apparens hemiſphæriũ In quo autẽ d m, in eodem & K p. In pluri ergo tempore g K, permutat apparens hemiſphæriũ quàm k p.

ALITER *idem.* *Eiſdẽ expoſitis aſſumatur e f, non maior exiſtens quarta parte, eſtoq́; per quẽ fertur f ſignũ, ipſi f k h orbis, æqualis igitur eſt e f, ipſi e k ponatur ipſi e k, æqualis k l, tota igitur f e k toti e l eſt æqualis. Dico q. ſi quarta pars eſt e f, ipſæ f e k, e k l, æquali tẽpore pmutant apparens hemiſphæriũ. Si autẽ minor eſt quarta parte ipſa e f. In pluri tẽpore f e k, pmutat apparẽs hemiſphæriũ, quàm ipſa e l. Eſto prius quarta pars e f & e k, ipſa quarta pars eſt, æquinoctialis igitur eſt g f b, & quoniã ipſæ e K, K l, æqualiter diſtãt ab æquinoctiali, in quo igitur tẽpore ipſa e k occidit, in eodẽ et K l. In quo autem tẽpore ipſa e K occidit, in eodẽ e f oritur, & in quo igitur tẽpore e f oritur, ipſa K l occidit, cõmune apponatur tẽpus in quo ipſa e k, pmutat apparẽs hemiſphæriũ: tempus igitur in quo k l occidit, cũ tempore in quo ipſa e k, pmutat apparens hemiſphæriũ, æquũ eſt tẽpori in quo e f oritur, & ipſa e k pmutat apparens hemiſphæriũ, æquũ eſt tẽpori in quo e f oritur, & ipſa e k pmutat apparens hemiſphæriũ. Sed tẽpus q. dẽ in quo k l occidit, & ipſa k e pmutat apparens hemiſphæriũ, tẽpus eſt in quo ipſa e l, permutat apparens hemiſphæriũ. Tẽpus uerò in quo e f oritur, cũ tẽpore in quo e k, permutat apparẽs hemiſphæriũ, tẽpus eſt in quo f e k. permutat apparẽs hemiſphæriũ. Igitur ipſæ f e & k l, in æquali tẽpore apparẽs hemiſphæriũ pmutãt. Sed eſto e f circũferẽtia minor quarta parte, & ipſa e k igitur quarta parte minor eſt, ponatur quarta pars e m, ponaturq́; ipſi m k æqualis k n. Reliqua igitur e n reliquæ m l eſt æqualis, & e n ipſius æſtiui tropici cõtactu ꝓpior quàm m l, in pluri ergo tẽpore ipſa e n occidit, quàm m l. Idq́; ꝓpterea et n k, in pluri tẽpore occidit quàm k m, et ipſa igitur e k, ipſa k l pluri tẽpore occidit. In quo aũt tẽpore e k occidit, ipſa e f oritur: in pluri ergo tpe ipſa e f oritur, quàm k l occidit. Cõmune apponatur tps in quo e k, pmutat apparens hemiſphæriũ, in pluri ergo tẽpore f e k, permutat apparẽs hemiſphæriũ q̃*





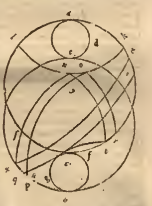
ipſa e l. Eiſdem ſuppoſitis aſſumatur e ſ, non maior 4 parte, aſſumaturq́; cõtingens ſignum n, ſitq́; per quē inuehatur n, ſignū parallelus circulus b k, n l, ponaturq́; ipſi ſ n, æqualis k m, æqualis igitur eſt et k e n ipſi m e ſ. Dico q. in pluri tēpore ipſa k e n circunſerētia permutat apparēs hemiſphæriū, quā ipſa m e ſ. Sit per quem fertur ſignū parallelus circulus g m x, æqualis igitur eſt k m ipſi o n, & quoniā o n contactui æſtiui tropici propinquior eſt quàm n ſ, in pluri igitur tempore o n occidit quàm n ſ. In quo autē tempore o n occidit, ipſa m K oritur. In pluri igitur tēpore m g oritur quàm n ſ occidit. Cõmune apponatur tēpus in quo ipſa e n, permutat apparens hemiſphærium. In pluri ergo tempore ipſa k e n permutat apparens hemiſphærium quam ipſa m e ſ.



Eiſdem expoſitis aſſumantur æquales, & ex oppoſito circunferentiæ ſ g, b h, ſitq́; ſ g propior contactui ipſius æſtiui tropici quam b k. Dico quòd in pluri tempore ſ g permutat apparens hemiſphærium, quam b k. Quoniam enim ſ g, propior eſt contactui ipſius æſtiui tropici, quam b k, maior eſt h e ipſa e ſ, ponatur ipſi quidem ſ e, æqualis e l, ipſi autem ſ g æqualis l m. Quoniam igitur ipſæ l m, ſ g æquè diſtant à contactu æſtiui tropici, in quo tēpore l m permutat apparens hemiſphærium in eodem & ſ g, in pluri autem tempore l m, permutat apparens hemiſphæriū, quam b K, in pluri ergo tempore & ſ g permutat apparens hemiſphærium, quam b k.

Altera traditio ſuper 14 propoſitionem.

ZOdiaci circuli æquales circunferentiæ tempore in æquali permutant apparens hemiſphærium, in pluri quæ propius contactui æſtiui tropici, ea quæ longius diſtat, quando polus horizontis inter arcticum circulum & æſtiuum tropicum fuerit.



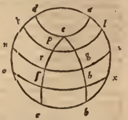
Sit in mundo horizon a b c, & maximus ſemper apparentium ſit a d e, maximus autem ſemper non apparentium ſ g b, tropicus autem æſtiuus ſit k l, hybernus uerò tropicus ſit b c. Sitq́; ipſius a b c circuli polus inter a d e, et k l circulos. Sintq́; partes orientales l, occiduæ uerò b, zodiaci uerò poſitiones ſint ſemicirculi qui cum cancro n x, o p. Aſſumaturq́; o p circunferentia non minor exiſtens ſemicirculo, deſcribaturq́; per p maximus circulus tangens ipſum a d e, tanget igitur & ipſum ſ g b. Iam aut per o ſignum, ſiue ſupra o ſignum cadit, deſcribatur: ſitq́; e b p, ut non coincidat qui ex b ſemicirculus, ſicut ad partes ex p, ei qui ex a ſemicirculo ſicut ad partes a k r. Compleāturq́; ipſi x n b, p o r, circuli. Quoniā in ſphæra maximus circulus eſt a b c, et bini maximi circuli ſeſe inuicē diſpeſcunt ipſi b n ſ, r o t p & ipſius a b c, circuli polus eſt inter a d e & k l circunferentias: maior igitur eſt ſ n y, circunſerētia y t circunferentia. Ipſa igitur t y, circunferentia ipſa y n ſ minor eſt. Et quoniā in ſphæra bini maximi circuli a b c, e b p, eūdē circulū a d e tāgūt, & ipſi a d e, ipſum k l parallelū exiſtentē ſecant, & ipſius a b c, polus eſt inter ipſos a d e, & k l circulos, & ipſius e b p, igitur polus eſt inter ipſos a d e, & k l orbes. Alter igitur eius polus eſt inter ipſos ſ g h et b c circulos. Quoniā igitur in ſphæra maximus orbis eſt e b p & ipſum e b p ſecāt bini maximi circuli r o p, b n x, et ipſius e b p, polus eſt inter ipſos b c & ſ g h, orbes, maior eſt p y, circūſerētia ipſa y n x, circūſerētia. Quarū y t, ipſa y n ſ, minor eſt, reliqua igitur t p, ipſa ſ x maior eſt ponatur ipſi ſ x, circūſerētiæ æqualis circūſerētia t u. Deſcribāturq́; paralleli circuli p quos inuehuntur ipſa u x, ſigna, ipſi x z, q e. Similis igitur eſt x z, circunſerētia ipſi q e, circunferentiæ. Ipſa igitur x z, ipſa u e, maior eſt uel ei ſimilis. In pluri ergo tēpore x, ſignū, ipſam x z, circunferentiam tranſit, quàm u, ipſam u e. Sed tempus in quo x ſignum, ipſam x z, circunferentiam ambit, id eſt in quo ſ x, circunferentia permutat apparens hemiſphærium.

Tempus autem in quo u ſignum ipſam u e circunferentiam perficit, id eſt in quo ipſa t u permutat apparens hemiſphærium. In pluri ergo tempore ipſa ſ x, permutat apparens hemiſphærium quàm t u, & eſt ipſa ſ x, propior ipſi æſtiuo tropico quàm t u. In pluri ergo tempore permutat apparens hemiſphærium propinquior æſtiuo tropico, ea quæ longius diſtat.

Alia traditio in 15. Theorema.

SImiliter autē & in eo qui cum capricorno ſemicirculo æquales circunferentiæ inęqualibus temporibus permutant apparens hemiſphæriū, & in pluri quæ tropico æſtiuo propinquior ea quæ longius diſtat, in æquali autem quæ æquè diſtant ab utroq; contactu.

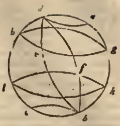
Sit in mundo horizon a b c d, tropicus uerò æſtiuus ſit a d, zodiacus circulus autem poſitionem habeat b e c. Sitq; ipſa quidem b e circunferentia in ſemicirculo, qui cum capricorno, & e c ſit in eo qui cum cancro. Sintq; orientales partes d, occiduæ uerò b. Aſſumanturq; æquales circunferentiæ f g, g h. Dico quòd f g in pluri tēpore permutat apparens hemiſphæriū quam g h. Deſcribantur paralleli circuli k l, m n, x o, per quos inuehantur ipſa f g h ſigna, æqualis igitur eſt f g, circunferentia ipſi p r, circunferentiæ, & g h ipſi r ſ. Sed f g ipſi g h eſt æqualis, & p r igitur ipſi r ſ eſt æqualis. Et quoniam in quo tempore p r occidit, ipſa f g oritur. Commune apponatur tempus in quo p ſignum ipſam K l, circunferentiam perficit, æquum exiſtens tempori. In quo f ſignū ipſam K l circunferentiam tranſit. Tempus igitur in quo p ſignum ipſam K l, ambit circunferentiā, & p r occidit, æquum eſt tempori in quo f g circunferentia oritur, & f ſignum ipſam k l, circunferentiam perficit. Sed tempus quidem in quo p ſignum ipſam K l, circunferentiam ambit, & p r occidit, id eſt in quo ipſa p r, permutat apparens hemiſphærium. Tempus autem in quo f g oritur, & f ſignum ipſam k l, ambit circunferentiam, id eſt in quo f g, permutat apparens hemiſphærium. Ipſæ igitur f g, p r, in æquali tempore apparens hemiſphærium permutant. Similiter iam oſtendemus quòd ipſæ g h, r ſ, in æquali tempore permutant apparens hemiſphærium, & p r ipſa r ſ, pluri tempore permutat apparens hemiſphæriū, & oſtenſæ ſunt ipſæ f g, p r, æquali tempore apparens hemiſphærium permutare, & f g igitur in pluri tempore permutat apparens hemiſphærium quàm g h: zodiaci ergo circuli æquales circunferentiæ, inæquali tempore permutat apparens hemiſphærium. Sed in pluri quæ propinquior æſtiuo tropico ea quæ longius diſtat, & ſimul oſtenſum eſt quòd æquè diſtantes æquali tempore permutat.



Aduerte. Vniuerſaliter ſcire oportet, quod præcedētibus ſignis ſuper horizonte exiſtentibus circunferentis neq; oritur neq; occidit, ſubſequentibus autem ſignis ſuper horizonte exiſtētibus, tota oritur & tota occidit, præcedentia nanq; ſigna prius oriuntur & prius occidunt per 5 theorema. Ipſius igitur p r circunferentiæ ſignum præcedens eſt p, ipſius autem g f præcedens eſt g: accipiens igitur ipſam p r occidentem, ipſam uerò g f orientem, neceſſariò permutationes earum quærens, eas in ſemper apparenti hemiſphærio accepit. Ipſius autem p r occaſum, ipſius uerò g f ortum, quando enim p ad ipſum l uenit, ipſa p r nequaquam occidit, ſed adhuc ſuper terram eſt, quare accepit eius occaſum, ipſum enim p r, per K in oriente exiſtēte, tota p r ſub terra eſt, motaq; ſphæra tota ſuperfertur. Quare in quo p ab ipſo K ad l, uenit cū occaſu ipſius p r, id eſt tempus in quo p r permutat apparens hemiſphærium. Rurſus ipſo f per K, in oriente exiſtente, ipſa g f tota prius oritur. Quare accepit eius ortū. Facto autem f per l, tota g f occidit. Quare in quo f ab ipſo K in l, uenit cum ortu ipſius g f, tempus eſt in quo g f permutat apparens hemiſphærium. Si autem ſicut habetur in alia traditione ipſius quidem p r ortum ipſius g occaſum, nequaquam accipient ipſa p f ſigna, ſed ipſa r g, & tempus in quo ipſum r ipſam r g, & n ipſam n m, perficit.

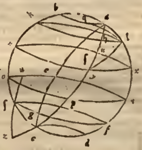
Theorema 16. *Apparens 16.*

ZOdiaci circuli ęqualium & ex oppoſito circunferentiarū, in quo tempore permutat altera apparens hemiſphæriū, altera non apparens, & in quo tempore altera non apparens, altera apparens.



Sit in mundo horizon a b c d, æſtiuus quidem tropic us ſit a d, hybernus uerò tropicus ſit b c, zodiacus porrò circulus poſitionem habeat d e b f, ſitq́; d e b ſemicirculus qui cum cancro ſub terra, at b f d ſit qui cum capricorno ſuper terram. Sintq́; orientales partes d, occiduæ uerò ſint b, aſſumanturq́; binæ æquales & ex oppoſito circunferentiæ d e, b f. Dico quòd in quo tempore d e permutat apparens hemiſphærium, in eodem f b non apparens, & in quo tempore d e non apparens, b f apparens. Deſcribantur paralleli circuli g e h, K f l, per quos inuehuntur ipſa e f ſigna. Et quoniam in zodiaco circulo aſtra in diametro exiſtentia coniugate oriuntur & occidunt. Ipſo igitur e ſigno occidente per g ſignũ, ipſum f quod ei eſt in diametro oritur per l ſignum Sed ipſum quidem e, ipſam e h perficiens occidit, ipſum autem f, ipſam f K l ambiens oritur. In quo igitur tempore e, ipſam e h g ambit circunferentiam, & f ipſam f K l. Sed tempus quidem in quo e ipſam e h g tranſit, id eſt in quo d e permutat apparens hemiſphærium. At tempus in quo e ipſam f k l tranſit, id eſt in quo ipſa f b, permutat non apparens hemiſphærium. In æquali igitur tempore d e permutat apparens hemiſphærium, & f b non apparens, ſimiliter oſtendemus quòd & in quo tempore ipſa d e permutat non apparens hemiſphærium ipſa f b apparens.

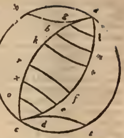
ALITER *idem. Sit horizon circulus a b c d, æſtiuus autem tropicus ſit b a, hybernus uerò ſit c d, zodiacus circulus poſitionem habeat ſicut a e, c f. Aſſumanturq́; æquales & ex oppoſito circunferentiæ e g, f b. Dico quòd in quo tempore f b, permutat apparens hemiſphærium ipſa e g non apparẽs. Sint per quos inuehuntur ipſa f b, e g, ſigna paralleli circuli k b l. m n x f, e o p r, ſ g t, permuteturq́; zodiacus circulus, & hic habeat poſitionem y l q, at alius ipſam u ſ z. Et quoniam ipſæ f b, e g, circunferẽtiæ æquales ſunt, & ex oppoſito æquales ſunt & ipſi m n x, o p r, circuli, æqualium autem & parallelorum circulorum ſectiones, quæ per uices adinuicẽ ſunt æquales. Ipſius igitur m n x f, circuli ſegmentum m n x ſupra terram, æquum eſt ei quod ſub terra ipſius o e p r, circuli o p r. Rurſus quoniam ipſæ f b, e g, æquales ſunt & ex oppoſito in quo tempore f b oritur, in eodem e g occidit. Sed tempus in quo h f oritur, hoc eſt ipſa y l, tempus eſt in quo y ſignum incipiens ab ipſo y ipſam y x, ambiẽs circunferentiã ad ipſum x, uenit tẽpus autẽ in quo e g occidit, hoc eſt ipſa n ſ, tẽpus eſt in quo u incipiens ab ipſo u ipſam u o, ambiens circũferentiã ad o uenit: tẽpus autẽ in quo y incipiẽs ab ipſo y, ipſam y x, ambiẽs circunferentiã ad x uenit, æquũ eſt tẽpori in quo u incipiẽs ab ipſo u, ipſam u o ambiẽs circunferentiã ad o uenit. Cõmune apponatur tẽpus in quo y incipiẽs ab ipſo x, ipſam x n m, circũferentiã ambiẽs ad ipſum m, uenit æquũ exiſtẽs tẽpori, in quo u incipiẽs ab ipſo u, ipſam u o, circũferentiam ambiens ad r uenit. Tempus igitur in quo y incipiẽs ab ipſo y, ipſam y x n m, circũferentiã ambiẽs ad m uenit, æquũ eſt tẽpori in quo u, incipiẽs ab ipſo u ipſam u o p r, ambiens circunferentiã ad r uenit. Sed tẽpus quidẽ in quo y, incipiens ab ipſo y, ipſam y x n m, ambiens circũferentiam ad ipſum m uenit, id eſt in quo y l permutat apparens hemiſphæriũ, hoc eſt h f. Tẽpus autem in quo u, incipiens ab ipſo u, ipſam n o, p r, circunferentiã ambiens ad r uenit, tẽpus eſt in quo u ſ, permutat non apparens hemiſphærium, hoc eſt ipſa e g. In quo igitur tempore h f, permutat apparens hemiſphærium, in eodem ipſa e g non apparens.*



Theorema 17. *Apparens 17.*

ZOdiaci circuli æquales circunferentiæ æquali tempore non permutant non apparẽs hemiſphærium, ſed in pluri tempore quæ propinquior eſt tropico ea quæ longius diſtat, in ęquali uerò quæ ab utroq; contactu æquè diſtant.

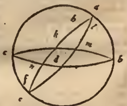
Sit in



Sit in mundo horizon a b c, æſtiuus quidem tropicus ſit a b, hybernus uerò ſit e t, zodaicus uerò circulus poſitionem habeat a c e, aſſumanturq́; æquales circũferentiæ d e, e f. Dico quòd ipſæ d e, e f, æquali tempore non permutant non apparens hæmiſphærium. Sed in pluri tempore ipſa d e quàm e f. Aſſumantur ipſis d e, e f, circunferentijs æquales, & ex oppoſito circunferentiæ g h, h k. Ipſæ igitur g h, h k, circunferentiæ æquali tempore non permutant apparens hemiſphærium. Sed in pluri g h quàm h K. Sed in quo tempore g h permutat apparens hemiſphærium, permutat ipſa f e non apparens. Ipſæ igitur d e, e f, circunferentiæ, æquali tempore non permutant non apparens hemiſphærium. Sed in pluri d e, ipſa e f. Dico quòd & in æquali tẽpore quæ æquè diſtant ab utroq; contactu tropicorum, ſint n per quos inuehantur ipſa d e f g h x, ſigna circuli paralleli d o, e x, f r, l g, h m, n K. Ipſæ h K, l m, igitur circunferentiæ in æquali tempore permutant apparens hemiſphæriũ. Sed in quo tẽpore h K apparens hemiſphæriũ permutat, ipſa d e non apparens permutat. In quo autem l m apparens, hemiſphæriũ permutat, ipſa x o non apparens permutat. Ipſæ igitur e d, o x, circũferentiæ æquali tẽpore non permutant, non apparens hemiſphæriũ.

Theorema 18. Apparens 18.

EArum quæ in utraq; parte æquinoctialis circunferentiarũ æqualium, & ab æquinoctiali æqualiter diſtantiũ, in quo tempòre altera permutat apparens hemiſphæriũ, altera non apparens, & in quo tempore altera permutat non apparens hemiſphæriũ, altera apparẽs.



Sit in mũdo horizon a b e, æquinoctialis autem circulus ſit b d c, zodiacus autem circulus poſitionem habeat ſicut a e b, & ipſum b c d, æquinoctialis ex utraq; parte æquales & æquè diſtantes circunferentiæ ſint h k, f n. Dico quòd in quo tempore h k permutat apparens hemiſphærium, ipſa f non apparẽs, ponatur enim ipſi f n, æqualis & ex oppoſito m l circunferentia. Ipſæ igitur m l, h K, circunferentiæ permutant apparens hemiſphærium. Sed in quo tempore l m apparens hemiſphærium permutat, ipſa f n non apparens permutat, & in quo igitur tempore h k, circunferentia permutat apparens hemiſphærium, ipſa n f circunferentia non apparens permutat. Idq; propterea iam & in quo tẽpore h k, circunferentia permutat non apparens hemiſphærium, ipſa f n non apparens permutat.

Theorema 19. Apparens 19.

IN ſemicirculo aſſumpto ſub æquinoctiali ad æſtiuum tropicum æqualiũ circunferentiarũ exiſtẽtium, in pluri tempore altera earum permutat apparens hemiſphærium quàm reliqua non apparens, & contingens contingente.



Eſto in mundo horizon a b c, æſtiuus quidem tropicus eſto a x, hybernus uerò ſit d o, æquinoctialis autem circulus ſit b e e, zodaicus porrò circulus poſitionem habeat a e o, & in ipſo a o, ſemicirculo æquales circunferentiæ ſint f g, h k. Si autem propinquior æſtiuo tropico f g. Dico quòd in pluri tempore g f, permutat apparens hemiſphærium quàm h K, non apparens & contingens ipſo contingente ponatur n ipſi h k, circunferentiæ æqualis, & ex oppoſito circunferentia m n, propinquior igitur eſt f g, æſtiuo tropico quàm m n, in pluri igitur tempore f g, permutat apparens hemiſphærium quàm m n, non apparens. Sed in quo tempore m n, circunferentia permutat apparens hemiſphærium, ipſa h K non apparens. Similiter iam demonſtrabimus quòd &

contingens contingente, in pluri tempore permutat apparens hemiſphærium quàm reliqua non apparens. Similiter autem & earum quæ in altero ſemicirculo aſſumpto, ſub æquinoctiali ad hybernum tropicum æqualium circunferentiarum in pluri tempore altera permutat, non apparens hemiſphærium quàm reliqua apparens, & contingens contingente.

PHAENOMENA FINIVNT.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

LODOVICO MOCENICO PATRITIO Veneto equiti iurato, Senatorij ordinis, ac Oratori facundiſſimo, gaudere & bene rem gerere.

VIRTVS, *doctrina, morumq́; ſingularium tuorum claritudo Lodouice uir integerrime, quibus in homine ſplẽdidius aut rutilantius nihil eſſe ſapiẽtiſsimi Græcorum dicere conſueuerũt, ea ſemper in te extitit, ut omnes de te nil niſi clarũ aliquid, nil niſi perſpicuum, nil niſi omni ex parte glorioſum ſemper conciperẽt, aut ſperarent. Idq́; propterea ego quoq; quem tibi deſtinatum tu te ſcis ſemper habuiſſe mãcipium præclaras animi tui dotes, probitatemq́; ſingularem conſectaus animoq́; perpendens, nil de te inquam aliud mihi perſuadere ſolebam, niſi quòd tibi tuæq́; familiæ praeclariſsimæ immortalem gloriam & laudem afferre poſſet. Quod, inquam, ut aſſequeris iam tibi uirtute, quæ ſola ex omnibus poſſeſsionibus, Iſocratica ſentẽtia mortalitati minime obnoxia eſt adytus comparaſti. Factum eſt enim ut huiuſce inclytæ Reipub. Senatores ingenij tui peracuti uires, facundiamq́; ſingularem (habes enim ut ingrati mancipij ſuſpicionẽ ſugiam in orando neſcio quid uiuæ uocis, ac latentis energiæ tibi naturæ benignitate conceſſæ) uel magni æſtimantes, te oratorẽ Maximiliano Cæſari, Germaniæq́; principibus deſtinauerint. Quam legationẽ ita egiſti, ita tractaſti, ut Senatorem optimum par eſt facere, & adeo ut Regi gratus, ſed huic grauiſsimo Senatui gratiſsimus extiteris. Illud, inquam, munera equeſtria tibi à rege donata, hoc uerò Senatorius ordo quem tibi comitia contulerunt exactiſsimè comprobant. Neq; id mirum, q̃ippe quoniam omnia adſunt bona, quem penes eſt uirtus (ut eo utar Plauti familiaris noſtri) hac etenim ductrice tibi nec legationes, nec præturæ nec cæteri magiſtratus deerunt, modo Dei opt. max. munere tibi uita ſuperſtes. Verùm quid illud fuerit quòd eam fidem, eam obſeruantiam quam erga te (licèt exilis ſeruus) ſemper maximam habui, idq́; gaudij, quod ex dignitatibus tibi collatis concepi hucuſque: ſi ſcire cupis, tibi non aperuerim, illud, inquam, fuit quod hoc à me fieri oportere cenſebam aliquo argumento, & eo ſanè quo tibi hæc fieri poſſent explicatiora. Cumq́; id propterea ſapientium Græcorũ uolumina reuoluerem, ſeſe Catoptrica Euclidis Megarenſis præſtantiſsimi mathematici obtulerunt opuſculum certè arduum, rariſsimũ, & Latinis hucuſq; aut ex toto, aut magna ex parte ignotum, ſpeculari namq; & indagare noluit ſapientiſsimus philoſophus quæ in ſpeculis imagines, quas mirabili quadã diſciplina patefacit, dum humanum uiſum, & oculi potentiam accommodat. Quod opus ſic reliqua Euclidis opuſcula excellit, ſicut cæteros humanos ſenſus uiſus, qui rationi & intellectui in eo quod ſub ſenſu cadit obſequitur, exuperare cognoſcitur. Taceo de Elementis, nã ex opere illo quod non minoribus uigilijs quàm laboribus, quos per multos dies ei accõmodauimus, unà cũ Theonis acutiſsimi mathematici traditione Latinum fecimus, nec minus Euclidi qui illa compegit, quemadmodum Proclus (inquit) Diadochus, quam eorum inuentoribus tribuo, licet uetus ſit adagium, Inuentis addere facillimum eſſe. Sed quibus aut inuentoribus, aut ipſi Euclidi, ſiue etiam interpretibus magis tribuendum ſit, bonam hominum partem ignorare crediderim. Id igitur opuſculi quod Catoptrica nuncupatur, à me Latinum faciendum eſſe cenſui, tuoq́; nomini deſtinandum, ut ex eo tanquam ex planis, conuexis, cauisq́; ſpeculis Bartholomæi Zamberti tui, & quidem ueterrimi mancipij, fidem inſpicias,*

obſeruan

obſeruantiam ſpectes, amoris erga te ſui magnitudinem uideas, & demum beneuolentiam in te maximam intuearis. At fortaſſe diceres quid ſic id uis mathematicis huiuſmodi diſciplinis aperire? Ne id propterea mireris uelim, ob id ſcias Lodouice uir grauiſsime, à me id conſultò factum fuiſſe. Nam cùm mihi ſit compertum te diſciplinas ſemper amaſſe & coluiſſe, earumq; amatorem extitiſſe, facile propterea mihi perſuaſerim te eas in primis diligere, & colere quæ primum certitudinis omnium philoſophantium decreto gradum obtineant. Hæc, inquam, ſunt mathematicæ diſciplinæ, quæ uno eodemq; modo ſemper ſeſe habent, quemadmodum Ammonius interpres Ariſtotelicus, philoſophiæ diffinitionẽ Ariſtotelicam interpretans nos docuit. Has certè diſciplinas naturales ſequuntur, ſicut Auerrois Peripateticus Ariſtotelem nobis aperiens ſenſiſſe uidetur. Quas qui ignorant (ſicut Euclidis interpres, Proclus Lycius, inquit) ieiunas uoluptates capiunt. Hoc igitur argumento amorem erga te meum tibi eſſe explicadum ſum arbitratus. In qua interpretatione licet Flaccus noſter Horatius dixerit, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus interpres: nihil tamen ex noſtra officina adiunximus, ac etiam nihil ſubſecuimus, ſed ſicut lectio ſeſe habet Græca, ſic ueritatem colentes, nuda, pura, ſyncera, & fideli ſumus interpretatione interpretari. Noluimus enim eos imitari, qui ex auctoribus aliqua decerpunt, aliqua omittunt & aliqua permutant, & ſic hinc & inde ſumpta conglutinant, ut nec pes nec caput uni reddatur formæ, & perinde cùm ſic auctorum illorum ueterum, quos uetuſtas ueritatis indagatrix mira quadam religione coluit, famæ & fidei plurimum detraxerint, falſam & furto comparatam ſibi gloriam uendicare ſtudeant. Sed hij tandem ſunt quos unuſquiſq; poſsit deridere. Nam ſi forte ſuas repetitum uenerit olim Grex auium plumas, moueat cornicula riſum, Furtiuis nudata coloribus. Stulti ſunt qui aliena pluma ſeſe obtegere quærunt. Accipias igitur uir clariſsime opuſculum huiuſmodi iam in nulla ſede receptum, ut tuo nomine in lucem prodeat: quod obſecro legere uelis, ubi quid tibi ocij ſuperfuerit: uidebis etenim quanto fuerit ingenio præditus is philoſophus, cuius ſi id opuſculi tibi placuiſſe cognoſcam, ſunt in manibus illius & alia opera: Phænomena quidem, Optica & Data, quæ quandoq; me interprete è Græcia in Italiam uenient, & ſic ſe Latinis legenda tradent, & is auctor priſcam auctoritatem penè amiſſam, philoſophãtium ſcholas petens ſibi comparabit. Verùm ne pluribus quàm par eſt, uerbis tecum agere uidear, ſupereſt iam ut ipſum audias Euclidem De ſpeculorum imaginibus, ſic per nos Latinè loquentem. Vale æternum noſtri memor, equeſtris ordinis rariſsimum ornamentum, & hijs audacibus annue cœptis. Venetijs X I Calendas Octobris, in I X I I. I I I V I I. & X I X. Elemento, reconciliatæ diuinitatis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Platonici mathematiciq; præſtantiſſimi Specularia, Barptolomæo Zamberto Veneto interprete.

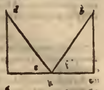
VISVM lineam rectam eſſe, qua media cuncta extremis correſpondẽt, quæq; uidentur per rectam ſpectari lineam, planum ac receptum eſſe oportet. Speculo in plano collocato, inſpectoq; aliquo ſublimi, quod & ipſi plano ad angulos rectos exiſtat, fiant proportionalia, ut inter ſpeculum & ſpectantem recta linea ad eam quæ inter ſpeculum & id quod ad angulos rectos faſtigium, ſic aſpecti faſtigij ad id quod ad angulos rectos in plano faſtigium obiectum eſt. In planis nanque ſpeculis loco aſſumpto, in quem ab inſpecto perpendicularis cadit, non amplius ſpectatur uiſibile. In cõuexis uerò ſpeculis aſſumpto loco per quem ab inſpecto in centrum ſphæræ ducitur, uiſibile non amplius ſpectatur, id quoque in cauis euenit. Si in uas enim quidpiam proiectum ſit, acceperitq; interuallum ut minime uideatur, eodem exiſtente interuallo ſi aqua infundatur, iniectum ſpectabitur.

Theorema

Theorema primum.

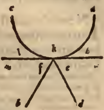
A Planis, conuexis, cauisq́ ſpeculis uiſus inæqualibus angulis refringuntur.

Sit oculus b ſpeculum autem planum ſit a c, uiſus uerò feratur b K & refringatur in d. Dico q. angulus e ipſi angulo f eſt æqualis. Excitentur per 12 primi elementorum perpendiculares in ſpeculum b c d a: eſt igitur ſicut b e ad c K, ſic eſt d a ad a k, hoc inquam, in diffinitionibus patuit. Simile igitur eſt triangulum b c K triangulo d a K, per diffinitionem primam 6 elementorum. Igitur angulus e angulus e angulo f eſt æqualis, nam quæ ſimilia æquiangula ſunt.

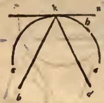


In conuexis.

Sit iam conuexum ſpeculum a K c, uiſus uerò ſit b K, refractus in d. Dico quòd angulus e b, æqualis eſt angulo f l, appoſui planum ſpeculum n m, æqualis eſt angulus e angulo f per præcedentem. Sed & b ipſi l, connectitur nanq; m K, totus igitur e b, toti l f eſt æqualis.



In cauis.

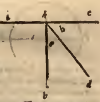


Sit rurſus cauum ſpeculum a K c, uiſus autem b K refractus in d. Dico quòd angulus e, æquus eſt angulo f, collato enim plano ſpeculo m n æqualis eſt per primam angulus b e angulo f l. Aequalis autē eſt b ipſi l: reliquus igitur e reliquo f eſt æqualis.

Theorema ſecundum.

IN qualiacunq; ſpecula inciderit uiſus æquos efficiens angulos, ipſe per ſeſe refringetur.

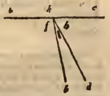
Sit planum ſpeculum a K e, oculus autem ſit b, uiſus uerò ſit b k, cadatq́; æquos efficiens angulos f b. Dico quòd b k refractus in ſeipſum, hoc eſt in b reuertetur. Non enim ſed ſi poßibile eſt agatur in d, & quoniam per primam uiſus in æqualibus angulis refringuntur, angulus e æquus eſt ipſi angulo b, oſtenſum quoq; eſt quòd e f angulus ipſi b eſt æqualis, & angulus igitur e f, ipſi e angulo erit æquus maior minori, quod eſt impoßibile. Igitur b k in ſe ipſum refringetur, eadem quoque demonſtratio in conuexis, & in cauis ſpeculis conueniet.



Theorema tertium.

IN qualecunq; ſpeculum procidens uiſus ęquales efficiens angulos, in ſe ipſum non refringetur, neq; in minori etiam angulo.

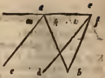
Sit planum ſpeculum a k c, uiſus autem b k procidat maiorem efficiens angulum f ipſo b l. Dico quòd b k, refractus, non refringetur in ſeſe, neq; in angulo b l, ſi enim ueniet in b k angulus f, ipſi b l eſt æqualis, quod eſt impoßibile, maior enim ſupponitur. Igitur b k in maiori refringetur angulo f: a maiori nanq; minori æquale abſcindi eſt poßibile per 3 primi elementorum, eademq́; demonſtratio eſt & in conuexis, & in cauis.



Theorema quartum.

VIſus in planis ſpeculis, & conuexis refracti, neq; concurrunt adinuicem, neq; ſunt paralleli.

Sit planum ſpeculum a c, oculus ſit b, uiſus uerò refracti ſint. b c d, b a e. Dico quòd c d, & a e, neque paralleli ſunt, neque concurrunt in d e. Nam quoniam angulus f æqualis eſt angulo h & k ipſi m, maior autem eſt per 16 primi elemen. f ipſo k, quoniam eſt extra ipſum triangulum b k c, maior autem fuerit b quàm m. Igitur c d ipſi a e, parallelus non eſt, neq; in e d, concurunt.

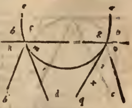


In conuexis.

Sit rurſus conuexum ſpeculum a g f c, occultus uerò ſit b, aſpectus autem refractus ſint b f d b g e. Dico quòd ipſi f d, g e, neq; in e d concurrunt, neq; ſunt paralleli, & connectatur enim g f, recta linea, extendaturq́; ex utraq; parte, quoniam æqualis eſt k b, ipſi l, eo quia in æquis angulis refringitur, maior fuerit quoq; l m ipſo k & k ipſo n x eſt maior, ſed n x ipſo p o maior eſt. Rurſus x, æqualis eſt ipſi o p, maior igitur eſt l m ipſo o p, multo igitur maior eſt l m ipſo o: non concurrunt igitur ipſæ f d, g e, rectæ lineæ, neque ſunt paralleli.

Theorema quintum.

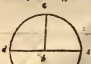
IN cauis ſpeculis ſi ad centrum, ſiue ad circunferentiam, ſiue extra circunferētiam oculus extiterit, hoc eſt inter centrum & circūferentiam, uiſus refracti concurrent.

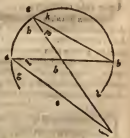


Sit cauum ſpeculum a c d, centrum autē ſphæræ ſit b, ponaturq́; oculus in b & procidāt ex b uiſus in circūferentiā b a, b c, b d, æquales igitur ſunt qui ad ſigna a c d, ſunt anguli, ſemicirculi enim ſunt per 27 tertij elemen. uiſus igitur refracti per ſeipſos refringentur b a, b c, b d, hoc autē patet quod in b concurrunt.

Oculus in circunferentia.

Sit rurſus cauum ſpeculum a b c, oculus autem eſto b, ponaturq́; in eius circunferētia, & ab ipſo b, incidant uiſus b c, b a, refracti in d e ſignis. Quoniam maius eſt a c b ſegmentum ipſo b c, ſegmento, maior eſt angulus f, angulo b per 32 tertij elementorum & g per a igitur ipſo k, maior. Ipſi igitur f k, ipſis b k, ſunt maiores. Reliquus igitur l reliquo m minor, multo magis igitur: quæ enim concurrunt igitur ipſæ c d a c, in f ſimiliter oſtendetur, & ſi extra circunferentiam ceciderit oculus, ſicut in ſequenti theoremate.



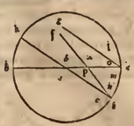


Theorema ſextum.

IN cauis ſpeculis, ſi ad medium centri & circunferentiæ poſitus fuerit oculus, quandoq; uiſus refracti concurrent, & quandoque non ocncurrent.

Sit ſpeculum cauum a c, centrum autem ſit d, oculus uerò ponitur b, intra centri medium & circunferentiæ, uiſus autem b a, b c, refringantur in g f, extendanturq́; uiſus uſq; ad ſpeculum a b, c k. Ipſa a b, iam ipſa c K, aut maior eſt, aut ei æqualis, aut ea minor. Siquidem uiſus, a h æqualis eſt ipſi c k, æqualis eſt & a ç b, circunferentia ipſi c b K, circūferentiæ Quare & m angulus ipſi x angulo, æqualium circunferentiarum anguli inuicem ſunt æquales per 27 tertij elementorum, & anguli m l, igitur ipſis n x, ſunt æquales per refractionem per primum theorema, & reliquus igitur angulus o angulo p eſt æqualis: maior igitur eſt angulus r ipſo angulo o. Quoniā enim per 16 primi elementorū angulus r, ipſo

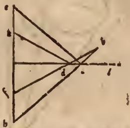
p maior eſt, quia exterior eſt. Et angulus p ipſi o, angulum eſt æqualis. Igitur angulus r, ipſo angulo o maior eſt, communis apponatur qui ſub o r ſ, igitur ipſæ c ſ, a g, concurrunt ſicut ad g ſ. Idem quoq; erit & ſi maior ſit uiſus a b, ipſo c k, maiores enim erunt ipſi l m anguli ipſis n x, & angulus p angulo o maior eſt, & r ipſo o. Si uerò a b recta linea minor fuerit ipſa c K, id propterea maior erit angulus o angulo p: eſt autem & angulus r ipſo p maior. Nihil enim prohibet angulum r ipſi o eſſe æqualem uel ipſo o minorem, & non concurrere a g ipſi ſ. Manifeſtum eſt autē quòd & ſi maior fuerit a b, circunferentia ipſa c K. Sitq; æqualis coincidentia refractionum, neq; in circuli circunferentia, neque extra utiq; fiet, ſed intus tantum.



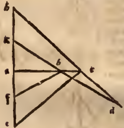
Theorema ſeptimum.

CElſitudines & craſſitudines à planis ſpeculis conuerſæ uidentur.

Sit faſtigium quidem a e, ſpeculum autem planum ſit a l, oculus uerò ſit b, uiſus porrò ſint b c, b d, refracti, in e K. Igitur oportet deductis uiſibus in rectam lineam e, quidē ſupra eſſe, ipſo b infra exiſtente, & K infra exiſtens in ſ, quod ſupra eſt, ac perinde conuerſa ſunt in phantaſia.



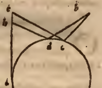
In craßitudinibus.



Sit rurſus craßitudo quidem e a, ſpeculum autem planū ſit a c, oculus uerò ſit d, uiſus porrò ſint d c, d b refracti in e ſ, ſimiliter eductis uiſibus ad b K, apparet quidē e infra exiſtens ſuper b ſuperius exiſtente, & ſ, ſupra exiſtens ſuper K infra exiſtente.

Theorema octauum.

FAſtigia & craſſitudines à conuexis ſpeculis conuerſa uidentur.



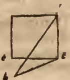
Sit celſitudo a e, ſpeculum autem conuexum ſit a d c, uiſus uerò ſint b d, b c, refractis in e h: patet quòd non cōcurrunt, reliqua uerò ſicut & in planis.

In craßitudinibus.

Sit rurſus craßitudo a e, ſpeculum uerò conuexum ſit a d c, oculus autem ſit b uiſus autem refracti in e h, ſint b c e, b d h, reliqua uerò ſicut & in planis.

Theorema nonum.

OBliquæ lōgitudines à planis ſpeculis ſicut ſe habent, ſic & uidentur.



Sit oculus b longitudo autem obliqua ſit d e, ſpeculum uerò ſit a c, igitur refractis uiſibus uidentur quidem d in a & e, ſuper c ſicq; ſe habet in phantaſia, ſicut uerò ſe habet, propius propius, & remotius remotius.

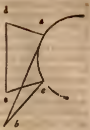
Theorema decimum.

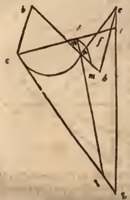
OBliquæ longitudines à conuexis ſpeculis ſicut ſunt uerè, ſic ſpectantur.

Sit longitudo e d, oculus autem b, ſpeculum uerò conuexum a c, aſpe-ctus porrò refracti in e d, ſint b a. b e, reliqua uerò eadem.

Theorema undecimum.

CElſitudines & craſſitudines à cauis ſpeculis quęcunq; ſunt intra coincidentiam uiſuum, conuerſa uidentur: quemadmodum in planis & conuexis ſpeculis, quæcunq; autē extra coinciden tiam ſicut ſunt, ſic & ſpectantur.

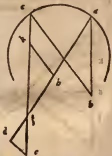




Sit cauum ſpeculum a c, oculus aut ſit b, uiſus uerò refracti ſint b a, b c eorum coincidentia: porrò ſit f celſitudo ſit d e, & k n, & k n quidem intra f coincidentiam ſit a t, d e ſit extra coincidentiam: igitur productis uiſibus ſicut in planis & conuexis ſpeculis apparet K ſuper m, & n ſuper l: quare cōuerſæ uidentur, rurſus ſuper exteriorem coincidentiam celſitudinis apparet quidem d ſuper g, & e ſuper b, ſicut ſe babet, ſic ſpectatur.

In craßitudinibus.

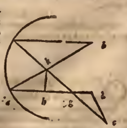
Rurſus craßitudo quidem ſit d e, & k b, cauum autem ſpeculum ſit a c, oculus uerò ſit b, uiſus autē refracti ſint & concurrentes in f b a, b e, igitur productis uiſibus ſimiliter K b, conuerſæ appa·ēt, K quidem per c & b per a. Sicut eſt in planis & conuexis ſpeculis ad d e, ſicut ipſum quidem e, infra per a & d ſuper c.



Theorema duodecimum.

OBliquæ longitudines à cauis ſpeculis, quæcunq; intra coincidentiam uiſuum iacent, ut ſunt, ſic ſpectantur, quæcunq; uerò extra, conuerſæ.

Sint inquam, longitudines obliquæ e d, b k, cauum uerò ſpeculum ſit a e, oculus autem ſit b, uiſus refracti & concurrentes in g ſint b a d, b c e, & ipſa quidem b K, obliqua longitudo ſit intra. Igitur b K iuxta naturam apparet, ſicut & in planis & conuexis ſpeculis. Sed e d, conuerſa, nam ipſum quidem d, ſuper a apparet, & e ſuper e.



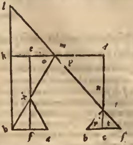
Theorema decimumtertium.

IDem ſpectare pluribus planis ſpeculis, eſt poſſibile.

Sit quod uidendū eſt a, oculus uerò ſit b, ſpecula autem tria ſint c d, d e: e f, excitetur per 12 primi elementorum perpendicularis ab ipſo b in c d ſpeculum b c, equalis autem ſit b c, ipſi c ſ, & rurſus

per

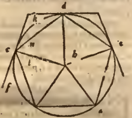
per eandē ab ipſo a in e f, perpēdicularis excitetur a f & ipſi a f æqualis eſto f b, & per eādē ab ipſo b, in ſpeculum d c, perpendicularis excitetur b k, ſitq; ipſi b k, æqualis k l, & ab ipſo l in ſ connectantur l m x ſ, ab ipſo autem m in b connectatur m r b. Connectantur autem & a r & b x. Quoniam igitur æqualis eſt b c ipſi c ſ et qui ad c anguli recti ſunt: binæ igitur b c, c q, ipſis binis ſ c, c q, ſunt altera alteri æquales, & angulus qui ſub b c q, rectus exiſtens, angulo qui ſub ſ c q, recto exiſtenti eſt æqualis per 4 poſtulatum, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur per quartam primi elementorum. Angulus quidem qui ad b angulo qui ad ſ, & angulus x angulo t. Sed t ipſi n eſt æqualis per 15 primi elementorum ad uerticem enim. Quare & angulus n angulo x. Igitur uiſus b x in m refringitur. Rurſus quoniam æqualis eſt b k, ipſi K l, & qui ad k recti ſunt, angulus o æqualis eſt ipſi p. Refringitur ergo idem uiſus b x m in r, & id propterea iam & in a, quia æqualis eſt qui ſub f r a, angulus ei qui ſub c r m, ſimiliter & in reliquis demōſtrationibus. Inſpice igitur ab ipſo b oculo uiſus a, per tria ſpecula plana exiſtentia c d, d c, c f.



Theorema decimumquartum.

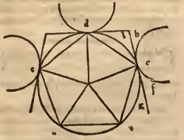
EStautem & in quibuslibet ſiquis conſtituat ſpeculis idem inſpicere, oportet autem iuxta ſpeculorum numerum polygonū æquilaterum & æquiangulū conſtituere binis lateribus excedens ſpecula.

Eſto enim quòd ſpectari debeat a, oculus autem ſit b & connectatur a b & ab ipſo a b, deſcribatur polygonum æquilaterum, & æquiangulum binis lateribus excedens ipſa ſpecula, & ſit a b d polygonum, & ſumatur per primam tertij elementorum centrum circuli ipſi polygono circunſcripti, & ſit h, & ab ipſo connectantur, h c, h e, h d, h b, h a, in angulis, & proponantur ſpecula plana ad angulos rectos ipſis conuexis. Quoniam igitur per quartum poſtulatum æqualis eſt f l, angulus ipſi n K angulo: uterq; enim rectus eſt, quorum n ipſi l eſt æqualis, reliquus igitur f, ipſi K eſt æqualis. Quare refractio ipſius b uiſus erit in d, per æquos enim angulos refractiones fiūt per primum theorema. Similiter iam oſtendetur quòd qui ad d e ſigna ad omnia ſpecula uenient in a.



Theorema decimumquintum.

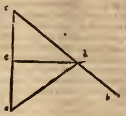
ILlud idem quoq; & in conuexis & in cauis ſpeculis uideri poteſt.



Si nanq; ſpectare oportet a, oculus uerò ſit b, & ſimiliter deſcribatur polygonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e, & ad ſigna c d e, ſint ſpecula plana à quibus ſpectatur a, ſicut oſtenſum eſt, adijciantur his ſpecula aut caua aut conuexa ad uiſuum contactus. Igitur æqualis eſt f ipſi h, et k ipſi l, totus igitur k f, æqualis eſt ipſi l b refringetur ergo uiſus a ſpeculo conuexo c

c in d, & ab ipſo d in e, & ab ipſo c in a: manifeſtum igitur eſt quòd conuexis aut cauis exiſtentibus omnibus & mixtis, illud idem uideri poteſt.

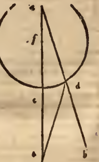
Theorema decimumſextum.



IN planis ſpeculis unũquodq; eorũ quæ ſub aſpectum cadũt, per illius quod ſub aſpectum cadit perpendicularẽ uidetur.

Sit ſpeculum planum c d, oculus autem ſit b, res uerò uiſa ſit a, ſ[illegible]q; perpendicularis k, re uiſa in ſpeculũ a e: igitur quoniã ſupponitur in Phænomenis quòd aſſumpto loco c, ipſũ a non uidetur, ergo a uidebitur in linea recta a c. Sed & in rectas lineas ipſi b d, uiſus per c igitur: poſitum namq; eſt nobis rectum, cuius medium extremis correſpondet. Quare a e & b c recta linea erit.

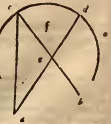
Theorema decimumſeptimum.



IN ſpeculis conuexis, unumquodq; eorum quæ ſub aſpectum cadunt, per eam quæ à re uiſa in ſphæræ centrũ deducitur, rectam lineam ſpectatur.

Eſto conuexum ſpeculum c d, oculus autem ſit b, uiſus uerò ſit b d, refractus in a, aſpiciaturq; a, centrum autem ſphæræ ſit f, & connectatur a f extendaturq; b d in e: igitur quoniam ſupponitur in, Phænomenis quod aſſumpto c ipſum a non uidetur, uidebitur igitur in rectam lineam a c, per id quod euenit ex b d uiſu, & ab ipſo a c in e, ſicut & in planis.

Theorema decimumoctauum.



IN cauis ſpeculis unũquodq; eorum quæ ſub aſpectum cadunt, per eam quæ à re uiſa in centrum ſphærę ducitur, rectam lineam ſpectatur.

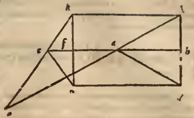
Sit cauum ſpeculum c d, aſpectus autem refractus ſit b c, in a uiſum, centrum autem ſphæræ ſit e, cõnectatur recta linea, & extendatur igitur, quoniam in Phænomenis deprehenditur quòd aſſumpto loco d, ipſum a non uidetur: quare agetur in rectam lineam a c, aſpicietur ergo per congreſſum ipſius a d rectæ lineæ & b c uiſus per f.

Theorema decimumnonum.

IN planis ſpeculis quæ dextra ſunt, ſiniſtra apparent, & quæ ſiniſtra dextra, & ſimulacrum æquum eſt rei uiſæ, & diſtantia à ſpeculo æqualis eſt.

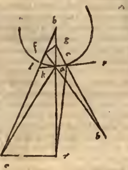
Sit planum ſpeculum a c, oculus autẽ b, uiſus uerò ſint b a, b c, refracti in d e: quod autẽ ſpectatur ſit: d e, & ab ipſis e d, per 12 primi elementorũ in ſpeculũ perpendiculares excitẽtur e f, d b & extẽdantur. Extẽdanturq; & b c, b a, uiſus & cõcurrant parallelis in k l, & cõnectatur l k. Igitur e apparet

paret ſuper k, & d ſuper l: hoc enim prius oſtenſum eſt, ergo ſiniſtra dextra apparẽt, & dextra ſiniſtra: & quoniam æqualis eſt qui ſub k c f, angulus ei qui ſub f c e angulo, & recti ſunt qui ad f, æqua igitur etiam fuerit f k ipſi f e. Idq́; propterea & d b, ipſi b l, æquum eſt igitur interuallum quod abeſt à ſpeculo e d, ipſi a abeſt ſimulacrum k l & æquum eſt uiſum e d ſimulacro k l, quoniam æqualis eſt e f ipſi f k, & d b ipſi b l, communis autem & ad rectos angulos ipſa b f.



Theorema uigeſimum.

IN conuexis ſpeculis ſiniſtra dextra, & dextra ſiniſtra ſpectantur, et interuallum à ſpeculo ſimulacro minus abeſt.

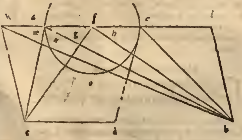


Sit ſpeculum conuexũ a c, centrum autem ſphæræ ſit b, oculus porrò ſit b, uiſus autem ſint b a, b c, refracti in d e, quod ſpectatur ſit d e, & ab ipſo b centro excitentur in d e ipſæ b d, b e, & extendantur uiſus ad f g, & connectatur f g ſimulacrum Igitur ipſum quidem d apparet ſuper g, & e ſuper f, dextra igitur ſiniſtra, & ſiniſtra dextra ſpectantur. Dico quòd maior eſt e l ipſa l f, excitetur per a ipſam tangens circunferentiam r a k, quoniam igitur b a, a e, ad ipſam circunferentiam æquos efficiunt angulos, propter refractionem tangit ipſa k a r, biſariàm fuerit ſectus qui ſub e a f angulus, & obtuſus eſt angulus h, maior igitur eſt e k, ipſa h f, multò maior igitur e l ipſa l f: minus igitur abeſt ſimulacrum f g à ſpeculo: magis autem quod ſpectatur e d, ſicut in ſequenti patet.

Theorema uigeſimum primum.

IN conuexis ſpeculis ſimulacrum ſpectatis minus eſt.

Sit ſpeculum conuexum a o c, oculus autem ſit b, uiſus uerò refracti ſint b a, b c, in d e, igitur à conuexo ſpeculo aſpicitur e d in angulo qui ſub a c b, apponatur iã ſpeculũ planũ a c tangens, uiſus in a c. Igitur uiſus uiſurus e à plano ſpeculo non eſt b a e, non enim æquos efficit angulos ad planum ſpeculum, neq; refringetur intra a c, refringatur ſi poßibile eſt, & eſto b f, uiſus: æqualis igitur eſt angulus g angulo b propter refractionem, & b maior eſt ipſo n et m ipſo g: quare et m ipſo n maior eſt, quod eſt impoßibile. Ipſe nãq; n ipſo m maior eſt. Aequalis enim eſt totus ei q ad circũferẽtiã: extra igitur ipſum m a refringatur, refringatur eſto b k e. Similiter aũt

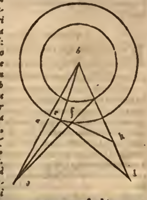


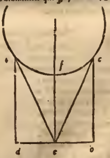
& b c d, extra cadit. Igitur e d in maiori angulo ſpectatur à ſpeculo plano comprehenſo ſub k b l, quæ à conuexo, æquum autem patuit apparens in plano, manifeſtum igitur quod à conuexo ſpeculo ſimulacrum minus apparet re uiſa.

Theorema uigeſimum ſecundum.

IN conuexis ſpeculis, à minoribus ſpeculis minora ſimulacra ſpectantur.

Sit ſphæra maior a c, minor uerò e l, circa idem centrum b, oculus uerò ſit b & connectatur b a b, & ab ipſa ſphæra refringatur uiſus b c d, dico q; uiſus refractus à minori ſphæra in d, neq; p c, neq; extra ipſum c cadit. Cadat enim prius ſi poßibile eſt per c & refringatur à minori ſphæra in d, & ſit b e d, & cõnectatur ab b in c & refringatur in k. Igitur b c k, biſariàm ſecat eũ qui ſub b e d, angulũ: quoniam ipſos b c d angulos æquos ad circunferentiam propter refractionem efficit. Idq; propterea iam quæ ab b in e connexa recta linea & extenſa angulum ſub b e d biſariàm ſecat. Secet ſitq; b e f. Quoniam angulus comprehenſus ſub b c d, angulo comprehenſo ſub b e d, maior eſt, & dimidius dimidio maior eſt qui ſub b c k, eo qui ſub b e f: eſt autem & minor, quod eſt impoßibile: uiſus ergo à minori ſphæra refractus per ipſum c minimè ueniet. Supponãtur rurſus eadem, & à minori ſphæra refractus uiſus b e d, extra ipſum e cadat, & b e ſecet maiorem ſphæram in f. Viſus iam ab ipſo f, refractus in b f k, non coincidet ipſis c d, hoc, inquam, patet. Ipſi igitur e d, coincidat in k. Igitur b f k, uiſus refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k & ipſe b e k: refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k, hoc, inquam, ſuperius impoßibile patuit. Intra igitur c a, cadit uiſus refractus à maiori ſpeculo in d. Similiter quoq; oſtendetur, & quæ ab altera parte idem efficiens. Sub minori igitur angulo ſpectatur eo qui ad b facto à minori ſpeculo quàm à maiori, minus igitur apparet ſimulacrum à minori ſpeculo.





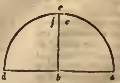
Theorema uigeſimum tertium.

IN curuis ſpeculis ſimulacra conuexa ſpectantur.

Sit curuum ſpeculum a c, oculus autem ſit e, uiſus uerò refracti e a, e c, in d b, at f e, ſit in ſeipſum refractus, hoc eſt in e. Igitur uiſus iam maiores ſunt qui longiores: minimi uerò qui circa medium, hoc eſt f e: ſpectatur igitur propius à ſpeculo magis e, longius uerò b, & d, quare totum curuum ſpectatur.

Theorema uigeſimum quartum.

IN cauis ſpeculis ſi in centro oculus poſitus fuerit, ipſe tantum oculus ſpectatur.

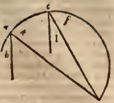


Eſto cauum ſpeculum a c d, centrum autem ipſius ſit b, uiſus uerò ſint b a, b c, b d. Igitur angulus e æqualis eſt ipſi f, igitur uiſus b c refractus ueniet in b: ſimiliter quoq; & reliqui, ipſum igitur tantum b, ſpectatur.

Theorema

Theorema uigeſimum quintum.

IN cauis ſpeculis ſi in circunferentia aut extra circunferentiã oculus poſitus fuerit, oculus non ſpectatur.



Eſto cauum ſpeculum a c b, & oculus ponatur in circunferentia ipſius, & ſit b, aſpectus autẽ procidant b a, b c, & refringantur: igitur angulus m b angulo k maior eſt, et c l ipſo f. Quare non refringuntur b a, b c uiſus in b oculum. Si in oculum refringuntur, anguli æqui ad ipſa a c, ſigna. Oſtẽdetur autem & quòd ſi extra circunferentiam ſit oculus, idem eueniet: ſcilicet quòd non ſpectabitur oculus, quippe quoniam in ipſum non fiunt refractiones.

Theorema uigeſimum ſextum.

IN cauis ſpeculis ſi extendatur dimetiens ſphæræ, ex centroq́ ad angulos rectos ducatur, & in altera parte poſitus fuerit oculus, nihil eorum quæ inſunt parte in aqua oculus ſpectabitur: hoc eſt neq; eorum quæ ad diametrum, neq; eorum quæ extra diametrum, neq; eorum quæ in diametro.

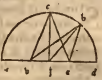


Sit cauũ ſpeculũ a c d, dimetiẽs autẽ eſto ipſius ſphæræ a d & ipſi a d ad angulos excitetur rectos ab ipſo f ipſa f c circulus, aut c m eſto b extra ipſum diametrum, uiſus autem ſit b c. Igitur uiſus b e, refractus non ueniet in b, neq; in f. In æqualibus nanque angulis refringitur. Veniet igitur ſicut e b. Similiter quoq; & ſi introrſum cadat oculus ſicut b, ſiue in diametro, ſicut m, refracti autem uiſus ſicut b k, m n, uenient enim ſicut k l, n x. Igitur eorum quæ in ea ſunt parte in qua oculus ſpectatur nihil, neq; eorum quæ in diametro, neq; eorum quæ extra diametrum, neq; eorum quæ introrſum.

Theorema uigeſimum ſeptimum.

IN cauis ſpeculis ſi in dimetiente ponantur oculi æqualiter diſtantes à centro, nullus ipſorum oculorum ſpectabitur.

Sit cauum ſpeculum a c d, dimetiens uerò ſit a d, centrum autem ſit f, ad rectos angulos ſit f c, oculi porrò ſint b e à centro æqualiter diſtãtes, uiſus autem b c, igitur refractus ueniet in e: in æqualibus enim angulis refringitur, alius autem nullus ibit ut b b. Connectantur b e, b f, igitur angulus qui ſub b b e biſariam ſecabitur ab ipſa f b, & proportionale erit ſicut b b ad b e, ſic b f ad f e, quod eſt impoßibile. Nam b b, ipſo b e, maior eſt, & b f, ipſi f e eſt æqualis, nullus igitur refractus ueniet ex b in e, unus igitur uiſus refringetur in utroq; oculorum, & ipſe non ſpectab tur. Nam b c, extenſa ipſi b d, non concurrit ad partes e d, apparebat autem unumquodq; propter ſpectatorum congreſſum, neq; e c, ipſi e a ad partes c a, concurrit. In cauis neq; ſpeculis unumquodq; ſpectatorum per ex ſpectato in centrum ſphæræ ductam rectam lineam ſpectatur.

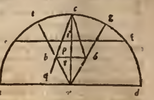


Theorema uigeſimum octauum.

IN cauis ſpeculis ſi eam quæ ex centro biſariàm ſecãs, & ad angulos rectos educens quis ponat oculos æquè diſtantes in ea quæ ex centro, ponatur autem uel per medium diametri & eius quę ad rectos angulos, uel in ipſa quæ ad rectos angulos, ipſorum oculorum nullus ſpectabitur.

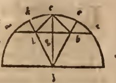
Eſto

Eſto cauum ſpeculum a c d, dimetiens autem ſit a d centrum ſit k, & quæ ad rectos angulos k c, ſecetur per 10 primi elementorum bifariàm in p, ſuper e a uerò ad angulos rectos eſto e p f, & oculi intra diametrum a d & c f, ſint b b, in parallelis c f, b b, æquè diſtãtes ipſi k c, uiſus uerò eſto b c refractus in b: æquos igitur efficit angulos ad circunferentiam, quippe quoniam f c, ipſi b b parallelus eſt, & b n ipſi n b, eſt æqualis, & connexæ k b, k b, extendantur, extendatur autem & c b in q, & quoniam b c maior eſt ipſa b k maior eſt angulus r angulo i. Quare & qui ſub c b h, maior eſt eo qui ſub b b k, hoc eſt eo qui ſub b b k, igitur b c, ipſi k b, non concurrit. Igitur ipſe b non ſpectabitur: propter congreſſum nanq; ipſorum b c, k b, ſpectatur.



Aliter.

Sint rurſus eadem qui ſupra, ſed b b oculi ſint in bifaria, & ad angulos rectos ſecta ea quæ ex centro a d: quoniam igitur æqualis quidẽ eſt b c, ipſi b f & e b ipſi f b, parallelus igitur eſt b c, ipſi f b. Igitur b c, uiſus non cõcurrit ei quæ ex centro in ſpectatum, hoc eſt ipſi f b ad partes, b c: quare oculus b non ſpectatur, ſpectabitur nanque propter ipſorum b c f b, congreſſum.



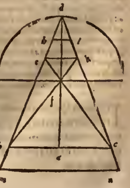
Aliter.

Sunto rurſus eadem, in ſuperiori uerò ipſius bifariæ ſectionis ponãtur oculi b c, æquè diſtantes ab ea quæ ex centro hoc eſt f a. Dico iam b c, ipſos ſpectari, & ea quæ ſunt dextra ſiniſtra, & quæ ſunt ſiniſtra dextra, & ſimulacbrũ maius ore & interuallum à ſpeculo maius habens ſimulacrum: eſto enim b a, uiſus refractus & connectantur à centro f ad b c ipſæ f b, f c, & extendatur b a. Quoniam igitur bifaria ſectio eſt g maior eſt b f ipſa b a, & angulus h angulo e: æqualis autem eſt κ ipſi d: maior igitur eſt & d ipſo e: coincidunt igitur ipſæ f b, c a, extenſæ coincidant in p. Id propterea iam b a, f c concurrunt in h, ſpectabitur igitur ipſæ quidem c, in h, & b in p & dextra quidem ſiniſtra, & ſiniſtra dextra apparent. Sed maior eſto h p ipſa b c, paralleli enim ſunt: ſimulacrum igitur maius apparet, & magis à ſpeculo diſtans, maior eſt enim m a ipſa a l.



Theorema uigeſimum nonum.

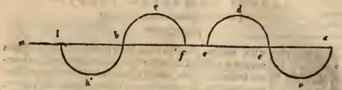
SI uerò extra diametrum ponantur oculi, ea quæ dextra ſunt dextra, & quæ ſiniſtra ſunt, ſiniſtra ſpectãtur, & ſimulacrũ minus ſpectato, & in eo quòd mediũ inter ſpectatum & ſpeculum.



Eſto, inquam, oculi b c, centrum autem ſit f, ipſius ſpeculi: & ipſi diametro ad angulos rectos eſto a f d, & huic ad angulos rectos b c & ipſi b a, æqualis eſto a c, & uiſus ſit b d, refractus in c, & per centrum ipſæ b f k, c f e, & ab ipſis c k, connectatur e K, igitur b in K apparet & c in e. Igitur quæ dextra ſunt dextra, & quæ ſiniſtra ſunt ſiniſtra ſpectantur, & ſimulacrum e k, minus eſt ipſo b c, ſpectato, parallelus nanque eſt e k ipſi b c, & circa medium ſpeculi, & ſpectate apparet ſimulacrum. Deducto autem ſpectato, & eo minus apparet ſimulacrum

erum ſepoſitum ab ipſo b c, poſitum, ſimiliter igitur ab ipſo m in f, centrum connexa & extenſa ſuperius cadit in k ſicut l, quæ uerò ab n in f ſuperius in e, uſq; b. Igitur m n ſpectatur ſicut b l & minus eſt b l, ipſo c k & ſpeculo propinquius.

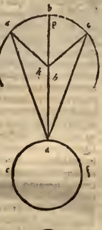
Theorema trigeſimum.



SPeculum conſtruere eſt poſsibile, ut in ipſo ſpectētur plures facies, & maiores, & minores, & aliquæ propius, & aliquæ lõgius, & aliæ dexteræ, & aliæ ſiniſtræ.

Sit enim planum a m, igitur in hoc fieri poſſunt conuexa ſpecula ſicut a b c, h k l. Caua autem qualia ſunt c d e, f g h, plana porrò qualia ſunt e f, l m, poſita uerò facie ſicut g ſpectantur à planis æqualia ſimulacra æquè diſtantia, à conuexis uerò minora & minus diſtantia, à cauis porrò omnino ſicut manifeſtum eſt.

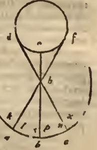
Theorema trigeſimum primum.



EX cauis ſpeculis ad ſolem poſitis ignis accenditur.

Eſto cauum ſpeculum a b c, ſol autem ſit e f, centrum autem ſpeculi ſit h, & à quodam ſigno d connexa quidem in b centrum d h, extendatur in b. Incidat autem d c acta & refracta in k, refringetur autem ſuper h centrum. Angulus enim qui ad p, circunferentiam minor eſt eo qui ad circunferentiam ſub b c d, & ſit a b circunferentia æqualis ipſi b c, & ab ipſo d alia acta cadat d a, manifeſtum igitur quod refracta a d acta cadit in k, quippe quoniam circunferentia a b æqualis eſt ipſi b c, ſimiliter autem oſtendetur quòd omnes ab ipſo d incidentes in ſpeculum & æquos ſuſcipientes in idem coincidunt ipſi b k ſuper ipſo b.

Aliter.



Eſto rurſus cauum ſpeculũ a b c, ſol autem ſit d e f & à ſigno quodam c per h centrum ſit c h b & a h d f, ſint d h c, f h a. Igitur demonſtraui quidem quòd quæ ex c actæ concurrunt in ſe ipſas per p r, angulos æquos exiſtentes, diametri enim ſunt. Quæ uerò a b f in h a, per k l angulos. Quæ uerò a b d in h c, quoniã n x anguli ſunt æquales, quod autem omnes in ſe ipſas refringuntur, manifeſtum ex centro namq; exiſtentes ſemicirculos faciunt, qui uerò in ſemicirculis anguli ſunt æquales, per 27 tertij elementorum, per æquos enim angulos fiunt refractiones, in ſe ipſos igitur refringuntur, omnes igitur coincidunt quæ ab omnibus ſignis in eas quæ per centrum & in centro aguntur, hijs igitur actis, calefactisq; circa centrum ignis colligitur, quare ibi ſtupa appoſita accendetur.

Catoptrices, hoc eſt de imaginibus quæ in ſpeculis
F I N I S.

BARTHO-

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

IOANNI ZAMBERTO VENETO Fratri humaniſsimo ſalutem perpetuam.

QVVM me iam pluribus annis hiſce mathematicis diſciplinis mirum in modum delectari tibi exploratiſsimum eſſet Ioannes frater chariſsimè, cumq́ ſæpius, me quaſi ad pugnã prouocans aliqua abs te mechanico artificio ſtructa oſtenderes, quæ optices, hoc eſt perſpectiuæ ſpeculationibus compacta pluribus lineis ſeſe inuicem diſpeſcentibus, multiplicibusq́ angulis, mirandam ingenij tui ſolertiam altamq́ indaginem præ ſe ferrent: efficere non poteram quin etiam theoremata maximè non comprobarem: quandoquidem nitteris lineis & angulis efficere, ut ea quæ plana ſunt quandoq́ conuexa, at quandoq́ ſeſe in intima penetralia extendere, aliquãdo uerò ſolida & tribus dimenſionibus conſtare uideantur. Cuius quidem diſciplinæ rationem quandoq́ cùm apud Socraticum Euclidem in uetuſtiſsimis & tineis ac carie cõtritis Græcis codicibus legerem, quodam ſtupore perfuſus, hominis ingenium arduum & ſublimè inde dijudicans, opus illud mira ſolertia, ſed maximo ſtudio non legi, ſed relegi tranſcripſiq́ pariter, ut tãta doctrina quoq́ inter noſtros codices ſumma ueneratione ſeruata repereri poſſet. Quod quidem opuſculum cùm quandoq́ tibi demonſtraſſem, auidiſsimè, ut qui hiantibus faucibus ſitibundi fontis frigidam aquam æſtiuis ardoribus ingurgitant, petijſti, ut illud tibi Latinum efficerem, exiſtimans eſſe aliquid cæteros homines quos diuerſa inutilia oblectamenta iuuant diſciplinis excellere. Quod ſanè ut tuis uotis frater chariſsimè ſatisfactum eſſet: quaſi ocio deditus ex Euclidea interpretatione illa laboris plena, ſedulò curaui opusq́ ipſum ſublimi, & mirando iudicio ab Euclide ipſo exquiſitum Latinum feci, ut tibi ſatisfaciẽdo, communi quoq́ ſtudentiũ utilitati conſulerem. Quod ſanè opuſculum tibi id propterea deſtino, ut tibi neceſsitudinis noſtræ amorisq́ & beneuolentiæ ſit exploratiſsimũ pignus, tum quia hiſce ſtudijs & ſpeculationibus delectaris: idq́ propterea iure quodam tibi id opus deſtinari debet, quandoquidẽ ea illis ſunt dedẽda, qui eorum peritiam tenent. Sub tuo igitur nomine Perſpectiua Euclidis in lucẽ ueniet, ex Græcorũ illis diſciplinarũ ingeniorũ & doctrinæ mũdæ & caſtigatæ plenis ſcrinijs eruta. Cæterùm tu frater chariſsimè hęc leges, uidebisq́ quantũ fuerit Euclidis iudicium, quantum ingeniũ, quanta doctrina, ut hæc optica theoremata eo examine ſtruxerit, ut eorum nullũ rectè ſentientes negare poſsimus, in quibus ſi quid fortaſſe comperies minus obuium & tibi notum, teſtatim ad elementorũ ſpecularia & apparentium Euclidis doctrinam conferes, inde nanque omnia tibi plana fient, & luce meridiana clariora, uerùm ne me criſpini ſcrinia lippi compilaſſe putes, uerbum non amplius addam. Vale XLIV. XIX. elemento conciliatę diuinitatis. Venetijs VI. Calend. Octobr.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Platonici, inſignisq; mathematici, incipiunt optica, ex traditione Theonis: Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

OSTENDENS ea quæ per uiſum conſolationis gratia nonnullos induxerunt, ratiocinatus eſt, quòd omne lumen in rectas lineas protenditur, reiq; huiuſmodi argumentum uel maximum eſſe ex corporibus umbras eductas, deq; foraminibus & aſpectibus lucem delatam. Horum & enim unumquodq; neutiquà fieret ſicut & nunc factum ſpectatur, niſi à ſole delati radij in rectas lineas extenderentur. Itidem quoq; ex ignibus noſtris emiſſam, inquit, lucem cauſam eſſe, qua corporum adiacẽtium aliqua illuſtrantur, indeq; umbræ educuntur, aliquæ quidem ſubiectis æquales corporibus. Aliæ uerò maiores: aliæ porrò ſuppoſitis corporibus minores. Aequales quidẽ emittũt umbras quæcunq; lucentibus illuſtrantibusq; ignibus ſunt æqualia, extremi nanq; radij in hijs in parallelis conueniunt, ſitq; ut umbræ neq; concurrentes imminuant, neque hijs umbræ creſcant, ſed ſicut ſe habet offenſio corporis, talem quoq; umbræ commẽſurationem obtineat. Minores uerò corporibus umbræ ſunt, quando illuſtrantes ignes maiores fuerint: extremi nanque radij in ipſis concurrunt, id que propterea umbras imminuunt. Maiores porrò corporibus umbræ ſunt, quando illuminantes ignes minores fuerint: extremos nanque radios in his rotundi contingit, inumbratam que maiorem partem perficere. Id minimè fieret, niſi ab igne delati radij in rectas lineas protenderentur. Clarius quoque hoc & alijs effectibus deprehendi contingit. Lucerna & enim utcunque iacente ſi apposita fuerit portula ſubtilem habens rimulam ut ſeræ, proueniatq; rimula ex oppoſito lucernæ. Ipſi autem portulæ in alteram partem propior apponatur portula, inquam, per rimulam lux delata procidat, omnino procidentem lucem in ipſam portulam rectis contentam lineis inueniemus, connectentemq; interuallum medium inter rimulam portulamq; in eandem rectam lineam exiſtere. Cùm igitur manifeſtum ſit quòd omne lumen in rectam lineam protenditur, & omnibus conſtat in recti aſpectum euenire ab ipſo erumpentes radios, eiuſdem eſſe rationis, hoc eſt per rectas protendi lineas, hosq; in interuallis, idq; propterea ea quæ ſpectantur, ſimul tota aſpici non poſſe, præceptionem attulit huiuſmodi. Acu ſiquidem ſiue alio huiuſmodi corpuſculo ſæpius in pauimentũ delapſo aliquibusq; accuratius inquirentibus, locumq; ipſum ſæpius nullo corpuſculum quæſitum prohibente tangentibus, deinde rurſus uiſum proijcientibus ad locum in quo erat corpuſculum, acum perſpexerunt. Manifeſtum nempe quòd id quod inuentum eſt, neq; etiam locus in quo erat uidebatur, proinde quæſito ſub aſpectum expoſito, loci partes omnes non ſpectantur. Si enim uideretur, & quæſitũ quoq; aſpiceretur, non aſpicitur autem. Itidem quoq; eos qui libris accuratè aſſiſtunt neq; omnes literas in margine exiſtentes intueri poſſe dixit. Sæpius nanque coactos oſtendere rarò deſcriptas literas, minimè ipſas oſtendere poſſe, eo quia ad omnes literas uiſus non efferuntur, ſed per interualla ipſos exiſtere, ac perinde ordine expoſitarum literarum plures percipi non poſſunt: proinde manifeſtum eſt quòd neq; totus marginis locus aſpicitur, itidem quoq; in alijs ſpectaculis euenit, quare quæcunq; ſpectantur ſimul tota non ſpectantur, uidentur tamen aſpici ob nimiam uiſuum celeritatem, nihilq; relinquentium, hoc eſt in continuum delatorum, minimeq; ſalientium. Sub uiſum nanq; cadit ſpectatæ rei imago, ut inde motus uiſus rem uiſam pcipiat, cauſasq; has attulit. In quæſito nãq; corpore, & in eo q accuratè libro ſtudet, dubium ſumitur ut dicatur. Si imaginibus procidentibus paſſio uiſiua gignitur, & ſi ab omni corpore continuè imagines profluunt quæ noſtros ſenſus cõmouent, qua de cauſa fit ut quærens acum, itidemq; librum accuratè legens omnes literas non perſpicit. Eo quia quandoq; intellectu eleuantur nihil minus ratiocinantes quærunt, ſed omnino non inueniunt: ſæpius autem cum alijs ratiocinantes, intellectuq; attrahentes, celerius inueniunt. Sed non omnes imagines per aſpectum iudicantur, & qui nam cauſa iudicata permanent, dixerunt, inquam naturam eſſe iuxta animalia. Eorum uerò quæ ſenſus habent aliqua ad receptaculum recta linea ſunt cõſtructa, aliqua uerò non, auditum & enim & guſtum & olfactum connexa conſtruxit intrinſecus, ut extrinſecus procidentia corpora eiſdem ſenſus huiuſmodi mouerẽt,

auditui ſiquidem uox procidens locum aptum inuenire debet ut permaneat, ac ne ut obtigerit č ueſtigio tranſiliat, ſed ſenſum immobilem ſeruet, ac delatam uocem confundat. Similiter quoq; & olfactum, at de guſtu aliquid dicere oportet, & maximè quomodo ipſi ſenſus conuexi & in ſpeluncæ ſimilitudinem ſint conſtructi, ad hoc ut procidentia corpora plurimo tempore permaneant, & in uiſu quoq; igitur ſi extrinſecus eidem ceciderint ipſum corpora mouentia, & non ab ipſo in eadem aliquid ſit emiſſum, illius conſtructionem conuexam beneq; compoſitam, ad receptaculum corporum præcedentium eſſe oportuit: nunc autem ſpectatur hoc non ſic ſeſe habens, ſed potius ſphæricus uiſus apparet, fidemq; huiuſmodi efficiunt in præſentia radij effuſi paßionemq; uiſiuam mouentes. At de huiuſmodi ſatis dictum uidetur. Cur autem uiſui in eodem exiſtenti plano ſuperficies iacẽtes in rectam lineam appareant, hæc aſſeruit: quippe quoniam in eodem plano exiſtens uiſus rei uiſæ idem eſt, neq; ſublimior, neq; humilior, eo quia in eodem ſitus eſt plano, ſi igitur neq; ſublimior, neq; humilior eſt uiſus in eodem exiſtente plano circunferentiæ. In partes aliquas ſublimiores, & in partes aliquas humiliores radios minimè tranſfundit. Sed omnibus circunferentiæ partibus æquos per planum delatos radios tranſmittit. Quare hac de cauſa fit ut planum rectas per phantaſiam lineas relinquat, et in plano deſcriptam circunferentiam: planum etenim in rectas uiſui lineas iacens, inuiſibile ſiquidem eſt eo quia in illud nullus ab uiſu emiſſorum radiorum cadit, at illius finis ſpectatur, quæ linea eſt. Inquit enim quòd eo quia in uiſu linea manet, quæ reliquis plani partibus adiecta inuiſibile planum efficit. Eadem quoq; cauſa aſſeritur de plano in rectas lineas poſito ad oculum, efficit nanq; rectas lineas relinquere phantaſiam, circunferentiarumq; in eodem plano ad oculum expoſitarũ apparere, ut maior pars appareat quando plures uiſus emittuntur, æqualis uerò quando æquales, minor autem quando minores, fiunt uiſibus ſicut anguli quidem ad oculum.

Suppoſitio prima.

Supponatur ab oculo uiſus emiſſos in rectas lineas ferri, interuallumq; quoddam inuicem efficientes, & ſub uiſibus figuram comprehenſam eſſe conum uerticem habentem ad oculum, baſim uerò ad fines rerum uiſarum.

Suppoſitio ſecunda.

Ea uidentur ad quæ uiſus perueniunt.

Suppoſitio tertia.

Ad quæ uiſus non perueniunt, ea non ſpectantur.

Suppoſitio quarta.

Sub maiori angulo ſpectata, maiora apparent.

Suppoſito quinta.

Sub minori angulo, minora uidentur.

Suppoſitio ſexta.

Aequalia uerò uidentur, quæ æqualibus angulis ſpectantur.

Suppoſitio ſeptima.

Quæ ſub ſublimioribus radijs ſpectantur, ſublimiora apparent.

Suppoſitio octaua.

Quæ uerò ſub humilioribus radijs uidentur, humiliora apparent.

Suppoſitio nona.

Et ſimiliter quæ ſub dexterioribus ſpectantur radijs, dexteriora apparent.

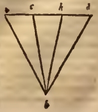
Suppoſitio decima.

Quæ uerò ſub ſiniſterioribus radijs ſpectantur, ſiniſteriora uidentur.

Suppoſitio undecima.

Quæ ſub pluribus angulis ſpectantur, expeditius uidentur.

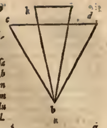
Theorema primum.



EOrum quæ ſub aſpectum cadunt, quicquam ſimul totum aſpici minimè poteſt.

Sit nanq; uiſile quoduis a d, oculus uerò ſit b, à quo procidant uiſus b a, b c, b k, b d. Igitur quoniam in interuallo feruntur procidentes uiſus nõ procederent cõtinui ad a d, quare fient quoq; & ad a d, interualla, ad quæ uiſus nõ ueniunt, ea nõ ſpectãtur per 3 ſuppoſitionẽ: totũ igitur a d, ſimul minimè ſpectabitur, uidetur autem ſimul ſpectari uiſibus celerrimè delatis.

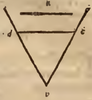
Theorema



Theorema ſecundum.

AEqualibus magnitudinibus interuallo poſitis, propius poſitæ euidentius ſpectantur.

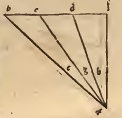
Sit oculus b, quod autem ſpectatur ſit c d, & k l: oportet, inquam, ipſa æqualia & parallela eſſe, propius uerò ſit c d, procidantq; uiſus b c, b d, b k, & b l, non utiq; dixerimus quòd ab ipſo b, oculo ad ipſam k l procidentes uiſus ueniant per c d, ſigna, fuerit nanq; trianguli, b k l, & b c d, ipſum k l, maius quàm ipſum c d, atqui poſitum eſt quòd et æquale, igitur ſub pluribus uiſibus ſpectatur c d, quàm k l, euidentius igitur apparebit c d, q̃ k l.



Theorema tertium.

EOrum quæ ſpectantur unumquodque longitudinem interualli habet aliquam, qua aduentante, non amplius ſpectatur.

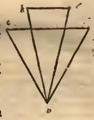
Sit, inquam, oculus n, ſpectatum uerò c d, ſitq; in aliqua diſtantia, non amplius ſpectabitur, fiat nanq; c d, inter uiſuum interuallũ in quo k, igitur ad k nullus ab ipſo b uiſus procidet, id uerò ad quod uiſus nõ addunt non ſpectatur. Eorum igitur quæ ſpectantur, unumquodq; longitudinem diſtantiæ habet non aliquam, qua aduentante, amplius ſpectatur.



Theorema quartum.

AEqualibus interuallis, in eadem recta linea exiſtentibus, quę ex pluri diſtantia ſpectantur, minora apparent.

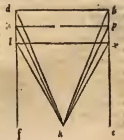
Sint, inquam, æqualia b c, c d, d f, oculus uerò ſit k, ex quo procidant uiſus k b, k c, k d, & k f, & k b, ad rectos ſubſiſtat angulos ipſi b f: quoniam igitur in rectangulo k b f, æquales ſunt b c, c d, d f, maior eſt quidem angulus e angulo g, & g angulus ipſo angulo h: maius igitur apparet b c ipſo c d, & c d, ipſo d f.



Theorema quintum.

AEquales magnitudines inęqualiter expoſitę, inæquales apparent, & maior ſemper ea quę propius oculum adiacet.

Sit æqualis c d ipſi K l, oculus uerò ſit b a, quo procidant uiſus b c, b k, b l, & b d, igitur d c, ſub maiori ſpectatur angulo quàm ipſa k l: maior igitur apparet c p ipſa k l.

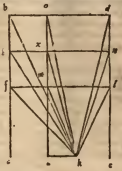


Theorema ſextum.

PArallela interuallo in diſtantia ſpectata inęqualis latitudinis apparent.

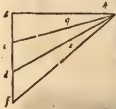
Sit, inquam, b c ipſi d f parallelum interuallum, oculus uerò ſit K. Dico quòd b c, & d f inæquali latitudine apparet, & maius, inquam, propius interuallum remotiore, procidant nempe radij k x, k p, k b, k d, k n, & k l, & connectantur rectæ lineæ x l, p n, & p d. Quoniam igitur angulus qui ſub x k l, maior eſt eo angulo qui ſub p K n, maius igitur apparet ipſum x l ipſo p n, atq; id propterea n p, recta linea maior apparet ipſa b d, recta linea non amplius ſpectabuntur parallela interualla, ſed minora, & inæqualis latitudinis: parallela igitur interuallorũ ex diſtantia ſi ſpectẽtur, inæqualis latitudinis apparent. Sic nempe in eodem plano ſpectato fuerit oculus ſic, eſto enim k, & excitetur per undecimam undecimi elementorum, ab ipſo K ad ſubie-

ctum planum perpendicularis k a: ab ipſo autem a in f l, ipſa a m, per duodecimam primi elementorũ: & extendatur per ſecundum poſtulatum in o, procidantq; radij k b, k g, k f, k d, k n, & k l, & connectantur per primum poſtulatum k m, k x, & k o. Quoniam igitur ab ipſo k, ſublimi in ipſum m annectitur k m, perpendicularis igitur eſt in ipſam m l, per duodecimam primi elementorum: ſimiliter iam & k x, in ipſa g n, & ipſa k o, in ipſa b d. Igitur triangula k m l, k x n: k o d, rectangula ſunt, & æqualis eſt ipſa quidem x n ipſi m l, parallelogrammum, inquam, eſt ipſum m n, utraq; ipſarum x k, k n, maior eſt utraq; ipſarum m k, k l, maior igitur eſt & angulus qui ſub m k l, eo qui ſub x k n. Quare & tota f l, tota g n maior apparet, idq; propterea & l s, ipſa b d, inæqualis igitur latitudinis ipſæ magnitudines apparent.



Theorema ſeptimum.

IN eadem recta linea æquales magnitudines remotius inuicem poſitæ, inæquales apparent.

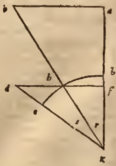


Sint æquè magnitudines b e, et d f oculus uerò ſit k, & ab ipſo k, oculo procidant uiſus k b, k e, k d, k f, rectus uerò ſit angulus qui ſub k f b, igitur angulus s angulo q maior eſt, quare & d f ipſa e b, maior apparet. Igitur ipſæ d f & b e magnitudines inæquales apparent.

Theorema octauum.

AEquales magnitudines inæqualiter expoſitæ interuallis, proportionaliter minimè ſpectantur.

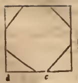
Eſto enim b e ipſi d f, æqualis, & ei parallelus apponatur, K oculus, & ab ipſo procidant radij, K f e, K h b, K f, & K e d. Quorum K e, ipſi b e, eſto ad angulos rectos. Dico iam quod ipſæ b e, & d f magnitudines ipſis e k, & k f, interuallis proportionaliter minimè apparent. Quoniam enim angulus qui ſub d f K, rectus eſt, acutus igitur eſt angulus qui ſub f k b, quare & ipſa b k ipſa k f maior eſt, cẽtro igitur k, interuallo uerò k h, per tertiũ poſtulatum circulus deſcriptus extra ipſam k f eadit, deſcribatur & eſto e b g: & quoniam b d k, triangulum maiorem habet rationem ad h k e, ſectorem, quàm f b k, triangulum ad g h k, ſectorem: uiciſsim igitur h d k, triangulum ad f b k, triangulum maiorem habet rationem, quàm e b k, ſector, ad g b k ſectorem. Componẽdo igitur per decimamoctauam quinti elementorum triangulum f d k, triangulum f b k, maiorem habet rationem, quàm e g k ſector, ad g h K, ſectorem, ſed ſicut f d k triangulum, ad f h k triangulum, ſic d f ad f k: ſicut autem g e k, ſector ad g h k, ſectorẽ, ſic qui ſub d K f angulus, ad eum qui ſub h k f angulum. In maiori ergo ratione eſt d f ad f b, quàm s r angulus ad r angulum. Sicut autem d f ad f h, ſic e k, ad K f, & k e, igitur ad k f, in maiori eſt ratione quàm s r angulus ad r angulum, at ex angulo s r, ſpectatur d f: ex r uerò angulo ſpectantur b e. Igitur magnitudines interuallis proportionaliter minimè ſpectantur.



Theorema

Theorema nonum.

REctangulę magnitudines ex interuallo ſpectatæ, circunductę apparent.



Sit rectangula magnitudo b c ex interuallo ſpectata, igitur eorum quæ ſpectantur unumquodq; longitudinem habet aliquan interualli, qua aduentante non amplius ſpectatur, ſicut per 3 theorema apparet, igitur angulus c non ſpectatur. At ſigna d f, ſolum apparēt. Similiter etiam & in unoquoq; reliquorum angulorum hoc eueniet, quare totum circunductū apparebit.

Theorema decimum.

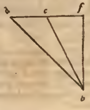
SVb oculo poſitorum planorum, quæ remotiora, ſublimiora apparent.



Sit, inquam, oculus b ſuper ipſo c k plano, à quo oculo procidant radij, b c, b d, b f, & b k: perpendicularis autem eſto per 11 undecimi elementorum b k ad ſubiectum planum. Dico quòd c d ipſo d f ſublimius apparet. Igitur ipſo quidem c d, ipſo d f, ſublimius apparet, & f d ipſo f k, quæ uerò ſub ſublimioribus radijs ſpectantur, ſublimiora uidentur, ſicut per ſuppoſitionem ſeptimam perſpectiuæ apparet.

Theorema undecimum.

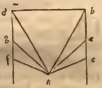
PLanorum ſuper oculo poſitorum, quæ remotiora, humiliora apparent.



Sit oculus b ſub ipſo d ſ plano poſitus, à quo exeuntes radij procidāt ut b c, b d: & b f humilima omnium quæ ex b ad ipſum d ſ produnt, planum eſt ipſa b d, & b c etiam ipſo b f humilior eſt. Sed per b d, & b c, radios ſpectatur ipſum d c, & per b c & b f, ſpectatur ipſum c f, ipſum igitur d c humilius ipſo c f ſpectatur.

Theorema duodecimum.

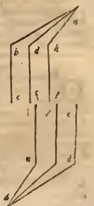
QVæ obijciuntur longitudinem habentium quæ ſunt in dextris, in ſiniſtra procedere uidentur: quæ uerò in ſiniſtris, in dextra.



Sint enim ſpectata b c, d f, oculus uerò ſit k: à quo procidant uiſus K c, k a, k b, k ſ, k g, & k d. Igitur ipſum d in ſiniſtram magis quàm g, ſimiliter quoq; b dextrorſum magis quàm a uidetur procedere. Quare quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ in dextris ſiniſtrorſum & quæ in ſiniſtris dextrorſum uidentur procedere.

Theorema decimumtertium.

AEqualium magnitudinum ſub oculum poſitorum, quæ longè poſitæ ſunt, ſublimiores apparent.

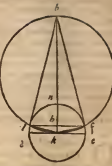


Sint enim æquæ magnitudines b c, d f, K l, ſub oculum n poſitæ, & ab ipſo n oculo procident radij n b, n d, n K, igitur ſublimior eſt n b, reliquis radijs, quare & b ſignum. Igitur b c ipſa d f, ſublimior apparet, & d f ipſa K l: æqualium igitur magnitudinum ſub oculum poſitorum, quæ longè poſitæ ſunt, ſublimiores apparent.

Theorema decimumquartum.

AEqualium magnitudinum ſupra oculum poſitorum, quæ longè poſitæ ſunt, humiliores apparent.

Sint æquæ magnitudines k n, l f, c d, ſuper oculum poſitæ, qui ſit & ab

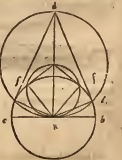


Sit enim ſphæra cuius cētrum ſit k, oculus autem ſit b, & connectatur per primum poſtulatum b k, & per 11 primi elementorum ei ad angulos excitetur rectos per k ipſa c k d & extendatur per b k, planum c k d, efficiet, inquā, in ſphæra circulum, efficiat iam ipſum c d l n f, circum uerò k b dimetientem circulus deſcribatur, & per primum poſtulatum connectantur k f, f b, b l, l k, & l f, igitur quoniam per 31 tertij elementorum, anguli qui ſub k f b, b l K, recti ſunt, quoniam in ſemicirculis ſunt, & ex centro k f & k l in uno ſigno tangunt b l, b f, ipſam ſphæram. Igitur ab ipſo b oculo procidentes radij in ipſas b f, b l, procidunt. Et quoniam uterq; qui ad b, ſunt angulorum rectus eſt eo quia c d, ipſi f l, parallelus eſt, & f b, ipſi b l, eſt æqualis per tertium tertij elementorum, ſi iam manente ipſa h b ipſum h f b, triangulum circunducatur in idem, rurſus reuoluetur unde cœperat circunduci. At b f, circum acta in uno ſigno ſphæræ ambitum tangit per correlarium 16 tertij elementorum, hoc eſt in f, & circulus erit deſcriptus per f l ſigna, quare ſub circulo id ſphæræ quod ſpectatur contentum, uidetur & minus hemiſphærio: ipſum nanq; f n l, minus eſt hæmiſphærio. Quare & ab oculo ſpectatum minus eſt hemiſphærio.

Theorema uigeſimumquartum.

OCulo ad ſphæram propius accedente, ſpectatum minus eſt, putabitur autem maius uideri.

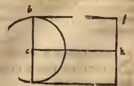
Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit k, & ab oculo d in centrum connectatur d k, & per k, per 11 primi elementorum excitetur b e, circum uerò d K circulus deſcribatur, per 3 poſtulatum, & per ſecundum poſtulatum connectātur d n, n k, d l, l K, igitur recti ſunt qui ad l n, anguli: quoniam l n ſemicirculus ſunt per 31 tertij elementorum. In unum igitur contactum tangunt ipſæ d l, d n, ipſam ſphæram per correlarium 16 tertij elemētorum. Ipſi igitur ab ipſo d, oculo procidentes radij per d l & d n cadunt. Rurſus remoueatur oculus, & ſit in r & circum ipſum r, per 3 poſtulatū circulus deſcribatur, & per ſecundū poſtulatū connectātur r f, f k, r ſ, s k: igitur ipſo r f, r ſ, in uno ſigno ipſam tangunt ſphæram per correlarium 16 tertij elementorum, & ab ipſo r oculo procidentes radij ut r ſ, r f cadunt. Quare ſub angulo r ipſum f ſ, & ſub angulo d ipſum n f ſ l, ſpectatur, ſed f n ſ l, ipſo f ſ, maius eſt: apparet autem minus, angulus enim qui ad r maior eſt: eo qui ad d eſt angulo per 20 tertij elementorum, quæ uerò ſub maiori ſpectātur angulo per 4 ſuppoſitionem optices maiora uidentur, maius ergo apparet f ſ, ipſo n f ſ l, eſt autem minus.



Theorema uigeſimumquintum.

SPhæra binis ſpectata oculis, ſi dimetiens ſphæræ æquus fuerit rectæ lineæ diſtanti ab oculis, ipſius hemiſphærium ſpectabitur.

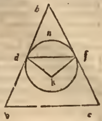
Sit ſphæra cuius dimetiēs ſit b c, & ab ipſo b c per 11 primi elementorum excitentur ad angulos rectos b f, c l, & ab ipſo f ad ipſam b c, per 31 primi elementorum excitetur f l, & ponatur oculus unus in f, alter uerò in l, ab ipſo uerò centro d per 31 primi elementorum ad ipſam b f parallelus d K, igitur ſi manente d K ipſum b k parallelogrammum, circumagatur in idem rurſus



ſus unde cœpit agi conſiſtet, & circunſcripta ab ipſa b d, figura circulus erit, qui per centrum erit ipſius ſphæræ. Quare hemiſphærium tantum ipſius ſphæræ ſpectabitur ſub f l oculis.

Theorema uigeſimumſextum.

CVm oculorum diſtantia ſphæræ diametro maior fuerit hemiſphærio, maius id quod ipſius ſphæræ ſpectabitur apparebit.



Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit K, oculorum uerò interuallum maius eſto ipſius ſphæræ diametro, & per K & b c, extendatur planum, efficiatq; in ſphæra circulũ d f n procidantq; radij b d, c f, in uno ſigno tangentes, igitur producti inuicem congrediuntur. Quoniam b c ipſius ſphæræ diametro maior eſt, congrediantur iam in b, ſignum. Igitur quoniam ab ipſo ſigno b ipſæ b f, b d, per unum ſignum tangentes cadunt, minor eſt ipſe f n d, ambitus ſemicirculo per uigeſimumtertium theorema, anguli enim b f k, b d k, ſunt rectæ. Ipſius uerò ſphæræ reliquum ſphæræ hemiſphærio maius ſpectatur ſub b d c f.

Theorema uigeſimumſeptimum.

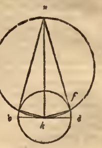
SI oculorum interuallum minus fuerit ſphæræ diametro, id ſphæræ quod ſpectatur, hemiſphærio minus ſpectabitur.



Eſto, inquam, ſphæra cuius centrum ſit k oculorum interuallum ſit b c minus exiſtens ipſius ſphæræ diametro: & per K & b c, extendatur planum, efficiatq; in ſphæra circulum f g n, excitentur autem per decimamſeptimam tertij elementorũ ab ipſis b c oculis in uno ſig:o tangentes b f, & c g, quæ in b inuicem congrediantur. Quoniam b c, & ipſius ſphæræ diameter ſunt inæquales. Igitur ab ipſo b ſigno procidẽtes in ipſam ſphæram minorem hemiſphærio ambitum capient, per uigeſimumtertium theorema. Igitur ambitus f g n, hemiſphærio minor eſt. Quare ſub b c oculis ſpectatum, hemiſphærio minus erit.

Theorema uigeſimumoctauum.

CYlindro utcunque inſpecto ab oculo uno, minus hemicylindro ſpectabitũ.

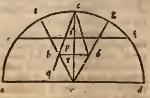


Eſto nanq; cylindri circa baſim circuli centrum K, ab ipſo n, oculo excitetur ad k ipſa n k, per primum poſtulatum, et per k: per ſecundam primi elementorum excitetur b c, & circum k n, deſcribatur circulus, connectanturq; n f, f K, n d, d K. Igitur qui ad f d, recti ſunt In uno igitur ſigno f n, n d, tangunt per corrolarium decimamſextam tertij elementorum. Ipſi igitur ab ipſo n oculo educti radij per n f, n d procidunt, quare ipſi ambitus f l d, tantum ſpectabitur: ſed f l d, minor eſt ipſo c l b, ſemicirculo. Igitur f l d, ſemicirculo minor uidebitur, hoc eſt cylindrus. Similiter enim baſi per omnem ſuperficiem cylindri demõſtrabimus, quare totius cylindri dimidio minus ſpectabitur.

Theorema uigeſimumnonum.

OCulo propius ad cylindrũ poſito, minus quidem erit aſſumptum cylindri ſub ipſis aſpectibus, uidebitur autẽ maius aſpici.

Eſto



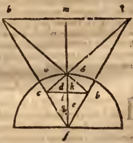
Eſto cauum ſpeculum a c d, dimetiens autem ſit a d centrum ſit h, & quæ ad rectos angulos k c, ſecetur per 10 primi elementorum biſariàm in p, ſuper c a uerò ad angulos rectos eſto e p f, & oculi intra diametrum a d & e f, ſint b b, in parallelis c f, b b, æquè diſtâtes ipſi h c, uiſus uerò eſto b c refractus in b: æquos igitur efficit angulos ad circunferentiam, quippe quoniam f e, ipſi b b parallelus eſt, & b n ipſi n b, eſt æqualis, & connexæ k b, k b, extendantur, extendatur autem & c b in q, & quoniam b c maior eſt ipſa b k maior eſt angulus r angulo i. Quare & qui ſub c b b, maior eſt eo qui ſub b b k, hoc eſt eo qui ſub b b k, igitur b c, ipſi k b, non concurrit. Igitur ipſe b non ſpectabitur: propter congreſſum nanq; ipſorum b c, k b, ſpectatur.

Aliter.



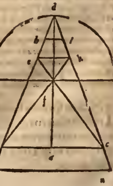
Sint rurſus eadem qui ſupra, ſed b b oculi ſint in biſaria, & ad angulos rectos ſecta ea quæ ex centro a d: quoniam igitur æqualis quidē eſt b c, ipſi b f & c b ipſi f b, parallelus igitur eſt b c, ipſi f b. Igitur b c, uiſus non cōcurrit ei quæ ex centro in ſpectatum, hoc eſt ipſi f b ad partes, b c: quare oculus b non ſpectatur, ſpectabitur nanque propter ipſorum b c f b, congreſſum.

Aliter.



Sunto rurſus eadem, in ſuperiori uerò ipſius biſariæ ſectionis ponātur oculi b c, æquè diſtantes ab ea quæ ex centro hoc eſt f a. Dico iam b c, ipſos ſpectari, & ea quæ ſunt dextra ſiniſtra, & quæ ſunt ſiniſtra dextra, & ſimulachrū maius ore & interuallum à ſpeculo maius habens ſimulacrum: eſto enim b a, uiſus refractus & connectantur à centro f ad b c ipſæ f b, f c, & extendatur b a. Quoniam igitur biſaria ſectio eſt g maior eſt b f ipſa b a, & angulus k angulo e: æqualis autem eſt k ipſi d: maior igitur eſt & d ipſo e: coincidunt igitur ipſæ f b, c a, extenſæ coincidant in p. Id propterea iam b a, f c concurrunt in b, ſpectabitur igitur ipſæ quidem c, in b, & b in p & dextra quidem ſiniſtra, & ſiniſtra dextra apparent. Sed maior eſto b p ipſa b c, paralleli enim ſunt: ſimulacrum igitur maius apparet, & magis à ſpeculo diſtans, maior eſt enim m a ipſa a l.

Theorema uigeſimum nonum.

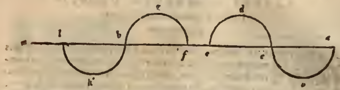


SI uerò extra diametrum ponantur oculi, ea quæ dextra ſunt dextra, & quæ ſiniſtra ſunt, ſiniſtra ſpectātur, & ſimulacrū minus ſpectato, & in eo quòd mediū inter ſpectatum & ſpeculum.

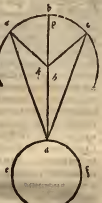
Eſto, inquam, oculi b c, centrum autem ſit f, ipſius ſpeculi: & ipſi diametro ad angulos rectos eſto a f d, & huic ad angulos rectos b c & ipſi b a, equalis eſto a c, & uiſus ſit b d, refractus in c, & per centrum ipſæ b f k, c f e, & ab ipſis e k, connectatur e K, igitur b in K apparet & c in e. Igitur quæ dextra ſunt dextra, & quæ ſiniſtra ſunt ſiniſtra ſpectantur, & ſimulacrum e k, minus eſt ipſo b c, ſpectato, parallelus nanque eſt e k ipſi b c, & circa medium ſpeculi, & ſpectate apparet ſimulacrum. Deducto autem ſpectato, & eo minus apparet ſimulacrum

ſtrum ſepoſitum ab ipſo b e, poſitum, ſimiliter igitur ab ipſo m in ſ, centrum connexa & extenſa ſuperius cadit in k ſicut l, quæ uerò ab n in f ſuperius in e, uſq; b. Igitur m n ſpectatur ſicut b l & minus eſt b l, ipſo e k & ſpeculo propinquius.

Theorema trigeſimum.



SPeculum conſtruere eſt poſsibile, ut in ipſo ſpectētur plures facies, & maiores, & minores, & aliquæ propius, & aliquæ lōgius, & aliæ dexteræ, & aliæ ſiniſtræ.



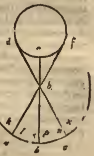
Sit enim planum a m, igitur in hoc fieri poſſunt conuexa ſpecula ſicut a b e, b h l. Caua autem qualia ſunt c d e, f g b, plana porrò qualia ſunt e f, l m, poſita uerò facie ſicut g ſpectantur à planis æqualia ſimulacra æque diſtantia, à conuexis uerò minora & minus diſtantia, à cauis porrò omnino ſicut manifeſtum eſt.

Theorema trigeſimum primum.

EX cauis ſpeculis ad ſolem poſitis ignis accenditur.

Eſto cauum ſpeculum a b c, ſol autem ſit e f, centrum autem ſpeculi ſit b, & à quodam ſigno d connexa quidem in b centrum d b, extendatur in b. Incidat autem d e acta & refracta in k, refringetur autem ſuper b centrum. Angulus enim qui ad p, circunferentiam minor eſt eo qui ad circunferentiam ſub b c d, & ſit a b circunferentia æqualis ipſi b e, & ab ipſo d alia acta cadat d a, manifeſtum igitur quod refracta a d acta cadit in k, quippe quoniam circunferentia a b æqualis eſt ipſi b e, ſimiliter autem oſtendetur quòd omnes ab ipſo d incidentes in ſpeculum & æquos ſuſcipientes in idem coincidunt ipſi b k ſuper ipſo b.

Aliter.



Eſto rurſus cauum ſpeculū a b e, ſol autem ſit d c f & à ſigno quodam e per b centrum ſit e b b & a b d f, ſint d b e, f b a. Igitur demonſtraui quidem quòd quæ ex e actæ concurrunt in ſe ipſas per p r, angulos æquos exiſtentes, diametri enim ſunt. Quæ uerò a b f in h a, per k l angulos. Quæ uerò a b d in h e, quoniā n x anguli ſunt æquales, quod autem omnes in ſe ipſas refringuntur, manifeſtum ex centro nanq; exiſtentes ſemicirculos faciunt, qui uerò in ſemicirculis anguli ſunt æqualis, per 27 tertij elementorum, per æquos enim angulos fiunt refractiones, In ſe ipſos igitur refringuntur, omnes igitur coincidunt quæ ab omnibus ſignis in eas quæ per centrum & in centro aguntur, hijs igitur actis, calefactiſq; circa centrum ignis colligitur, quare ibi ſtupa appoſita accendetur.

Catoptrices, hoc eſt de imaginibus quæ in ſpeculis

F I N I S.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

IOANNI ZAMBERTO VENETO Fratri humaniſsimo ſalutem perpetuam.

QVVM me iam pluribus annis hiſce mathematicis diſciplinis mirum in modum delectari tibi exploratiſsimum eſſet Ioannes frater chariſsimè, cumq́ ſæpius, me quaſi ad pugnā prouocans aliqua abs te mechanico artificio ſtructa oſtenderes, quæ optices, hoc eſt perſpectiuæ ſpeculationibus compacta pluribus lineis ſeſe inuicem diſpeſcentibus, multiplicibusq́ angulis, mirandam ingenij tui ſolertiam altamq́ indaginem præ ſe ferrent: efficere non poteram quin etiam theoremata maximè non comprobarem: quandoquidem niteris lineis & angulis efficere, ut ea quæ plana ſunt quandoq́ conuexa, at quandoq́ ſeſe in intima penetralia extendere, aliquādo uerò ſolida & tribus dimenſionibus conſtare uideantur. Cuius quidem diſciplinæ rationem quandoq́ cùm apud Socraticum Euclidem in uetuſtiſsimis & tineis ac carie cōtritis Græcis codicibus legerem, quodam ſtupore perfuſus, hominis ingenium arduum & ſublimè inde dijudicans, opus illud mira ſolertia, ſed maximo ſtudio non legi, ſed relegi tranſcripſiq́ pariter, ut tāta doctrina quoq́ inter noſtros codices ſumma ueneratione ſeruata repereri poſſet. Quod quidem opuſculum cùm quandoq́ tibi demonſtraſſem, auidiſsimè, ut qui hiantibus faucibus ſitibundi fontis frigidam aquam æſtiuis ardoribus ingurgitant, petijſti, ut illud tibi Latinum efficerem, exiſtimans eſſe aliquid cæteros homines quos diuerſa inutilia oblectamenta iuuant diſciplinis excellere. Quod ſanè ut tuis uotis frater chariſsimè ſatisfactum eſſet: quaſi ocio deditus ex Euclidea interpretatione illa laboris plena, ſedulò curaui opusq́ ipſum ſublimi, & mirando iudicio ab Euclide ipſo exquiſitum Latinum feci, ut tibi ſatisfaciēdo, communi quoq́ ſtudentiū utilitati conſulerem. Quod ſanè opuſculum tibi id propterea deſtino, ut tibi neceſsitudinis noſtræ amorisq́ & beneuolentiæ ſit exploratiſsimū pignus, tum quia hiſce ſtudijs & ſpeculationibus delectaris: idq́ propterea iure quodam tibi id opus deſtinari debet, quandoquidē ea illis ſunt dedēda, qui eorum peritiam tenent. Sub tuo igitur nomine Perſpectiua Euclidis in lucē ueniet, ex Græcorū illis diſciplinarū ingeniorū & doctrinæ mūdæ & caſtigatæ plenis ſcrinijs eruta. Cæterùm tu frater chariſsimè hęc leges, uidebisq́ quantū fuerit Euclidis iudicium, quantum ingeniū, quanta doctrina, ut hæc optica theoremata eo examine ſtruxerit, ut eorum nullū rectè ſentientes negare poſsimus, in quibus ſi quid fortaſſe comperies minus obuium & tibi notum, teſtatim ad elementorū ſpecularia & apparentium Euclidis doctrinam conferes, inde nanque omnia tibi plana fient, & luce meridiana clariora, uerùm ne me criſpini ſcrinia lippi compilaſſe putes, uerbum non amplius addam. Vale XLIV.XIX. elemento conciliatę diuinitatis. Venetijs VI. Calend. Octobr.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Platonici, inſignisq; mathematici, incipiunt optica, ex traditione Theonis: Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

OSTENDENS *ea quæ per uiſum conſolationis gratia nonnullos induxerunt, ratiocinatus eſt, quòd omne lumen in rectas lineas protenditur, reiq; huiuſmodi argumentum uel maximum eſſe ex corporibus umbras eductas, deq; foraminibus & aſpectibus lucem delatam. Horum & enim unumquodq; neutiquã fieret ſicut & nunc factum ſpectatur, niſi à ſole delati radij in rectas lineas extenderentur. Itidem quoq; ex ignibus noſtris emiſſam, inquit, lucem cauſam eſſe, qua corporum adiacẽtium aliqua illuſtrantur, indeq; umbræ educuntur, aliquæ quidem ſubiectis æquales corporibus. Aliæ uerò maiores: aliæ porrò ſuppoſitis corporibus minores. Aequales quidẽ emittũt umbras quæcunq; lucentibus illuſtrantibusq; ignibus ſunt æqualia, extremi nanq; radij in hijs in parallelis conueniunt, fitq; ut umbræ neq; concurrentes imminuant, neque hijs umbræ creſcant, ſed ſicut ſe habet offenſio corporis, talem quoq; umbræ commẽſurationem obtineat. Minores uerò corporibus umbræ ſunt, quando illuſtrantes ignes maiores fuerint: extremi nanque radij in ipſis concurrunt, id que propterea umbras imminuunt. Maiores porrò corporibus umbræ ſunt, quando illuminantes ignes minores fuerint: extremos nanque radios in his rotundi contingit, inumbratam que maiorem partem perficere. Id minimè fieret, niſi ab igne delati radij in rectas lineas protenderentur. Clarius quoque hoc & alijs effectibus deprehendi contingit. Lucerna & enim utcunque iacente ſi appoſita fuerit portula ſubtilem habens rimulam ut ſeræ, proueniatq; rimula ex oppoſito lucernæ. Ipſi autem portulæ in alteram partem propior apponatur portula, inquam, per rimulam lux delata procidat, omnino procidentem lucem in ipſam portulam rectis contentam lineis inueniemus, connectentemq; interuallum medium inter rimulam portulamq; in eandem rectam lineam exiſtere. Cùm igitur manifeſtum ſit quòd omne lumen in rectam lineam protenditur, & omnibus conſtat in recti aſpectum euenire ab ipſo erumpentes radios, eiuſdem eſſe rationis, hoc eſt per rectas protendi lineas, hosq; in interuallis, idq; propterea ea quæ ſpectantur, ſimul tota aſpici non poſſe, præceptionem attulit huiuſmodi. Acu ſiquidem ſiue alio huiuſmodi corpuſculo ſæpius in pauimentũ delapſo aliquibusq; accuratius inquirentibus, locumq; ipſum ſæpius nullo corpuſculum quæſitum prohibente tangentibus, deinde rurſus uiſum proijcientibus ad locum in quo erat corpuſculum, acum perſpexerunt. Manifeſtum nempe quòd id quod inuentum eſt, neq; etiam locus in quo erat uidebatur, proinde quæſito ſub aſpectum expoſito, loci partes omnes non ſpectantur. Si enim uideretur, & quæſitũ quoq; aſpiceretur, non aſpicitur autem. Itidem quoq; eos qui libris accuratè aſsiſtunt neq; omnes literas in margine exiſtentes intueri poſſe dixit. Sæpius nanque coactos oſtendere rarò deſcriptas literas, minimè ipſas oſtendere poſſe, eo quia ad omnes literas uiſus non efferuntur, ſed per interualla ipſos exiſtere, ac perinde ordine expoſitarum literarum plures percipi non poſſunt: proinde manifeſtum eſt quòd neq; totus marginis locus aſpicitur, itidem quoq; in alijs ſpectaculis euenit, quare quæcunq; ſpectantur ſimul tota non ſpectantur, uidentur tamen aſpici ob nimiam uiſuum celeritatem, nihilq; relinquentium, hoc eſt in continuum delatorum, minimeq; ſalientium. Sub uiſum nanq; cadit ſpectatæ rei imago, ut inde motus uiſus rem uiſam pcipiat, cauſasq; has attulit. In quæſito nãq; corpore, & in eo q accuratè libro ſtudet, dubium ſumitur ut dicatur. Si imaginibus procidentibus paſsio uiſiua gignitur, & ſi ab omni corpore continuè imagines profluunt quæ noſtros ſenſus cõmouent, qua de cauſa fit ut quærens acum, itidemq; librum accuratè legens omnes literas non perſpicit. Eo quia quandoq; intellectu eleuantur nihil minus ratiocinantes quærunt, ſed omnino non inueniunt: ſæpius autem cum alijs ratiocinantes, intellectuq; attrahentes, celerius inueniunt. Sed non omnes imagines per aſpectum indicantur, & qui nam cauſa indicata permanent, dixerunt, inquam naturam eſſe iuxta animalia. Eorum uerò quæ ſenſus habent aliqua ad receptaculum recta linea ſunt cõſtructa, aliqua uerò non, auditum & enim & guſtum & olfactum conuexa conſtruxit intrinſecus, ut extrinſecus procidentia corpora eiſdem ſenſus huiuſmodi mouerẽt,*

auditui ſiquidem uox procidens locum aptum inuenire debet ut permaneat, ac ne ut obtigerit è ueſtigiò tranſiliat, ſed ſenſum immobilem ſeruet, ac delatam uocem confundat. Similiter quoq; & olfactum, at de guſtu aliquid dicere oportet, & maximè quomodo ipſi ſenſus conuexi & in ſpeluncæ ſimilitudinem ſint conſtructi, ad hoc ut procidentia corpora plurimo tempore permaneant, & in uiſu quoq; igitur ſi extrinſecus eidem eeciderint ipſum corpora mouentia, & non ab ipſo in eadem aliquid ſit emiſſum, illius conſtructionem conuexam beneq; compoſitam, ad receptaculum corporum præcedentium eſſe oportuit: nunc autem ſpectatur hoc non ſic ſeſe habens, ſed potius ſphæricus uiſus apparet, ſidemq; huiuſmodi efficiunt in præſentia radij effuſi paßionemq; uiſiuam mouentes. At de huiuſmodi ſatis dictum uidetur. Cur autem uiſui in eodem exiſtenti plano ſuperficies iacẽtes in rectam lineam appareant, hæc aſſeruit: quippe quoniam in eodem plano exiſtens uiſus rei uiſæ idem eſt, neq; ſublimior, neq; humilior, eo quia in eodem ſitus eſt plano, ſi igitur neq; ſublimior, neq; humilior eſt uiſus in eodem exiſtente plano circunferentia. In partes aliquas ſublimiores, & in partes aliquas humiliores radios minimè tranſfundit. Sed omnibus circunferentiæ partibus æquos per planum delatos radios tranſmittit. Quare hac de cauſa fit ut planum rectas per phantaſiam lineas relinquat, et in plano deſcriptam circunferentiam: planum etenim in rectas uiſui lineas iacens, inuiſibile ſiquidem eſt eo quia in illud nullus ab uiſu emiſſorum radiorum cadit, at illius finis ſpectatur, quæ linea eſt Inquit enim quòd eo quia in uiſu linea manet, quæ reliquis plani partibus adiecta inuiſibile planum efficit. Eadem quoq; cauſa aſſeritur de plano in rectas lineas poſito ad oculum, efficit nanq; rectas lineas relinquere phantaſiam, circunferentiarumq; in eodem plano ad oculum expoſitarũ apparere, ut maior pars appareat quando plures uiſus emittuntur, æqualis uerò quando æquales, minor autem quando minores, fiunt uiſibus ſicut anguli quidem ad oculum.

Suppoſitio prima.

Supponatur ab oculo uiſus emiſſos in rectas lineas ferri, interuallumq; quoddam inuicem efficientes, & ſub uiſibus figuram comprehenſam eſſe conum uerticem habentem ad oculum, baſim uerò ad fines rerum uiſarum.

Suppoſitio ſecunda.

Ea uidentur ad quæ uiſus perueniunt.

Suppoſitio tertia.

Ad quæ uiſus non perueniunt, ea non ſpectantur.

Suppoſitio quarta.

Sub maiori angulo ſpectata, maiora apparent.

Suppoſito quinta.

Sub minori angulo, minora uidentur.

Suppoſitio ſexta.

Aequalia uerò uidentur, quæ æqualibus angulis ſpectantur.

Suppoſitio ſeptima.

Quæ ſub ſublimioribus radijs ſpectantur, ſublimiora apparent.

Suppoſitio octaua.

Quæ uerò ſub humilioribus radijs uidentur, humiliora apparent.

Suppoſitio nona.

Et ſimiliter quæ ſub dexterioribus ſpectantur radijs, dexteriora apparent.

Suppoſitio decima.

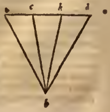
Quæ uerò ſub ſiniſterioribus radijs ſpectantur, ſiniſteriora uidentur.

Suppoſitio undecima.

Quæ ſub pluribus angulis ſpectantur, expeditius uidentur.

Theorema primum.

EOrum quæ ſub aſpectum cadunt, quicquam ſimul totum aſpici minimè poteſt.



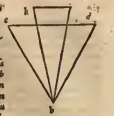
Sit nanq; uiſile quoduis a d, oculus uerò ſit b, à quo procidant uiſus b a, b c, b k. b d. Igitur quoniam in interuallo feruntur procidentes uiſus nõ procederent cõtinui ad a d, quare fient quoq; & ad a d, interualla, ad quæ uiſus nõ ueniunt, ea nõ ſpectãtur per 3 ſuppoſitionẽ: totũ igitur a d, ſimul minimè ſpectabitur, uidetur autem ſimul ſpectari uiſibus celerrimè delatis.

Theorema

Theorema ſecundum.

AEqualibus magnitudinibus interuallo poſitis, propius poſitæ euidentius ſpectantur.

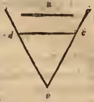
Sit oculus b, quod autem ſpectatur ſit c d, & k l: oportet, inquam, ipſa æqualia & parallela eſſe, propius uerò ſit c d, procidantq́ uiſus b c, b d, b k, & b l, non utiq; dixerimus quòd ab ipſo b, oculo ad ipſam k l procidentes uiſus ueniant per c d, ſigna, fuerit nanq; trianguli, b k l, & b c d, ipſum k l, maius quàm ipſum c d, atqui poſitum eſt quòd et æquale, igitur ſub pluribus uiſibus ſpectatur c d, quàm k l, euidentius igitur apparebit c d, q̃ k l.



Theorema tertium.

EOrum quæ ſpectantur unumquodque longitudinem interualli habet aliquam, qua aduentante, non amplius ſpectatur.

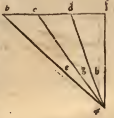
Sit, inquam, oculus n, ſpectatum uerò c d, ſitq́; in aliqua diſtantia, non amplius ſpectabitur, fiat nanq; c d, inter uiſuum interuallū in quo k, igitur ad k nullus ab ipſo b uiſus procidet, id uerò ad quod uiſus nō addunt non ſpectatur. Eorum igitur quæ ſpectantur, unumquodq; longitudinem diſtantiæ habet non aliquam, qua aduentante, amplius ſpectatur.



Theorema quartum.

AEqualibus interuallis, in eadem recta linea exiſtentibus, quę ex pluri diſtantia ſpectantur, minora apparent.

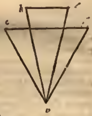
Sint, inquam, æqualia b c, c d, d f, oculus uerò ſit k, ex quo procidant uiſus k b, k c, k d, & k f, & k b, ad rectos ſubſiſtat angulos ipſi b f: quoniam igitur in rectangulo k b f, æquales ſunt b c, c d, d f, maior eſt quidem angulus e angulo g, & g angulus ipſo angulo h: maius igitur apparet b c ipſo c d, & c d, ipſo d f.



Theorema quintum.

AEquales magnitudines inęqualiter expoſitę, inæquales apparent, & maior ſemper ea quę propius oculum adiacet.

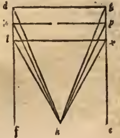
Sit æqualis c d ipſi K l, oculus uerò ſit b a, quo procidant uiſus b c, b k, b l, & b d, igitur d c, ſub maiori ſpectatur angulo quàm ipſa k l: maior igitur apparet c p ipſa k l.



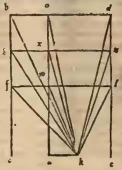
Theorema ſextum.

PArallela interuallo in diſtantia ſpectata inęqualis latitudinis apparent.

Sit, inquam, b c ipſi d f parallelum interuallum, oculus uerò ſit K. Dico quòd b c, & d f inæquali latitudine apparet, & maius, inquam, propius interuallum remotiore, procidant nempe radij k x, k p, k b, k d, k n, & k l, & connectantur rectæ lineæ x l, p n, & p d. Quoniam igitur angulus qui ſub x k l, maior eſt eo angulo qui ſub p K n, maius igitur apparet ipſum x l ipſo p n, atq; id propterea n p, recta linea maior apparet ipſa b d, recta linea non amplius ſpectabuntur parallela interualla, ſed minora, & inæqualis latitudinis: parallela igitur interuallorū ex diſtantia ſi ſpectētur, inæqualis latitudinis apparent. Sic nempe in eodem plano ſpectato fuerit oculus ſic, eſto enim k, & excitetur per undecimam undecimi elementorum, ab ipſo K ad ſubie-

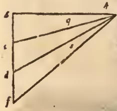


ctum planum perpendicularis k a: ab ipſo autem a in f l, ipſa a m, per duodecimam primi elementorũ: & extendatur per ſecundum poſtulatum in o, procidantq́; radij k b, k g, k f, k d, k n, & k l, & connectantur per primum poſtulatum k m, k x, & k o. Quoniam igitur ab ipſo k, ſublimi in ipſum m annectitur k m, perpendicularis igitur eſt in ipſam m l, per duodecimam primi elementorum: ſimiliter iam & k x, in ipſa g n, & ipſa k o, in ipſa b d. Igitur triangula k m l, k x n: k o d, rectangula ſunt, & aequalis eſt ipſa quidem x n ipſi m l, parallelogrammum, inquam, eſt ipſum m n, utraq; ipſarum x k, k n, maior eſt utraq; ipſarum m k, k l, maior igitur eſt & angulus qui ſub m k l, eo qui ſub x k n. Quare & tota f l, tota g n maior apparet, idq́; propterea & l s, ipſa b d, inaequalis igitur latitudinis ipſae magnitudines apparent.



Theorema ſeptimum.

IN eadem recta linea aequales magnitudines remotius inuicem poſitae, inaequales apparent.

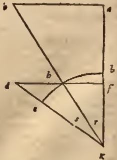


Sint aequè magnitudines b c, et d f oculus uerò ſit k, & ab ipſo k, oculo procidant uiſus k b, k c, k d, k f, rectus uerò ſit angulus qui ſub k f b, igitur angulus s angulo q maior eſt, quare & d f ipſa c b, maior apparet. Igitur ipſae d f & b c magnitudines inaequales apparent.

Theorema octauum.

AEquales magnitudines inaequaliter expoſitae interuallis, proportionaliter minimè ſpectantur.

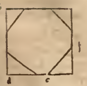
Eſto enim b c ipſi d f, aequalis, & ei parallelus apponatur, K oculus, & ab ipſo procidant radij, K f c, K b b, K f, & K e d. Quorum K e, ipſi b c, eſto ad angulos rectos. Dico iam quòd ipſae b c, & d f magnitudines ipſis e k, & k f, interuallis proportionaliter minimè apparent. Quoniam enim angulus qui ſub d f K, rectus eſt, acutus igitur eſt angulus qui ſub f k b, quare & ipſa b k ipſa k f maior eſt, cẽtro igitur k, interuallo uerò k b, per tertiũ poſtulatum circulus deſcriptus extra ipſam k f cadit, deſcribatur & eſto e b g: & quoniam b d k, triangulum maiorem habet rationem ad b k e, ſectorem, quàm f b k, triangulum ad g b k, ſectorem: uiciſſim igitur b d k, triangulum ad f b k, triangulum maiorem habet rationem, quàm e b k, ſector, ad g b k ſectorem. Componẽdo igitur per decimamoctauam quinti elementorum triangulum f d k, triangulum f b k, maiorem habet rationem, quàm e g k ſector, ad g b K, ſectorem, ſed ſicut f d k triangulum, ad f b k triangulum, ſic d f ad f k: ſicut autem g e k, ſector ad g b k, ſectorẽ, ſic qui ſub d K f angulus, ad eum qui ſub b k f angulum. In maiori ergo ratione eſt d f ad f b, quàm s r angulus ad r angulum. Sicut autem d f ad f b, ſic e k, ad K f, & k e, igitur ad k f, in maiori eſt ratione quàm s r angulus ad r angulum, at ex angulo s r, ſpectatur d f: ex r uerò angulo ſpectantur b c. Igitur magnitudines interuallis proportionaliter minimè ſpectantur.



Theorema

Theorema nonum.

REctangulę magnitudines ex interuallo ſpectatæ, circunductę apparent.



Sit rectangula magnitudo b c ex interuallo ſpectata, igitur eorum quæ ſpectantur unumquodq; longitudinem habet aliquam interualli, qua aduentante non amplius ſpectatur, ſicut per 3 theorema apparet, igitur angulus c non ſpectatur. At ſigna d f, ſolum apparēt. Similiter etiam & in unoquoq; reliquorum angulorum hoc eueniet, quare totum circunductū apparebit.

Theorema decimum.

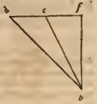
SVb oculo poſitorum planorum, quæ remotiora, ſublimiora apparent.



Sit, inquam, oculus b ſuper ipſo c k plano, à quo oculo procidant radij, b c, b d, b f, & b k: perpendicularis autem eſto per 11 undecimi elementorum b k ad ſubiectum planum. Dico quòd c d ipſo d f ſublimius apparet. Igitur ipſo quidem c d, ipſo d f, ſublimius apparet, & f d ipſo f k, quæ uerò ſub ſublimioribus radijs ſpectantur, ſublimiora uidentur, ſicut per ſuppoſitionem ſeptimam perſpectiuæ apparet.

Theorema undecimum.

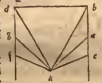
PLanorum ſuper oculo poſitorum, quæ remotiora, humiliora apparent.



Sit oculus b ſub ipſo d f plano poſitus, à quo exeuntes radij procidāt ut b c, b d: & b f humilima omnium quæ ex b ad ipſum d f produnt, planum eſt ipſa b d, & b c etiam ipſo b f humilior eſt. Sed per b d, & b c, radios ſpectatur ipſum d c, & per b c & b f, ſpectatur ipſum c f, ipſum igitur d c humilius ipſo c f ſpectatur.

Theorema duodecimum.

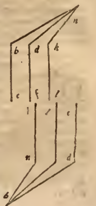
QVæ obijciuntur longitudinem habentium quæ ſunt in dextris, in ſiniſtra procedere uidentur: quæ uerò in ſiniſtris, in dextra.



Sint enim ſpectata b c, d f, oculus uerò ſit k: à quo procidant uiſus K c, k a, k b, k f, k g, & k d. Igitur ipſum d in ſiniſtram magis quàm g, ſimiliter quoq; b dextrorſum magis quàm a uidetur procedere. Quare quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ in dextris ſiniſtrorſum & quæ in ſiniſtris dextrorſum uidentur procedere.

Theorema decimumtertium.

AEqualium magnitudinum ſub oculum poſitorum, quæ longè poſitæ ſunt, ſublimiores apparent.



Sint enim æquæ magnitudines b c, d f, K l, ſub oculum n poſitæ, & ab ipſo n oculo procident radij n b, n d, n K, igitur ſublimior eſt n b, reliquis radijs, quare & b ſignum. Igitur b c ipſa d f, ſublimior apparet, & d f ipſa K l: æqualium igitur magnitudinum ſub oculum poſitorum, quæ longè poſitæ ſunt, ſublimiores apparent.

Theorema decimumquartum.

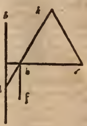
AEqualium magnitudinum ſupra oculum poſitorum, quæ longè poſitæ ſunt, humiliores apparent.

Sint æquæ magnitudines k n, l f, c d, ſuper oculum poſitæ, qui ſit & ab

ipſo b oculo procidant radij b n, b f & b d. Igitur humilima eſt b d, quare & d ſignum. Ac per hoc c d, humilior apparet ipſa l f, & l f, ipſa k n.

Theorema decimum quintum.

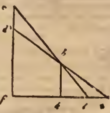
EOrum quæ ſub oculum poſita ſunt, quæ ſeſe inuicem excedunt adhærente oculo maiore ſupra ſpectatum maius apparet, recedente uerò minore minus.



Sit nempe maius b c ipſo b f, ponaturq; ut oculus ſit k, ſuper ipſa b c, & b f, procidatq; radius per b, ſitq; k d, igitur b c ipſo b f maius apparet ipſo b d, æquum enim apparebat b f ipſi d c, quoniam iam ſub eodem oculo k & radio k d aſpiciebatur. Rurſus iam permutetur oculus k, ſitq; oculus in l & p b, procidat radius l n, igitur rurſus b c ipſo b f maius apparet ipſo b n minore, igitur ipſum b c, ipſum b f, uidetur excedere abeunte oculoq; adhærente.

Theorema decimum ſextum.

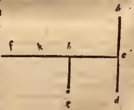
QVæ ſeſe inuicem excedunt inferius oculo poſito, adhærente oculo minore minus ſuper ſpectatum apparet, recedente uerò maius maiore.



Eſto, inquam, maius b f ipſo b k, & oculo l inferius poſito cadat radius l c: per b, igitur b f ipſo b k maius apparet ipſo c b. Immutetur iam l oculus, ſitq; oculus n, cadatq; radius n d, per b igitur rurſus b f ipſo b k maius ipſo b d apparet. Adhærente igitur oculo minore maius, & recedente maiore ipſum b f, ipſum b k uidetur excedere.

Theorema decimum ſeptimum.

QVæcunq; ſeſe inuicē excedunt, oculo poſito in recta linea minori magnitudine exiſtente, adhærente & recedēte oculi æquali ſemper ſuperius ſpectatum minus uidebitur excedere.

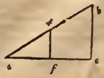


Excedat, inquam, b d ipſum b g ipſo b c & connexa c b per 2 poſtulatum extendatur, ſitq; oculus in f. Igitur ab ipſo f radius procidens per f c, annectetur. Rurſus iam permutetur oculus in k, igitur per hoc ab ipſo k oculo radius procidens per k c annectetur, eodem igitur excedet b d, ipſum b g & adhærente & recedente oculo.

Theorema decimum octauum.

DAtam altitudinem cognoſcere quanta ſit.

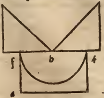
Sit, inquam, quam oportet cognoſcere, quanta ſit data altitudo b c, cadatq; radius ſolis ab ipſo b ut b d, igitur umbra erit ut c d, cape magnitudinem quampiam notam, ſitq; k f annectasq; per trigeſimam primam primi elementorū ſub angulo d, parallelum b c. Igitur eſt ſicut d c ad c b, ſic d f, ad f K, & nota eſt ratio ipſius d f, ad ipſam f K, nota igitur eſt ipſius d c ad c b ratio. Sed d c umbra non eſt ipſa, igitur c b altitudo nota eſt.



Theorema decimum nonum.

SOle non apparente datam altitudinem, quanta ſit cognoſcere.

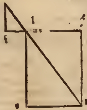
Sit quam cognoſcere conuenit quanta ſit data altitudo b c, exponaturq́; ſpeculum k a, oculus uerò ſit d & ab ipſo procidat radius d b, refringaturq́; ut b b, finiens, & ab ipſo d oculo perpendicularis d f agatur per duodecimam primi elementorum. Igitur anguli qui ad b ſunt æquales adinuicem, hoc enim oſtenſum eſt per primum theorema ſpeculariæ, ſed angulus ad c, eo qui ad f, eſt æqualis per 4 poſtulatum, rectus enim eſt eorum uterq́;. Reliquus igitur angulus qui ad b, reliquo qui ad d eſt æqualis. Quare triangulum b c b, ipſi d b f, triangulo ſimile eſt per primam diffinitionem 61 elementorum. Eſt igitur ſicut b c ad c b ſic b f ad f d. Ipſius autem f b, ad f d ratio nota eſt, & ipſius igitur b c ad c b, ratio nota eſt: at nota eſt c b, nota igitur & c b altitudo.



Theorema uigeſimum.

DAtam profunditatem quanta ſit cognoſcere.

Eſto, inquam, profunditas quàm oportet quanta ſit cognoſcere b k, ponaturq́; oculus d, procidatq́; radius d l k in deiectum, exciteturq́; per 31 primi elementorum ab ipſo d ad ipſam b K ipſa d f, quoniam parallelus eſt b K ipſi d f, proceditq́; d k, angulos igitur per uigeſimamnonam primi elementorum b K l, & l d f, inuicē efficit æquales: ſunt autem qui ad l ad uerticē inuicem æquales per decimamquintam primi elementorum, reliquus igitur angulus reliquo angulo eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt b k l triangulum ipſi l d f, triangulo, eſt igitur ſicut l f, ad f d, ſic l b ad b k. Data autem eſt ratio ipſius l f ad f d. Data igitur eſt ratio & ipſius l b ad b k. Data autem eſt l b. Data quoq́; eſt ipſa b K.



Theorema uigeſimumprimum.

DAtam longitudinem quanta ſit cognoſcere.

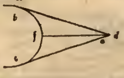
Eſto enim quam quanta ſit cognoſcere oportet data longitudo b c, ponatur oculus d, à quo procidant radij d b, d c, & ab ipſo f, excitetur per trigeſimamprimam primi elementorum ad ipſam b c, ipſa f k: igitur eſt ſicut f K, ad k d, ſic b c ad c d, nota autem eſt ratio ipſius f k ad k d: nota igitur & ipſius b c ad c d ratio, & nota eſt c d, nota igitur eſt & c b.



Theorema uigeſimumſecundum.

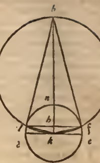
SI in eodem plano, in quo & oculus, circuli ambitus poſitus fuerit, recta linea ipſius circuli ambitus apparebit.

Eſto, inquam, ambitus b c, oculus uerò ſit d. In eodē exiſtens plano ipſi b c à quo procidant radij d b, d f & d c. Igitur quoniam per primum theorema eorum ſub proſpectum cadunt nihil ſimul ſpectatur, nequaquam apparebit f b, ambitus ipſa igitur f b, ſigna in rectam eſſe lineam uidebūtur, ſimiliter quoq́; & f c, tota igitur b c circunferentia recta linea uidebitur.



Theorema uigeſimumtertium.

SPhæra utcunq; inſpecta ab uno oculo minus ſemper hemiſphærio cernetur, ipſum uerò ſpectatum ſub ſphæræ circulo comprehenſum apparet.

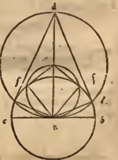


Sit enim ſphæra cuius cētrum ſit k, oculus autem ſit b, & connectatur per primum poſtulatum b k, & per 11 primi elementorum ei ad angulos excitetur rectos per k ipſa c k d & extendatur per b. k, planum c k d, efficiet, inquã, in ſphæra circulum, efficiat iam ipſum c d l n ſ, circum uerò k b dimetientem circulus deſcribatur, & per primum poſtulatum connectantur k ſ, ſ b, b l, l k, & l ſ, igitur quoniam per 31 tertij elementorum, anguli qui ſub k ſ b, b l K, recti ſunt, quoniam in ſemicirculis ſunt, & ex centro k ſ & k l in uno ſigno tangunt b l, b ſ, ipſam ſphæram. Igitur ab ipſo b oculo procidentes radij in ipſas b ſ, b l, procidunt. Et quoniam uterq; qui ad h, ſunt angulorum rectus eſt eo quia c d, ipſi ſ l, parallelus eſt, & ſ b, ipſi b l, eſt æqualis per tertium tertij elementorum, ſi iam manente ipſa b b ipſum b ſ b, triangulum circunducatur in idem, rurſus reuoluetur unde cœperat circunduci. At b ſ, circum acta in uno ſigno ſphæræ ambitum tangit per corrolarium 16 tertij elementorum, hoc eſt in ſ, & circulus erit deſcriptus per ſ l ſigna, quare ſub circulo id ſphæræ quod ſpectatur contentum, uidetur & minus hemiſphærio: ipſum nanq; ſ in l, minus eſt hæmiſphærio. Quare & ab oculo ſpectatum minus eſt hemiſphærio.

Theorema uigeſimumquartum.

OCulo ad ſphæram propius accedente, ſpectatum minus eſt, putabitur autem maius uideri.

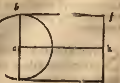
Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit k, & ab oculo d in centrum connectatur d k, & per k, per 11 primi elementorum excitetur b e, circum uerò d K circulus deſcribatur, per 3 poſtulatum, & per ſecundum poſtulatum connectãtur d n, n k, d l, l K, igitur recti ſunt qui ad l n, anguli: quoniam l n ſemicirculus ſunt per 31 tertij elementorum. In unum igitur contactum tangunt ipſæ d l, d n, ipſam ſphæram per correlarium 16 tertij elemẽtorum. Ipſi igitur ab ipſo d, oculo procidentes radij per d l & d n cadunt. Rurſus remoueatur oculus, & ſit in r & circum ipſum r, per 3 poſtulatũ circulus deſcribatur, & per ſecundũ poſtulatũ connectãtur r ſ, ſ k, r ſ, s k: igitur ipſo r ſ, r ſ, in uno ſigno ipſam tangunt ſphæram per correlarium 16 tertij elementorum, & ab ipſo r oculo procidentes radij ut r ſ, r ſ cadunt. Quare ſub angulo r ipſum ſ ſ, & ſub angulo d ipſum n ſ ſ l, ſpectatur, ſed ſ n ſ l, ipſo ſ ſ, maius eſt: apparet autem minus, angulus enim qui ad r maior eſt: eo qui ad d eſt angulo per 20 tertij elementorum, quæ uerò ſub maiori ſpectãtur angulo per 4 ſuppoſitionem opticæ maiora uidentur, maius ergo apparet ſ ſ, ipſo n ſ ſ l, eſt autem minus.



Theorema uigeſimumquintum.

SPhæra binis ſpectata oculis, ſi dimetiens ſphæræ æquus fuerit rectæ lineæ diſtanti ab oculis, ipſius hemiſphærium ſpectabitur.

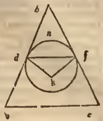
Sit ſphæra cuius dimetiẽs ſit b e, & ab ipſo b c per 11 primi elementorum excitentur ad angulos rectos b ſ, c l, & ab ipſo ſ ad ipſam b e, per 31 primi elementorum excitetur ſ l, & ponatur oculus unus in ſ, alter uerò in l, ab ipſo uerò centro d per 31 primi elementorum ad ipſam b ſ parallelus d K, igitur ſi manente d K ipſum b k parallelogrammum, circumagatur in idem rurſus



ſus unde cœpit agi conſiſtet, & circunſcripta ab ipſa b d, figura circulus erit, qui per centrum erit ipſius ſphæræ. Quare hemiſphærium tantum ipſius ſphæræ ſpectabitur ſub f l oculis.

Theorema uigemumſextum.

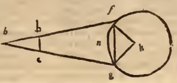
CVm oculorum diſtantia ſphæræ diametro maior fuerit hemiſphærio, maius id quod ipſius ſphæræ ſpectabitur apparebit.



Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit K, oculorum uerò interuallum maius eſto ipſius ſphæræ diametro, & per K & b c, extendatur planum, efficiatq; in ſphæra circulũ d f n procidantq; radij b d, c f, in uno ſigno tangentes, igitur producti inuicem congrediuntur. Quoniam b c ipſius ſphæræ diametro maior eſt, congrediantur iam in b, ſignum. Igitur quoniam ab ipſo ſigno b ipſæ b f, b d, per unum ſignum tangentes cadunt, minor eſt ipſe f n d, ambitus ſemicirculo per uigeſimumtertium theorema, anguli enim b f k, b d k, ſunt rectæ. Ipſius uerò ſphæræ reliquum ſphæræ hemiſphærio maius ſpectatur ſub b d c f.

Theorema uigeſimumſeptimum.

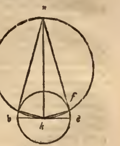
SI oculorum interuallum minus fuerit ſphæræ diametro, id ſphæræ quod ſpectatur, hemiſphærio minus ſpectabitur.



Eſto, inquam, ſphæra cuius centrum ſit k oculorum interuallum ſit b c minus exiſtens ipſius ſphæræ diametro: & per K & b c, extendatur planum, efficiatq; in ſphæra circulum f g n, excitentur autem per decimamſeptimam tertij elementorũ ab ipſis b c oculis in uno ſigno tangentes b f, & c g, quæ in b inuicem congrediantur. Quoniam b c, & ipſius ſphæræ diameter ſunt inæquales. Igitur ab ipſo b ſigno procidẽtes in ipſam ſphæram minorem hemiſphærio ambitum capient, per uigeſimumtertium theorema. Igitur ambitus f g n, hemiſphærio minor eſt. Quare ſub b c oculis ſpectatum, hemiſphærio minus erit.

Theorema uigeſimumoctauum.

CYlindro utcunque inſpecto ab oculo uno, minus hemicylindro ſpectabitur.



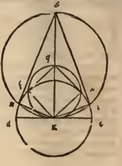
Eſto nanq; cylindri circa baſim circuli centrum K, ab ipſo n, oculo excitetur ad k ipſa n k, per primum poſtulatum, et per k: per ſecundam primi elementorum excitetur b c, & circum k n, deſcribatur circulus, connectanturq; n f, f K, n d, d K. Igitur qui ad f d, recti ſunt. In uno igitur ſigno f n, n d, tangunt per corrolarium decimamſextam tertij elementorum. Ipſi igitur ab ipſo n oculo educti radij per n f, n d procidunt, quare ipſi ambitus f l d, tantum ſpectabitur: ſed f l d, minor eſt ipſo c l b, ſemicirculo. Igitur f l d, ſemicirculo minor uidebitur, hoc eſt cylindrus. Similiter enim baſi per omnem ſuperficiem cylindri demõſtrabimus, quare totius cylindri dimidio minus ſpectabitur.

Theorema uigeſimumnonum.

OCulo propius ad cylindrũ poſito, minus quidem erit aſſumptum cylindri ſub ipſis aſpectibus, uidebitur autẽ maius aſpici.

Eſto

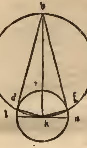
Eſto enim cylindri circa baſim circuli centrum k, & ab ipſo k oculo in k centrũ per 1 poſtulatum connectatur b k, & per k, per 11 primi elementorum ad angulos excitetur rectos c d, et circum k b circulus deſcribatur, per 3 poſtulatum & connectantur b n, n k, b l, l k: iam per ea quæ prædicta ſunt l f n, minus eſt ſemicirculo, & ſimiliter baſi cylindri minus eſt, & dimidium ſpectabitur. Sed proprius excitetur oculus, ſitq́; q & circum f k, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur, connectanturq́; q r, r K, k ſ, & ſ q. Igitur qui ab ipſo q radij procidentes per q r, & q ſ, cadunt, qui uerò ab ipſo b ſcatent, cadunt per b l, b n, maior igitur ambitus n f l, ambitu r ſ, uidetur aut minor r ſ ſ, ipſo n f l, maior enim eſt angulus q, angulo b, per 20 tertij elementorum, quare cylindri minor pars ſpectabitur, uidetur autem maior aſpici.



Theorema trigeſimum.

COno circulum baſim habẽte ſub uno oculo perſpecto, minus hemiconio ſpectabitur.

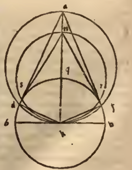
Eſto enim coni baſis circulus cuius centrum ſit k, & ab ipſo b oculo excitetur in centrum per primum poſtulatum b K, & per K, per 11 primi elementorrm, ad angulos rectos ipſi k b excitetur n l, circum uerò k b, per 3 poſtulatum deſcribatur circulus. Connectanturq́; per 2 poſtulatum b f, f k b d, d k. Igitur anguli qui ad f d, recti ſunt per 31 tertij elementorum. Igitur ipſæ b d, b f in uno ſigno tangunt per correlariũ 6 tertij elementorũ, & radij qui ex b per b d, b f, procidunt, igitur ambitus f r d, perſpectus minor exiſtens ipſo n r l. At n r l, ſemicirculus eſt. Igitur ambitus f r d ſemicirculo minor eſt. Quare & coni quod ſpectatur minus eſt hemiconio: ſimiliter enim & in reliquorum circulorum ipſius coni ſuperficie oſtendemus.



Theorema trigeſimumprimum.

OCulo propius poſito in eodem plano minor, inquã, erit uiſibus aſſumpta pars, at maior perſpicij uidebitur.

Eſto coni baſis circulus cuius centrum ſit K, oculus uerò ſit a & ab ipſo a per primum poſtulatum in K connectatur a k. Et per undecimam primi elementorum, ad angulos rectos excitetur per k ipſa b b. Deſcribaturq́; per tertium poſtulatum circum a k circulus, & per primum poſtulatum connectantur a f, f k, a d d k, permuteturq́; oculus a in n, & circum K n, per tertium poſtulatum circulus deſcribatur, connectanturq́; n r, r K, n ſ ſ k. Igitur qui ex a oculo radij ſcatent, per a d, a f, cadũt. Quare ambitus f q d apparet. Idq́; propterea & qui ab ipſo n, oculo radij ſcatent per n r, n ſ cadunt, ſpectabitur igitur ambitus r q ſ. Sed maior f q d ipſo r q ſ. At minor apparet, maior enim eſt angulus n eo qui ad a eſt angulo.

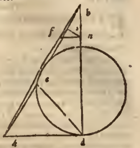


Theorema trigeſimumſecundum.

COno circulũ baſim habente, ſi à contactibus qui ab oculo in coni baſim procidẽtibus radijs rectæ lineæ deducãtur per ſuperficiẽ

coni

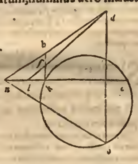
coni ad uerticē eius perq́; deductas, & eis quæ ab oculo in baſin coni procidentibus plana educta fuerint, in communiq́; planorū ſectione oculus poſitus fuerit, id quod ſpectatur coni, omnifariàm æquum ſpectabitur uiſu in plano propoſito exiſtenti.



Sit conus cuius baſis quidem ſit circulus c d, uertex autem ſit b ſignum, oculus uerò ſit K à quo procidant radij k d, K c, tangentes in c d, connectaturq́; ab ipſis d c, ſignis in uerticem coni d b, & c b, & per c b, & c K, quidem planum extēdatur quod ex ipſorum d b, d K. Similiterq́; alterum protenditur planum, igitur ipſi plani ueniunt in congreſſum, nam ipſæ c d b, concurrunt, & c K, d k concurrunt, ueniant in congreſſum igitur ipſa plana, & ſit eorum communis ſectio b K. Dico quòd ubi in b k, poſitus fuerit oculus, quo ſpectatur coni, æquum eſt, ponatur in b K oculus, ſitq́; f, exciteturq́; per 31 primi elementorum per ſ ad ipſam quidem K d, ipſa ſ n, ad ipſam autem c k ipſa f ſ, igitur ipſæ f n, f ſ, coni ſuperficiem in ſignis f ſ, tangunt. in ipſa enim coni ſuper æquidiſtantium circulorum ſegmenta ſunt ſimilia. Igitur in ipſa b d c, coni ſuperficie internalla ſpectata æqualia apparent. Quoniam æqualis eſt quē ipſæ f ſ, ſ n comprehendunt, angulus ei qui ſub k c, c d, comprehenditur angulo, æquum apparuerit igitur, ſ n, interuallum ipſi d c interuallo. Quare quando oculus in K b, recta linea poſitus fuerit, æquum ſemper ſpectatum apparet.

Theorema trigeſimumtertium.

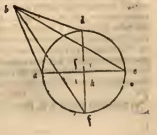
Aequaliter autē ſemp oculo à cono diſtāte, ſublimius quidē oculo poſito minus apparet coni ſpectatum, humilius uerò maius.



Esto coni uertex quidem ad d ſignum, baſis autem circulus, exciteturq́; per 31 primi elementorum k b, ipſi b d, ponaturq́; oculus in b. Dico iam quòd id quod ſpectatur coni oculo poſito in b minus ſpectabitur quàm in ſ. Connectantur, inquam, per primum poſtulatum ab ipſo d ſigno in b ſ ſigna ipſæ b d, d ſ, & per ſecundum poſtulatum extēdantur in n l, igitur in n & l, ſigno poſito oculo ſpectata coni æqualia apparebant, & minus quidem apparebit quod ad n, maius autem id quod ad l, æquū uerò id quod ad n, ei quod ad b. Id autem quod ad l ei quod ad ſ, ſicut in præcedenti patuit: oculo igitur in b, ſigno exiſtente ſpectatum coni minus apparet quàm in ſigno.

Theorema trigeſimumquartum.

In circulo ſi à centro ad angulos rectos quædam agatur recta linea ipſius circuli plano, & in ipſa apponatur oculus circuli dimetientes æquales apparent.

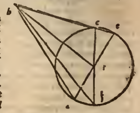


Eſto enim circulus cuius centrum ſit K, & ab ipſo K, per 12 undecimi ele. ad angulos rectos excitetur ipſi plano circuli ipſa K b, oculus uerò ſit in b: excitenturq́; diametri c a, & d f. Dico iam ipſum a c ipſi d f, æqualem apparere: connectantur enim ipſæ b a, b f, b c, b d, per primum poſtulatum. Igitur binæ b k, k f, binis b K, k c, ſunt altera alteri

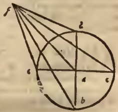
teri æquales, eſt autem & angulus r angulo ſ æqualis, æqualis igitur eſt per 4 primi elementorum baſis b ſ, baſi b c. Idq; propterea iam & b d ipſi b a eſt æqualis, binæ iam d b, b ſ, binis e b, b a, ſunt æquales, eſt autem & d ſ ipſi e a, æqualis: angulus igitur qui ſub d b ſ, angulo qui ſub e b a, eſt æqualis. Sed ea quæ ſub æqualibus ſpectantur angulis æqualia apparent: æqualis igitur per ſuppoſitionem ſextam e a, ipſi d ſ apparet.

Theorema trigeſimumquintum.

ETſi quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipſi plano, æqualis autem fuerit ei quæ ex centro, dimetientes ipſi æquales apparent.



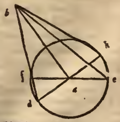
Sit circulus cuius centrum K, & ab ipſo K, excitetur non ad angulos rectos ipſi plano ipſa K b, æqualis autem eſto ei quæ ex centro circuli, & per primum poſtulatum connectantur ab ipſo b ſigno eæ, quæ prius: quoniam igitur ipſæ d k, K b, k ſ, inuicem ſunt æquales, rectus eſt angulus contentus ſub ſ b d. Idq; propterea iam & qui ſub a b e, angulus rectus eſt, æquales igitur ſunt ipſi adinuicem per quartum poſtulatum. Sed quæ ſ b æqualibus ſpectantur angulis æqualia apparent per ſuppoſitionem 6. æqualis igitur apparet d ſ ipſi a e. Sed iam a ſ, neque ſit æqualis ei quæ ex centro, neque ſit ad angulos rectos ipſi circuli plano, æquales uerò efficiat angulos ſub d a ſ. ſ a e, & e a ſ & ſ a b. Dico quòd & ſic dimetientes ipſi æquales apparent. Quoniam enim æqualis eſt d a, ipſi a e, per decimamquintam diffinitionem primi elementorum: communis autem a ſ, & æquos comprehendunt angulos. Baſis igitur d ſ, per quartam primi elementorũ baſi e ſ, eſt æqualis, & angulus d ſ a angulo a ſ e, eſt æqualis. ſimiliter iã oſtendemus quòd & angulus e ſ a, angulo a ſ b eſt æqualis, totus angulus igitur qui ſub d ſ b, toti angulo ſub e ſ e, eſt æqualis quare per ſuppoſitionem 6 perſpectiuæ ipſæ diametri æquales aparebunt.



Theorema trigeſimumſextum.

SI uerò quę ab oculo ad centrum procidens circuli, neq; ad angulos fuerit rectos ipſius circulo plano, neq; etiam eiq; ex centro fuerit æqualis, neq; æquos cum hijs quæ ex centro comprehendet angulos, ſed aut maior aut minor ea quæ ex centro fuerit, diametri ipſæ inæquales apparebunt.

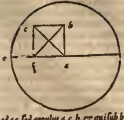
Sit enim circulus cuius centrũ ſit a, & ab ipſo b oculo in centrum circuli excitetur recta linea b a, ſit autem neq; ad angulos rectos ipſi plano, neq; ei quæ ex circuli cẽtro æqualis, neq; etiam cum his quæ ex centro æquos comprehendat angulos. Dico quòd ipſæ diametri circuli inæquales apparebunt, excitetur, inquam, e ſ, dimetiens ad angulos ſubſiſtens rectos ipſi a b. Et d k inæquales efficiens angulos ipſi a b, & per primum poſtulatum connectantur b c, b d, b ſ, & b k. Sit, inquam, prius b a ipſa a k maior: igitur maior eſt angulus comprehenſus ſub c b ſ, eo qui comprehenſus eſt ſub k b d, ſicut in theorematibus oſtenſum eſt. Quæ uerò ſub maiori angulo ſpectantur maiora apparent. Igitur e ſ ipſa d k maior apparet.



Theorema trigeſimumſeptimum.

SI autem b a, ipſa a K, minor fuerit, maior apparet d K ipſa e ſ.

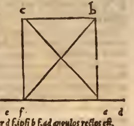
Eſto circulus cuius centrum ſit a, oculus uerò ſit b, à quo in circulum perpendicularis acta non cadat in a, ſed exterius, ſitq́; b c, connectaturq́; per primum poſtulatum ex c in a, ipſi c a, inſuper ab a in b, ipſa a b per idem poſtulatum. Dico q. omnium per a actarum rectarum linearum, ad ipſamq́; b a angulos efficientium minimus eſt qui ſub c a b, excitetur enim recta linea d a, & ab ipſo c per xi. xi. elemen. in d e perpendicularis agatur ipſi plano c f, connectaturq́; b f, per primum poſtulatū: igitur ipſa b f, ſuper d e perpendicularis eſt. Quoniam igitur angulus c f a rectus eſt, qui ſub a c f, igitur minor eſt recto, maius igitur eſt per 18 primi elemen. latus a c, latere a f. Igitur b a, ad ipſam a f, maiorem habet rationem, quàm ad a c, ſed angulus a c b, & qui ſub b f a recti ſunt, & c a, & a f, ſunt inæquales, & reliquus igitur qui ſub f a b, eo qui ſub c a b maior eſt, ſimiliter autem oſtendetur quòd & omnium per a, actarum rectarum linearum ad ipſam a b, rectam lineam angulum efficientium minimus eſt qui ſub c a b.



Theorema trigeſimumoctauum.

SEd quod f b ipſi d e ad angulos rectos exiſtat, ſic oſtendemus.

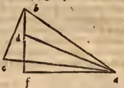
Quoniam b c, ipſi circuli plano ad angulos eſt rectos, & omnia igitur per b c, plana producta ipſi circuli plano per 3 diffinitionē 11 elemen. ad angulos rectos exiſtunt. Vnum autem eorum quæ per b c extenduntur planorum eſt ipſum b c f, triangulum. Igitur triangulū b c f, ipſius circuli plano ad angulos rectos exiſtit. Quoniam igitur bina plana, hoc eſt & id quod ipſius e d, circuli, & id quod ipſius b c f, trianguli adinuicem ſeſe diſpeſcunt, & ipſi e f, quæ ipſorum communis eſt ſectio ad angulos rectos eſt ipſa f d, in ipſius circuli plano: perpendicularis nanq; agitur c f, in e d, & f d igitur ipſius b c f, trianguli plano ad angulos rectos eſt. Quare per 2 diffinitionē 11 element. ad omnes ipſum tangentes rectas lineas, & in ipſo trianguli e f b, plano exiſtentes ad angulos rectos ſubſiſtit. Igitur d f, ipſi b f, ad angulos rectos eſt.



Theorema trigeſimumnonum.

RVrſus igitur b f ipſi e f d, dimetienti ad angulos rectos eſt.

Eſto bina triangula b c a, & b f a, rectos habentia eos qui ad c f, angulos, & b a, ad f a, maiorem habeat rationem quàm ad c a. Dico quòd angulus f a b, eo qui ſub c a b eſt, angulo maior eſt. Quoniam enim b a, ad a f, maiorem habet rationē quàm ad c a: & rurſus igitur f a ad a b, minorem habet rationem quàm c a, ad a b. quare c a, ad a b, maiorem habet rationem quàm f a, ad a b. Fiat igitur ſicut c a, ad a b, ſic f a, ad maiorem ipſa a b, hoc eſt ad ipſam a d, æquiangula igitur ſunt triangula b c a, & d f a, quare angulus c a b, angulo f a d, eſt æqualis. Igitur angulus f a b, angulo c a b, maior eſt. Eſto circulus a b, c d, excitenturq́; binæ diametri a b, c d, ſeſe inuicem ad angulos rectos diſpeſcentes, oculus uerò eſto e, à quo in centrum connexa e f, ad angulos quidem rectos eſto ipſi c d, ad ipſam autem a b, contingentem angulum comprehendat, eſtoq́; e f, utraq; ipſarum quæ ex centro maior. Quoniam igitur c d, utriq; ipſarum a b & e f, ad angulos eſt rectos, & omnia igitur plana per c d, proiecta ei quod per e f & a b, plano ad angulos rectos ſubſiſtunt. Excitetur perpendicularis igitur ab ipſo e, ſigno ad ſubiectum planum per 11 undecimi elementorum: in communem igitur planorum ſectionem a b cadit. Cadat igitur & ſit e k, extendaturq́; dimetiens g b, ponaturq́; ipſi dimetienti circuli æqualis l m, ſeceturq́; per 10 primi element. biſariam in n, & ab ipſo n, ipſi l m, per 11 eiuſdem excitetur ad angulos rectos in ſublimi recta linea n x, ſitq́; ipſa n x, ipſi e f æqualis. Segmentum igitur circum l m, deſcriptum, tranſiensq́; per 10 ſemicirculo maius erit. Quoniā n x, maior eſt utraq; ipſarum l n, n m, ſit ipſum l x m. Connectanturq́; ipſæ x l, & x m, angulus igitur qui ad x cōprehenſus ſub l x m, ei eſt æquus qui ad e, ſignum, comprehenſo ſub continen



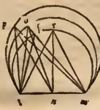
tibus ipſum e, & e d, ſigna. Inſuper ponatur ei qui ſub e f, & f g, æquus qui ſub l n, n o, auferaturq́; ipſa e f, æqualis ipſi n o, connectanturq́; ipſæ l o, m o, deſcribaturq́; circum l o m, triangulum ſegmentum circuli comprehenſum ſub l o, o m, hoc eſt ipſum l o m. Erit iam qui ad o, ſignum angulus comprehenſus ſub l o m æquus ei qui ſub g e b. Inſuper ponatur ei qui ſub e f g, æqualis qui ſub l p n, auferaturq́; e f, æqualis ipſi n p, cõnectanturq́; ipſæ l p, p m, deſcribaturq́; circum ipſum triangulum ſegmentum circuli, erit iam angulus qui ad p, ſignum angulo cõprehenſo ſub a e, & e b, æqualis. Quoniam igitur angulus x, angulo o, maior eſt, ſed angulus x, angulo ſ, eſt æqualis, & qui ad ſ, per 32 primi element. maior eſt eo qui ad o, extra enim triangulũ eſt l ſ o, & qui ad x igitur eo qui ad o maior eſt, & qui ad x, ei eſt æqualis qui ſub c e d, & qui ad o, ei qui ſub g e b, igitur per 4 ſuppoſitionem perſpectiuæ c d, ipſa g b, maior apparebit. Rurſus angulus ſ, angulo g e b, eſt æqualis, & qui ad p, ei qui ſub a e b: maior autem eſt angulus o, angulo p, maior igitur apparebit per ſuppoſitionem 4 perſpectiuæ g b, ipſa a b recta linea.



Theorema quadrageſimum.

NOn ſit autem maior quæ ab oculo in cẽtrum annexa eſt ea quæ ex centro, ſed minor, erit iam circa diametros contrarium: nam ipſorum dimetientium maior, minor, & minor, maior, apparebit.

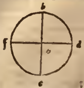
Eſto circulus a b c d, extendãturq́; bini dimetiẽtes a b, c d, ſeſe inuicem ad rectos angulos ſecantes, altera uerò quæpiam extendatur n b, oculus uerò ſit e, à quo in centrum ſ, connexa eſto e ſ, minor exiſtens utraq; earum quæ ex centro, ad angulos uerò rectos eſto e ſ, ipſi c d, ponaturq́; circuli diametro æqualis l m, quæ per 10 primi element. ſecetur bifariàm in n, exciteturq́; per 11 eiuſdẽ ad angulos rectos ipſi l m, ipſa n x. Deſcribaturq́; circum l x m, ſegmentum circuli, ſitq́; l x m. Erit iam minus ſemicirculo, quoniam n x, minor eſt ea quæ ex centro, eſto, inquam, l x m, connectanturq́; per primum poſtulatum ipſæ x l, x m, igitur angulus qui ad x, comprehenſus ſub l x, x m, æquus eſt ei qui ad e, comprehenſo ſub c e, & e d. Inſuper ponatur ei qui ſub e ſ, f g, æqualis qui ſub l n, l o, angulus, auferaturq́; e ſ, ipſi n o, æqualis, connectanturq́; l o, m o. Deſcribaturq́; circa l o m, triangulum ſegmentum circuli l o m. iam angulus qui ad o, ſignum comprehenſus ſub l o, o n, rectis lineis æqualis erit ei qui ad e, comprehenſo ſub b e n. Inſuper ponatur ei qui ſub a ſ, ſ e, æquus qui ſub l p, p n, auferaturq́; n p, ipſi e ſ, æqualis connectanturq́; l p, p m, deſcribaturq́; circum l p m, triangulum ſegmentum circuli, ſitq́; l p m, erit iam angulus qui ad p, ſignum comprẽhenſus ſub l p, p m, æqualis ei qui ad e, angulo comprehenſo ſub a e & e b. Quoniam igitur angulus qui ad x, eo qui ad o, minor eſt, æqualis autem eſt angulus qui ad o, ei qui ad e, comprehenſo ſub b e, e n, & qui ad x, ei qui ad e, comprehenſo ſub c e d, minor igitur apparebit c d, ipſa n b. Rurſus quoniam angulus qui ad e, cõprehenſus ſub b e n, minor eſt eo qui comprehenſus eſt ſub l e b, minor igitur per ſuppoſitionem 5 ſpeculariæ apparebit & n b, ipſa a b.



Theorema quadrageſimumprimum.

CVruũ rotæ quandoq; circulares, & quãdoq; cõtractæ apparent.

Eſto enim rota cuius dimetientes ſint d f, & b c. Igitur quandoq; ab oculo in centrum agitur, ad angulos fuerit rectos, ipſi plano uel æqua fuerit ei quæ ex centro, æquales diametri apparẽt, ſicut in præcedenti theoremate oſtenſum eſt. Quare rota currus hijs exiſtentibus circulares apparet, producto uerò curru & eo qui ab oculo in centrum actus eſt, ad rectos angulos non ſubſiſtente radio ipſius rotæ plano, neq; æquali ei quæ ex ipſius centro, dimetientes inæquales apparent, quod ſimiliter in præcedenti oſtenſum eſt, quare rota contracta apparebit.



Theorema

Theorema quadrageſimumſecundum.

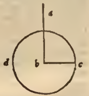
SI magnitudo quæpiam ſublimis ad ſubiectum planum ad angulos rectos extiterit, poſitusq́; fuerit oculus in aliquo ſigno ipſius plani, & permutatum fuerit uiſile in circuli circunferentia, uiſile ſemper æqualiter ſpectabitur.



Eſto, inquã, ſpectata aliqua magnitudo a b, ſublimior plano, oculus autẽ eſto c, cõnectaturq́; b c, & centro c, ſpacio uerò c b, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur b d. Dico quòd ſi in circuli circunferentia permutabitur ipſa a b, ab ipſo c, oculo æqualiter ſpectabitur. Quoniam enim a b, recta eſt et ad ipſam b c, angulum efficit rectum: omnes igitur quæ ex centro c, ad ipſam a b, magnitudinem procidentes inuicem æquos efficiunt angulos, per ſecundam diffinitionem 11 elemen. æqualiter igitur uiſile ſpectabitur, ſimiliter quoq; & ſi à centro c, ſublimis excitetur recta linea, & in ipſa poſitus fuerit oculus in parallelum exiſtens ſpectatæ magnitudini, commotaq́; fuerit magnitudo, ſpectatum æqualiter ſemper apparet.

Theorema quadrageſimumtertium.

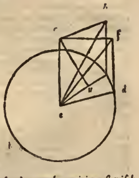
SI uerò uiſile ad ſubiectum planum ad angulos fuerit rectos, permutatus autem fuerit oculus in circuli circunferentia, centrum habente ſignum circum quod conuertitur magnitudo ipſi plano, uiſile ſemper æqualiter apparebit.



Sit, inquam, ſpectata magnitudo a b, ſublimis & ad angulos rectos exiſtens ad ſubiectum planum, oculus uerò ſit c, & centro quidem b, ſpacio uerò b c, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur c d. Dico quòd ſi c, permutetur, in circuli circunferentia ipſa a b, magnitudo æqualiter ſemper apparebit, hoc, inquam, eſt manifeſtum, omnes enim ab ipſo c ſigno ad a b, cadentes radij ad æquos angulos procidunt. Quoniam angulus qui ad b rectus eſt. Aequaliter igitur ſpectata magnitudo apparebit.

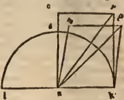
Theorema quadrageſimumquartum.

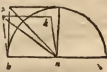
SI autem ſpectata, à magnitudo ad ſubiectum planum neutiquam ad angulos rectos fuerit, mutatumq́; fuerit uiſile in circuli circunferentia, inæqualiter ſemper ſpectabitur.

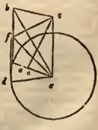


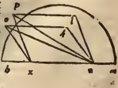
Eſto circulus a b, & ſuſcipiatur in ipſius circũferentia ſignum, ſitq́; illud d, & conſtituatur non ad rectos angulos ipſi circulo ipſa d f, oculus uerò ſit e. Dico quòd ipſa d f, ſi in ipſius circuli circunferentia permutabitur quandoq; maior, & quandoq; minor apparebit. Iam ipſa d f, uel eſt maior ea quæ ex centro, uel ei æqualis, uel minor: ſit in primis maior, exciteturq́; per 31 primi element. per e, centrum ipſi d f, parallelus e c, ſitq́; æqualis d f, ipſi c e. Exciteturq́; per 11 undecimi element. ab ipſo c, ſignum ad ſubiectum planum perpendicularis c n, & cadat ipſi plano, in n, ſignum, & connexa e n, per 2 poſtulatũ extendatur & procidat in circuli circunferentia in a, & per a, per 31 primi element. ipſi c e, parallelus excitetur a b, ipſi d f, æqualis: dico quòd a b, omnibus in circuli circunferentia ſtantibus rectis lineis minor apparebit. Connectantur enim per primum poſtulatum c f, e f, b e, & e b: habuimus autem in præterito 36 theoremate, quod omnium per e, ſignum ductarum rectarum linearum, efficientiumq́; a d, e c, angulum, minimus eſt qui ſub

e e a. Quoniã igitur e e, ipſi a b, parallelus eſt, ſed & æqualis, & e a igitur ipſi e b, æqualis eſt & parallelus: parallelogrammũ igitur eſt b e, idq́; propterea iã & f e, parallelogrammũ eſt. Et quoniã oportet oſtendere quod minor apparet a b, ipſa d f, manifeſtum eſt quod prius oſtendere oportet quod angulus qui ſub b e a, minor eſt angulo qui ſub f e d. Quoniam igitur oſtenſum eſt quod omnium per e, ſignum actarum rectarum linearum ad e e, anguloſq́; efficientium minimus eſt qui ſub e e a, minor igitur eſt & ipſo e e d, is qui ſub e e a. Exponatur circuli ſemicirculo, æquum ſegmentum k a l, accipiaturq́; illius centrum & ſit n, ponaturq́; ei angulo qui ſub e e a, æqualis angulus qui ſub k n m, ei autem qui ſub e e d, æqualis qui ſub k n o, ponaturq́; ipſi d f, utraque ipſarum o n, m n, æqualis per 2 primi elementorum, & per m ipſi k n, æqualis & parallelus excitetur m p, per 31 primi element. Connectaturq́; per primum poſtulatum p k, parallelogrammum igitur eſt n p, & æquum & ſimile ipſi b e. Rurſus per o ipſi k n, per trigeſimam primam primi ele. excitetur o r, & cõnectatur r k. Igitur r n, parallelogrammum æquum eſt & ſimile ipſi f e. Connectanturq́; diagonij r n, p n. Quare angulus qui ſub k n p, eo qui ſub k n r, minor eſt. Eſtq́; qui ſub k n p, ei æqualis qui ſub a e b, & qui ſub k n r, ei eſt æqualis qui ſub d e f, minor igitur eſt qui ſub a e b, angulus eo qui ſub d e f. Quare & magnitudo a b, magnitudine d f, minor apparebit. Similiter iam oſtendemus quod b a, ipſa f d, minor eſt ipſa f d, minore exiſtente & æquali ei quæ ex centro. Sed iã eſto d e, ei quæ ex centro æqualis, cõſtruãturq́; omnia eadem quæ ſuper, ponatur circuli ſemicirculo æqualis ſemicirculus b d l, accipiaturq́; illius centrum, & ſit n: & quoniam d o, æqualis ſupponitur ei quæ ex centro, æqualis igitur eſt d o, ipſi b n: ponatur, inquam, ei qui ſub e e a, angulo, æqualis angulus qui ſub b n k, exciteturq́; ipſi b n, parallelogrammum n x, & ipſi b n, auferatur æqualis k x, connectaturq́; x b, ei autem qui ſub e e d, æqualis ponatur qui ſub b n d, & ipſi b n, parallelus per 31 primi element. excitetur d o, ipſiq́; b n, æqualis auferatur d o, connectaturq́; o b: parallelogrammum igitur eſt utrunq; ipſorum b d, b K, & ſunt æqualia & ſimilia ipſis e f, e b, quare & qui ſub m d, angulus ei eſt æqualis qui ſub e e d, & qui ſub b n k, eſt æqualis ei qui ſub e e a, minor autem eſt qui ſub e e a, eo qui ſub e e d, minor igitur eſt & qui ſub b n k, eo qui ſub b n d, connectanturq́; diagonij x n, o n, minor igitur eſt & qui ſub b n x, eo qui ſub b n o, æqualis autem eſt qui ſub b n x, ei qui ſub a e b, ipſo d e f, minor igitur & qui ſub a e b, eo qui ſub d e f, minor igitur ſpectabitur a b, magnitudo, ipſa d f, magnitudine, quod oſtendere oportebat. Sed iam eſto d f, minor ea quæ ex centro circuli, conſtruanturq́; eadẽ quæ ſupra, ponaturq́; circuli ſemicirculo æqualis ſemicirculus, ſitq́; b m, accipiaturq́; centrum illius, ſitq́; n, auferaturq́; ab ipſa b n, ipſi d f æqualis n x, ponaturq́; ei angulo qui ſub e e a, æqualis angulus qui ſub b n k, ei autem qui ſub e e d, æqualis qui ſub b n l. Sit autem utraq; ipſarũ n K, n l, æqualis et ipſi d f, exciteturq́; p K, ipſi n x, per 31 primi ele. æqualis parallelus K o, cõnectãturq́; o x, & per l, ipſi x n, per eandẽ parallelus excitetur l p, connectaturq́; p x, parallelogrammũ igitur eſt utrunq; ipſorũ k x, x l, & eſt quidẽ ipſum k x, ipſi e b, ſimile & æquale & x l, ipſi e f. Quare & angulus qui ſub b n k, æquus eſt ei qui ſub e e a, & qui ſub b n l, ei qui ſub e e d, maior autem eſt angulus qui ſub e e d, eo qui ſub e e a, maior igitur eſt angulus qui ſub b n l, eo qui ſub b n k, cõnectãtur n o, n p. Angulus igitur qui ſub x n o, eo q ſub x n p, minor eſt, æqualis aũt eſt q ſub x n o, ei q ſub a e b, & q ſub x n p, ei qui ſub d e f, minor igitur eſt qui ſub a e b, ãgulus eo qui ſub d e f, pſpicitur autẽ ſub a e b, magnitudo





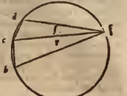




gnitudo a b, at ſub angulo d e f, magnitudo d f: minor igitur ſpectabitur magnitudo a b, magnitudine d f, quod oportebat oſtendere.

Theorema quadrageſimumquintum.

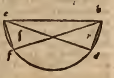
EStaliquis locus in quo oculo manente uiſile, quæ permutato æquum ſemper uiſile apparet.



Sit, inquam, ſpectata magnitudo b c, oculus autem ſit f, à quo procidant radij f b, f c, ſuſcipiaturq́; triangulum f b c, in circulo d b f. Dico quòd b c, magnitudo permutata in deſcripti circuli circunferentia æqualiter ſemper apparebit, permutetur enim b c, in c d, connectaturq́; d f, igitur circunferentia b c, æqua circunferentiæ c d, igitur per 27 tertij elemētorum, æqualis eſt angulus r, angulo ſ, quæ uerò ſub æqualibus ſpectātur angulis per 6 ſuppoſitionem optices, æqualiaq́; apparent, æqualis igitur apparet b c, ipſi c d.

Theorema quadrageſimumſextū conuerſum præcedentis.

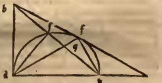
EStaliquis locus in quo oculo permutato, uiſile uerò manente, æqualiter ſemper uiſile apparet.



Eſto, inquam, quod ſpectatur b c, oculus autem ſit f, à quo procidant radij f b, f c, & accipiatur b f c, triangulum in ipſius circuli b f c, ſegmento, permuteturq́; oculus f, ſitq́; in d, procidatq́; radij d b, d c. Igitur per 21 tertij angulus r, angulo ſ, eſt æqualis: in eodem enim ſunt circuli ſegmento, quæ uerò ſpectantur ſub æqualibus angulis æqualia apparent, æqualiter igitur ſemper b c, apparet: permutato oculo in b d c, circunferentia.

Theorema quadrageſimumſeptimum.

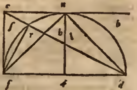
EStaliquis locus in quo oculo permutato & uiſile permanēte, inæqualiter uiſile apparet.



Sit, inquam, uiſile k d, recta autē linea b c, in ipſam k d, procidens, accipiaturq́; per 13 ſexti elemen. ipſius d c, & c K, media proportionalis c f, & connectatur f k, & f d. Super autem k d, ſegmentum deſcribatur, acutum habens angulum q, tangit autem rectam lineam b c. Quoniam eſt ſicut d c, ad c f, ſic c f, ad c K, ponatur igitur oculus in b, ſigno, protendaturq́; d b, b k, connectatur ſ d, igitur angulus q, æqualis eſt per 21 tertij elementorum, angulo ſ, in eodem nanq́; eſt ſegmento, & angulus ſ, angulo b, maior eſt, & angulus q, igitur angulo b, maior eſt, oculo igitur in ſ, exiſtente, maior apparet K d, quàm ſi oculus in b poſitus fuerit.

Theorema quadrageſimumoctauum.

IDem continget & ſi parallelus fuerit linea ipſi ſpectatæ magnitudini, in qua oculus permutatur.

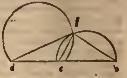


Eſto enim parallelus b c, ipſi ſpectato d f, ſeceturq́; per 10 primi element. d f, bifariàm in K, exciteturq́; per 11 eiuſdem ad angulos rectos k n, ponatur igitur oculus in n, cōnnectaturq́; n d, n f, & circum d f, deſcribatur ſegmentum quod ſuſcipiet angulum q l. Quoniā igitur dimetiēs eſt k n, & ad rectos angulos ab extremitate excitatur k n, ipſi b c. Igitur per correlarium 16. 3. element. b c, ipſum d n f, ſegmētum tangit, permutetur autem oculus in c, extendaturq́; c f, c d, cōnectaturq́; r f. Igitur angulus q l, ipſi angulo r, eſt æqualis. Sed angulus r, angulo c, maior eſt: igitur & angulus q l, angulo ſ, maior eſt. At

quæ ſub maiori ſpectantur angulo maiora apparent. Igitur magnitudo d f, maior apparet oculo in n exiſtente quàm in c, oculo igitur in b e permutato parallelo exiſtenti ipſi d f, ſpectatum inæquale apparet.

Theorema quadrageſimumnonum.

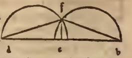
ESt aliquis locus in quo ęquales magnitudines inæqu ales apparent.



Sit n anq; æqualis b c ipſi c d, & circum quidem b c, ſemicirculus deſcribatur b f c, circum uerò d, deſcribatur ſegmentum maius ſemicirculo. Connectatur f b, f c, f d, igitur angulus qui in ſemicirculo per 31 tertij element maior eſt eo qui eſt in maiori ſegm ento, at quæ ſub maiori ſpectantur angulo per 4 ſuppoſitionē opticæ maiora apparent, oculo uerò poſito in f, maior igitur apparet b c, ipſa c d, erat autē & æqualis: eſt igitur communis locus in quo æquales inæquales apparent magnitudines.

Theorema quinquageſimum conuerſum præcedentis.

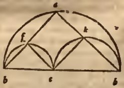
ESt aliquis locus cōmunis à quo inæquales magnitudines æquales apparent.



Eſto, inquam, maior b c, ipſa c d, & ſuper b c, maius ſemicirculo ſegmentum deſcribatur, & ſuper c d, ſimile ei quod ſuper b c, hoc eſt ſuſcipiens angulum æqualem ei qui in b f c, connectantur autem f b, f c, f d: igitur quoniā p 27 tertij element. in ſimilibus ſegmentis anguli conſtituti inuicem ſunt æquales, æquales quoq; ſunt & in b f c, c f d, ſegmentis anguli ſibi inuicem. Quæ uerò ſub æquis ſpectantur angulis æqualia apparent, per 6 ſuppoſitionem opticæ, oculo igitur poſito in f ſigno, æqualis apparet, b c ipſi c d, eſt autem maior. Eſt igitur locus quidam communis ex quo inæquales magnitudines æquales apparent.

Theorema quinquageſimum primum.

ALiqui ſunt loci in quibus binæ magnitudines inæquales in idē compoſitæ, utriq; inæqualium æqualeś apparent.



Eſto nempe maior b c, ipſa c d, & ſuper ipſis b c & c d, ſemicirculi deſcribātur, ſuperq; tota b d. Igitur per 31 tertij element. angulus qui in ſemicirculo b a d, æqualis eſt ei qui in b K c, uterq; enim ipſorū rectus eſt. Igitur b c ipſii b d, æqualis apparet, itidē quoq; et b d ipſi c d, oculis in b a d, b K c, c f d, ſemicirculis poſitis. Sunt igitur aliqui loci in quibus binæ inæquales magnitudines in idem compoſitæ æquales utrique inæqualium apparent.

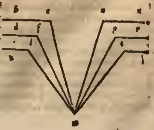
Problema primum. Propoſitio 52.

LOcos inuēnire à quibus æqualis magnitudo dimidiū apparet, ſiue quarta pars, & uniuerſaliter in data ratione, in qua & angulus ſecatur.



Sit enim recta linea l f, & ſuper l f, deſcribatur ſegmētum contingens, & inſcribatur in eo angulus K. Ipſi autem l f, æqualis eſto b c, & ſuper b c, deſcribatur ſegmentum quod ſuſcipiet angulum ipſius K, anguli dimidiū, igitur angulus h, ipſius d, anguli duplus eſt, dupla igitur apparet l f, ipſius b c, oculis in l K f, & b d c, circunferentijs iacentibus.

Theorema 52. Propoſitio 53.



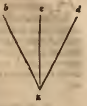
AEquali celeritate delatorum, in eademq; recta linea exiſtentiū, propinquū oculo poſtremum

præire

prgire putabitur, permutatis autē prgcedens ſubſequi, & ſubſequens præcedere putabitur.

Deferātur æquiceleriter b c, d ſ, k l, & ab oculo m, procidant radij m c, m ſ, & m l, igitur ſublimior & dexterior omnium ab m, oculo radiorum erumpentiū eſt ipſe m c. Igitur b c, præcedere putabitur, permutatis autem b c, d ſ, & k l, in n x, p r, s t, quæ poſitis procidant radij m n, m p, & m s, omnium igitur ab m, oculo radiorum erumpentium dexterior eſt ipſe m s. Siniſterior uerò m n, quare & s t præcedere putabitur, ſubſequi uerò n x. Igitur b c præcedens in n x, poſitum ſubſequi & l k, ſubſequens in s t, poſitum præcedere putabitur.

Theorema 53. Propoſitio 54.



SI aliquibus delatis, & pluribus celeritate inæquali, conferatur uerò ad eadem & oculus, oculo quidem æquiceleriter delata ſtare: quæ uerò tardius, in contrarium ferri: quæ autem celerius, præcedere exiſtimabuntur.

Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uerò feratur b, ſed e æquiceleriter oculo k & d, celerius ipſo: e ab oculo uerò k, procidant radij k b, k c, k d, igitur oculo ipſos b c d, inſequente. Semper c per e delatum ſtare putabitur. At b derelictum in contrarium ferri, & d celerius ipſo c uidebitur præcedere, plus nanq; ab ipſo c diſtat.

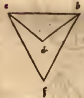
Theorema 54. Propoſitio 55.



SI aliquibus delatis differat, quippiam aliquid non delatum, non delatum in contrarium ferri putabitur.

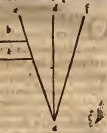
Ferantur nanq; b d, maneat autem c, & ab oculo f, procidant radij f b, f c, f d. Igitur b quidem delatum propius, eritq; c. At d diſcedere longius, proinde c in contrarium ferri putabitur.

Theorema 55. Propoſitio 56.



OCulo propè ſpectatum accedente, ſpectatum augeri putabitur.

Spectetur, inquā, b c, oculo in f, poſito ſub f b, f c, radijs, permuteturq; oculus ut propius ſit ipſi b c, ſitq; in d, ſpecteturq; idem ſub d b, & d c radijs. Igitur angulus d, angulo f, maior eſt. Sed quæ ſub maioribus angulis ſpectantur per ſuppoſitionem 4 opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo exiſtente in d, augeri putabitur potius quàm in f.

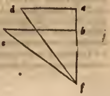


Theorema 56. Propoſitio 57.

AEquali celeritate delatorum, quæ longius diſtant, tardius ferri uidentur.

Ferantur enim æquiceleriter b K, ſicut ad partes f, & ab oculo a, radij excitētur a c, a d, a f. Igitur k minores habet ab ipſo oculo radios productos, q̄ b, minus igitur tranſibit interuallū, & prius permutans a f, uiſum celerius ferri putabitur. Aliter.

Ferātur bina ſigna a b, in parallelos rectas lineas ad b e, æqualiter æquè citò & æquali tempore procedent, ſint igitur æquales a d, b e, procidantq; radij ab f, oculo f a, f d, f e. Quoniā angulus qui ſub d f b, minor eſt eo qui ſub b f e: minus igitur a d, interuallum, uidebitur quàm b e. Quare a tardius quàm b ferri putabitur.



BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

DOCTISSIMO PHYSIOLOGO ANTO-
nio Abioſio Rauennati, artium ac Medici-
næ doctori eximio ſocero patriꝗ
humaniſsimo, fœlicita-
tem perpetuam.

PHILOSOPHANTES illi ueteres Antoni uir clariſsime, eorũ
opera, aut magnis, aut doctiſsimis uiris deſtinare conſueue
runt, aut quia inde eorum operibus maximam inuehi poſſe
autoritatem cenſebant, aut quoniam eis eorum obſeruan-
tiam explicatiorem fieri poſſe arbitrabantur, aut quòd ab il-
lis aliquid aſſequi poſſe expeditius exiſtimabant. Idꝗ pro-
pterea nos qui cùm aliquid ocij ſupereſt, illud omne Græcorum operibus ſa
pientium ſtudendis accommodauimus, & maximè hijs mathematicis, quæ
tute ſcis qualém nam gradum certitudinis obtineant, ex hijsꝗ ſtudijs pingui
bus & multiplici diſciplina ſcatentibus, noſtris laboribus (ut ſcis) eduximus
illius Megarenſis Euclidis mathematici prẹſtantiſſimi elementa, optica, phę-
nomena, catoptrica, & data. Quæ opera eo ſunt iudicio & arte ab inſigni illo
Socratico philoſopho ſtructa & compacta, ut ſtudentes eis miro quodam
ſtupore detineant. Scalam enim quandam uenerãdus ille uir compegit, qua
ad omnes mathematicas diſciplinas percipiendas aſcẽdere poſsimus, qua ſi-
ne ad eas non ſit acceſſus: quæ opera cùm à me nõnullis emancipata fuerint,
ueterem, ſinceram ac puram illam beneuolentiã tuam, qua patrem meũ no-
ſtramꝗ familiam iam pluribus annis complexus es, & quam poſtea inuicem
ſanximus conciliauimusꝗ cùm Luciam filiam tuam mihi dicaueris, fraudem
facillimè perpeti poſſe cenſerem, niſi aliquo noſtrorũ ſtudiorũ munere amo-
ris noſtri mutui ac beneuolentiæ defecatæ fructum reportaret. Quam cùm ti
bi uellem fieri explicatiorem, cumꝗ nollem Euclidis opera in lucem uenire,
niſi tuum quoꝗ nomen aliquam eius partem ſibi uendicaret, cumꝗ ad ma-
nus noſtras fortaſſe ex bibliotheca ſenatoria Marini philoſophi ac dialectici
præſtantiſsimi Protheoria in data Euclidis conſtructa perueniſſet, eam à me
Latinam eſſe cenſui faciendam, tibiꝗ dedendam: non ut abs te aliquid mihi
id propterea dari uelim (nam tute ſcis te & nos iam unũ eſſe) ſed ut eam tua
autoritate ſtudentes cumulatius exiſtiment, & tu obſeruantiã amoremꝗ no
ſtrum ſingularẽ perpendas, ac ut beneuolentię tuæ erga nos pari lance corre
ſpondeam. Futurum etenim ſcias, quòd ſi hos labores noſtros tibi placuiſſe,
gratosꝗ fuiſſe perſpexerimus, conabimur efficere, ut noſtris uigilijs aliqua
in intimis Græcorum penetralibus recõdita, ſcitu iucunda & utilia Latinam
ueſtem induere nõ aſpernentur: nam quid poſſum agere melius, cùm ocium
ſupereſt, quàm illud omne ad linguã Latinam illuſtrandã conuertere, & inde
curare ut uiui poſt mortẽ noſtræ poſsimus intereſſe poſteritati? Sed iã ipſius
Marini Protheoriam doctiſsimè inſpicito. Philoſophè æternumꝗ ualeas, in
XI. IV. XIX. elemento ſalutis, nonis Octobribus.

IN LIBRVM DATORVM EVCLIDIS PHIloſophi Platonici, ac præſtantiſsimi mathematici, protheoriæ ex uoce Marini philoſophi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete,

Caput primum.

IN primis quid ſit Datum, ponere oportet, poſtmodũ quęnam huius ex tractatu utilitas dicendũ eſt, tertium uerò ad quam diſciplinam deducitur. Diffiniunt nempe datum multipliciter aliter quidem antiquiores, & aliter iuniores: idq; propterea obtigit, ut eius uera aſsignatio difficilis ſit. Nonnulli ſiquidem nullam ipſius diffinitionem tradunt, propriam nanq; dati inuentionem tentauerunt. Alij uerò quæ ab illis iamdiu dicta ſunt complicantes, ipſum diffinire auſi ſunt, neq; hij cum illis congrue. Videntur ſiquidem omnes ex una eademq; ſententia ac perceptione excitati, de eo aliquid dicere: aſſumptum enim quid datum eſſe perceperũt, ac per hoc ſimpliciori, ac una quadam differentia datum deſcribere proponentibus illis, hij quidem ordinatum ut Apollonius in libro Inclinationum, & in uniuerſali tractatu. Notum ſicut Diodorus, ſic etenim rectas lineas & angulos dari inquit, & quicquid, & ſi rationale minimè fuerit, in cognitionem aliquam uenit. Nonnulli uerò ipſum rationale eſſe dixerunt, quemadmodum uidetur Ptolemæus, data illa appellans, quorum menſura nota eſt ad certitudinem uel prope. In ſuppoſitione autem à proponente propoſitum, datum nonnulli eſſe contenderunt. Inquiunt autem, & alio modo in primis elemẽtarijs datum. & datam rectam lineam, hoc eſt qualem quis diffiniat, detq; rectam lineam. Omnia uerò huiuſmodi perceptionem quandam ſignificare uolunt, unde maximè illæ diffinitiones comprobantur, quæ à nobis aſſumptum manifeſtè oſtendunt. In præſentia uerò ipſius dati naturam non ſolùm tenui, & uno aliquo aſsignantium, qualem uerò diffinitionem efficientium, differentias exponemus id capitulatim, eùm horum modi bene enumerati ſint. Alij nanq; ordinatum & porimon datum eſſe diffiniunt. Alij uerò ordinatum ſimul & notum. Nonnulli porrò ordinatum ſimul & porimon. Hij ſiquidem omnes apprehenſionem, ſiue perceptionem & inuentionem ipſius dati reſpicere uidentur, ac perinde prædicto modo diffinire. Vt autem eorum huiuſmodi ſententiam oſtendamus, inſuperq; ut ueram propoſitæ diffinitionis ex multis propoſitis comprehendamus inquirendum prius eſt ſimplicis uniuſcuiuſq;, & ei oppoſitum ſignificatũ, inordinati quidem dico, ignoti, & apori, & irrationalis. Extenduntur ſiquidem hæc ad præſentaneam geometricam materiam, necnon & ad res naturales, ac ad alias mathematicas diſciplinas. Deſcribunt ſiquidem ordinatum, quod idem obſeruat, per quod ordinari dicitur, aut per magnitudinem, uel ſpeciem, ſiue aliud quidpiam huiuſmodi. Vel aliter, quod aliter fieri non comprehenditur, ſed tantummodo in diffinito aliquo eſt loco, ut ſi dicatur, per bina ſigna exiſtentia deſcripta recta linea ordinari dicitur, eo quia aliter & inordinatè minimè fit. Inordinatus eſt qui per bina angulus, multipliciter ſiquidem & inordinatè deſcribitur maioris, ſcilicet, & minoris circuli infinities deſcriptorũ per bina ſigna. Rurſus ordinatus eſt qui per tria ſigna angulus. Sunt autem & hæc ordinata, ſicut ſuper data recta linea triangulum æquilaterum conſtituere, ſed ex utraq; rectæ lineæ parte tantummodo, & præter coincidentiã. Et datam rectam lineam in datam rationem diſpeſcere, tantummodo ſiquidem hoc fieret, in utraq; biſaria ſectione. Inordinata ſunt quæ hijs contrariò ſeſe habent, ſicut ſcalenum conſtituere, & rectam lineam infinities ſecare: adiacet autem diffinitioni id ex quo ordinatur, quãdoquidem unum quid & idem exiſtens quandoq; ordinatum, aliter autem inordinatum eſſe poteſt, ſicut æquilaterum triangulum, ſiquidem æquilaterũ eſt, ordinatur: magnitudine uerò non omnino diffinitur. Notum autem eſt quòd cognitum eſt, ſicut nobis manifeſtum & perceptum, ignotum uerò quod neutiquam notum, neq; à nobis perceptum eſt, ſicut quadrati longitudo nota eſſe dicitur, quæ percipitur quótnam ſit ſtadiorum, & quòd trianguli tres anguli binis ſunt rectis æquales, & quòd quæ ex binis nominibus irrationalis eſt, inſuperq; & talia nota dicuntur, ut unam tãtum eſſe ab exterius dato ſigno curuam tangentem ad utraſq; partes: ſi enim & alia fuerit, binæ rectæ lineæ areolam comprehendent, quod abſurdum eſt. Ignota uerò irrationalia non ſunt, ſed quæ non ſunt nota, neq; à nobis percepta. Porimon autem eſt

tem eſt quod neq; efficere, neq; conſtruere, hoc eſt in opinionem ducere non poſſumus. Aliter uerò rurſus porimon diffiniunt, uel quòd per demonſtrationem exhibetur, uel quando quidpiam abſq; demonſtratione manifeſtum fuerit, ſicut centro & interuallo circulum deſcribere, & triangulnm conſtituere non ſolnm æquilaterum, ſed & ſealenum, & eam quæ ex binis nominibus inuenire, & rectas lineas rationales potentia tantnm commenſurabiles indagare, & alia quæ infinities fiunt porimata ſunt, ſicut per bina ſigna circulum deſcribere. Aporon uerò eſt qnod porimo ipſi ſeſe contrario habet, ſicut circuli tetragoniſmus: nondum enim in uia eſt, & ſi illnm exhiberi poſſe putent: at ſcire eum poſſumus, eius ſiquidem eſt diſciplina, nondnm tamen percepta. In præſentia uerò iam de eo quod in uia eſt ratio aſſignatur, quare & proprie porimon id appellant, quod nondum in diſciplinæ uia eſt, qnod autem perceptum exhiberi poteſt, poriſton propriè appellant. Aporon autem, nt dictũ eſt, qnod ipſi porimo contrarium eſt, hoc eſt cuius inquiſitio dijudicata non eſt. Rationale eſt, de quo dicendum eſt, magnitudo, uel ſpecies, ſiue poſitio, ſed diffinitio huiuſmodi quidem communior eſt, proprie uerò & ex ſeipſo rationale eſt, quod per aliquam dimenſionem poſitione cognoſcimus, aut palæſta ſiue cubito, aut digito. Hijs ſic diffinitis, quod reliquum ſupereſt facilè eſt, eornm quæ dicta ſnnt communicantiam, & differentiam coniectare. In primiſq; quomodo ordinatum ad notum, & hijs oppoſita ſeſe inuicem habent. Eorum quæ connectuntur eadem non ſunt, neq; eorum in quibus alterum altero plus eſt. Et ſi eis plura communia exiſtant, ſicut per bina ſigna rectam lineam ſcribere, ac per tres circnlos triangulum æquilaterum conſtruere. Sed circulum quadrare ordinatum quidem, ignotum uerò eſt, & quod nna tantum recta linea curuaturam ab uno ſigno tangit. Ordinatorum & minimè perceptorũ aliter ſe habere eſt, ſiquidem & illius demonſtratio & conſtructio cognoſcitur. Rurſus quæ in infinitum fit ſectio, & ſcaleni conſtructio cognoſcitur quidem, ſed nondum ordinatur. Quare manifeſtum eſt, quod ipſius ordinati, aliud quidem notum, aliud uerò ignotum, & rurſus ipſius noti: aliud ordinatum, at aliud inordinatum eſt, & ſic ſe hæc habent adinuicem ſicut rationale, & quod incedit neq; huiuſmodi coæquant ſeſe, neq; alternm alterum excedit. Similiter ordinatum, & inordinatũ ſeſe habet, ac porimon & aporon. Commnnicant ſiquidem hæc plurimum, differuntq; ut dictum eſt. Curuatura ſiquidem ordinatur, ſed hijs qui Archimedem præceſſerunt in uia erat, & alia quæ infinities fiunt, & inordinatè, porima quidem ſnnt, ſi quis eorum conſtructionem, ac conſtitutionem intelligat, non tamen etiam ordinata, ut ſcalenum triangulum intelligere, in ipſumq; conſtructionem intelligentiam ducere ab æquilatero, nec difficilè id eſt, ſed in promptu, & quicquid inordinatum & infinitnm. Sic autem ad rationale & irrationale, ordinatum & inordinatum ſeſe habet: communicant ſiquidem inuicem admodum, differuntq; modo prædicto: hæc autem inuicem minimè ſnnt æqualia, neq; alterum altero percipitnr, nam quæ ex binis nominibus, & ſic aſſumptæ irrationales, ordinatæ quidem ſnnt, ſed neutiqnam rationales, & quæ dimetientis ad coſtam quadrati eſt ratio. Rationalium quidem plura inordinata ſnnt, ſicut quæ multipliciter, indeterminateq; fiunt: poſſumus enim & ſcalenum triangulum menſura diffinita rationali propoſita metiri, & ſiquidem inordinatnm fuerit, noti autem ad porimon ſimilitudinem omnino inſpicere facilè eſt, differentiam uerò elicere difficilè: natura nanq; propè ſunt adinuicem, quare ſeſe inuicem coæquare uidentur, tamen hæc certè intuentibus quædam ineſſe uidebitur differentia. Qnod quidem una ſit inflexionem ab uno ſigno tangens, manifeſtum ac notum eſt. Non tamen id propterea iam id problema porimon eſt, nondum enim perceptum, quare omne notum non omnino porimon eſt: porimon ſiquidem omne notum eſt. Maius igitur eſt notum ipſo porimo. Rurſus notum porimon & rationale quandoq; communicant, at quandoq; inuicem differunt modo iam dicto. Nam quæ irrationales dicuntur notæ ſunt, non tamen rationales, numerus enim omnis rationalis quidem eſt, non tamen omnis notus eſt. Et rationale ex ſuijpſius more ſimiliter rationale eſt, nec ſic rationalis erit longitudo, in idem ſiquidem deducunt dimenſionẽ, nota ſiquidem eſt longitudo, at quandoq; minimè, & ſi in eadem fuerint conſuetudine. Fortaſſe autem & inuenire difficilè eſt. Rationali quidem, at ignotum, uidetur ſiquidem & rationali notum eſſe aliquid plus. Quod autem porimon & aporon, à rationali & irrationali differunt, ex hijs eſt manifeſtum: porima enim eſſe poſſunt & irrationaliũ aliqua. At rationalinm irrationale nullum, affinitas antem horum ſicut & aliorum omnino manifeſta, hæc adinuicem ſic ſe habent, quare porimon rationali plus eſſe uidetur, operæ etiam precium eſt & prædictorũ differentiam coniectare. Rationale quidem & irrationale per dimenſionis relationem, dicuntur ad cognitionẽ noſtram minimè uenientis, poteſt enim quidpiam rationale exiſtens nobis minimè notnm eſſe, quatenus rationale eſt, neq; percipi quod rationale ſit. Ordinatum uerò & inordinatum, non per idem, & iuxta propriam ſpeculati naturam eſt, & ſi à nobis minime percipiatur, plura igitur ordinata natura poſterius Archimedes ex Serini ſermonibus, quod ordinantur demonſtrauit. Notum autem & ignotum, quo ad noſtram relationem

tionem dicitur, quare prædicta inuicem differũt. Siquidem hoc ad nos habet relationem, illud uerò quo ad naturam, hoc autem ad dimenſionem. Cum iam præpoſitorum ſocietas & differentia diffinita ſit, reliquum ſuperfuerit, quid nam ſit datum indagare. Quicunq; in præſentia à proponente quid per hypotheſim datum, id datum eſſe putant, à quæſito aberrant, elementa nanq; datorum omnia ſimul ordinantur, & non de eo quod per hypotheſim, ſicuti ex hijs quæ in eorum tractatu ſunt licet intueri. Quare perceptionem huiuſmodi nos negligentes, aliter diffinientium rationes ordinare oportet. Erit autem quod per hypotheſim datum, id quod poſt principia ſpeculatur, diffiniunt iam nominatiuis diffinitionibus utentes, uno aliquo dictorum illud charactere pingẽtes. Sicut in principio dictum eſt, omnes autem fermè ut communem ſentẽtiam de dato retinere uideantur, perceptũ enim quid illud eſſe aſſumpſerunt, quemadmodum & ipſius dati nomen oſtendit, & in primis illi qui per hypotheſim datum deſcribunt. Nonnulli uerò cõceßionem reſpexerunt. Nos autem quoq; utentes prædicta tanquam canone & foro, ipſius dati perfectam diffinitionem inuenire poterimus. Manifeſtum autem quod coæquatione aut conuerſione ipſum indiget ad diffinitum, & hoc ſubſiſtere oportet eis quæ rectè datæ ſunt diffinitionibus, eſt & propoſiti hæc in illis diffinitionibus quæ ſimplicius dictæ ſunt, quæ porimon diffiniet, in complicatis autem notum ſimul & porimon: reliquæ uerò omnes imperfectæ ſunt, neq; enim ordinatum diffiniens eueſtigio ad dati comprehenſionem extenditur, eo quia neq; in totum, neq; ſolum ordinatum perceptum eſt, ſed inordinatorum nonnulla ſicut oſtenſum eſt. Neq; illa idonea eſt quæ notum ipſum diffinit, neq; enim hoc totum perceptum eſt, & ſi tantum igńotum enim nequaquam fuerit perceptum, neque ipſum rationale diffiniens diffinitio, perfecta erit, nam hoc ſolum perceptum non eſt, quoniam & irrationalium aliqua forſitan autem neque omne rationale perceptum eſt, ſicut & hoc diffinitum eſt prius. Deficit iam in nominatiuè aßignatis porimon, quare uidetur maximè perceptionem oſtendere, nam omne porimon percipi poteſt & ſolum, huiuſmodi autem diffinitione uſus eſt Euclides ſpecies omnes dati deſcribens. Compoſitarum diffinitionum perfecta eſt quæ notum ſimul & porimon datum eſſe diffinit, genere quidem proportionale habens ipſum notum, differentia uerò porimon. Ordinatum autem ſimul & porimon dicens imperfecta eſt, nam non ſolum huiuſmodi data ſunt & qui datum, & rationale ſimiliter defectiuè datum comprehendit. Quæ uerò notum ſimul & ordinatum, eo quia propoſitum excedit, neq; ſana eſt, neq; enim omne huiuſmodi datum eſt. Soli iam reliquum dati ſententiæ attingere uidentur, qui illum notum eſſe dixerunt, nam tale omne percipi poteſt & ſolum, bina autem hæc ſubſiſtere oportet in diſciplinaribus diffinitionibus datis. Hijs autem propè ſunt compoſitæ & ſic. Datum eſt cui exhibere poſſumus æquum per ea quæ à nobis in primis prioribusq; ſuppoſitionibus dicta ſunt, prædictis autem Euclides ubiq; in exhibendo utens, notum prætermittit, tanquam porimon iuxta ſequens. Accuſaret autem quiſpiam ipſum rationabiliter, tanquam prius communiter datum minimè diffinientem, ſed immediate unamquanq; ipſius ſpeciem. At qui in geometria elemẽtari prius ſimplicem lineam quàm lineæ ſpecies, & alia huiuſmodi diffiniuiſſe uidetur.

¶Quę nam utilitas ex datorum tractatu, Caput ſecundum.

Cum forſitan quoad præſentaneum uſum ipſum datum dijudicatum ſit, ſubſequens fuerit ipſius tractatus utilitatem præbere: eſt ſiquidem hoc ad aliud habentium reductionem, ad locum enim qui reſolutus dicitur, neceſſaria eſt admodum huius cognitio. Quantam nanq; potentiam habeant in mathematicis diſciplinis, & alijs eiuſdem generis, ſicut perſpectiua & canonica locus reſolutus in alijs diffinitum eſt, & quòd demonſtrationis eſt inuentio ipſa reſolutio, & quòd ad inuentionem demonſtrationis ſimilium nobis confert. Et quòd maius eſt reſolutiuam potentiam obtinere, quàm plures particulares demonſtrationes habere.

¶Ad quam diſciplinam reducatur datorum tractatus, Caput tertium.

Ad omnes ſiquidem huiuſmodi diſciplinas, cum datorum ſpeculatio utilis ſit, quandoquidem ad reſolutionem plurimum confert, opportunum neutiquam fuerit ipſam reduci ad aliquam unam diſciplinam dicere. Sed ad eam quæ in uniuerſali mathematica dicitur, ea ſiquidem eſt quæ ſeſe habet circa multitudines, tempora, & celeritates, huiuſmodiq; omnia, inquantum iam circa rationes proportiones, & ubiq; medietates negociatur. Huiuſmodi ergo datorum diſciplinari perceptione utilima exiſtente, datorum uolumen Euclides elaborauit, quem propriè & elementarem appellauerunt. Totius enim fermè mathematicæ diſciplinæ elementa, & tanquam introductoria ordinauit, ſicut geometriæ quidem totius in tredecim uoluminibus, & aſtronomiæ in phænomenis, muſicesq; & perſpectiuæ ſimiliter elementa præbuit. At dati tractatus in propoſito libro elementarem reſolutiuã fecit. Geometricus enim exiſtens ipſe uir diuiſim communes ipſius dati rationes propriè cõglutinauit. Sicut in uniuerſalibus rationibus fecit, ut in magnitudinibus eas propriè operatus in quinto de plano uolumine. Cõmuniter quidem quid

ſit datum

ſit datum dictū eſt, & ad quam diſciplinā reducatur, ac quòd eius ſpeculatio utilißima eſt, hijs iam quæ
dicta ſunt, adijciatur quoq; ipſius deſcriptio diſciplinæ: erit ea ſiquidem, ſicuti ex prædictis eſt manife-
ſtum, datorū perceptio iuxta omnem locum, & eorum quæ eis eueniunt: propriè uerò & ſicut ex pro
poſito uolumine dicatur eſſe methodus totius datorum diſciplinæ elementa cōprehendens, habebit au-
tem & ipſa conſequenter utilitatem & alia iuxta relationem ad ipſum datum. Diuiditur autem ipſum
uolumen in dati ſpecies: & in primis, primum ſegmentum ea quæ ratione data ſunt comprehendit, ſe-
cundum autem ea quæ poſitione, & demum ea quæ ſpecie. Simplex enim erat quæ de magnitudine da-
tis: diſſeminauit autem & hæc particulatim in alijs, & maxime in hijs quæ ſpecie data ſunt. Orſus au-
tem eſt ab hijs quæ ratione & poſitione data ſunt: quandoquidem ex hijs quæ ſpecie dantur conſtant,
Aliter facta etiam ipſius libri diuiſio, in uniuerſales magnitudines, in lineas & plana, & cyclica theo-
remata: ſimili nanq; ordine & in diffinitionibus ſiue uoluminis ſuppoſitionibus uſus eſt. Secutus autem
eſt modum doctrinæ non per compoſitionem, ſed per reſolutionem, quemadmodum & Pappus ſatis in
libri huius commentationibus demonſtrauit.

FINIS.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

CLARISSIMO VIRO MARINO GEORgio, patritio Veneto, artium ac ſacræ Theologiæ doctori eximio, Brixienſiumq; præfecto deſignato, S. D.

PLVRES *hominum maxima tenet admiratio Marine Geor-*
gi philoſophe doctißime, quòd in humanis ita ſit comparatum ho-
mines abſq; dißidijs, cōtumelijs, iurgijs, tumultibus, bellisq; atro-
cibus quaſi uiuere neſciant. Ac ſi eorum miſera conditio foret, ſi
amore paceq; mutua ſibi inuicem correſpōderent. Idq; magis mi-
rum uideri ſolet, cum hij qui ab humanitate nomen ſibi uendica-
runt, non niſi inhumaniter uitam agere curēt. Quod quidem uir
clarißime nobis enucleatißimè conſtat: nam ſi uelimus ueterum
memorias altius recenſere, quam ætatem bellorum uacuam com-
periemus? nullam. Sed ne à memoria noſtra longè diſtantia repe-
tamus, quid de noſtra ætate, quam uidimus, nec apud autores le-
gimus, in qua ea obtigerunt, quæ ſi à nobis ſic ſicut uiſa ſunt lege-
rentur, proculdubio ſomnia & phantaſtica machinamenta eſſe putarentur. Nam decem autem aut un-
decim annorum interuallo quot, quantaq; ac qualia euerſa, immutata, ſubuoluta, radicitusq; conuulſa
noſtris oculis conſpeximus? Tu optime noſti qui ob ſingularem doctrinam tuam, erga patriamq; uel ma-
ximam fidem, à ſenatu legatus miſſus hos turbines uidiſti, & ingenij tui libramine ponderaſti. Teſtis
heu teſtis eſt Neapolitana ciuitas, quæ plures ſtrages perpeſſa, uno anno, rem nullis ſeculis auditam re-
gale ſceptrum quinquies commutauit. Teſtis heu teſtis eſt illa Roma, quæ cùm alias ſubacta Italia: ferro-
cißimas infrenesq; nationes domuerit, longe lateq; fines imperij propagauerit, ſæpius in præſentia non
in Italia, ſed apud urbis muros: non apud muros urbis, ſed in ipſa urbe: non hominum tumultus, ſed enſes
euaginatos: non enſes euaginatos, ſed multas cædes, & funera paſſa eſt. Teſtes heu teſtes ſunt Fluentino-
rum, Felſinenſiumq; agri toties à militibus dißipati. Teſtis demum tota Italia tranſpadana toties bellis
atrocibus, cædibus miſerandis, ignibus maximis conquaſſata. Sed quid de illa quæ citra Padum eſt Italiæ
regione dicemus? nil niſi laborioſum, nil niſi flebile, nil niſi illacrymabile, & quod potius ſilētio tran-
ſeundum ſit, quàm ea quæ obtigerunt connumerare. Nam ſi Tarrhenſes agri uocem attollere poſſent, ſe
hominum cæde uel maxima contabuiſſe, humaniq; ſanguinis copia affatim effuſi inundaſſe quererētur.

*Si totæ Italia loqui poſſet, eam ad funeſtum deplorabilemq; ſtatum perueniſſe intelligeremus. Sed hæc
in præſentia miſſa faciamus: quandoquidem in præſentia hiſtoriam non conſcribimus, & quæ apud po
ſteros, non paruam, ſed nullam fidem ob rei magnitudinem ſit habitatura. Quæ omnia licet quodam ni
ctu oculi obtigerint, non eſt tamen quòd perinde nos mirari oporteat: nam ſi á cauſis exordiri atque ad
huiuſmodi effectus nos ipſos deuoluere uelimus, ſiue etiam ab his effectibus incipientes cauſas altius re-
petere uoluerimus, bella huiuſmodi ex contrarijs gigni uoluntatibus comperiemus, quæ ab appetitu di
uerſo oriuntur, quem diuerſa hominum ſortita eſt qualitas, quam illi quatuor humores efficiũt, qui cum
ab illis elementis toties celebratis ſcateant, iuxta temporum qualitatem, ſtellarumq; in humana huiuſ-
modi uires ſuas transfundentium motum & influxum, augentur, attolluntur, imminuuntur ac deprimi
ſolent. Fitq; nimirum ut uniuſcuiuſq; loci & regionis exigit diſpoſitio, quemadmodum in Aphoriſmis
medicorum princeps nos docet Hippocrates. Alij namq; ſunt influxus in ſeptentrionalem plagem uer-
gentibus, at alij hijs qui auſtralem inhabitant, itidemq; alij orientalem regionem colentibus. At alijs a-
liter ſeſe habet, & ſic ſicut regio ſepoſita fuerit. Quare cum ea quæ inuicem non conueniunt, non ſint
æqualia ſed diſsideant, ſicut in elementis præſtantiſſimus ille mathematicus nos docet Euclides: at aduer
ſæ hominum uoluntates cum inuicem non conueniant, ſed mira quadam diſcrepantia diſsideant, ſuper-
eſt igitur ut contrariæ remaneant. Quòd cùm ita ſeſe habeat ſi priſcus illis temporibus ſacrorũ natum
monumenta multa bella, & funera facta fuiſſe commemorant: ſi Aſſyriorum, Perſarum, ac aliorum na
tionum horrendos tumultus Dionyſius Halicarnaſſeus, Diodorusq; Siculus, ac Iuſtinus narrãt: ſi Thu
cydides Athenienſium: ſi T. Liuius Romanorum illa deniq; miranda facinora & nõ ſine magna copia
ſanguinis, & non niſi totius mundi trementibus quaſi cardinibus, explanauit: ſi Quintus Curtius Ale-
xandri Macedonis in Perſarum Darium delicatiſſimum regem expeditionem terribilem, expugnatio
nemq; ac uictoriam ſubactis Perſis explicat: ſi ille quoq; dicat quòd fraterno primi maduerunt ſangui-
ne muri: ſi demum quoq; noſtra tempeſtate priſcis illis temporibus exorta bella, ac nõ extincta, ſed uſq;
in id tẽporis propagata in præſentia horrendis tumultibus, magnis cædibus, ardentibusq; occulte odijs
ferueant: non eſt id propterea clariſſime philoſophe, quod mirari debeamus. Dolendum potius eſt inge
miſcendumq; plurimum, quandoquidem bella quæ inter eos qui ſub Chriſti glorioſi uexillo uiuunt, tam
atrociter fiunt, non externa ſed ciuilia ſunt, ac ſi in præcordijs, in inteſtinis ac in intimis cordis penetra
libus gererentur. Illud, inquam, uir doctiſſime poſſumus dicere: Quis furor ô ciues, quæ tanta licentia
ferri, Gentibus inuiſis Latium præbere cruorem. Cumq; ſuperba foret Babylon ſpolianda trophæis Au
ſonijs, umbraq; erraret Craſſus inulta, Bella geri placuit nullos habitura triumphos. Heu quantũm ter-
ræ potuit pelagiq; parari. Hoc quem ciuiles auxerunt ſanguine dextræ, Vnde uenit titan & nox ubi ſi
dera condit, Quaq; dies medius flagrantibus æſtuat horis, Et quia bruma rigens ac neſcia uere remit-
ti, Aſtringit ſcythicum glaciali frigore pontum. Subiuga iam Seres, iam Barbarus iſſet Araxes, Et gens
ſi qua manet naſcenti conſcia Nilo. Tum illud accedit, quòd hijs bellis noui emergunt ritus, noui mores:
nam nunc prætextatos referunt Artaxata mores, & ſi quid uſpiam eſt bonarum literarum illud interit.
Nam adſunt adhuc in Italia illa fœdiſſima Vandalorum Gothorumq; ueſtigia, qui poſtea quàm Italiam
flamma, ferro, cæde, rapinis, & alijs huiuſmodi ſæuientium beluarum peruerſis moribus fœdarunt, ma
ximas bonis literis tenebras obiecerunt, & adeò ut ipſæ contremiſcentes pluribus annis inuiſæ, ritu fe-
rino uiuentibus deliteſcerent. Quibus beluis in uniuerſum ſæuientibus multa priſcorum illorum uete-
rum præclara opera interierũt, multa obcæcata & ſubuerſa, multa fœdiſſima barbariẽ obſita in lucem
exierunt. Perijt, inquam, tunc perijt illa priſca mathematice diſerendi conſuetudo, & adeò ut quæ pri
ſcis illis temporibus adoleſcentulis plana & facillima ac in promptu erant, in præſentia uelut alta cali
gine demerſa, difficillima nimisq; recondita eruditiſſimis uiris etiam eſſe uideantur, neq; id mirum. Eu
clides nanq; Megarẽſis mathematicus præclariſſimus, qui omnium mathematicarum diſciplinarũ unus
eſt qui nobis fores reſerat, in primis nimis peruerſe interpretatus ſtudentium animos pluribus annis am
biguos tenuit. Nam cum illud quòd illius eſſe aſſeritur uolumen ſtudẽtes legerent, miris laruis, ſomnijs,
& phantaſmatibus quibus ille interpres barbariſſimus illud referſit: offenſi, neq; autori fidẽ adhibebãt,
neq; illi detrahere audebant. Quare cùm nos hijs diſciplinis operam per plures annos accommodaue-
rimus, uolentesq; noſtris laboribus ſtudentiũ communi utilitati conſulere, ipſius Euclidis elementorum
uolumina tredecim ex Theonis traditione non minoribus uigilijs quàm laboribus quibus per ſepten-
nium inſudauimus, ex Græcia in Italiam deduximus: quibus laboribus tandem uoto ſuperatis, decreue-
ramus, ut qui ex fluctuanti proceloſoq; mari, portum quietum cupit, nos alicui amœno ſtudio emanci-
pare, animumq; hijs ſtudijs feſſum ad humaniora conuertere. Cupiebamus etenim illam ſublimis Home
ri poëſim uidere, uim Demoſthenis ſuſpicere, ſuauitatem Iſocratis mira quadam ſanctitudine mixtam
guſtare,*

guſtare,Pyndaricos fontes libare.Tum illa ruſticana Theocriti in præſentia in aliqua grata umbra æſtuanti corpori relegere. Quandoquidem ut optimè noſti in præſentia ſol domum eſt leoninam ingreſſus,radijſq; ad rectos angulos procidunt,idq; propterea inferiora hæc uehementius incendunt. Tamen habitus qui aut nunquam,aut difficulter à ſubiecto conuelli poteſt, diſpoſitionem huiuſmodi diſſauit, factum nanq; eſt ut cum me accingerem,ut ipſius Euclidis opera ſeponerē,ecce ut euenire ſolet,ad manus ipſius Euclidis data peruenerunt, opus ſanè præter id quod iucundum,ſtudentibus etiam neceſſarium,quandoquidem ex eo facillimè datur intelligi,quòd toties Euclides ipſe in elementis datum appellat. Quod opus quoniam pulchrum,utile,neceſſarium,ſcitu iucundum,& quia ex hijs laqueis mathematicis me eximere,neſcio,tum quoniam hucuſq; Latinis ignotum extitit,Latinum id à me propterea faciendum eſſe cenſui,tuoq; nomini humaniſſime philoſophe deſtinandum. Eo ſanè argumēto ut meam erga te obſeruantiam,amoremq; ſingularem inde cognoſceres. Tum quoniam cum hiſce diebus triumuiratum Reipublicæ patrocinatorium ageres, magiſtratum ſanè in ciuitate grauiſſimum, à quo ſicut uirtutes benigniſſimè fouentur,ſic uitia & ſcelera ſeueriſſimè uindicātur,quem cum per pauculos dies mira integritate,ſed miranda te adeuntium ſatisfactione exercueris,& adeo ut Brixienſium præfectus omnium penè comitiorum ſuffragijs deſignatus extiteris, tu te meo patri neſcio qua liberalitate te me uel libenter cognoſcere uelle dixiſti. Cognoſces igitur me,& quid tui uetuſtiſſimum mancipium, quale uerò quis neſcit,ineruditum,indoctum,incultum,philoſophum tamen, & eum qui diuini Platonis decreta auidiſſimè ſequi cupiat,ita tamē ut quandoq; uelut transfuga & explorator caſtra philoſophantium petat. Sed quoniam ſi uelis binas longè inæquales magnitudines componere:id,inquam,haud facilè factu tibi fuerit,niſi medius quidam ſit propoſitus limes quo analogico medio extrema conueniant, coaleſcāt,ſeq; mutuo pulſent. Nam ſi ſexdecim ad quaternarium comparare uolueris,quippe quoniam longe diſtant,medio indigent:octonario ſanè,ad quem eam ſexdecim habent, quam ipſe ad quatuor habitudinem,duplam quidem. Sed quoniam bini dupli quaternarium conficiunt, ex ea igitur analogia ipſorum ſexdecim,ad octo,& octo ad quatuor,ea ſcatet ratio quadrupla qua & ſexdecim, & quatuor reuinciuntur. Quod cùm ita ſeſe habeat,cum mea paruitas tuæ magnitudini nulla ex parte cohæreat, fuit igitur medium adhibendum,quo tibi uir clariſſime fuiſſet ſatisfactum, & id ſanè quod tuæ illi rariſſimæ doctrinæ correſponderent. Data igitur ipſius Euclidis ea erunt quibus me cognoſces, quibus meam erga te fidem,& obſeruantiæ magnitudinem intueberis. Quæ cum in præſentia Græca ueſte repoſita,Latina induta ſint,te petunt,te adeunt, te uir doctiſſime uidere geſtiunt, tuoq; ſublimi iudicio comprobata,ſub tuo nomine in manus ſtudētium uenire cupiunt. Tantum igitur hoſpitem philoſophe præſtantiſſime,hilari fronte ſerenoq; uultu accipies,& eo ſanè quo uiros doctos aſpicere,& tibi beneuolentia deuincire ſoles. Verùm quoniam priſcorum fuit conſuetudo,ut maximos uiros abſq; munere adire nulli liceret,id propterea,tibi non orientaliū gemmas,non Arabum munera uulgo precioſa,non id quod plures hominum præclariſſimum bonum exiſtimāt,aurum ſcilicet, non id demum quod paruo temporis interuallo exiguo nutu fortunæ euaneſcit afferimus. Id quoniam tibi tradere conamur quod rariſſimum ſit,idq; propterea omni theſauro fœlicisq; Arabiæ ditiſſimis muneribus longè precioſius, longeq; præclarius,hæc igitur noſtra tibi erunt tradita munera,quæ ſi talia fuerint, quæ tua excellens doctrina amplexetur,tuum illud ferax ingenium benignè foueat. Curabimus noſtris laboribus,præclaris illorum ueterū operibus,& huic noſtræ ætati ignotis nomē tuum illuſtrare,ut tu multis annis etiam poſt mortem uiuere poſſis. Sed hoc iam ſatis eſt,hoc libello,iam peruenimus uſque ad umbilicum, longaq; nimis ac inculta oratione, quæ ne quàm par eſt,prolixior euadat, iam te ad ſublimem datorum doctrinam,philoſophe doctiſſime tranſmittam. Valeas æternum philoſophantium exemplar rariſſimum.

Venetijs. M. D. V. VIII.

Idib. Sextilis.

EVCLIDIS MEGARENSIS

PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMAticiq́; præſtantiſsimi incipit liber Datorum, ex traditione Pappi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

Diffinitio prima.

DATA *magnitudine dicuntur areæ lineæ, & anguli quibus æqualia poſſumus exhibere.*

Diffinitio ſecunda.

Ratio dati dicitur, cui eandem poſſumus exhibere.

Diffinitio tertia.

Rectilineæ figuræ ſpecie dari dicuntur, quarum anguli dati ſunt ad unum, & laterum rationes adinuicem datæ.

Diffinitio quarta.

Poſitione dari dicũtur ſigna, lineæ, & anguli, quæ eundem ſemper locum obtinent.

Diffinitio quinta.

Circulus magnitudine dari dicitur, cuius quæ ex centro magnitudine datur.

Diffinitio ſexta.

Poſitione magnitudineq́; circulus dari dicitur, cuius centrum poſitione datur, ea quæque ex centro magnitudine.

Diffinitio ſeptima.

Segmenta circuli magnitudine dari dicuntur, in quibus anguli dati ſunt, & ſegmentorum baſes magnitudine.

Diffinitio octaua.

Poſitio & magnitudine ſegmenta dari dicuntur, in quibus & anguli dati ſunt magnitudine, & baſes ſegmentorum poſitione & magnitudine.

Diffinitio nona.

Magnitudo magnitudine dato maior eſt, quando ſublato dato, reliquum eidem æquum fuerit.

Diffinitio decima.

Magnitudo magnitudine dato minor eſt, quando adiecto dato, totum eidem æquum fuerit.

Diffinitio undecima.

Magnitudo magnitudine dato maior eſt quàm in ratione, quando ablato dato reliquum ad idem rationem datam habuerit.

Diffinitio duodecima.

Magnitudo magnitudine dato minor eſt quàm in ratione, quando appoſito dato reliquum ad idem rationem habuerit datam.

Diffinitio decimatertia.

Producta eſt quæ à dato ſigno in poſitione rectam lineam acta recta linea in datum angulum, uel in datum ſignum.

Diffinitio decimaquarta.

Reducta quæ à dato ſigno ad poſitionem rectam lineam, recta linea in angulo dato acta eſt.

Diffinitio decimaquinta.

Appoſitione eſt quæ per datum ſignum poſitione rectæ lineæ parallelus acta eſt.

Interpres.

¶ Quoniam in eo uolumine ex quo Data huiuſmodi tranſcripſimus, in Latinumq́; conuertimus, quod ſane uetuſtiſsimum eſt, nonnullas adiectiones comperimus, quæ licet breues & conciſæ ſint, quoniam ad datorum intelligentiam plurimum conferunt, ut ſeſe habent ſic eas ſumus interpretati, ſtudentes uerò iudicabunt. Apud Græcos id obſeruatum, inquam, inuenimus, ut non omnes interpretationes

autorum

autorum ſcribant aut conficiant,ſed hij tantum qui inter autores nominari poßint,ut fuerunt Homerici & Pyndarici interpretes,& alij plures uiri ſanè grauißimi in diſciplinis humanioribus. Itidem quoq; in phyſiologicis ut ſunt interpretes Ariſtotelici, Ammonius, Alexander, Ioannes grammaticus, Themiſtius,& Platonici,ſic etiā in mathematicis,ut Theon,Hypſicles,Pappus,Heron Alexandrinus, Proclus Lycius qui in Euclidem ſcripſerunt, factumq; eſt id propterea ut apud Græcos non uideamus iſta impreſſa nugarum uolumina,quorum nos Latini pleni ſumus. Videmus enim unumquenq; autorem tribus & quatuor commentationibus eſſe non interpretatum,ſed laceratum,& adeò ut crebro ſtudentes neſciant ubi nam ſit incipiendum, quippe quoniam ſunt adeò nugis & laruis neſcio quibus obſiti, ut cæcutientes in tenebris ambulent:illud,inquam, Horatianum ſi unquam nunc mirum in modum uerum eſt, nam ſcribimus indocti doctiq; poëmata paßim:nolim tamen detrahere famæ & autoritati Seruij, Acronis,Porphyrij,Donati,Lactantij grauißimorum autorum,qui linguam Latinam illuſtrarūt, de illis uerò alijs quid dicendum ſuperſit,ignoramus. Ecce etiam plurima uideas opuſcula in grammaticis compoſita quæ in eum creuerunt numerum ut ſtudentes ſuperauerint. Miramur plurimum quòd in hac noſtra ætate tanta ſit audacia,ut quaſi Priſcianus, Diomedes, Agretius, Phocas, Donatus, & alij autores grauißimi non ſatis exquiſite ea quæ in grammaticis erant dicenda conſcripſerint, neſcio qui inſurrexerint conantes ut ſuæ nugæ neglectis autoribus bonis legantur, & hijs aſſueſcant adoleſcētes, qui hijs nugis cura præceptorum iudicio carentium ſtudentes ſcholis ignorātißimi exeunt,ſed hos iam miſſos faciamus cum cuilibet audēdi ſemper æqua fuerit poteſtas,redeamusq; ad rem noſtrā. Vbicunq; igitur in datorū theorematibus lector humanißime,uidebis aliqua dicta p Scholiū,ea oīa ex Græcis adiectiōibus ſumpta eſſe cēſeto. Ea enim à Græcis Scholia nūcupātur,quæ à nobis Latinè poſtilla dicūtur.

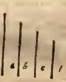
Scholium.

Datorum aliqua poſitione,at alia magnitudine data ſunt. Datum ſiquidem quadrupliciter dicetur, aut enim magnitudine,aut ſpecie,aut ratione,aut poſitione dari dicitur: quid uerò horū unumquodq; ſignificet,ipſe Euclides docet. Cōmuniter autem dicitur datum,cui idem inuenire & exhibere eſt poſſibile. Datorum uerò traditionem in plano uno poſitam accipimus,ſicut in ſex prioribus libris elementorum. Data ſunt definita,hoc eſt quorum finis datur aut intellectu aut ſenſu, hijs enim æqua poſſumus exhibere,ſimiliter autem ſiue intelligentia,ſiue ſenſu,poteſt autem rationale & irrationale datum eſſe, ut inquit Pappus in principio eorum quæ in Euclidem ſcripſit,rationale nanq; datum eſt:ſed non omnino datum rationale eſt,ſed has tres diffinitiones ultimas de magnitudinibus aiunt eſſe Apollonij.

Theorema 1. Propoſitio 1.

DAtarum magnitudinū ratio adinuicem datur.

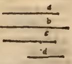
Sint datæ magnitudines a b,dico quòd ipſius a ad b,ratio data eſt. Quoniam enim datur a, poßibile eſt per primam diffinitionem ei æquam exhibere,exhibeatur & eſto e. Rurſus quoniam data eſt b,poßibile eſt per eandem eidem æquam,exhibere:exhibeatur & eſto d:quoniam igitur a eſt æqualis ipſi e,& b ipſi d:eſt igitur ſicut a ad b,ſic e ad d. Ipſius igitur a ad b ratio data eſt,eadem nanq; eidem exhibetur ipſius e ad ipſam d.



Theorema 2. Propoſitio 2.

SI magnitudo data ad aliam aliquam magnitudinem rationem datam habuerit,& eadem magnitudine datur.

Data, inquam, magnitudo a ad quampiam aliam magnitudinem b rationem habeat datam. Dico quòd ipſa b magnitudine datur. Quoniam enim datur a,poßibile eſt eidem per primam diffinitionem eandem exhibere:exhibeatur et eſto e. Et quoniam ratio ipſius a ad b datur,ſic enim ſupponitur,& ei æqualem per 2 diffinitionem exhibere eſt poßibile: exhibeatur, eſtoq; ipſius e ad ipſam d ratio,& quoniā eſt ſicut a ad b,ſic eſt e ad d:uicißim igitur per 16 quinti element. eſt ſicut a ad e,ſic b ad d:æqualis autem eſt a ipſi e:æqualis igitur eſt & b, ipſi d. Datur igitur per primam diffinitionem ipſa b magnitudo, æqualis ſiquidem ei exhibetur d.

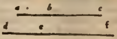


Scholium.

Hoc præcedentis conuerſum eſt quodammodo,ſed non uniuerſaliter id eſſe conuerſum dicendū eſt: eſſet enim uniuerſaliter id præcedentis conuerſum,ſi magnitudines inuicem rationem haberent datam. dantur magnitudine,nonnulli autem aggrediuntur ut oſtendant eſſe conuerſum præcedētis,inquiuntq; quòd ſi magnitudines aliquæ rationem adinuicem datam habuerint,dantur magnitudine.

Theorema 3. Propoſitio 3.

SI datæ magnitudines quęcunq; compoſitæ fuerint, & ex ipſis compoſitum datum erit.

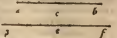


Componantur enim quælibet datæ magnitudines a b, b c. Dico quòd & quod ex a b, b c hoc eſt ipſum a c conflatū datum eſt. Quoniam enim datur a b, poßibile eſt per primam diffinitionem æqualem eidem exhibere: exhibeatur per eandem, ſitq; d e. Rurſus quoniam datur b c, poßibileq; eſt eidem eandem exhibere: exhibeatur per eandem & ſit e f. Quoniam igitur æqualis quidem eſt a b, ipſi d e & b c, ipſi e f. Tota igitur a c toti d f, eſt æqualis, per 2 communem ſententiā. Datur igitur ipſa a c: eidem ſiquidem in eadē exhibeatur d f.

Theorema 4. Propoſitio 4.

SI à data magnitudine, data magnitudo auferatur, reliqua data erit.

A data ſiquidem magnitudine a b, data auferatur magnitudo a c. Dico quòd reliqua c b, data eſt. Quoniam enim datur a b, poßibile eſt eidem æqualem exhibere: exhibeatur per primam diffinitionem & ſit d f. Rurſus quoniam datur a c, poßibile eſt ei æquam exhibere: exhibeatur per eandem & ſit d e. Quoniam æqualis eſt a b ipſi d f, & a c ipſi d e, reliqua igitur b c, reliquæ e f, eſt æqualis per tertiam communem ſententiam. Datur igitur b c, æqualis enim eidem exhibetur e f.



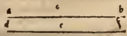
Scholium.

Et id theorema præcedentis quod minime eſt conuerſum, proprie ſiquidem eſſet conuerſum, ſi data magnitudo in quaſcunq; diuiſa fuerit, & unaqueq; earum in quas diuiditur data eſt, quæ eidem eædem & adinuicē ſunt eædem, hoc, inquā, patet in 11 quinti elementorū.

Theorema 5. Propoſitio 5.

SI magnitudo ad ſui partem aliquam rationem habuerit datam, & ad reliquam rationem habebit datam.

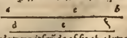
Magnitudo ſiquidem a b ad aliquā ſui partem a c, rationem habeat datam, dico quòd & ad reliquam b c, rationem habet datam, ponatur ſiquidem data magnitudo d f, & quoniam per primam propoſitionem ipſius b a ad a c, ratio data eſt, eadem eidem per 2 diffinitionem exhibeatur, ut ipſius d e ad d f, poßibile enim eſt tribus datis magnitudinibus quartam proportionalem inuenire per 12 ſexti elementorū. Ipſius igitur f d, ratio data eſt, data igitur eſt & f d. Igitur & d e, data eſt, & reliqua igitur e f, data eſt. Eſt autem & d f data. Ratio igitur ipſius d f, ad f c, data eſt. Et quoniam eſt ſicut d f ad d e ſic a b ad a c. Conuertendo igitur per correl. 8. quinti element. eſt ſicut d f ad f e, ſic a b ad b c. Ratio autem ipſius d f ad f e, data eſt ut patuit. Ratio igitur & ipſius d f ad f e, data eſt ut patuit. Ratio igitur & ipſius a b ad b c, data eſt.



Theorema 6. Propoſitio 6.

SI binæ magnitudines compoſitæ fuerint adinuicem rationem habētes datam, & tota ad ipſarum utranq; rationem habebit datam.

Componantur enim binæ magnitudines a c, c b adinuicem datam rationem habentes. Dico quòd tota a b ad utranq; ipſarum a c, c b rationem datam habet, exponatur enim data magnitudo d e, & quoniam per primam propoſitionem ipſius a c, ad c b data eſt, eadem fiat quæ ipſius d e ad e f ratio: data eſt autem utraq; ipſarum d e, e f data. Ratio igitur ipſius d e ad utranq; ipſarū d e, e f, data eſt. Et quoniam eſt ſicut a c ad c b ſic eſt d e ad e f. Componendo igitur per 18 quinti elementorum ſicut a b ad b c, ſic d f, ad f e, & conuertendo igitur per correlarium, decimæoctauæ quinti elementorū ſicut b a ad a c, ſic d f, ad d e, & quoniam ſicut d f, ad utranq; ipſarū d e, e f, ſic a b, ad utranq; ipſarū a c, c b. Ratio igitur & ipſius a b ad utranq; ipſarū a c, c b data eſt.



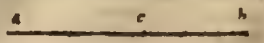
Scholium.

Datarū ſiquidem magnitudinū ratio inuicem datur, æquā enim ipſius d f, ad f e, exhibemus rationē.

Theorema 7. Propoſitio 7.

SI data magnitudo ī datā rōnē diuiſa fuerit, utrūq; ſegmētū datū eſt

Data enim magnitudo a b, in datam rationem ipſius a c ad c b, diuidatur. Dico q̃ utrunq; ſegmentū & a c & c b datum eſt: quoniā enim ratio ipſius a c ad c b data eſt, ra



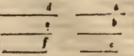
tio

tio igitur ipſius a b ad utrãq; ipſarum a c, c b data eſt. Data eſt a b, data igitur utraq; ipſarum a c, c b.

Theorema 8. Propoſitio 8.

EAndem ad idem rationem datam habentia, & adinuicem rationem datam habebunt.

Habeat ſiquidem utraq; ipſarum a, c ad b rationem datam. Dico quòd & a ad c, rationem habebit datam. Sit, inquam, data magnitudo d, & quoniam ratio ipſius a b data eſt, eadem eidem fiat quæ ipſius d ad e. Data, inquam, eſt d, data igitur & e. Rurſus quoniam ratio ipſius b ad c data eſt, eadem eidem fiat quæ ipſius e ad f, data eſt e, data igitur eſt & f. Eſt autem & d, data. Ratio igitur ipſius d ad f, eſt data. Et quoniam eſt ſicut d ad e, ſic a ad b, & ſicut b ad c, ſic eſt e ad f, ſed ratio ipſius d ad f, data eſt, ratio igitur & ipſius a ad c data eſt.



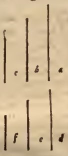
Scholium.

Aequa eſt ratio ſicut in 17 diffinitione & 22 propoſitione 5 elementorum, patet.

Propoſitio 9. Theorema 9.

SI binæ aut plures magnitudines inuicem rationem habuerint datam, habuerint autem eædem magnitudines inuicē ad alias quaſdam magnitudines rationes datas, neq; eaſdem, & ipſæ magnitudines inuicem rationes datam habebunt.

Binæ, inquam, ſiue plures magnitudines a, b, c adinuicem rationem habeant datam, habeant aũt ipſæ a, b, c magnitudines ad alias quaſdam magnitudines d, e, f, datas rationes, non autem eaſdem. Dico quòd & ipſæ d, e, f magnitudines ad inuicem rationem datam habebunt. Quoniam ipſius a ad b, ratio eſt data, & ipſius a ad d, ratio eſt data, & ipſius igitur d ad b ratio eſt data. Sed ipſius b ad c ratio eſt data, & ipſius igitur d ad c, ratio eſt data. Rurſus quoniam ipſius b ad e ratio eſt data, ipſius autem b ad c, ratio eſt data, & ipſius igitur c ad e ratio data eſt. Ipſius autem e ad f ratio eſt data, & ipſius igitur e ad f ratio eſt data, ipſæ igitur d, e, f, adinuicem rationem datam habent.



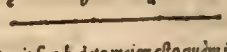
Scholium.

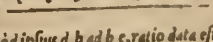
Si enim de ſubſtantia ſe habet oſtenſio quando hoc fuit eadem, uel ratio propoſitarum ad aliquas contingentes magnitudines eadem, uel quod contingentes rationem habebunt datam, in hoc exercetur problema.

Theorema 10. Propoſitio 10.

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione, & utraq; eadem dato maior erit quàm in ratione, & ſi utraq; eadē dato maior fuerit quàm in ratione, & reliqua eadem uel dato maior eſt quàm in ratione, uel reliqua cum conſequenti ad quã altera rationem habet datam, data eſt.

Magnitudo, inquã, a b, magnitudine b c dato maior eſto quàm in ratione, dico quòd & utraq; a c, eadem c b, dato maior eſt quàm in ratione. Quoniam enim a b, ipſa b c, dato maior eſt quàm in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b, ad b c, per 4 propoſitionem ratio eſt data, & componendo per 18 quinti ele. & 3 datorum ipſius d c ad b c, ratio data eſt, & eſt data a d, igitur ipſa d a ipſa c d dato maior eſt quàm in ratione. Rurſus iam a c, ipſa c b, dato maior eſto quàm in ratione. Dico quòd & reliqua a b, eadem b c, aut dato maior erit quæ in ratione, uel ipſa a b cum conſequenti ad eam ad quam ipſa b c, rationem datam habet, data eſt. Quoniã enim a c, ipſa c b, dato maior eſt quam in ratione, auferatur data magnitudo. Data iam aut ipſa a b, minor, aut maior eſt. Sit prius minor, ſitq; a d, reliquæ igitur d c ad c b, ratio per 4 propoſitionem data eſt. Diſtribuendo igitur quòd ipſius d b ad b c, ratio data eſt, per 7 propoſitionem eſtq; data ipſa a d. Igitur a b ipſa b c dato maior eſt quàm in ratione. Sed iam data maior eſto ipſa a b, ponaturq; per diffinitionem primam Datorum eidem æqualis a e. Ratio





igitur reliquæ c e ad c b data eſt. Quare & econtra ipſius b c, ad e c, ratio data eſt, & conuertendo per correlarium 18 quinti elementorum ipſius b c ad b e, ratio data eſt, & eſt c b, cum ipſa b a, data. Tota enim a e, data eſt. Igitur b a, cum conſequenti ad quam b, rationem datam habet, data eſt.

Scholium.

Hoc eſt componendo maior eſt quàm in ratione, ſicut magnitudo 10 & altera magnitudo 23 data autem ſit 3 & utraq; 33, & ipſa 10 in ipſa c d, eſt data quàm in ratione. Auferantur ſicut à data cap. 10 ad 20 data ſicut nunc in ſecunda ratione & ſicut in diffinitionibus dictum eſt, ſicut magnitudo a b, per hypotheſim 23 magnitudine b c, exiſtente per hypotheſim 10 dato maior eſto quàm in ratione. Sitq; data ad 33, ſi igitur ab ipſa a b, abſcindis datum a d, hoc eſt 3 reliqua d c 20 ad b c 10 rationem habet datàm, patuit autem in diffinitionibus, dato enim maior eſt quàm in ratione hoc patet, & manifeſtum quod & reliqua eſt, & tota a c, maior eſt dato quàm in ratione. Si enim æqualis extiterit data a b reliqua b c ad eandem b c, rurſus datam habet rationem: poſſum ſiquidem eandem eidem exhibere, ſicut in diffinitionibus. Datur ſiquidem e c, per 4 theorema, & quoniam datur utraq; ipſarum c a, a e, & ipſarum adinuicem ratio datur, per primum theorema & ipſius a c ad c c. Sed ipſius a c, ad c b, ſic ipſius b c ad c c. Quoniam enim eſt ſicut a d ad d e, ſic c d ad d b, & uiciſsim, per 16 quinti elementorum ſicut a d ad d c, ſic e d ad d b. Et componendo igitur, 18 quinti elementorum, ſicut a c ad c d, ſic e b, ad d b, & uiciſsim per 16 quinti elementorum, ſicut a c ad e b, ſic, c d ad d b: datur autem ipſius a d, ad d b, ratio. Datur igitur & ipſius a c ad e b, ratio. Sed potius conciſius dicendum eſt, ſicut unum antecedentium ad unum ſequentium, hoc eſt ſicut c d ad d b, ſic omnia antecedentia, ad omnia ſequentia, hoc eſt a c ad c b.

Theorema 11. *Propoſitio 11.*

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & utraq; dato maior erit quàm in ratione, & ſi eadē & utraque dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & reliqua dato maior igitur erit quàm in ratione.

Magnitudo enim a b ipſa b c dato maior ſit quàm in ratione. Dico quòd & ipſa a c, dato maior eſt quàm in ratione. Quoniam enim a b ipſa b c, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b ad d c, ratio eſt data, & econtra, & componendo per 18 quinti elementorum & 4 datorum. Eadem eidem fiat ipſius a d ad d e. Ratio igitur ipſius a d ad d c data eſt. Data eſt a d, data igitur & d e. Quare per quartam propoſitionem reliqua e a data eſt. Eſt autem totius a c ad totam ratio, quare & ipſius e b ad a c, ratio eſt data & a e, data eſt. Igitur b a ipſa a c, dato maior eſt quàm in ratione. Dico quòd eadem



a b reliqua b c, dato maior eſt igitur quàm in ratione. Quoniam enim ab ipſa a c dato maior eſt quàm ratione, auferatur data magnitudo a e, reliquæ igitur e b ad a c, ratio data eſt. Quare & ipſius a c hoc eſt econtra a d, e b, ratio eſt data. Eadem eidem fiat, ipſius a d ad c d, & ipſius d a igitur ad e d, ratio eſt data. Et conuertendo per correlarium 18 quinti elementorum, ipſius d a ad a c ratio eſt data, & econtra ipſius e a ad a d ratio eſt data & data eſt a c, data igitur & tota a d. Et quoniam tota a c ad totam e b, ratio data eſt, quarum ipſius a d ad d e, ratio data eſt, erit & per 19 quinti elementorum reliquæ c d ad reliquam d b ratio data. Et diſtribuendo per 7 propoſitionem ipſius c b ad b d, ratio eſt data. Quare & ipſius d b, ad b c, ratio eſt data. Ipſa enim d a data eſt, igitur a b ipſa b c maior eſt dato, quàm minor.

Scholium.

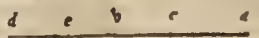
Quoniam enim eſt ſicut a c ad e b, ſic ablata a b ad ablatam d e, & reliqua igitur c d ad a d reliquam d b, eſt ſicut a c ad c b, per 19 quinti elementorum: data autem eſt ipſius a c ad e b, ratio data igitur et ipſius c d ad d b.

Theorema 12. *Propoſitio 12.*

SI fuerint tres magnitudines, & prima cum ſecunda data fuerit, fuerit autem & ſecunda cum tertia data, prima tertiæ aut eſt æqualis uel altera dato maior eſt.

Sint tres magnitudines a b, b c, c d, et a b cum b c, data ſit ut a c. At b cum c d, data ſit ut d b. Dico q a b ipſi

a b ipſi c d, aut eſt æqualis, uel altera altera dato maior eſt. Quoniam enim data eſt utraq; ipſarum a c, b d. Data iam aut ſunt æqualia aut inæqualia Sint primum æqualia, æqualis igitur eſt a c ipſi b d, communis auferatur c b, reliqua igitur a b reliquæ c d eſt æqualis. Non ſint autem æqualia, ſed eſto maior a c, ipſa b d & ipſi b d, exhibeatur æqualis c e, per 2 primi elemen. Ipſa b d, data eſt, data igitur eſt & c e, eſt autem & tota a c, data, & reliqua a c, data eſt. Et quoniam æqualis eſt e c ipſi b d, communis auferatur b c: reliqua igitur b e, reliquæ c d eſt æqualis. Eſt autem data a e. Igitur a b ipſa c d, dato maior eſt.



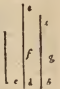
Scholium.

Si autem maior fuerit b d ipſa a c dato a c, æquum autem quod ex b & eadem efficientes demonſtrabimus, quòd c d ipſa a b dato maior eſt, hoc enim patuit in prima, uel altera, altera dato maior eſt.

Theorema 13. Propoſitio 13.

SI fuerint tres magnitudines, & prima ad ſecundam rationẽ habuerit datam, ſecunda uerò tertia dato maior fuerit quàm in ratione, & prima tertia dato maior erit quæ in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d e, & ipſa quidem a b, ad c b, rationem habeat datam, at c d ipſa e dato maior ſit quàm in ratione. Dico quòd & a b ipſa e dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam c d ipſa e dato maior eſt quàm in ratione: auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur d f, ad e ratio data eſt, & quoniam ipſius a b ad c d, ratio data eſt, eadem eidem fiat quæ ipſius a g ad c f, data. Data eſt c f, data igitur, & a g & reliquæ g b ad reliquam f d, ratio data eſt, et ipſius d f ad e, ratio data, & ipſius g b ad e igitur ratio data eſt. Eſt autem data a g. Igitur ipſa c dato maior eſt quàm in ratione.



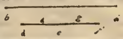
Scholium.

Si enim fuerit ſicut totum ad totum, ſic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum erit ſicut totum ad totum, ſicut patet per 19 quinti elemen. & in diffinitionibus, componitur enim dato quòd maior ſit quàm in ratione.

Theorema 14. Propoſitio 14.

SI binę magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, appoſitaq; fuerit earum utriq; data magnitudo, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera maior eſt quàm in ratione.

Binæ ſiquidem magnitudines a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, & apponatur earum utriq; data magnitudo hoc eſt a e, & c f. Dico quòd totæ e b, f d: adinuicem aut rationem habent datam uel altera altera, dato maior eſt quàm in ratione. Nã quoniam data eſt utraq; ipſarum e a, e f. Ratio igitur ipſius e a ad c f, data eſt, & ſiquidem eadem quæ ipſius a b ad c d, igitur & totius e b ad totam f d, ratio eſt data. Non autẽ ſit eadem. Fiatq; ſicut a b ad c d, ſic g a ad c f. Ratio igitur & ipſius g a ad c f, data eſt. Data autem eſt f c, data igitur & g a & ipſius f c ad g a, ratio data eſt. Et reliqua igitur e g, data eſt. Eſtq; ſicut a b, ad c d, ſic g a ad f c. Ratio igitur ipſius g a ad f c eſt data. Data autẽ & f c. Data igitur eſt & g a. Eſt autem & ea data, & reliqua igitur e g, data eſt. Et quoniam ſicut a b ad c d, ſic g a ad f c, ratio igitur ipſius g b ad f d, data eſt. Eſt autem data & e g. Igitur e b ipſa f d, maior eſt dato quàm in ratione.



Scholium.

Si uerò efficiemus ſicut a b ad c d, ſic a e, ad id quod ex c, ſicut in 7 inuenietur f d ipſa e b, dato maior quàm in ratione.

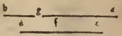
Theorema 15. Propoſitio 15.

SI binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, & auferatur ab earũ utraq; data magnitudo, reliquæ adinuicem aut

rationem

rationem datum habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Binæ nanq; magnitudines a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, auferaturq́; ab earum utraq; data magnitudo: ab ipſa, inquam, a b ipſa a e, ab ipſa uerò c d ipſa c f. Dico quòd & reliquæ e b, f d, adinuicem aut rationem habebunt datam, uel altera, altera dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam utraq; a e, c f, data eſt, ratio igitur ipſius a e ad c f, data eſt, per primam propoſitionem. Et ſiquidem eadem eſt ei quæ ipſius a b ad c d, erit & reliquæ e b, ad reliquam f d, ratio data. Non ſit autem eadem fiatq́; ſicut a b ad c d, ſic a g ad c f. Ratio autẽ ipſius a b, ad c d, data eſt. Ratio ipſius igitur a g, ad c f data eſt. Data igitur eſt & a g. Eſt autem & a e, data. Et reliqua igitur e g data eſt. Et quoniam eſt ſicut a b ad c d, ſic eſt a g, ad c f. Reliquæ igitur g b, ad reliquam f d, ratio data eſt. Eſt autem data e g. Igitur e b, ipſa f c, dato maior eſt quàm in ratione.



Scholium.

Hoc conuerſum eſt quodammodo præcedẽtis, oſtendens, quod ſi appoſitæ fuerint datæ magnitudines, eis datam habent rationem, nunc uerò auferatur eadem ab eiſdem idem oſtendit.

Theorema 16. Propoſitio 16.

SI binæ magnitudines inuicem rationem habuerint datam, & ſub una earum data magnitudo auferatur, alteri uerò earum data magnitudo appoſita fuerit, tota dato maior eſt quàm in ratione.

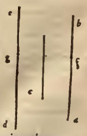
Binæ ſiquidem magnitudines a b, c d, rationem habeant datam, & ab ipſa c d, data auferatur magnitudo, ipſi uerò a b data apponatur magnitudo f a. Dico quòd tota f b tota e d, dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam ipſius a b ad c d, ratio data eſt, eadem eidem fiat hoc eſt ipſius a g ad c e. Igitur ipſius a b ad c e ratio data eſt. Data autem eſt c e, data igitur & a g. Eſt autem & a f data. Tota igitur f g, data eſt per 3 propoſitionẽ. Et quoniam eſt ſicut a b ad c d, ſic eſt a g ad e e, & reliquæ g b, ad reliquam e d, ratio eſt data per 19 quinti elemen. Et g f data eſt. Igitur f b ipſa e d dato maior eſt quàm in ratione.



Theorema 17. Propoſitio 17.

SI fuerint tres magnitudines, & prima ſecunda dato maior fuerint quàm in ratione, fuerit autem & tertia eadem dato maior quàm in ratione, prima ad tertiã aut datam rationem habebit, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

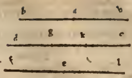
Sint tres magnitudines a b, c d c, & utraq; ipſarum a b, d c, ipſa c dato maior eſto quàm in ratione. Dico quòd ipſæ a b, d e, aut adinuicem datam habent rationem, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Auferatur data magnitudo d g. Reliquæ igitur g e ad c, ratio eſt data. Id propterea iam & ipſius f b ad c, ratio eſt data, & ipſius f b ad g e, igitur ratio eſt data, & eis apponuntur datæ magnitudines a f, d g. Totæ igitur a b, d e, adinuicem uel rationem habent datam, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione.



Theorema 18. Propoſitio 18.

SI fuerint tres magnitudines, una autem earum utraq; reliquarum dato maior fuerit quàm in ratione, binæ reliquæ adinuicem aut rationem datam habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

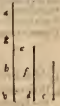
Sint tres magnitudines a b, c d, e f, earum uerò una c d, utraq; reliquarum a b, e f, dato maior ſit quàm



quàm in ratione. Dico quòd ipſa a b, ad e f, aut rationem habet datam, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam c d ipſa a b, dato maior eſt, quàm in ratione, auferatur data magnitudo c g. Reliquæ igitur g d ad a b, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius c g ad a b. Ratio igitur ipſius c g ad a b data eſt. Data autem eſt c g: data igitur, & a b & totius c d ad totam b b, ratio eſt data. Rurſus quoniam c d ipſa e f, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c k. Reliquæ igitur K d ad e f ratio data eſt, eadem eidem exhibeatur quæ ipſius c K ad l e. Ratio igitur & ipſius c k, ad l e, data eſt. Data autem c K, data igitur & l e, & totius c d ad totum l f ratio eſt data. Ipſius autem c d ad b b, ratio eſt data. Et ipſius b b, igitur ad l f, ratio eſt data Et ab ipſis datæ auferuntur magnitudines b a, l e. Ipſæ igitur a b, e f, aut adinuicem rationem habebunt dat.m, aut altera altera dato maior erit quàm in ratiouc.

Theorema 19. Propoſitio 19.

SI fuerint tres magnitudines, & prima ſecunda dato maior fuerit quàm in ratione, fuerit autem & ſecunda tertia dato maior quàm in ratione, & prima tertia dato maior igitur erit quàm in ratione.



Si tres magnitudines a b, c d e, & a b ipſa c d, dato maior eſto quàm in ratione, & c d, ipſa e dato maior eſto quàm in ratione. Dico quòd & a b ipſa e dato maior eſt quàm in ratione: nam quoniam c d, ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur f d ad e, ratio eſt data. Rurſus quoniam a b ipſa c d, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a g, Reliquæ igitur g b, ad c d, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius g b ad c f. Ratio igitur ipſius g b ad c f data eſt, Data autem eſt c f, data igitur eſt & g b, eſt autem & g b data, & tota igitur b a, data eſt. Et quoniam eſt ſicut g b ad c d, ſic eſt g b, ad c f, & reliquæ b b ad reliquam f d ratio data eſt. Ipſius autem f d, ad e, ratio eſt data, & ipſius b b, igitur ad e, ratio eſt data, & data eſt b a. Igitur b a ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione.

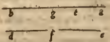
Aliter.



Sint tres magnitudines a b, c d, & a b ipſa c dato maior ſit quàm in ratione, & c ipſa d, dato maior ſit quam in ratione. Dico quòd & a b ipſa d, dato maior eſt quam in ratione. Quoniam a b ipſa c dato maior eſt quam in ratione, auferatur data magnitudo a e. Reliquæ igitur e b ad c ratio eſt data per 4 propoſitionem. At c ipſa d, dato maior eſt quam in ratione, & e b igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione. Auferatur igitur data magnitudo e f. Reliquæ igitur f b ad d, ratio eſt data per eandem. At a f, data eſt, & a b igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ra.ior.e.

Theorema 20. Propoſitio 20.

SI fuerint binæ magnitudines datæ, ab eiſdemq; ablatæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, reliquæ adinuicem aut datam rationem habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, & ab ipſis a b, c d auferātur magnitudines a e, c f, rationem adinuicem habentes datam, dico quòd ipſæ e b, f d, adinuicem rationem datam habent, uel altera altera dato maior eſt quam in ratione. Nam quoniam utraq; ipſarum a b, c d, data eſt. Ratio igitur ipſius a b ad c d, data eſt, & ſiquidem eadem eſt ei quæ ipſius a e, ad c f, erit & reliquæ e b ad reliquā f d, ratio data. Non ſit iam eadem, fiatq; ſicut e a, ad c f, ſic a g, ad c d. Ratio autem ipſius a e ad c f, eſt data. Ratio igitur ipſius a g ad c d, data eſt. Data autem c d, data igitur & a g. Eſt autem & a b recta linea data, & reliqua igitur

tur g b. data eſt, & quoniam eſt ſicut a e ad c f, ſic eſt a g ad c d, & reliquæ g e, ad reliquam f d ratio eſt data. Data autem eſt g b, igitur e b, ipſa f d, dato maior eſt quàm in ratione.

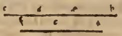
Scholium.

Quoniam enim eſt ſicut a e ad c f, ſic eſt a g, ad c d, manifeſtum quòd & reliquæ e g ad reliquam, f d, ratio data per 19 quinti elementorũ, & in alijs eiuſmodi per ſcholium maximè decimi theorematis.

Theorema 21. *Propoſitio 21.*

SI fuerint binæ magnitudines datæ, eiſdemq; appoſitæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, apponanturq́; eiſdem magnitudines, e a, c f, rationem habentes datam adinuicem. Dico quòd & totæ e b, f d, adinuicem rationem habebunt datam: uel altera dato maior eſt quàm in ratione. Quoniam enim data eſt utraq; ipſarum a b, c d. Ratio igitur ipſius a b ad c d, per primam propoſitionem data eſt, & ſiquidem eadem eſt ei quæ ipſius a e ad c f erit, & totius e b ad totam f d ratio data eſt. Si autẽ non fiat ſicut a e, ad c f, ſic g a ad c d. Ratio igitur ipſius g a, ad c d, data eſt. Data autem eſt c d, data igitur eſt & g a. Eſt autem & a b data, & reliqua igitur g b data eſt. Et quoniam eſt ſicut e a, ad c f, ſic eſt a g, ad c d, & totius e g, ad totam f d, ratio eſt data, & data eſt g b, igitur e b, ipſa f d, dato maior eſt quàm in ratione.



Theorema 22. *Propoſitio 22.*

SI binæ magnitudines ad aliquam magnitudinem rationem datam habuerint, & utraq; ad eandem rationem habebit datum.

Binæ ſiquidem magnitudines a b, b c, ad aliquam magnitudinem d rationem habeant datam. Dico quòd & utraq; a c ad eandem d rationem habet datam. Quoniam utraq; ipſarum a b, b c, ad d, rationem habet datam: ratio igitur & ipſius a b ad b c data eſt. Et componendo per 17 quinti elementorum ipſius a c ad c b, ratio eſt data: ipſius autem b c ad d ratio eſt data, & ipſius a c, igitur ad d ratio data eſt.



Theorema 23. *Propoſitio 23.*

SI totum ad totum rationem habuerit datam, habuerint autem partes ad partes rationes datas, non autem eaſdem, & omnia ad omnia rationes datas habebunt.

Habeat enim totum a b ad totum c d, datam rationẽ, habeãt autẽ & a e, e b, partes ad c f, f d, partes datas rationes, non autem eaſdem. Dico quòd & omnia ad omnia rationes habebunt datas. Quoniam enim ipſius, a e, ad c f, ratio data eſt, eadem eidem fiat ipſius a b ad c g. Ratio igitur & ipſius rectæ lineæ a b, ad c g, rectam lineam data eſt. Erit & reliquæ e b, ad reliquam f g, ratio data. Ipſius autem e b ad f d, ratio data eſt. Et ipſius f d ad f g, ratio data eſt per 18 quinti elementorum, & conuertendo per correlarium eiuſdem ipſius f d, ad d g, ratio data eſt. Et quoniam ratio ipſius b a ad utrunq; ipſorũ d c, c g, data eſt, & ipſius d c, igitur ad c g, ratio eſt data, & conuertendo per idem correlarium & ipſius c d, ad d g, ratio eſt data. Sed ipſius d c ad d f, ratio eſt data, & ipſius c d, igitur ad d f, ratio eſt data: quare & ipſius c f, ad f d, ratio eſt data. Sed ipſius quidem c f, ad a e, ratio eſt data, ipſius autem f d, ad b e ratio eſt data. Quare omnium ad omnia ratio data eſt.



Scholium.

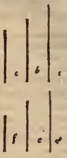
Receptum ſiquidem eſt, quòd ipſius c f ad f d, ratio data eſt, ponitur autem & ipſius e b ad f d:

ad f d, ratio data, & ipſius igitur c f, ad e b, ratio eſt data per 8 propoſitionem. Rurſus quoniam ipſius a e, ad c b, ratio data demonſtratur, ponitur autem & ipſius e b, ad f d, ratio data, & ipſius igitur e a, ad f d, ratio eſt data, per 8 propoſitionem, & quoniam a e, c b, adinuicem rationem habent datam, & totum a b, ad utrunq; ipſorum a e, e b, rationem habet datam. Quare & ſimiliter & c, ad utranq; ipſarum c f, f d, rationem habet datam. Et quoniam a b, ad c d, rationem habet datam: habet autem & c d, ad utranq; ipſarum c f, f d, rationem datam & a b, igitur ad utranq; ipſarum c f, c d, rationem habet datam. Quare omnia ad omnia rationes habent datas.

Theorema 24. Propoſitio 24.

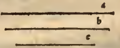
SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima uerò ad tertiam rationem habuerit datam, & ad ſecundã rationem habebit datam.

Sint tres rectæ lineæ proportionales a b c, ſicut a ad b, ſic b ad c. At a ad c, rationem datam habeat. Dico quòd & ad b, rationem habebit datam, extendatur enim data recta linea d, & quoniam ratio ipſius a ad c, data eſt. Eadem eidem fiat ipſius d ad f. Igitur ipſius d ad f, ratio data eſt. Data autẽ eſt d, data igitur eſt & f, accipiatur per 13 ſexti elementorum ipſorum d f, media proportionalis e. Igitur per 17. eiuſdem quod ſub d f, æquum eſt ei quod ex e. Sed quod ſub d f, datum eſt, utraq; enim earũ data eſt. Datum igitur & quod ex c. Eſt autem & d data. Ratio igitur ipſius d ad e, data eſt. Et quoniã eſt ſicut a ad c, ſic eſt d ad f. Sed ſicut a ad c, ſic quod ex a ad id quod ſub a c, ſicut autem d ad f, ſic quod ex d ad id quod ſub d f. Sicut igitur quod ex a, ad id quòd ſub a c, ſic quod ex d, ad id quod ſub d f. Sed ei quidem quod ſub a c, æquum eſt id quod ex b per 17 ſexti element. ipſæ a b c, ſunt proportionales. Ei autem quod ſub d f, æquum eſt id quod ex e, per eãdem. Sicut igitur id quod ex a, ad id quod ex b, ſic quod ex d, ad id quod ex e, & ſicut igitur a ad b, ſic d ad e. Ratio autem ipſius d ad e data eſt. Ratio igitur ipſius a ad b data eſt.



Aliter idem.

Quoniam ratio ipſius a ad c data eſt, ſicut autem a ad c, ſic quod ex a ad id quod ſub a c. Ratio igitur ipſius a ad id qđ ſub a c data eſt. Ei autem quod ſub a c æquum eſt id quod ex b. Ratio igitur eius quod ex a, ad id quod ex b data eſt. Quare & ipſius a ad b, ratio data eſt: utriq; ſiquidem ipſarum a b, æquas exhibuimus in proprio cuilibet quadrato.



Scholium.

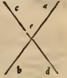
Quoniam didicimus in diffinitionibus, rectilineas figuras ſpecie dari, quarum anguli dati ſunt, & laterum rationes adinuicem ſunt datæ, ſi efficimus parallelogrammum a b c d, rectangulum æquum habens d, ipſis a b, habemus ſiquidem angulorum unumquenq; datum, quoniam recti ſunt, omnis enim rectus angulus datur, rectus ſiquidem à recto non differt, ſicut patet per quartũ poſtulatum, & manifeſtum quod rationes laterum ſunt datæ. Ratio ſiquidem ipſius a b, ad b c, datur. Quoniam & ipſius d ad f, ratio datur, ac per hoc quod ſub d f, datur.



Theorema 25. Propoſitio 25.

SI binæ rectæ lineæ poſitione datæ ſeſe inuicem ſecuerint, ſignum in quo ſeſe inuicem diſpeſcunt poſitione datur.

Binæ, inquam, lineæ poſitione datæ a b, c d, ſeſe inuicem ſecent in e, dico quòd datum eſt e, ſignum. Si autem non intercidet e ſignum: intercedet igitur & unius ipſarum a b, c d, poſitio, non intercidit autem. Datum igitur eſt ſignum e.



Theorema 26. Propoſitio 26.

SI rectæ lineæ fines fuerint dati poſitione, datur ipſa recta linea poſitione & magnitudine.

Rectæ ſiquidem lineæ a b fines a b dati ſint poſitione. Dico quòd ipſa a b poſitione & magnitudine datur. Si enim manente a intercidet ipſius a b rectæ lineæ aut poſitio, aut ma-

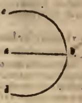
gnitudo. Intercidet & b ſignum, non intercidit autem. Datur igitur a b, recta linea poſitione & magnitudine.



Theorema 27. *Propoſitio 27.*

SI rectæ lineæ poſitione & magnitudine datæ unum extremum datum fuerit, & alterum dabitur.

Rectæ ſiquidem lineæ a b poſitione & magnitudine datæ, unum extremum a datum ſit. Dico quòd & b datum eſt. Si enim manente a ſigno intercidit ſignum b, incidit igitur & ipſius a b rectæ lineæ aut poſitio aut magnitudo, non intercidit autem. Datum igitur eſt b ſignum, & centro a, interuallo uerò a b, per tertium poſtulatum circũferentia deſcribatur c b d: poſitione igitur eſt ipſa c b d, poſitione autem & ipſa a b, recta linea. Datum igitur eſt & b ſignum.



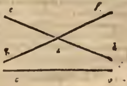
Scholium.

Siquidem enim b ſignum aut introrſum aut exterius intercidit, igitur recta linea magnitudine data non eſt, ſi autem intercidit, aut ſupra aut infra, nec poſitione data eſt igitur.

Theorema 28. *Propoſitio 28.*

SI per datum ſignum ad poſitionẽ datam rectam lineam, linea acta fuerit, datur quæ acta eſt poſitione.

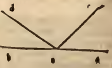
Per ſiquidem datum ſignum a ad poſitione datam rectam lineam b c, recta linea agatur d a e. Dico quòd ipſa d a e, poſitione datur, ſi autem non manente ſigno a intercidit ipſius d a e, poſitio permanẽte b e parallelo. Intercidat, & eſto f a g, parallelus igitur eſt c b, ipſi a f g, ſed b e ipſi d a e, eſt parallelus, & d a e igitur ipſi f a g parallelus eſt. Sed eſt coincidens, quod eſt abſurdum. Ipſius igitur d a e, poſitio non intercidit, poſitione igitur eſt ipſa d a e.



Theorema 29. *Propoſitio 29.*

SI additione data recta linea fuerit, ad ſignumq́ in ea datum recta linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta poſitione datur.

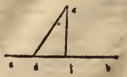
Additione ſiquidem recta linea a b, et ad ſignum ad eam datum c, recta excitetur linea e d angulum datum efficiens eum qui ſub b c d. Dico quòd ipſa e d, eſt poſitione data. Si autem non manente ſigno c intercidit ipſius e d poſitio, ſeruans ipſius b e d, anguli magnitudinem. Intercidat & ſie e e, æquus igitur eſt angulus qui ſub d c b, ei qui ſub e c b, minor maiori, quod eſt abſurdum. Non intercidit ergo ipſius d e, poſitio, poſitione igitur eſt ipſa c d.



Theorema 30. *Propoſitio 30.*

SI à dato ſigno in poſitione datam rectam lineã, linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta poſitione datur.

A dato enim ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, datum efficiens angulum ſub a d c. Dico quòd poſitione eſt ipſa a d. Si autem non, manente a ſigno intercidit ipſius a d, poſitio, ſeruans ipſius a d c anguli magnitudinem, intercidat & eſto a f. Aequus igitur eſt qui ſub a d c, angulus ei qui ſub a f c, maior minori, quod eſt alienum. Non intercidit igitur ipſius a d, poſitio, poſitione igitur eſt ipſa a d.

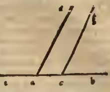


Excite-

Aliter idem.

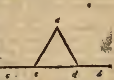
Excitetur per 31 primi element. ab a ſigno ipſi b d c, rectæ lineæ parallelus e a f. Quoniam igitur per datum ſignum a ad poſitione datam rectam lineam b d c, recta linea acta eſt e a f, igitur per 28 propoſitionem ipſa e a f, poſitione datur, & quoniam parallelus eſt e a f, poſitione datur, & quoniam parallelus eſt e a f, ipſi b d c, et in eas incidit d a: æqualis igitur eſt per 29 primi elementorum angulus e a d angulo a d c. Datus igitur eſt & qui ſub e a d. Quoniam igitur additione data recta linea e a f, & ad ſignum in ea datum a recta excitatur linea a d, datum efficiens angulum, igitur per uigeſimamnonam propoſitionem poſitione eſt ipſa a d. Aſſumatur in ipſa b c, datum ſignum e & per e ſignum ipſi a d, per 31 primi elementorum parallelus excitetur e f, quoniam parallelus eſt f e, ipſi a d, & in eas incidit b e d. Aequus igitur eſt per 29 primi elementorum qui ſub f e d, angulus ei qui ſub a d c. Datus igitur eſt & qui ſub f e c. Quoniam igitur additione data recta linea b c & ad datum in ea ſignum e linea excitata eſt e f, datum efficiens angulum f e c, igitur per 29 propoſitionem poſitione data eſt ipſa e f. Quoniam per datum ſignum a ad poſitione datam rectam lineam d c linea excitatur a d: igitur per 28 propoſitionem poſitione eſt ipſa a d.





Aliter.

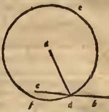
Aſſumatur in b c, contingens ſignum e, connectaturq; e a, quoniam a ſignum: datum eſt igitur per 26 propoſitionem ipſa a e poſitione data eſt, poſitione autem & b c. Quoniam enim utraq; ipſarum a e, b c, rectarum linearum poſitione datur. Datur qui ſub a e d, angulus magnitudine, ſicut in diffinitionibus, poſſumus enim eidem æquum exhibere. Datus igitur eſt qui ſub a e d angulus, eſt autem & qui ſub a d e angulus datus, & reliquus igitur qui e a d, datus eſt. Quoniã igitur additione data recta linea e a & ad ſignũ in ea a, recta excitatur linea a d datam efficiens angulum cum qui ſub a e d, poſitione igitur eſt per 29 propoſitionem ipſa a d.



Theorema 31. Propoſitio 31.

SI à dato ſigno in poſitione datam rectam lineam, recta linea proiecta fuerit data magnitudine, datur etiam poſitione.

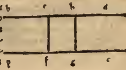
A dato enim ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c recta excitetur linea d a, data magnitudine. Dico quòd etiam poſitione datur. Centro ſiquidem a interuallo uerò a d, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur e d f, poſitione igitur eſt, per 6 diffinitionẽ ipſe circulus d f. Datur ſiquidem a centrum poſitione, & quæ ex centro a d magnitudine, poſitione autem & b c, recta linea. Si uerò binæ lineæ poſitione datæ ſeſe inuicem ſecuerint, datur per 25 propoſitionem ſignum, in quo ſe diſpeſcunt poſitione. Eſt autem et a datum, igitur per 26 propoſitionem poſitione datur ipſa a d.



Theorema 32. Propoſitio 32.

SI in parallelas poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datos efficiens angulos, acta magnitudine datur.

In parallelas enim poſitione datas rectas lineas a b c d, recta agatur linea e f, datos efficiens angulos ſub b e f, & e f d. Dico quòd ipſa e f, magnitudine datur. Aſſumatur enim in c d, datum ſignum g, & per g ipſi e f, per 31 primi element. parallelus excitetur g h. Quoniã igitur parallelus eſt g h ipſi f e, & in eas recta cecidit linea c d, æquus eſt igitur per 29 primi elementorum

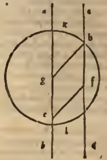


angulus e f d, angulo b g d. Datus autem eſt qui ſub e f d, datus igitur eſt & qui ſub b g d, Quoniam igitur additione data recta linea e d, & ad in ea datum ſignum g recta linea excitatur g b datum efficiens angulum b g f. Igitur per 29 propoſitionem, ipſa g b poſitione datur, poſitione autem & a b. Datum igitur eſt b ſignum, eſt autem & g. Data igitur eſt g b, magnitudine per 26 propoſitionem, & ipſi e f eſt æqualis. Data igitur eſt e f magnitudine.

Theorema 33. Propoſitio 33.

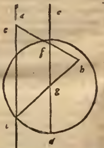
SI in parallelos poſitiõe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, magnitudine data, angulos efficiet datos.

Si in parallelos enim poſitione datas rectas lineas a b, e d, recta linea exciteтur e f magnitudine data. Dico quòd angulos datos efficiet ſub b e f, e f d, aſſumatur enim in ipſa a b datum ſignum g & per g ipſi e f, per 32 primi element. parallelus excitetur g b, æqualis igitur eſt e f ipſi g b. Data autem eſt e f magnitudine. Data igitur eſt & g b. Eſtq; g datum. Centro igitur g, interuallo uerò g b, circulus deſcriptus erit poſitione. Deſcribatur, ſitq; K b l, poſitione igitur eſt circulus k b l, poſitione autem & e d, datũ igitur et b ſignum, eſt autem & g datum poſitione, igitur eſt ipſa g b, per 26 propoſitionem, poſitione autem & e d. Datus igitur eſt qui ſub g b d angulus & ei eſt æquus qui ſub e f d. Datus igitur eſt & qui ſub e f d, & reliquus igitur qui ſub f e b, datus eſt.



Aliter.

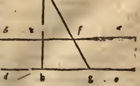
Aſſumatur in e d datum ſignũ g, ponaturq; per 2 primi element. ipſi e f, æqualis g d, & centro quidem g ſpacio uerò g d, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur d b, poſitione igitur eſt ipſe b d circulus. Datur ſiquidem eius centrum poſitione & quæ ex centro magnitudine, poſitione autem & a b. Datum igitur eſt b ſignum, eſt autem & g datum: poſitione igitur eſt ipſa b g, per 26 propoſitionem, poſitione autem & e d. Datus igitur eſt qui ſub b g d angulus. Et ſiquidem parallelus eſt e f, ipſi g b erit, & qui ſub e f g, angulus datus: quare & reliquus qui ſub f e b angulus datus eſt. Si autem non concurrunt ipſæ e f, b g in b. Quoniam æqualis eſt e f ipſi d g, hoc eſt ipſi g b, & parallelus eſt e b ipſi f g, æqualis igitur eſt f b ipſi b g. Quare & angulus qui ſub b g f, ei qui ſub b f g eſt æqualis. Datus autẽ qui ſub b g f. Datus igitur & qui ſub g f b, quare & conſequens qui ſub g f e, datus eſt, & reliquus qui ſub f e b, datus eſt.



Theorema 34. Propoſitio 34.

SI in parallelos poſitione datas rectas lineas à dato ſigno recta linea acta fuerit, in datam rationem ſecabitur.

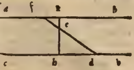
In parallelos enim poſitione datas rectas lineas a b, c d, à dato ſigno e, recta excitetur linea e f g. Dico quòd ratio ipſius e f ad f g, data eſt, excitetur enim per 12 primi element. ab ipſo e ſigno in e d perpendicularis e K h. Quoniam à dato ſigno e in poſitione datam rectam lineam e d, recta linea excitata eſt e h, datum efficiẽs angulum ſub e h g. Igitur per 30 propoſitionem ipſa e h poſitione datur, poſitione autem & utraq; ipſarum a b, e d. Datum igitur eſt utrunque ipſorum K h. Eſt autem & e datum. Data igitur eſt utraq; ipſarum e h, K h. Ratio igitur ipſius e h ad h b, per primam propoſitionem data eſt. Eſtq; ſicut e K ad h b ſic e f ad f g. Ratio igitur ipſius e f ad f g data eſt.



In paralle-

Aliter.

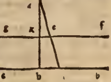
In parallelos ſiquidem poſitione datas a b,c d,à dato ſigno e,recta linea agatur f e g. Dico quòd ipſius g e ad e f ratio data eſt:excitetur ſiquidem ab e ſigno per duodecimam primi elementorum in ipſam c d,perpendicularis e b,& extendatur in k. Quoniam à dato ſigno e,in poſitione datam rectam lineam c d,recta linea excitatur e b,datum efficiens angulum qui ſub e b g,poſitione igitur eſt ipſe b e a,poſitione autem & utraq; ipſarum a b,c d. Datum igitur eſt utrunque ipſorum b k,ſignorum, eſt autem & e datum. Data igitur eſt utraq; ipſarum b e,e k. Ratio igitur ipſius b e ad e K data:ſicut autem b e,ad e K,ſic g e,ad e f. Ratio igitur & ipſius g e ad e f data eſt.



Theorema 35. Propoſitio 35.

SI à dato ſigno in poſitione datam rectam lineam,recta linea acta fuerit & ſecta fuerit in datam rationem,& per ſectionem ad poſitionem datam rectam lineam recta linea acta fuerit,datur acta poſitione.

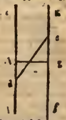
A dato ſiquidem ſigno a in poſitione datam rectam lineam c b, recta linea agatur a d, ſeceturq; per praecedentem in datam rationem ipſius d e,e a. Exciteturq; per trigeſimamprimam primi element. per e ſignum ipſi b c parallelus f e g. Dico quòd poſitione eſt ipſa f e g. Excitetur enim per duodecimam primi element. ab ipſo a in ipſam b c,perpendicularis a b,quoniam à dato ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c,recta excitatur linea a b,datum efficiens angulum qui ſub a b d,poſitione igitur eſt per trigeſimamprimam propoſitionem ipſa a b,poſitione autem & b c. Datum igitur b ſignum. Eſt autem & a datum. Data igitur eſt per uigeſimamſextam propoſitionem & a b. Et quoniam ratio ipſius d e ad e a,data eſt:ſicut autem d e ad e a,ſic b k ad k a. Ratio igitur & ipſius b k ad k a,data eſt. Componendo igitur per decimamoctauã quinti elementorum:ratio ipſius b a ad a K,data eſt:data autem ipſa b a,data igitur & a K. Sed & poſitione,eſtq; a datum,datum igitur & K. Quoniam igitur per datum ſignum K,ad poſitione datam rectam lineam b c,recta linea excitatur f g,poſitione igitur eſt & f g.



Theorema 36. Propoſitio 36.

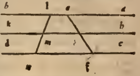
SI à dato ſigno in poſitione datam rectam lineã recta linea acta fuerit,proiectaq; fuerit eidem aliqua recta linea rationẽ habens ad eandem datam,ac per proiectæ finem ad poſitione datam rectam lineam linea acta fuerit,datur acta poſitione.

A dato enim ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c,recta agatur linea a d,& apponatur ipſi a d,ipſa a e,rationẽ habens ad a d datam,ac per e,per 31 primi elemen. ipſi b c parallelus excitetur f k. Dico quòd poſitione eſt ipſa f k,excitetur per duodecimam primi elementorum ab ipſo a in b c,perpendicularis a b,extendaturq; in g. Quoniam à dato ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c,recta excitata eſt linea a b,datum efficiens angulum a b c,poſitione igitur datur per 31 propoſitionem b a g,poſitione autem & b c. Datum igitur eſt b ſignum,eſt autem & a datum. Data igitur eſt ipſa a b per 26 propoſitionem. Et quoniam ratio ipſius d a ad a e,data eſt,ſicut autem d a e,ſic b a,ad a g. Ratio igitur & ipſius b a ad g,data eſt,data autem b a. Data igitur & a g,ſed & poſitione,eſtq; a datum,datum igitur & g. Quoniã igitur per datum ſignum g ad poſitione datam rectam lineam b c,recta excitatur linea f g k,poſitione igitur eſt per 28 propoſitionem ipſa f g k.



Theorema 37. Propoſitio 37.

SI in parallelos poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, ſectaq́ fuerit in ratione data, ac per ſectionem ad poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datur acta poſitione.



In parallelos enim poſitione datas rectas lineas a b, c d, recta exeitetur linea e f, & ſecetur per 34 propoſitionẽ in datam rationẽ ipſius f g ad g e. Excitetur per 31 primi element. per g utriq; ipſarũ a b, c d parallelus b K. Dico q. poſitione eſt ipſa b K. Aſſumatur enim in ipſa a b, datum ſignũ l & per 12 primi elemen. ab ipſo l excitetur in c d perpendicularis l n. Quoniã à dato ſigno l in poſitione datam rectam lineã c d, recta linea excitatur l n, datum efficiens angulum l n d, poſitione igitur per 28 propoſitionẽ eſt ipſa l n, poſitione autẽ et c d. Datum igitur n ſignum. Eſt autem & l datum. Data igitur eſt ipſa l n, per 26 propoſitionẽ. Et quoniam ratio ipſius f g ad g e data eſt: ſicut autem f g ad g e, ſic n m ad m l. Ratio igitur ipſius n m ad m l data eſt. Quare & ipſius n l ad m l componendo per 18 quinti ele. ratio data eſt. Data autem n l, data igitur & l m, ſed & poſitione, eſtq; l datum. Datum igitur & m. Quoniam igitur per datum ſignum m ad poſitione datam rectam lineam c d, recta linea acta eſt b K, poſitione igitur eſt b k, per 28 propoſitionem.

Theorema 38. Propoſitio 38.

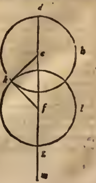
SI in parallelos poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, proiectaq́ fuerit aliqua eidem recta linea rationem habens ad eandem datam. Ac per extremum ad poſitione datas parallelus recta linea acta fuerit, acta poſitione datur.



In parallelos poſitione datas, inquam, lineas a b, c d rectas excitetur linea e f, apponaturq; eidem aliqua recta linea e g rationem habens ad e f, datam a c per g per 31 primi elemen. utriq; ipſarum a b, c d, rectarum linearum recta agatur linea b K. Dico quòd poſitione eſt b k, aſſumatur enim in a b datũ ſignum n, excitetur q; per 12 primi elemen. ab ipſo n, in c d perpendicularis n m extendaturq; in l. Quoniam à dato ſigno n in poſitione datam rectã lineam c d, recta linea c d, recta acta eſt n m, datum efficiens angulum n m d. Igitur per 30 propoſitionem poſitione data eſt ipſa l m, poſitione autem & c d. Datum igitur eſt m ſignum, eſt autem & n datum. Igitur per 26 propoſitionem poſitione datur n m. Et quoniam ratio ipſius f e ad e g, data eſt. Sicut autem f e ad e g, ſic m n ad n l. Ratio igitur & ipſius m n ad n l data eſt. Data autem & n m, data igitur et n l. Sed & poſitione datum eſt n, datum igitur eſt & l. Quoniam igitur per datum ſignũ l ad poſitione datam rectam lineam a b recta linea acta eſt b k poſitione eſt ipſa b K.

Theorema 39. Propoſitio 39.

SI trianguli unumquodq́ latus datum magnitudine fuerit, datur triangulum ſpecie.



Trianguli enim a b c unumquodq; latus eſto magnitudine datum. Dico quòd & triangulum a b c, ſpecie datur, exponatur recta linea poſitione data d m, terminata quidem in d, infinita uerò in reliquum. ponaturq; per ſecundam primi elementorum, ipſi quidem a b æqualis d e. Data autem a b, data igitur eſt & d e. Sed & poſitione, eſtq; datum ipſum d, datum igitur & e. Ipſi autem b c æqualis e f data eſt b c, data igitur & e f, ſed & poſitione, datum eſt e, datũ igitur eſt & f, ipſi autẽ a c æqualis f g. Data eſt a c. Data igitur & f g, ſed & poſitione. Eſt autẽ datũ f, datũ igitur & g & centro quidẽ e, interuallo autem e d, per 3 poſtulatum circulus deſcribitur d h b, poſitione igitur eſt ipſe d h b, circulus per 6 diffinitionem

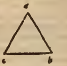
nem datorum. Rurſus centro quidem f interuallo uerò f g, per idem poſtulatum circulus deſcribatur g K l, poſitione igitur eſt ipſe g K l circulus per eandem diffinitionem, poſitione autem & circulus d k b. Datum igitur eſt & K. ſignum eſt autem & utrunq; ipſorum e f datum. Data igitur eſt unaquæq; ipſarum K e, e f, f K poſitione & magnitudine. Datur igitur K e f triangulum ſpecie, & æquum ac ſimile eſt ipſi a b c. Datur igitur a b c triangulum ſpecie.

Scholium.

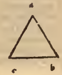
Quoniam igitur datæ ſunt ipſæ K e, e f earum adinuicem ratio data eſt per primum theorema datorum, ſimiliter autem & ipſarum e f, f k ratio data eſt, eſtq; ipſarum f k, k e ratio data. Rurſus quoniam ipſæ k e, e f, datæ ſunt poſitione, eundem igitur ſemper locum obtinent, ac per hoc qui ſub k e f magnitudine datur, ſimiliter autem & qui ſub e f k, datur magnitudine, & inſuper qui ſub f k e, datur magnitudine.

Theorema 40. Propoſitio 40.

SI trianguli unuſquiſque angulus datus fuerit magnitudine, datur triangulum ſpecie.

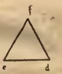


Trianguli enim a b e unuſquiſq; angulus datus ſit magnitudine. Dico quòd a b c triangulum ſpecie datur, exponatur enim poſitione & magnitudine data recta linea d e, & cõſtruatur ad d e, ad ſignaq; in ea d e, per uigeſimantertiam primi element. ei qui ſub e b a, angulo æquus rectilineus angulus qui ſub e d f, ei autem qui ſub b e a, æquus qui ſub d e f. Reliquus igitur qui ſub b a e, reliquo ei qui ſub d f e, eſt æqualis. Datus autem unuſquiſque eorum qui ad a b e ſigna. Datus igitur & unuſquiſq; eorum qui ad d e f. Quoniam igitur additione data recta linea d e, & ad ſignum in ea datum d recta excitatur linea d f, datum efficiens angulum d. Igitur per 29 propoſitionem d f poſitione eſt, idq; propterea iam & e, f poſitione eſt. Datum igitur eſt f ſignum, eſt autem & utrunq; ipſorum d e datum. Data igitur eſt unaquæq; ipſarum d f, d e, e f, poſitione & magnitudine, datum igitur d f e triangulum ſpecie, & ſimile eſt ipſi a b c triangulo. Datur igitur & a b c triangulum ſpecie.



Scholium.

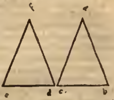
Quoniam igitur datur utraq; ipſarum d e, e f, datur & earum adinuicem ratio per primum theorema. Similiter iam & ipſarum e f, f d, ratio datur, & inſuper ipſorum f d, d e, datur. Inſuper & unuſquiſq; ipſorum d e f angulorum datus eſt magnitudine. Datur igitur d e f triangulum ſpecie, ſicut in diffinitionibus.



Theorema 41. Propoſitio 41.

SI triangulum unum angulum datum habuerit, circum uerò datum angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

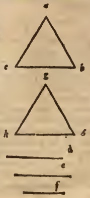
Habeat enim triangulum a b e, unum angulum datum eum qui ſub b a e, circum uerò b a c, latera b a, a e, adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd a b e, triangulum ſpecies datur. Exponatur enim in poſitione data recta linea d f, conſtituaturq; per uigeſimamtertiam primi element. ad ipſam d f, rectã lineam, ad ſignumq; in ea f, ei qui ſub b a e angulo æqualis angulus qui ſub d f e. Datus autem qui ſub b a c, datus igitur & qui ſub d f e. Quoniam igitur additione data recta linea d f, & ad ſignum datum in ea f, recta linea acta eſt f e, datum efficiens angulum d f e. Igitur per 29 propoſitionem ipſa f e, poſitione eſt. Et quoniam ratio ipſius b a ad a c data eſt, eadem eidem fiat, quæ ipſius d f ad f e, & connectantur d e. Ratio igitur & ipſius d f ad f e data eſt. Data autem d f, data igitur & f e. Sed & poſitione, & f datum eſt, datum igitur & e, eſt autem & utrunque ipſorum d f, datum. Data igitur eſt unaquæque ipſarum d f, f e, d e, poſitione &



magnitudine, datur igitur d f e triangulum ſpecie. Et quoniam bina triangula a b e d e f, unum angulum uni angulo æquum habent eum ſcilicet qui ſub b a c, ei qui ſub d f e, ea uerò quæ circum eos qui ſub b a c, d f c, angulos latera proportionalia, ſimile igitur eſt & æquale per primam diffinitionem & 6 propoſitionem ſexti elementorum triangulum a b c ipſi d e f triangulo. Datur autem d f e, ſpecie, datur igitur & a b e triangulum ſpecie.

Theorema 42. Propoſitio 42.

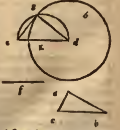
SI trianguli latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.



Trianguli enim a b c, latera adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd ipſum a b c, triangulum datur ſpecie: exponatur enim data magnitudine recta linea d, & quoniā ratio ipſius a b, ad b c data eſt. Eadem eidem fiat ipſius d ad e. Data autem d. Data igitur & e. Rurſus quoniam ratio ipſius b c, ad a b data eſt, eadem eidem fiat ipſius c ad f. Data autem e data igitur & f, & ex tribus rectis lineis quæ æquales ſunt tribus datis d e f, quarum binæ reliqua quomodocunq; aſſumptæ ſunt maiores, per 22 primi elementorum triangulum conſtituatur g h k. Quoniam æqualis eſt d ipſi g h, & e ipſi h k & f ipſi g k. Data autem unaquæq; ipſarū d e f. Data igitur & unaquæq; ipſarum g h, h k, k g magnitudine. Datur igitur triangulum g h k, ſpecie, & quoniam eſt ſicut a b ad b c, ſic eſt d ad e. Aequalis autem eſt d ipſi g h, & e ipſi h k: eſt igitur ſicut a b ad b c, ſic g h ad h k. Rurſus quoniam eſt ſicut b c ad c a, ſic e ad f. Aequalis autem eſt e ipſi h k: & f ipſi g k. Eſt igitur ſicut b c ad c a, ſic h k ad k g. Oſtenſum autem eſt ſicut a b ad b c, ſic g h ad h k, ex æquali igitur per 22 quinti elementorum, ſicut b a ad a c, ſic g h ad g k. Simile igitur eſt per primam diffinitionem 6 elementorum a b c triangulum ipſi g h k triangulo. Datur autem g h k triangulum ſpecie. Datur igitur & a b c triangulum ſpecie.

Theorema 43. Propoſitio 43.

SI trianguli rectanguli, circa unum acutorum angulorum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.



Trianguli enim rectanguli a b c, rectum habentis eum qui ſub a b c, angulum, circa unum acutorum eiuſdem angulorum qui ſub a b c latera c b, b a, adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd ipſum a b c, triangulum datur ſpecie. Exponatur enim poſitione & magnitudine data recta linea d e. Deſcribaturq́; ſuper d e ſemicirculus d g e, poſitione igitur eſt d g e ſemicirculus, & quoniam ratio ipſius c b ad b a, data eſt, eadem eidem fiat ipſius d e ad f. Ratio igitur ipſius d e ad f data eſt. Data autem d e, data igitur & f, & quoniam maior eſt c b ipſa b a, maior igitur eſt & e d, ipſa f. Congruat ipſi f per primam quarti elementorum, d g, connectaturq́; g e & centro quidem d, interuallo autem d g, per tertium poſtulatum circulus deſcribatur h g k, poſitione igitur eſt circulus h g k. Datur enim ipſius centrum poſitione, & quæ ex centro magnitudine, poſitione autem & d g c ſemicirculus, datum igitur eſt & g ſignum, eſt autem utrunq; ipſorum d e, datum. Data igitur eſt, per uigeſimamſextam propoſitionem unaquæq; ipſarum g d, d e, e g, poſitione & magnitudine. Datur igitur triangulum g d e ſpecie. Quoniam igitur bina triangula ſunt a b c, d e g unum angulum uni angulo æquum habentia, eum ſcilicet qui ſub b a c, ei qui ſub d g e. Circum uerò alios angulos qui ſub c b a, c d g, latera proportionalia. Reliquorum autem qui ſub b e a, d e g, utrunque ſimul minorem recto. Simile igitur eſt per ſeptimam ſexti elementorum triangulum a b c ipſi d e g, triangulo

io. Datur autem d e g, triangulum ſpecie, datur igitur & a b c, triangulum ſpecie.

Scholium.

Quoniam enim ponitur d e, poſitione & magnitudine data, manifeſtum quòd ſi circulus bifariàm ſecetur, eſt centrum circuli poſitione. Dimidia uerò, hoc eſt quæ ex centro datur poſitione & magnitudine ſicut & circulus, per diffinitionem.

Theorema 44. Propoſitio 44.

SI triangulum unum habuerit angulũ datum, circum autem alium angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.



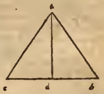
Sit triangulum a b c, unum habens angulum datum eum qui ſub b a c, circum autem alium angulũ eum qui ſub a b c latera a b, b c, rationem habeant adinuicem datam. Dico quòd triangulum a b c, ſpecie datur. Nõ ſit autem qui ſub b a c, angulus rectus. Sed ſit prius acutus. Exciteturq́; per 12 primi elementorum ab ipſo b ſigno in ipſam a c perpendicularis b d. Quoniam angulus b d a, datus eſt, eſt autem & qui ſub b a d, datus, & reliquus igitur qui ſub a b d, datus eſt. Datur igitur triangulum a b d, ſpecie. Ratio igitur ipſius b a ad b d data eſt, ſed ipſius a b ad b c, ratio data eſt, & ipſius b d igitur a d b c, ratio data eſt. Rectus autẽ eſt qui ſub b d c. Datur igitur triangulum b d c, ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b c d angulus. Eſt autem & qui ſub b a c, datus, & reliquus igitur qui ſub a b c, datus eſt. Datur igitur & a b c, triangulum ſpecie. Sed iam eſto qui ſub b a c angulus obtuſus, extendaturq́; c a in e. Exciteturq́; per 12 primi elementorum ab ipſo b ſigno in ipſam a e perpendicularis b e. Quoniam angulus b a c datus eſt, & conſequens igitur qui ſub b a e, datus eſt. Datur igitur triangulum e b a, ſpecie. Ratio igitur ipſius e b ad b a, data eſt, ipſius autem a b ad b c, ratio data eſt, & ipſius igitur e b ad b c ratio eſt data. Et qui ſub b e c, rectus eſt angulus. Datur igitur triangulum e b c ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b c e, eſt autem & qui ſub b a c, angulus datus, & reliquus igitur qui ſub a b c angulus datus eſt. Datur igitur triangulum a b c, ſpecie.



Theorema 45. Propoſitio 45.

SI triangulum unum habuerint angulum datum, circum uerò datum angulum latera utraq;, ſicut unum ad reliquum rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

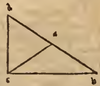
Eſto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui ſub b a c, at quæ circum b a c, angulum latera utraq; hoc eſt b a c tanquam unum ad c b rationem habeant datam. Dico quòd a b c, triangulum ſpecie datur. Secetur p tertiam primi elementorũ angulus b a c, bifariàm à recta linea a d. Datus igitur eſt qui ſub b a d, angulus, & quoniam eſt ſicut b a ad a c, ſic b d ad d c, uiciſſim etiam per 16 quinti elementorum, ſicut a b ad b d, ſic a c ad c d. Ratio utriuſq; b a c ad b c, data eſt. Ratio igitur ipſius b a ad b d, data eſt. Eſtq́; datus qui ſub b a d angulus. Datur igitur a b d triangulum ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub a b d, angulus, eſt autem & qui ſub b a c, angulus datus, et reliquus igitur qui ſub a c b datus eſt. Datur igitur triangulum a b c ſpecie.



Scholium.

Sicut enim unum antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia, per 12 quinti elementorum.

ALITER. *Extendatur b a in rectas lineas in d, & ipſi a c, ponatur æqualis a d̄ & connectatur d c. Etenim ipſius b d ad b c, ratio data eſt. Et qui ſub a d c, datus eſt, dimidius ſiquidem eius qui ſub b a c. Datur igitur triangulum b c d ſpecie. Da-*



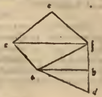
tus

b a, data eſt. Quoniã igitur angulus qui ſub e a b, datus eſt, eſt autem & qui ſub e a b, datus. Reliquus igitur qui ſub e a e, datus eſt, datur igitur triangulum a e e ſpecie. Ratio igitur ipſius e a ad a c, data eſt, ipſius autem e a ad a b, ratio eſt data, & ipſius e a ad a c igitur ratio data eſt. Idq́; propterea & ipſius f a, ad a b ratio eſt data, eſtq́; ſicut a e, ad a f, ſic b g ad b b. Quare & ipſius b g ad b b ratio eſt data. Eſt quæ ipſius quidem a g, dimidium triangulum a b c, per 41 primi element. Ipſius autem a b, per eandem dimidium eſt triangulum a b d, & ipſius igitur a b e ad a d b, ratio eſt data.

Theorema 49. Propoſitio 49.

SI ab eadem recta linea, bina rectilinea utcunq; data ſpecie deſcripta fuerint, adinuicem rationem datam habebunt.

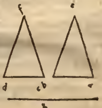
Ab eadem enim recta linea a b, bina rectilinea utcunq; ſpecie data deſcribantur a e c f b & a d b. Dico quòd ratio ipſius a e c f b, ad a d b, eſt data. Connectantur a f, f e. Datur igitur unumquodq; ipſorum e c f, e f a, f a b, triangulorum ſpecie. Et quoniam ab eadem recta linea e f, bina triangula ſpecie data e f c, & e f a, deſcribuntur. Ratio igitur ipſius c f e ad f e a, data eſt per præcedentem, & componendo igitur per 18 quinti elementorũ ratio ipſius c e a f data eſt. Ipſius autem f e a ad f a b, ratio eſt data Quoniam ab eadem recta linea a f, deſcribitur. Et ipſius f e e, e a f, igitur et a f b, ratio eſt data, & componendo igitur per 18 quinti element. ipſius c e a b f ad b f a, ratio eſt data. Ipſius autem f b a, ad a d b, ratio eſt data, & ipſius igitur c e a b f, ad a d b, ratio eſt data.



Theorema 50. Propoſitio 50.

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, & ab ipſis rectilinea ſimilia, ſimiliterq́; deſcripta adinuicem rationem datam habebunt.

Binæ ſiquidem rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, deſcribanturq́; ab ipſis a b, c d, ſimilia ſimiliterq́; poſita rectilinea e f. Dico quòd earum ratio data eſt. Aſſumatur enim ipſis a b, c d, per 11 ſexti element. tertia proportionalis g. Eſt igitur ſicut a b ad c d, ſic c d ad g. Ratio autem ipſius a b ad c d data, ratio igitur & ipſius c d ad g data. Quare & ipſius a b ad g ratio eſt data. Sicut autẽ a b ad g, ſic e ad f. Ratio igitur ipſius e ad f data eſt.

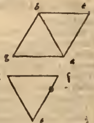


Scholium.

Quoniam enim ipſius a b ad c d, ratio eſt data, eſt autem & ipſius c d ad g, ratio data, manifeſtum eſt quod & compoſita ex binis datis rationibus ratio data eſt, uel & per octauum theorema, quod & melius eſt.

Theorema 51. Propoſitio 51.

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, et ab ipſis rectilinea utcunq; deſcripta, ſpecie data rationem adinuicem datam habebunt.



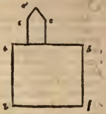
Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datã, deſcribanturq́; ab ipſis a b b e, rectilinea utcunq; ſpecie data e f. Dicoq́;, & ipſius e ad f ratio eſt data. Deſcribatur enim per uigeſimam quintã ſexti element. ab ipſa a b ipſi f, ſimile ſimiliterq́; poſitũ rectilineũ a g b. Datur aũt f ſpecie, datur igitur & a g b ſpecie. Sed & e, ſpecie

cie datur & ab eadem deſcribitur recta linea a b. Ratio igitur ipſius e ad a g b, data eſt. Et quoniam ratio ipſius a b ad c d, data eſt. Deſcribunturq; ab ipſis a b, c d, ſimilia ſimiliterq; poſita a b ſ g, ratio igitur ipſius a g b, ad ſ data eſt. Ipſius autē a g b, ad e, ratio eſt data. Et ipſius igitur e ad ſ, ratio eſt data.

Theorema 52. *Propoſitio 52.*

SI à data recta linea magnitudine data ſpecie ſpecies deſcripta fuerit, datur quæ deſcripta eſt magnitudine.

A data enim recta linea magnitudine a b data ſpecie ſpecies deſcribatur a c d e b, dico quòd a c, d e b, datur magnitudine. Deſcribatur enim ab ipſa a b, per 46 primi element. quadratum a ſ. Datur igitur a ſ, ſpecie & magnitudine, & quoniam ab eadem recta linea a b, bina rectilinea deſcribuntur ſpecie data a c d e b, & a ſ, igitur per 49 propoſitionem ipſius a c d e b ad a ſ, ràtio data eſt. Datur igitur & ipſum a c d e b, magnitudine.



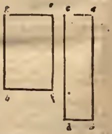
Scholium.

Omne enim quadratum datum eſt ſpecie quandoquidem ipſius anguli dantur, omnes enim ſunt recti, & rationes quoq; laterum, omnia enim ſunt æqualia, & enim non ſolum inæqualium eſt ratio, ſed & æqualium. Et quoniam exponitur quadratum: deſcribitur enim poſſum & eidem exhibere idem, ac per hoc datur & magnitudine idem quadratum & eius unumquodq; latus.

Theorema 53. *Propoſitio 53.*

SI binæ ſpecies ſpecie datæ fuerint, & unum latus unius ad unum latus alterius rationem datam habuerit, & reliqua latera ad reliqua latera rationem datam habebunt.

Sint binæ ſpecies ſpecie datæ, a d, e b, ratio autem ipſius b d ad f b, eſto data. Dico quòd & reliquorum laterum ad reliqua latera ratio eſt data. Nam quoniam ipſius d b ad f b, ratio eſt data, ipſius autē d b ad b a, ratio eſt data, et ipſius igitur d b ad f b, ratio data eſt, ipſius autem f b, ad ſ e, ratio eſt data, & ipſius a b, igitur ad e f, ratio eſt data. Idq; propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera ratio eſt data.

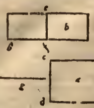


Scholium.

Oſtenſum eſt in ſcholio 20 propoſitionis quòd ſi a ad b, rationem habet datam: fuerit autem & c, datū, & fiat ſicut a ad b, ſic c ad aliud quid, ut puta d, non tamen & uiciſsim rationē habebunt datam, quoniam & hic non per uices eſt eorum rationem datam inuenire, ſed aliter ſicut nunc.

Theorema 54. *Propoſitio 54.*

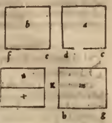
SI binæ ſpecies ſpecie datæ adinuicem rationem datam habuerint, & eorum latera adinuicem rationem habebunt datam.



Binæ, inquā, ſpecies ſpecie datæ a b, adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd & eorum latera adinuicem rationem habent datā. Ipſum enim a ipſi b aut eſt ſimile, aut non, ſit prius ſimile. Accipiaturq; per 11 quinti element. ipſorum c d, e ſ, tertia proportionalis g: eſt igitur ſicut c d ad g, ſic eſt a ad b. Ipſius autē a ad b ratio data eſt. Ratio quoq; igitur c d ad g data eſt, et ſunt c d, e ſ, g proportionales, & ipſius c d igitur ad e ſ, ratio eſt data. Simileq; eſt a ipſi b, & reliqua igitur latera ad reliqua latera per præcedētem rationem datam habebunt. Non ſit autem ſimile a ipſi b, & deſcribatur a b, e ſ, per 25 ſexti element. ipſi a, ſimile ſimiliterq; poſitū e h, datur igitur & e h, ſpecie.

ſpecie. Datur autem & b. Ratio igitur ipſius b ad e b, data eſt, ipſius autem b ad a, ratio eſt data & ipſius a ad e b. Igitur ratio eſt data, & ſimile eſt a ipſi e b. Ratio igitur ipſius e d ad e f, data eſt. Idq; propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera, per praecedentem ratio eſt data.

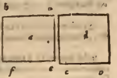
Aliter.



Exponatur recta linea g h iam d ipſi b, aut eſt ſimile, aut non. Sit prius ſimile, fiatq; ſicut e d ad e f, ſic g h ad k l. Deſcribanturq; per 25 ſexti element. ab ipſis g h, k l ipſis a b, ſimiles ſimiliterq; poſitæ m n, ſpecies. Et quoniam eſt ſicut e d ad e f, ſic eſt g h ad k l. Deſcribunturq; ab ipſis e d, e f, g h, k l, ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea a b m n, eſt igitur ſicut a ad b, ſic m ad n. Ratio autem ipſius a ad b data eſt. Ratio igitur ipſius m ad n data. Datum autem m per 25 propoſitionem, à data ſiquidē magnitudine rectilinea deſcribitur ſpecies. Datum igitur eſt & n. Deſcribatur iam per 46 primi element. ex ipſa k l quadratū x. Datur igitur ipſum x ſpecie. Ratio igitur ipſius n ad x data, datum autem ipſum n, datum igitur & x. Data igitur eſt k l, eſt autem & g h data. Ratio igitur ipſius g h ad k l data eſt, eſtq; ſicut g h ad k l, ſic e d ad e f. Ratio igitur ipſius e d ad e f, data eſt. Simile eſtq; a ipſi b & latera quoq; reliqua ad reliqua latera per præcedētem rationem habebunt datam, non ſit autem ſimile, conſequenter iam priori oſtenditur demonſtratione.

Theorema 55. Propoſitio 55.

SI areola ſpecie & magnitudine data fuer·t, & eius latera magnitudine data erunt.



Sit areola ſpecie & magnitudine data a. Dico quòd & ipſius latera magnitudine data recta ſunt, exponatur ſiquidem poſitione & magnitudine data recta linea b e deſcribaturq; per 25 ſexti element. ex ipſa b c ipſi a ſimile ſimiliterq; poſitū d. Datur iā ipſum d ſpecie, datur igitur & d magnitudine. Datur autem & a, ratio igitur ipſius a ad d, data. Simileq; eſt a ipſi d, ratio igitur ipſius e f ad b c data. Data autem & b e data, igitur & e f. Et ipſius f e ad e g data eſt ratio, data eſt ratio, data igitur e g. Idq; propterea iam & unumquodq; ipſorum magnitudine datur.

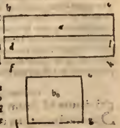
Aliter.



Eſto areola k l m n x, ſpecie data & magnitudine, dico quòd & latera eius data ſunt ſpecie. Deſcribatur per 46 primi elementorum, ex m n, quadratum m o. Datur igitur ſpecie. Sed & l n. Ratio igitur ipſius l n ad m o data eſt. Data autem l n magnitudine. Data igitur & m o, magnitudine, eſtq; quadratum ex m n. Datum igitur eſt quod ex m n. Data igitur eſt m n magnitudine. Idq; propterea iam & unumquodq; ipſorum m l, l k, k x, x n, data eſt magnitudine.

Theorema 56. Propoſitio 56.

SI bina æquiangula parallelogramma, adinuicem rationem habuerint datam, erit ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic reliquum ſecundi latus ad quod alterum primi rationem habet datam, quam parallelogrammum ad parall·logrammum.

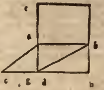


Bina enim æquiangula parallelogrāma a b, adinuicem rationem habeāt datam. Dico quòd eſt ſicut e d ad e f, ſic eſt e g ad id quod ipſa c h rationē habet datam, quā parallelogrammū a ad parallelogrāmū b, extēdatur in rectas lineas ipſi c b, ipſa c k, fiatq; ſicut c d ad e;

f,ſic e g ad c k. Cōpleaturq́; c l parallelogrammū. Quoniā igitur eſt ſicut c d ad e f, ſic e g, ad c k, æqua lis autem eſt e d ipſi k l. Eſt igitur ſicut k l ad e f, ſic e g ad c k, circū æquales angulos qui ſunt ſub c k l, g e f, latera ſunt reciproca, æquum igitur eſt per 14 ſexti element. k d ipſi g f. Et quoniam ratio ipſius a ad b eſt data, eſt autem æquale b ipſi c l. Ratio igitur ipſius b d ad c l data eſt. At ſicut b d ad c l, ſic b c ad c k. Et ipſius igitur b c ad c k ratio eſt data: & quoniam eſt ſicut c d ad e f, ſic e g ad c k, at ipſa c b ad c k rationē habet datam, quam area a ad ipſam b: eſt igitur ſicut c d ad e f: ſic eſt e g ad quod b c, rationem habet quam areola a ad areolam b.

Theorema 57. Propoſitio 57.

SI datum ad datam comparatum fuerit in angulo dato, datur latitudo exceſſus.



Datum enim a g ad datam b a, proiectum ſit in angulo dato qui ſub c a b. Dico quòd ipſa c a data eſt. Deſcribatur per 46 primi element. ex a b quadratum e b. Datum igitur eſt e b, excitentur e a, f b, e g ad ipſa d b: & quoniam utrunq; ipſorum e b, a g datum eſt. Ratio igitur ipſius e b ad a g data eſt, æquum autem eſt e b ipſi a b. Ratio igitur & ipſius e b ad a b, data eſt. Quare & ipſius e a ad a d ratio eſt data, æqualis autem eſt e a ipſi a b. Ratio igitur ipſius b a ad a d, data eſt, & quoniam qui ſub c a b datus eſt, & qui ſub d a b datus eſt. Reliquus igitur qui ſub a c d datus eſt. Datur igitur triangulum a c d ſpecie. Ratio igitur ipſius c a ad a d data eſt, ipſius autem d a ad a b ratio eſt data, & ipſius c a ad a b, igitur ratio eſt data, eſtq́; data ipſa b a. Data igitur & a c, & latitudo ipſius comparationis.

Scholium.

Quoniam binæ ſpecies e a, a d ſpecie datæ ſunt, adinuicem rationem habent datam & ipſarum latera adinuicem rationem datam habebunt.

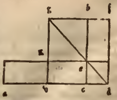
Scholium.

Ipſius, inquam, a g b latitudo parallelus eſt, & a b ad rectam exiſtens ipſi a b, ipſius autem a c g b comparationis, ut in quatuor rectis lineis a b b g, g c, c a, longitudine exiſtente ipſa a b latitudo erit ipſa a c: in quatuor ſiquidem propoſitis rectis lineis latitudinem quærit, nō autem ueræ areæ latitudo alia eſt præter quatuor, ſicut a c.

Theorema 58. Propoſitio 58.

SI datum ad datam proiectum fuerit ſpecie deficiens à dato ſpecie, dantur latitudines defectus.

Datum enim a c ad datam a d proiectum ſit ſpecie deficiens à dato d c. Dico quòd utraq; ipſarum b c, b d data eſt. Secetur enim per decimam primi element. ipſa a d bifariam in e ſigno: data igitur eſt e d. Deſcribatur ab ipſa e d per 25 ſexti element. ipſi c d ſimile, ſimiliterq́; poſitum rectilineum e f. Deſcribaturq́; e f. Datur igitur e f ſpecie. Et quoniā à data recta linea e d data ſpecie ſpecies deſcribitur e f, datur igitur ipſum e k magnitudine, & æquum eſt ipſis a c k b. Datur igitur, ipſa a c k b magnitudine, eſt autem a c datum magnitudine, ſupponitur enim. Reliquum igitur k b, datum eſt magnitudine, eſt autem & ſpecie datum ſimile, ſiquidem eſt ipſi c d. Ipſius b k, ergo latera data ſunt, datum igitur k c, & eſt æquum ipſi e b. Ipſa igitur e b data eſt. Eſt autem & e d, data, & reliqua igitur b d data eſt, & ratio ipſius b d ad b c data eſt. Data igitur eſt & b c.

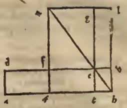


Theorema 59. Propoſitio 59.

SI datum ad datam proiectum fuerit excedens ſpecie dato ſpecie, dantur latitudines exceſſus.

Datum

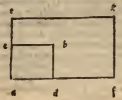
Datum ſiquidem a b ad datam a c proiectum ſit excedens ſpecie data c b, dico quòd utraq; ipſarum h c, c e data eſt. Secetur enim per 10 primi element. ipſa d e bifariã in f ſigno. Deſcribaturq; per 25 ſexti element. ex e f ipſi c b ſimile ſimiliterq; poſitum f g. Circa igitur eundem dimetientem eſt f g ipſi c b, excitentur per 26 ſexti element. eorũ dimetiens h e m, deſcribaturq; figura. Et quoniã c b ipſi f g eſt ſimile. Datur autem c b ſpecie. Datur igitur & f g ſpecie, & deſcribitur à data recta linea f c. Data igitur ſunt a b, f g & ipſi k a, ſunt ęqualia. Datum igitur eſt b c. Ipſius ergo k a latera ſunt data, data igitur eſt k b, & k c data eſt, & ipſi e f ęqualis, reliqua igitur c b, data eſt, & ad b b rationem habet datam. Data igitur eſt & b b.



Theorema 60. Propoſitio 60.

SI parallelogrammum ſpecie & magnitudine datum dato gnomone auctum aut imminutũ fuerit, dantur latitudines gnomonis.

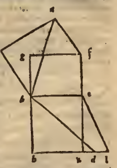
Parallelogrammum enim a b datum ſpecie & magnitudine augeatur prius dato gnomone e c b d f g. Dico quòd datę ſunt utraq; ipſarũ c e, d f. Nam quoniam a b datum eſt, eſt autem d f g gnomon datus, & totum igitur a g datum eſt. Sed & ſpecie, ſimile enim eſt ipſi a b. Igitur ipſius a g latera data ſunt. Data igitur eſt utraq; ipſarum a e, a f, eſt autem utraq; ipſarum c a, a d data, reliqua igitur utraq; ipſarum c e, d f data eſt. Rurſus iam parallelogrammum a g, datum ſpecie & magnitudine minuatur dato gnomone c c b d f g. Dico quòd utraq; ipſarum c e, d f, data eſt. Quoniam igitur datum eſt a g cuius gnomon e c b d f g, datus eſt. Reliquum igitur a b datum eſt. Sed & ſpecie. Ipſius igitur a b latera data ſunt. Data igitur eſt utraq; ipſarum c a, a d, eſt autem & utraq; ipſarum e a, a f, data. Et reliqua utraq; igitur ipſarum c e, d f data eſt.



Theorema 61. Propoſitio 61.

SI data ſpecie ſpecie, ad unum latus parallelogramma area proiecta fuerit in dato angulo, habeat autem ſpecies ad parallelogrammũ rationem datam, datur parallelogrammum ſpecie.

Data enim ſpecie ſpecie a f c b, ad unum latus c b parallelogramma areola proiecta ſit c d in dato angulo l c b. Ratio autem ſit ipſius a c ſpeciei ad c d parallelogrammũ data. Dico quòd datur c d ſpecie, excitetur enim ſiquidẽ per 31 primi element. ipſi f c parallelus b g, & per f ipſi b c, parallelus f g, extendanturq; f c g h, in h k ſigna. Quoniam datus eſt qui ſub f c b angulus. Et ipſius f c ad c b ratio data eſt. Datum eſt igitur ipſum f b parallelogrammum ſpecie. Datur autem ſpecie a f c b ſpecies, & deſcribitur eadem recta linea c b. Ipſius igitur a b ſpeciei ad f b, parallelogrammũ per 49 propoſitionem ratio data eſt. Ipſius autem f b ad c d, ratio eſt data, quoniam iam ipſius a b, a d ſupponitur. Aequum autem eſt c d ipſi k b, per 35 primi element. ratio igitur ipſius k b ad c g, eſt data. Quare & ipſius f c ad c k, ratio eſt data, ipſius autem f g ad c b, ratio eſt data, ipſius igitur b c ratio data eſt. Et quoniam angulus qui ſub b c k datus eſt & qui ſub b c l datus eſt, & reliquus igitur qui ſub l c k datus eſt. Eſt autem & qui ſub l k c, datus angulus, ęquus ei qui ſub k c b. Reliquus igitur qui ſub c l k datus eſt. Datur igitur l c k triangulum ſpecie. Ratio ipſius igitur l c ad c k data eſt. Ipſius autem c k ad b c ratio eſt data. Et ipſius igitur l c ad c b ratio eſt data, & qui ſub l c b angulus datus eſt. Datur igitur c d, parallelogrammum ſpecie.



Scholium.

Datur f b, parallelogrammum manifeſtè, quoniam angulus f c b datur. Datur igitur & c f g

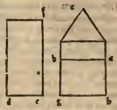
angulus, in parallelos enim f g, c b recta cecidit linea c f, efficiens interiores & ad eaſdem partes binis rectis æquales. Quorum qui ſub f c b, datur: & reliquus qui ſub c f g datur. Quare & reliqui dati ſunt: & quoniam datur ratio c f ad c b, æqualis autem ipſa g b ipſi c f & c b ipſi f g, quare & laterum ratio dicatur.

Scholium.

Quoniam enim ipſius f b parallelogrammi ad a f c b, ſpeciem ratio eſt data, ipſius autem a f c b, ſpeciei ad c d, ratio eſt data, & ex æquali per 22 quinti element. ipſius b f ad c d, ratio eſt data.

Theorema 62. *Propoſitio 62.*

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, deſcriptaq́ fuerit ab una quidem data ſpecie ſpecies, altera uerò area parallelogramma in angulo dato, habuerit autem ſpecies ad parallelogrammum rationem datam, datur parallelogrammum ſpecie.



Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, & deſcribatur ab ipſa quidem a b, data ſpecie ſpecies a e b & ab ipſa c d, parallelogrammum f d in dato angulo f c d. Ratio autem ſit ipſius a e b ſpeciei ad f d parallelogrammũ data. Dico quòd datur d f, parallelogrammum ſpecie. Deſcribatur enim ab ipſa a b ipſi d f, per 25 ſexti element. ſimile ſimiliterq́; poſitum a g. Quoniam ratio ipſius a b ad c d data eſt. Deſcribanturq́; ab ipſis a b c d ſimilia ſimiliterq́; poſita rectilinea a g, f d. Ratio igitur ipſius a g ad f d, data eſt. Ipſius autem f d ad e b ratio eſt data, & ipſius e b igitur ad a g, ratio data eſt, & angulus qui ſub b a h, datus eſt, æquales enim ei qui ſub f c d. Quoniam igitur data ſpecie: ſpecie e b ad unum latus a b proiectum eſt a g in dato angulo b a b, & ratio ipſius e b ſpeciei ad a g, parallelogrammum data eſt. Datur igitur a g ſpecie, eſtq́; ſimilis ipſi f d, datur igitur f d ſpecie.

Theorema 63. *Propoſitio 63.*

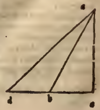
SI triangulũ ſpecie datum fuerit, quod ex unoquoq; latere ipſius, quadratum ad triangulum rationem datam habebit.



Eſto triangulum ſpecie datum a b c. Deſcribaturq́; ex unoquoq; ipſius latere quadratum e b, c d, c f. Dico quòd unumquodq; ipſorum e b, c d, c f, ad a b c, triangulum rationem datam habebit. Nam quoniam ab eadem recta linea b e, rectilinea data ſpecie deſcribuntur utcunq; a b c d. Igitur per 49 propoſitionem, ratio ipſius a b c ad c d data eſt. Idq́; propterea iam, & utriuſq; ipſorum e b & c f ad a b c, triangulum ratio eſt data.

Theorema 64. *Propoſitio 64.*

SI triangulũ obtuſum habuerit angulum datum, qua maius quod obtuſum angulum ſubtendit latus, area lateribus obtuſum angulum comprehendẽtibus ad triangulum, rationem datam habebit.

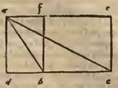


Sit triangulũ obtuſum habens angulũ eum qui ſub a b c datũ, extendaturq́; in rectas lineas ipſius b c, recta linea b d, exciteturq́; p 12 primi element. ab ipſo a in c d, ppendicularis a d. Dico q, quo maius eſt quod ex a c eis quæ ex a b, b c, hoc eſt qd' bis ſub d b, b c, area ad a b c, triangulũ datã rationẽ habebit. Quoniã nanq; angulus q ſub a b c, p hypotheſim datus eſt, & q ſub a b d, datus eſt, eſt aũt & q ſub a d, d b, datus.

Reliquus

Reliquum igitur qui ſub d a b, datus eſt. Datur igitur d a b triangulũ ſpecie. Ratio igitur ipſius a d ad d b, data eſt, eſtq́; ſicut a d ad d b, ſic quod ſub a d, b c, ad id quod d b, b c, quare & ipſius d a, b c, ad id qd' ſub d b, b c, ratio data eſt. Et eius quod bis ſub d b, b c, igitur ad id quod ſub a d, b c, ratio data eſt. Sed eius quod ſub d a, b c, ad a c b triangulum ratio eſt data, & eius igitur quod bis ſub d b, b c ad a b c, triangulum ratio eſt data, eſtq́; quod bis ſub d b, b c, quo maius eſt quod a c, eis quæ ex a b, b c, ipſa igitur area ad a b c, triangulum rationem datam habet.

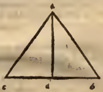
Scholium.



Excitetur ad angulos rectos ab ipſo b ſigno ipſi a d per 31 primi element. æqua & parallelus b f, & ab ipſo a ſigno ipſi d c, per eandem æqua & parallelus excitetur d c, & connectatur c c, & quoniam per 31 primi element. parallelogrammum b e ipſius b a c trianguli duplum eſt, ſuper nanq; eadem baſi, & in eiſdem eſt parallelis, comprehenditurq́; parallelogrammum ſub f c, c c, æqualis autem eſt c c, ipſi a d & f c ipſi b c. Quoniam parallelogrammum ad triangulum rationem habet, quare & parallelogrammum ad triangulum ratio eſt etiam dupla. Quod uerò bis ſub a d, c b, rationem habet datam, ad triangulum quadruplam, eſt enim ſub d c, c b ſicut in 2 elementorum.

Theorema 65. *Propoſitio 65.*

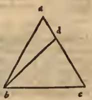
SI triangulum acutum habuerit angulum datum, qua minus poteſt angulum acutum ſubtendens latus comprehẽdentibus lateribus acutum angulum, illa areola ad triangulum rationem habebit datam.



Eſto triangulum acutum habens angulum a b c. Exciteturq́; ab ipſo a per 12 primi element. perpẽdicularis a d. Dico quòd qua minus eſt quod ex d c, eis quæ ex a b, b c, hoc eſt quod bis ſub c b, b d ad a b c triangulum rationem habet datam. Nam quoniam angulus a b d datus eſt, & qui ſub a d b datus eſt. Reliquus igitur qui ſub b a d datus eſt. Datur igitur a b d, triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius b d ad d a data eſt. Quare & eius qui ſub c b d, ad id quod ſub c b, ratio data eſt, & eius quod bis ſub c b, b d igitur. Sed eius quod ſub c b, b d ad ea quæ ex a b, b c, quo igitur minus eſt quod ex a c eis quæ ex a b, b c, ea area ad a b c, triangulũ rationẽ habet datam.

Theorema 66. *Propoſitio 66.*

SI triangulum datum habuerit angulum, rectangulũ ſub datum angulum comprehendentibus rectis lineis ad triangulũ rationem habebit datam.

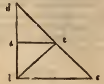


Eſto triangulum a b c, datum habens angulum eum qui ad a. Dico quòd quod ſub b a c ad a b c, triangulum rationem habet datam, excitetur enim per 12 primi element. ab ipſo b in ipſam a c perpendicularis b d. Quoniam igitur angulus b a c, datus eſt. Eſt autem & qui ſub a d b, angulus datus. Et reliquus igitur qui ſub a b d angulus datur. Datur igitur a b d, triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b d data eſt. Sicut autem a b ad b d, ſit quod ſub b a c ad id quod ſub b d a c. Quare & eius qui ſub b a c, ad id quod ſub b d a c ratio eſt data. Eius autem quod ſub a c, b d, ad a b c triangulum ratio eſt data. Et eius qui ſub b a c, igitur ad a b c, trianguli ratio eſt data.

Theorema 67. *Propoſitio 67.*

SI triangulum datum habuerit angulum, qua maius poſsint datum angulum comprehendentia latera ut unum, ea quæ ex reliquo, area ad triangulum rationem habebit datam.

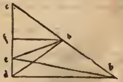
Eſto triangulum a b c, datum habens angulum b a c. Dico quòd quo maius eſt quod ex utraq; b a c, eo quod b c, ea area ad a b c, triangulum rationem habet datam. Extendatur enim rectas lineas ipſius a b ipſa a d, ponaturq; ipſa a c æqualis ipſi a d per 2 primi elementorum & connexa recta linea d c extendatur in e, exciteturq; per 31 primi elementorum ab ipſo b ipſi a c parallelus b e. Et quoniã æqualis eſt a d ipſi a c æqualis igitur eſt & d b ipſi b e, extenditurq; quædam b c. Quod igitur ſub d e c, unà cum eo quod ex b c, æquum eſt ei quod ex b d, æqualis autem eſt d a ipſi a c. Quod igitur ex utroq; b a c, æquum eſt ei quod ſub d c e, unà cum eo quod ex b c. Quare quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c maius eſt eo quod ſub d c e. Dico iam quòd eius quod ſub d c e ad a b c triangulum ratio eſt data. Quoniam enim eius angulus b a c, datus eſt, & conſequens igitur qui ſub d a c, datus eſt, eſt autem & uterq; ipſorum a b c, d c a datus. Dimidia nanq; ſunt eius qui ſub b a c. Datur enim qui ſub b a c, datur igitur triãgulum d a c ſpecie. Ratio igitur ipſius d a ad d c, data eſt. Quare & eius quod ex a d ad id quod ex d c ratio data eſt. Et quoniam eſt ſicut b a ad a d, ſic eſt e c ad c d, ſed ſicut quidem b a ad a d, ſic quod ſub b a ad id quod ex a d. Sicut autem e c ad c d, ſic quod ſub e c, c d ad id quod ex e d, & ſicut igitur per undecimam quinti elemẽtorum, quod ſub



b a ad id quod ex d a, ſic quod ſub e c d, ad id quod ex c d. Et uiciſsim igitur per decimamſextam quinti elemẽtorum quod ſub b a d ad id quod ſub e c d, ſic quod ex a d id quod ex d c. Ratio autem eius quod ex a d ad id quod ex d e data eſt. Ratio igitur & eius quod ſub b a d ad id quod ſub e c d data eſt. Aequalis autem eſt d a ipſi a c. Ratio igitur eius quod ſub b a c, ad id quod ſub e c d, data eſt, eius autem quod ſub b a c, trianguli ratio eſt data, eo quia angulus qui ſub b a c datus eſt. Et eius qui ſub d c e, igitur ad a b c ratio eſt data. Eſtq; quod ſub d c e, eo maius quod eſt ex utraq; b a c, eo quod ex b c. Quo uerò maius eſt quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c ea area ad triangulum rationem datam habebit.

Aliter.

Conſtruantur enim eadem quæ prius, exciteturq; per duodecimam primi elementorum ab ipſo a in e c perpendicularis a f, connectaturq; a d, & quoniam datus eſt angulus b a c & eius dimidium eſt angulus a c f, eſt autem & angulus a f c, datus. Datur igitur triangulum a f c ſpecie. Ratio igitur ipſius a f ad f c, data eſt, ipſius autem f c ad c e, ratio data eſt. Dupla ſiquidem eius eſt, & ipſius igitur e c, ad a f ratio data eſt. Quare & eius qui ſub e c d ad eum qui ſub a f c d ratio data eſt. Quare & eius qui ſub e c d, ad eum qui ſub a f c d, ratio data eſt. Duplum ſiquidem illius eſt & eius qui ſub e c d, igitur ad eum qui ſub a c d, ratio data eſt, æquum autem eſt a c d, triangulum ipſi a b c triangulo per trigeſimamſeptimam primi elementorum, in eadem ſiquidem baſi a c, & in eiſdem ſunt parallelis a c, b d, & eius qui ſub e c d, igitur ad a b c, triãgulum ratio eſt data, eſtq; quæ ſub e c d, qua maius eſt quod ex utroq; b a c, ea quæ ex b c, qua maius eſt quod ex utroq; b a, a c, ea quæ ex c b area ad triangulum rationem habet datam.

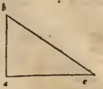


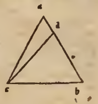
Aliter.

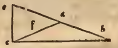
Angulus a aut eſt rectus, aut acutus, aut obtuſus, ſit prius rectus, quod igitur ab utroq; b a c id quod ex b c excedit, eo quod bis ſub b a c & eius quod bis ſub b a c ad a b c triangulum ratio data. Eſto autem acutus qui ſub b a c, exciteturq; per duodecimam primi elementorum ab ipſo c in ipſam a b perpendicularis c d, quoniam triangulum a b c, oxygonium eſt, & excitatur perpendicularis c d. Quæ igitur ex b a c, æqua ſunt & ei quod ex b c, & eis quod bis ſub b a d. Commune adiungatur quod bis ſub b a c. Quæ igitur ex b a c, unà cũ eo quod bis ſub b a c, quod eſt ex utroq; b a c, æqua ſunt ei quod

ex b c

ex b c & ei quod bis ſub b a d, & inſuper ei quod bis ſub b a c, hoc eſt ei quod bis ſub utroq; e c d et a b. Quare quod ex utroq; b a c maius eſt eo quod ex b c, eo quod bis ſub utroq; c a d, & a b. Quare quod ab utroque b a c maius eſt eo quod ex b c, eo quod bis ſub utroque d a c, & b a, & quoniam angulus b a c datus eſt, & qui ſub a d c quoque datus eſt. Et reliquus igitur qui ſub d c a datus eſt. Datur igitur triangulum a d c, ſpecie. Ratio igitur ipſius a d, ad a c data eſt, quare & utriuſque d a c ad a c, ratio eſt data. Et eius igitur quod ſub utroq; d a c & a b, ad id quod ſub b a c, ratio eſt data. Et eius quod bis ſub utroque d a c & a b ad id quod ſub b a c ratio eſt data. Eo quia qui ſub b a c, angulus datus eſt, & eius quod bis ſub utroque d a c, & a b igitur ad a b c, triangulũ ratio data eſt. Sed iam eſto angulus qui ſub b a c obtuſus, & producta b a in eam per duodecimã primi elementorum perpendicularis agatur c e, & ponatur per ſecundam primi elementorum ipſi a c æqualis a f. Quoniam igitur angulus b a c, eſt obtuſus excitaturq; perpẽdicularis c e, quæ igitur ex b a, a c, unà cum eo quod bis ſub b a c, hoc eſt bis ſub b a f, æqua ſunt ei quod ex b c. Commune proiectum ſit quod bis ſub b a c. Quæ igitur ex b a, a c unà cum eo quod bis ſub b a c, hoc eſt, ex utroq; b a c, unà cũ eo quod bis ſub b a f, æqua ſunt ei quod ex b c, una cum eo quod bis ſub b a c. Commune auferatur quod bis ſub b a f. quod igitur ab utroque b a c, æquum eſt ei quod ex b c, et ei quod bis ſub b a c f. Quare quæ ex utroq; b a c, id quod ex b c, excedit eo quod bis ſub b a e f, & quoniam angulus b a c, datus eſt, et qui ſub e a c, igitur datus eſt. Sed et qui ſub c e a, datus eſt: & reliquus igitur qui ſub a c e, datus eſt. Datur igitur a e c triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius c a ad a e, data eſt, hoc eſt ad a f. Quare & ipſius a c ad e f, ratio eſt data. Ipſius autem a c ad c e ratio eſt data, & ipſius e c ad e f igitur ratio eſt data. Quare & eius quod ſub c e, a b, ad id quod ſub e f a b ratio eſt data. Ipſius autẽ qđ ex a b, c e ad a b c, triangulum ratio eſt data: quare & eius quod ſub e f, b a ad b c, triangulum ratio eſt data, eſtq; quod bis ſub f e b a, quo maius eſt quod ex b c: eo igitur maius eſt quod ex utroq; b a c eo quod ex b c, ea area ad triangulum rationem habet datam.

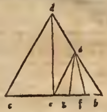






Aliter.

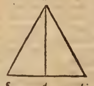
Excitetur b a et ipſi a c æqualis ponatur d a, connectaturq; d c. Quoniam igitur angulus a b c datus eſt, & eius uterq; qui ſub a d c, a c d, dimidium eſt. Datur ergo uterq; eorum qui ſub a d c, a c d, & reliquus igitur qui ſub d a c, datus eſt. Datur ergo triangulum a c d ſpecie. Ratio igitur ipſius a c ad c d, data eſt. Et quoniam qui ſub a d c, datus eſt, excitetur eidem æquus uterq; eorum qui ſub d e c, a f c, per uigeſimam ſecundam primi elementorum. Et quoniam angulus b d c, ipſi d e c æquus eſt. Communis autem qui ſub a b c, ipſius d b e trianguli exiſtens, & ipſius d b c. Reliquus igitur angulus d b c, reliquo angulo b c d eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt b d e, triangulum ipſi d b c triangulo. Eſt igitur ſicut c b ad b d, ſic eſt d b ad c b. Quod igitur ſub c b, b c, hoc eſt quod ſub e c b, unà cum eo quod ex c b ei æquũ eſt quod ex b d, hoc eſt ei quod ex utroq; b a c, æqualis enim eſt d a ipſi a c. Quod igitur ſub c c b, unà cum eo quod ex c b, æquum eſt ei quod ex utroque b a c. Quod igitur ex utroque b a c, id quod ex b c excedit, eo quòd ſub b c e. Dico igitur quòd ratio ipſius qui ſub b c e ad a b c, triangulum data eſt. Quoniam æqualis eſt angulus b d e, angulo b c d, quorum qui ſub a d c, ei qui ſub a c d, eſt æqualis. Reliquus ergo qui ſub c d e, reliquo qui ſub a e b eſt æqualis. Eſt autem & qui ſub d e c, ei qui ſub a f c, æqualis: reliquus ergo qui ſub c a f, reliquo qui ſub d c e, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt triangulum a c f, triangulo d e c. Eſt igitur ſicut c a ad a f, ſic d c ad c e: & uiciſſim igitur per decimam ſextam quinti



elementorum ſicut e a ad d c, ſic a f ad c e. Ratio autem ipſius a e ad c d, data eſt. Ratio igitur ipſius a f ad c e, data. Excitetur per duodecimam primi elementorum, ab ipſo a in b c perpendicularis a g, & quoniam angulus a f c datus eſt, eſt autem & qui ſub a g f, datus, & reliquus ergo qui ſub g a f, datus eſt. Datur ergo a g f triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius f a ad a g, data eſt, ipſius autem f a, a c, c e ratio data eſt. Quare & quod ſub a g b c ad id quod ſub b c, c e, ratio data eſt. Eius autem quod ſub a g, b c, ad id quod ſub a c b, triangulũ ratio eſt data, & eius quod ſub b c, c e, ad a b c ratio eſt data. Eſt autẽ quod ſub b c, c e, quo maius eſt quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c. Quo igitur maius eſt quod ex utroque b a c, eo quod ex d c, ea area ad triangulum rationem habet datam.

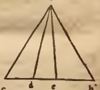
Scholium ſuper prima demonſtratione 63 propoſitionis.

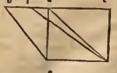
Si in triangulo iſoſcele acta fuerit aliqua recta linea utcunque in baſim, quod ex acta unà cum eo quod ſub baſis ſegmentis, æquum eſt ei quod ex uno laterum æqualium gignitur. Sit nempe iſoſceles triangulũ a b c, æquum habens latus a b lateri a c, & ab ipſo a in b c agatur quædam recta linea utcũq; a d. Dico quòd quod ex a d unà cum eo quod ſub b d e, æquum eſt ei quod ex a e. Ipſa a d in b c, aut perpendicularis eſt, aut non. Sit prius perpendicularis, & quoniam recta linea aliqua b c ſecatur biſariam in d. Quod igitur ſub c d b, æquum eſt ei quod ex b d, commune apponatur quod ex a d, quod igitur ſub c d b, unà cum eo quod ex a d, æquũ ei eſt quod ex a d, d b. At eis quæ ex a d, d b æquũ eſt quod ex a b. Quod uerò ſub d b unà cum eo quod ex a d, æquum eſt ei quod ex a b. Sed iam non ſit perpendicularis a d, exciteturq; ab ipſo a, in b c perpendicularis a e. Et quoniã recta quædam linea ſecatur in æqualia in e, & in inæqualia in d. Igitur per nonam ſecundi elementorum quod ſub c d b, unà cum eo quod ex d e, ei eſt æquum quod ex b e commune apponatur quod ex a e, igitur quod ſub c d b unà cum eo quod ſub a e, e d, æquum eſt ei quod ex a e, e b, æquum eſt autem eis quæ ex a e, e d, id quod ex a d. Quod igitur ſub c d b, unà cum eo quod ex a d, eis eſt æquum quod ex a d b, & eis quæ ex a d b, id quod ex a b, eſt æquum, quod autem ſub c d b, unà cum eo quod ex a d, ei quod ex a b.



Scholium in ſecundam demonſtrationem.

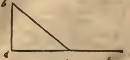
Quoniam autem quod ſub a f c d, trianguli duplum ſit, ſic demonſtrabimus, excitetur per a ipſi c d, parallelus per trigeſimam primi elementorum, ipſa a g, & per eandem ipſi a f, per g parallelus excitetur g h. Bina igitur ſunt parallelogramma ipſa a b, a d, ſupponitur autem a c ipſi d g parallelus ſuper eadem baſi a g exiſtentes & in eiſdem parallelis a g, c h, parallelogrammum igitur a b per trigeſimamquintam primi elementorum, ipſi a d parallelogrammo æquum eſt, & quoniã quod ſub a f, a g, eſt ipſum a b, æqualis autem eſt a g ipſi c d, & quod igitur ſub a f, c f d, eſt quod a h. Duplum autem eſt a h ipſius a c d trianguli per 41 primi elementorum: quoniam & a d. Quod igitur ſub a f, c d, duplum eſt ipſius a c d trianguli.





Item ſcholium.

Si enim efficiemus in rectas lineas d a ipſi a c, ſicut d a c, & per d ipſi d c, per undecimam primi elementorum ad angulos rectos excitemus d b. Manifeſtum quòd manente quidem æquali d a ipſi d c, ipſa autem d c ipſi a c, ipſa uerò b a ipſi d a, manifeſtũ erit quod dictum eſt. Quoniam enim ſicut ſe habent baſes, ſic & parallelogramma ſub eodem faſtigio exiſtentia.



Super tertia demonſtratione ſcholium.

Eſto recta linea d c, & ipſi quidem d c, ponatur d a, ipſi autem a c, ipſa a c, & ab ipſo a ipſi d c per 11 primi element. ad angulos excitetur rectos a b, & ipſi a b æ-

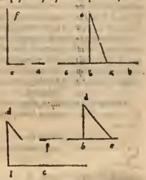
qualis

qualis eſto d c. Quoniam igitur ipſius d a c ad c a, ratio data eſt, ſicut autem d a c, ad c a, ſic quod ſub d a c, a b, ad id quod ſub c a, a b, & eius quod ſub d a c, a b, ad id quod ſub c a, a b, igitur ratio eſt data: eſt autem & eius quod ſub c a, a b ad a b c, triangulum ratio data per 66 theorema, & quod ſub d a c, a b: igitur ad id quod ex a b c triangulum ratio eſt data per 8 theorema.

Super eadem ubi agitur de angulo obtuſo.

Si enim per c ipſi e b, per 31 primi elementorum agamus parallelos, & per eandem per a b ipſi e c, agamus parallelos, manifeſtum enim quòd quod ſub e c, a b eſt ipſum a b & a g ipſius a b c, trianguli duplum eſt, ac per hoc & a b c, triangulum rationem datam habet: ſi enim per c ipſi e b, et per a b ipſi e c, per eandem parallelos agamus, manifeſtum igitur, quæ enim ex a ipſi e c, eſt æqualis, ſicut in ſuperiori ſcholio habetur.

Super quarta demonſtratione 67.



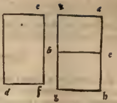
Quoniam autem ipſam d e c, ipſi a d c, æqualem conſtituere p ſſimus: ſeorſum ab Apollonio ſic demonſtrabimus, quoniam enim angulus a c d æquus eſt angulo a d c, maior eſt qui ſub b c d, eo qui ſub a d c: ponatur, inquam, ipſi b e d, æquus angulus qui ſub b d c, & extendatur b c, eſt autem angulus qui a d b, communis & ipſius d b c, & ipſius d b c, trianguli. Reliquus ergo qui ſub b d c, reliquo qui ſub d e c eſt æqualis. Quoniam autem univerſaliter ſit poßibile à dato ſigno ſicut a, in datam rectam lineam b c, deducere rectam lineam æquum efficientem angulum dato angulo d e ſ, ſic oſtendemus. Angulus enim d e f, aut eſt rectus, aut acutus, aut obtuſus. Siquidem igitur rectus eſt, manifeſtum, ago enim ab ipſo a perpendicularem a g, æquus igitur eſt angulus e ipſi g. Sed iam eſto angulus d e ſ, acutus, exciteturq́; per duodecimam primi elementorum ab ipſo d in e f, perpendicularis d h, ab ipſo autem a in b c ipſa a g, conſtituaturq́; ad ipſam a g rectam lineam, ad ſignumq́; in ea a ipſi e d h, per 23 primi elementorum, æquus angulus g a K. Reliquus igitur qui ſub d e f, ei eſt æquus qui ſub a k g. Sed iam eſto obtuſus angulus qui ſub d e ſ, extenſa igitur d e, in l: acutus igitur qui ſub f e l, perpendicularis excitetur per duodecimam primi elementorum d l, & ipſi l d e, æqualis ponatur g a K Sic igitur qui ſub d e l, ei eſt æquus qui ſub a k g. Quare & ex conſequenti qui ſub d e f, ei qui ſub a k h, eſt æqualis.

Theorema 68. *Propoſitio 68.*

SI bina æquiangula parallelogramma adinuicem rationem datam habuerint, unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem habebit datam.

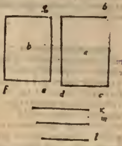
Bina ſiquidem parallelogramma a b, c d adinuicem rationem habeant datam, habeat autem & unum latus ad unum latus rationem datam, ſit autem ipſius b e ad f d, ratio data. Dico quòd & ipſius a e ad f c, ratio eſt data: comparetur enim ad ipſam e b, parallelogrammum æquum ipſi c d, ſitq́; per uigeſimamquintam ſexti elementorum e g, ponaturq́; ut a e ipſi e b, ſit in rectas lineas, in rectas igitur lineas eſt k b ipſi b g. Quoniã igitur ipſius a b ad c d, ratio eſt data, æquũ eſt autem c d ipſi e g. Ratio igitur ipſius a b ad e g, eſt data: quare & ipſius a c ad e b, ratio eſt data. Et quoniã æquũ eſt e g. ipſi

ipſi e d, eſt autem & æquiangulum. Igitur per 14. ſexti elementorum latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca, eſt igitur ſicut e b ad f d, ſic eſt c f ad e b. Ratio autem ipſius e b ad ſ d data, & ipſius igitur c f ad e b, ratio eſt data, ipſius autem e b ad a e, ratio eſt data, & ipſius igitur a e ad c f, ratio eſt data.



Aliter.

Exponatur data recta linea h, & quoniam ratio ipſius a ad b data eſt, eadem eidem fiat quæ ipſius k ad l. Ratio autem ipſius a ad b data, & ipſius igitur k ad l ratio eſt data. Data autem eſt k, data igitur & l per conuerſionem primæ diffinitionis. Rurſus quoniam ipſius c d ad e f, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius K ad m. Igitur ratio ipſius k ad m data eſt. Data autẽ & k, data igitur & m, eſt autem & l data. Ratio igitur & ipſius l ad m data eſt, & quoniam æquiangulum eſt a ipſi b, igitur a ad b rationem habet ex lateribus compoſitam, per 23 ſexti element. hoc eſt ex ea ratione quam habet c d ad e f, & b c ad e g. Sed & K ad l rationem habet compoſitam ex ea quam habet k ad m, & m ad l. Ratio igitur compoſita ex ea quam habet c d ad e f, & b e ad g e eadem eſt compoſitæ rationi ex e a quam habet k ad m, & m ad l. Quartum ipſius c ad e f, ratio eadem eſt ei quæ eſt ipſius k ad m rationi, reliqua ergo quæ ipſius b c ad g e, ratio eadem eſt ei quæ eſt ipſius m ad l, ipſius autem m ad l ratio eſt data. Igitur & ipſius b e ad e g, ratio eſt data.



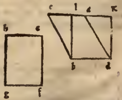
Scholium.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, aſſumaturq́; quædam una recta linea, una priorum ad alteram rationem habet compoſitam ex ea quam habet prima ad extrinſecus utcunq; ſumptam, & quam aſſumpta ad alteram.

Theorema 69. Propoſitio 69.

SI bina parallelogramma datos angulos habuerint, habuerint autem & ad inuicem rationem datam, unumq́ latus uni lateri rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem datam habebit.

Bina ſiquidem parallelogramma a b, g e, datos habentia angulos, eos qui ad d f, ad inuicem rationem datam habeant. Ipſius autem d b ad f g, ratio ſit data. Dico quod & ipſius a d ad e f, ratio data eſt. Siquidem igitur æquiangulum eſt a b parallelogrammum ipſi d g parallelogrammo, manifeſtum eſt. Si autem non. Conſtituatur per 23 primi element. ad ipſam d b, ad ſignumq́ in ea d ei qui ſub e f g, æqualis angulus b d k. Compleaturq́; d l, parallelogrammum. Quoniam uterq; ipſorum d a c, a k d, angulorum datus eſt, & reliquus igitur qui ſub a d k, datus eſt. Datur igitur triangulum a d k ſpecie. Igitur ipſius a d ad d k, ratio data eſt. Et quoniam ipſius d c ad f b ratio eſt data, ſupponitur enim & eſt æquum d c ipſi d l, per 35 primi elementorum. Ratio igitur ipſius d l ad f b data eſt. Et æquiangulum eſt d l ipſi f b, & ratio ipſius d l ad f b, data eſt. Eſtq́; ipſius d l ad e g, ratio data, & inſuper ipſius d b ad f g id enim eſt receptũ. Ratio igitur & ipſius d k ad e f data eſt, & ipſius d k ad d a ratio eſt data, & ipſius igitur a d ad e f, ratio eſt data.



Scholium.

In uniuerſum enim ſi parallelogrammi unus angulus datus fuerit, & reliqui dati erunt, uno enim dato neceſſario & conſequentes dabuntur, quare & econuerſo.

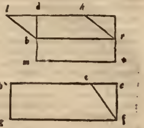
Theorema 70. Propoſitio 70.

SI binorum parallelogrammorum quæ circum æquales angulos

uel

uel inæquales datos, tamen latera adinuicem rationem datam habuerint, & ipſa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum ſiquidem parallelogrammorum a b, e g, quæ circum angulos qui ad f c, aut æquos aut inæquales, datos tamen latera adinuicem rationem habeat datam, hoc eſt ſit ratio ipſius quidem a c ad c f data itidemq́; ipſius b c ad f g. Dico quòd & ipſius c d ad f h, ratio eſt data, eſto enim æquiangulum c d ipſi f h. Comparturq́; per uigeſimam quintam ſexti elemen. ad c b, rectam lineam ipſi f b. parallelogrammo æquum parallelogrammum c m, ponaturq́; ut a c ipſi c u, ſit in rectam lineam. Igitur & d b ipſi b m, erit in rectam lineam. Et æquum eſt b u ipſi f b, eſt autem & æquiangulum. Igitur per decimamquartam ſexti elementorum ipſorum b u, h f, latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca. Eſt igitur c b ad f g, ſic f e ad c n. Ratio autem ipſius e b ad f g data eſt. Ratio igitur & ipſius e f ad c n data eſt, ipſius autem e f ad a c ratio eſt data: & ipſius igitur a c ad c u ratio eſt data. Quare & ipſius c d ad c m, ratio eſt data: eſt autem c m ipſi f b, æquale. Ratio igitur & ipſius c d ad e g, data. Non ſit iam æquiangulum a b ipſi f b. Conſtruaturq́; per 23 primi elementorum ad ipſam b c, rectam lineam, ad ſignum in ea c ei qui ſub e f g angulo æqualis angulus b c k, compleaturq́; parallelogrammum c l. Et quoniam angulus a c b datus eſt, & reliquus igitur qui ſub a k c, datus eſt, eſt autem & qui ſub c a k datus, & reliquus igitur qui ſub a k c datus eſt. Datur ergo triangulum a c k ſpecie. Ratio igitur ipſius a c ad c k eſt data, ipſius autem a c ad c f, ratio eſt data, ipſius autem a c ad c f, ratio eſt data, & ipſius c K, igitur ad e f, ratio eſt data, eſt autem & ipſius c b ad f g, ratio data, æquum autem eſt c l ipſi c d. Ratio ipſi c d. Ratio igitur ipſius c d ad f b, data eſt.



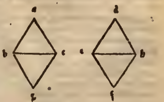
Scholium.

Nam quoniam æquiangulum eſt a b ipſi e g, æqualis eſt qui ſub a c b ei qui ad g & qui ad f exterior interiori, & alius igitur ad g ei qui ad f eſt æqualis, ſimiliter quoq; & alij a c b, in rectum igitur eſt d b ipſi b m. Quoniam enim parallelus eſt a g ipſi d m anguli qui ſub d b c, b c u, inuicē ſunt æquales. Rurſus quoniam parallelus eſt m b ipſi a c, qui ſub m b c, a c b ſunt inuicem æquales, qui ſub a c b, b c u, eis qui ſub d b c, c b l ſunt æquales. Recti enim duo, qui ſub a c b, b c u, & qui ſub d b c, c b m. Si autem ad rectam lineam & ad ſignum, & quæ ſequuntur, ut in 23 primi elementorum.

Theorema 71. *Propoſitio 71.*

SI binorum triangulorū quæ circum æquos angulos, uel inæquales, datos tamen, latera rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem datam habebunt.

Duorum, inquam, triangulorū a b c, & d e h, quæ circum æquos angulos, aut inæquales datos tamen, latera adinuicem rationem habeant datam. Sitq́; ipſius b a ad d e, ratio data, & ipſius a c ad d b. Dico quod & ipſius a b c trianguli ad d e b triangulum ratio eſt data. Compleantur enim a g, d f, parallelogrāma: quoniam igitur binorum parallelogrammorum a g, d f, quæ circum æquos angulos, uel inæquales datos tamen, eos qui ad a d latera adinuicem rationem habent datam, & parallelogramma per præcedentem rationem datam habebunt. Ratio igitur ipſius a g ad d f data eſt, ipſius autem a g dimidium eſt per conuerſionem quadrageſimamprimam primi elementorum, triangulum a b c, ipſius autē d f, per eandem ipſum d e b. Ratio igitur a b c trianguli ad d e b triangulum data eſt.

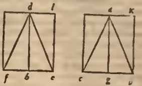


Theorema

Theorema 72. Propoſitio 72.

SI duorum triangulorum baſes in data ratione fuerint, & quæ in ipſas ductæ ab angulis aut æquos aut inæquales angulos efficientes, datos tamen, eos qui ad baſim, adinuicẽ rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem habebunt.

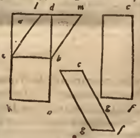
Sint bina triangula a b c, d e f, excitenturq́; a g, d h, aut æquos angulos efficientes a g c, d h f, uel inæquales: datos tamen. Eſtoq́; ratio ipſius quidem b c ad e f data ipſius autem a g, ad d h, itidem data. Dico quòd & ipſius a b c trianguli ad d e f, triangulum ratio data eſt. Cõpleantur enim ipſa K c, l f, parallelogramma, & quoniam anguli a g c, d h f, aut æquales, aut inæquales ſunt, dati tamen, æqualis autem eſt angulus a g c, angulo K b c, & qui d h f, ei qui ſub l e f. Et qui ad b e, igitur anguli aut æquales aut inæquales ſunt, tamẽ dat Et quoniã ratio ipſius a g ad d h data eſt, æqualis autem eſt a g ipſi K b & d h, ipſi l e. Ratio igitur ipſius K b ad l e, data eſt: eſt autem & ipſius b c ad e f, ratio data, & qui ad b e, ſigna anguli aut æquales, aut inæquales ſunt, dati tamen. Et ipſius igitur c K, parallelogrammi ad l f, parallelogrammum ratio eſt data. Quare & ipſius a b c trianguli ad d e f, triangulum ratio eſt data.



Theorema 73. Propoſitio 73.

SI binorum parallelogrammorũ quęcircum æquos aut inæquales angulos, datos tamen, latera ſic ſe habuerint ſicut latus ad aliquid aliud, habuerit autem & reliquum primi latus ad idem rationem datam, & ipſa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum, inquam, parallelogrammorum a b, e g, quæ circum æquales aut inæquales angulos, datos tamen, eos qui ad c f, latera ſic adinuicem ſe habeant, ut ſit ſicut c b ad f g, ſic e f ad c k. Ipſius autem a c ad c K ratio eſto data. Dico quòd & ipſius c d, parallelogrammi a e g parallelogrammum ratio eſt data. Sit enim prius a b ipſi e g, æquiangulũ, cõpareturq́; per 25 ſexti elementorum ad ipſam c b, rectam lineam ipſi e g parallelogrammo æquum c h, ponaturq́; ut a c ipſi c k, ſit in rectam lineam. In rectam igitur eſt lineam & d b: ipſi b h, & quoniam c h, ipſi e g eſt æquale, eſt autem & æquiangulum c h ipſi e g. Ipſorum igitur c h e g, latera quæ circũ æquales angulos per 14 ſexti elementorum ſunt reciproca: eſt igitur ſicut b c ad f g, ſic eſt f e ad c k. Sicut autem c b ad f g, ſic e f, ad quam a e, rationem habet datam. At a e ucrbi gratia ad d aut quãpiam aliam rationem habet datam. Ratio igitur ipſius a c ad c k eſt data. Quare & ipſius a b ad c h, hoc eſt e g, ratio data eſt. Non ſit autem æquiangulum. Conſtituaturq́; per 23 primi elementorum ad ipſam c b rectam lineam, ad ſignaq́; ad ipſam c ei qui ſub e f g, angulo, æquus angulus qui ſub b c l, compleaturq́; c m parallelogrammum. Quoniam uterque qui ſub a c b, l c b angulorum datus eſt, & reliquus igitur qui ſub a c l eſt datus. Datur autem & qui ſub c a l, & reliquus ergo qui ſub c l a datur. Quare triangulum a c l ſpecie datur. Ratio igitur ipſius a e ad c l data eſt. Et quoniam eſt ſicut b c ad f g, ſic eſt e f, ad quam ipſa a e, rationem habet datam. Ipſius autẽ a c ad c l, ratio eſt data: eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic f e ad c l. Eſtq́; æqualis angulus l c m, angulo e f g. Ratio igitur ipſius c m parallelogrammi ad e g, parallelogrammum data eſt. Aequum autem eſt c m ipſi c d. Ratio igitur ipſius c d ad h g data eſt.



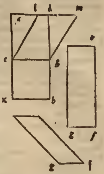
Theorema 74. Propoſitio 74.

SI bina parallelogramma rationem adinuicem datam habuerint, aut in angulis æqualibus, aut inæqualibus datis, tamen erit ſicut

primi

primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquum primi rationem habet datam.

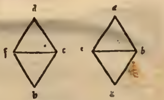
Bina ſiquidem parallelogramma a b, e g, adinuicē rationē habeant datā, aut in æqualibus, aut in inæqualibus angulis datis tamē, eis qui ad e f. Dico q. eſt ſicut e b ad f g, ſic eſt e f ad quod a c, rationem habet datā. Ipſum inquam, a b, ipſi e g, aut eſt æquiangulū, aut non. Sit prius æquiangulum, comparetur q; ad rectam lineam e b ipſi e g, parallelogrammo per 25 ſexti elemētorum æquum parallelogrammum c b, ponaturq; ut a e ipſi c k, ſit in rectam lineam. In rectam igitur eſt lineam d b ipſi b h, & quoniam ipſius a b ad e g, ratio eſt data, æquum autem eſt e g ipſi c b, ratio igitur ipſius a b ad c b, data eſt, quare & ipſius a c ad c k ratio eſt data. Et quoniam æquum eſt c b, ipſi e g, eſt autem et æquiangulum. Ipſorum igitur c b, e g, per 24 ſexti elementorum, latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca. Eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f, ad quod a c, rationem datam habet. Non ſit autem æquiangulum, conſtituaturq; per 25 primi element. ad ipſam c b rectam lineam ad ſignumq; in ea c ei qui ſub e f g, angulo æqualis angulus l c b. Compleaturq; e m parallelogrammū. Quoniam igitur ipſius e m ad e g, ratio eſt data, æquum eſt autem e d ipſi c m. Ratio igitur ipſius e m ad e g, data eſt, eſt autem angulus l c b, angulo e f g, æqualis eſt igitur ſicut b e ad f g, ſic e f ad quod c l rationem habet datam, ipſius autem c a ad c l, ratio eſt data, eſt igitur ſicut e b ad f g, ſic e f ad quod a c, rationem habet datam.



Theorema 75. *Propoſitio 75.*

SI bina triangula adinuicem rationē habuerint datā, aut in æqualibus angulis aut in inæqualibus, datis tamen, erit ſicut primi latus ad ſecūdi latus, ſic alterum ſecūdi latus ad quod reliquū primi rationem habet datam.

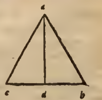
Sint bina triangula a b c, d e f, adinuicem rationem datam habentia, ſintq; anguli qui ad a d, aut æquales aut inæquales, dati tamen. Dico q. eſt ſicut a b ad d e, ſic eſt d f, ad quod a c ratio nē habet datā. Compleantur enim a g d b, parallelogrāma, & quoniā trianguli a b c ad d e f, triangulum ratio eſt data. Ratio igitur & ipſius a g, parallelogrāmi a d, d b parallelogrāmū data eſt. Quoniā igitur bina parallelogrāma a g d b, adinuicē rationē habēt datā aut in æqualibus, aut in inæqualib. angulis, datis tamen. Eſt igitur per præcedentē ſicut a b ad d e, ſic d f ad quod a c rōnē habet datā.



Theorema 76. *Propoſitio 76.*

SI à uertice trianguli ſpecie dati in baſin perpendicularis acta fuerit, acta ad baſim rationem habet datam.

Sit ſpecie datum triangulū a b c, exciteturq; ab ipſo a in b c, perpēdicularis a d. Dico quòd ratio ipſius a d ad b c data eſt. Quoniā enim triangulum a b c datum eſt ſpecie, datus igitur eſt & qui ſub a b d, angulus eſt autem & qui ſub b d a, datus: & reliquus igitur qui ſub b a d, datus eſt: datur ergo triangulum a b d ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b c data eſt, & ipſius igitur a d ad c b ratio eſt data.

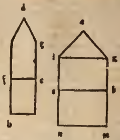


Theorema 77. *Propoſitio 77.*

SI binæ ſpecies ſpecie datæ adinuicem ra-

tionem datam habuerint,& unumquoduis unius latus ſpeciei ad quoduis alterius rationem datã habebit.

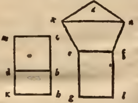
Binæ, inquam, ſpecies a b c, d e f, ſpecie datæ adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd & unumquoduis latus ipſius a b a, ad unumquoduis latus ipſius d e f, rationem habet datam. Deſcribantur per 46 primi elementorum ex b c, e f, quadrata b n, e b. Quoniam ab eadẽ recta linea b c, binæ ſpecies deſcribuntur, quæ utcunq; ſpecie ſunt datæ, ſcilicet a b c, & b n. Igitur per 49 propoſitionem ratio ipſius a b c ad b n, data eſt. Idq; propterea iam rurſus & ipſius d e f, ad e g, ratio eſt data. Quoniam igitur ipſius a b c ad d e f, ratio eſt data, ſed ipſius quidem a b c ad b n, ratio eſt data: quare & ipſius b c ad e f, ratio eſt data.



Theorema 78. *Propoſitio 78.*

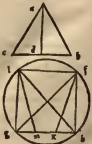
SI data ſpecies ad rectangulum aliquod rationem habuerit datã, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, datur re ctangulum ſpecie.

Data enim ſpecies a f b ad rectangulum c d, rationem habeat datam, ſitq; ipſius f b ad c d, ratio data. Dico quòd c d ſpecie datur. Deſcribatur per 46 primi elemẽt. ex f b, quadratum f g. Comparetur q; per 25 ſexti element. ad ipſam c d, ipſi f g, æquum parallelogrammum e k, ponaturq; ut c e ipſi e b, ſit in rectam lineam, in rectam igitur lineam eſt & m d, ipſi d k. Et quoniam ab eadem recta linea f b bina rectilinea quæ utcũq; ſpecie data ſunt deſcribũtur a f b, f g. Ratio igitur ipſius a f b, ad f g per 49 propoſitionem data eſt. Ipſius autem a f b ad c d ratio eſt data, & ipſius ergo f g ad c d, ratio eſt data. Sed f b ipſi e k eſt æquale, & ipſius c d ergo ad e k ratio eſt data. Quare & ipſius c e ad e b ratio eſt data. Et quoniam f g ipſi e k, æquum & æquiangulum eſt, eſt autem & rectangulum. Igitur per 14 ſexti elem. ipſorũ latera reciproca ſunt, eſtq; ſicut f b ad e d, ſic e b ad f l. Ratio autem ipſius f b ad e d ſupponitur data. Ratio igitur & ipſius e b ad ſ l data eſt. Ipſius autem e b ad c e, ratio eſt data, & ipſius ergo c e ad ſ l ratio eſt data, æqualis autem eſt f l ipſi f b, quadrati enim. Ipſius ergo l f ad c d, ratio eſt data, componatur enim, & ipſius igitur c e ad c d, ratio eſt data, & angulus qui ad e rectus eſt. Datur ergo c d ſpecie.



Theorema 79. *Propoſitio 79.*

SI bina triangula unum angulum uni angulo æqualẽ habuerint, & ab æqualibus angulis in baſes perpẽdiculares rectæ lineæ actæ fuerint, fuerit autẽ ſicut primi trianguli baſis ad perpendicularem, ſic alterius trianguli baſes ad perpendicularẽ, æquiangula erũt ipſa triangula.



Sint bina triangula a b c, b f g, æquos habentia angulos qui ad f b, exciteturq; per 12 primi element. ab ipſis f b, perpendiculares b d, f k, ſit autem ſicut a c ad b d, ſic g b ad f k. Dico q; æquiangulum eſt b c triangulum ipſi b f g triangulo. Deſcribatur per 5 quarti element, circum triangulum f g b circulus, cuius ſegmẽtum ſit b f g. Conſtituaturq; per 23 primi element. ad ipſam

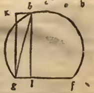
ipſam h g rectam lineam ad ſignumq́; in ea h ei qui ſub b a c angulo æquus angulus qui ſub g h l. Connectantur q́; ipſæ f l, l g, exciteturq́; per 12 primi element. perpendicularis l m. Et quoniam angulus b a d angulo l h g eſt æqualis, & qui ſub h l g ei qui ſub a b c, & reliquus igitur qui ſub b c a reliquo qui ſub h g l, eſt æqualis. Simile igitur eſt triangulum b c a ipſi h l g triangulo & perpendiculares ductæ ſunt b d, l m, eſt igitur ſicut a c ad b d, ſic h g ad l m, per 76 propoſitionem. Erat autem ſicut a c ad b d, ſic h g ad f K, ſupponitur enim. Et ſicut igitur per 11 quinti element. h g ad m l: ſic h g ad f K, æqualis igitur eſt f k ipſi l m, eſt autem & parallelus & f l ipſi h g, eſt æqualis & parallelus. Aequalis igitur eſt angulus f l h ipſi l h g angulo. Sed qui ſub l h g ipſi b a c eſt æqualis, qui uerò ſub f l h ipſi f g h eſt æqualis. Et qui ſub b a c igitur ei qui ſub f g h eſt æqualis, eſt autem & qui ſub a b c ei qui ſub f h g, æqualis. Reliquus igitur qui ſub b c a, reliquo qui ſub f h g, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt a b c triangulum ipſi f h g triangulo.

Theorema 80. Propoſitio 80.

SI triangulum unum habuerit angulum datum, & quod ſub datum angulum cõprehendentibus rectis lineis, ad id quod ex reliquo latere quadratum rationem habuerit datam, datur triangulum ſpecie.

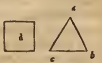
Eſto triangulum a b c datum habens angulum qui ad a, & quod ſub b a c ad id quod ex b c rationem habeat datam. Dico quòd ipſum a b c triangulum ſpecie datur, excitentur enim per 12 primi elementorum, ab ipſis a b in ipſas b c, c a, perpendiculares b d, a e. Quoniam igitur angulus b a d, datus eſt, eſt autem & qui ſub a d b datus. Datur ergo triãgulum a d b ſpecie, ratio igitur ipſius a b ad b d, data eſt, quare & eius quod ſub a c b d, ratio eſt data. Ei autem quod ſub a c, b d, æquũ eſt id quod ſub b c a e, utrũq; enim eorum ipſius a b c trianguli duplum eſt. Ratio igitur & eius quod ſub b a c, ad id quod ſub b c a e data eſt. Eius autem quod ſub b a c ad id quod ex b c ratio eſt data, et eius quod ſub b c, a e, igitur ad id quod ex b c ratio eſt data, & ipſius b c ad a e, ratio eſt data, exponatur poſitione, & magnitudine data recta linea f g. Deſcribaturq́; ſuper ipſa f g ſegmentum f h g per 33 tertij, element. datum habens angulũ æquum ipſi b a c. Datus autem eſt qui ſub b a c angulus, datus igitur & qui in f h g, ſegmento angulus, poſitione igitur eſt ſegmentum f h g, excitetur per 11 primi elem. ab ipſo g ipſi f g ad angulos rectos g k: poſitiõe igitur eſt g k, fiatq́; ſicut b c ad a e, ſic f g ad g k. Ratio autem ipſius b c ad a e data eſt. Ratio igitur & ipſius f g ad g k data eſt. Data autem eſt f g, data igitur & g k, ſed & poſitione, eſtq́; datum ipſum g, datum igitur & k excitetur per 31 primi elemẽt. per ipſum k ipſi f g, parallelus k h, poſitione igitur eſt K h, poſitione autem ipſum f h g. Datum igitur eſt ſignum h. Connectatur f h, h g, exciteturq́; per 12 primi element. perpendicularis h l. Data igitur eſt h l, eſt autem & h ſignum datum. Et utrunq; ipſorum f g. Datur igitur unaquæq; ipſarum h f, f g, g h, poſitione & magnitudine: datur ergo f h g, triangulum ſpecie. Et quoniam eſt ſicut b c ad a e, ſic f g, ad g k, æqualis autẽ eſt g k, ipſi h l, eſt igitur ſicut b c ad a e, ſic f g ad h l, eſtq́; æqualis angulus b a c angulo f h g, æquiangulum igitur eſt per præcedentem a b c, triangulum ipſi h f g triangulo. Datur autem h f g triangulum ſpecie, datur igitur & a b c triangulum ſpecie.





Aliter.

Sit triangulum a b c, datum habens angulum qui ad a, ſit autem eius quod ſub b a, a c, ad id quod ex c b ratio eſt data. Dico quòd triangulum a b c ſpecie datur. Nam quoniam angulus b a c, datus eſt, qua igitur maius eſt quod ex utroq; ipſius b a c, eo quod ex b c, ea area ad b a c triangulum rationem habet datam, qua autẽ eſt maius quod ex utroq; ipſius b a c, eo quod ex b c ſit area d. Ratio igitur ipſius d areæ ad a b c, triangulum data eſt. Ipſius autem a b c ad id quod ſub b a c ratio eſt data, eo quia angulus qui ſub b a c, datus eſt. Et ipſius igitur d, areæ ad id quod ſub b a c ad id quod ex b c, ratio eſt data, & ipſius igitur d ad id quod ex b c ratio eſt data, & componendo igitur per 18 quinti element. ipſius d areæ unà cum ea quod ex b c, ad id quod ex b c, ratio eſt

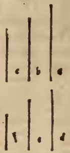


data. Sed area d unà cum ea quæ ex b c eſt id quod ex utraq; b a c. Ratio enim eius quod ex utraque b a c ad id quod ex b c data eſt, quare & utriuſque b a c ad b c ratio data eſt, eſtq; angulus qui ſub b a c, datus: datur igitur triangulum a b c ſpecie.

Theorema 81. *Propoſitio 81.*

SI tres rectæ lineæ proportionales, exiſtentes tribus rectis lineis proportionalibus exiſtentibus, extremas in ratione data habuerint, medias in data ratione habebunt, & ſi extrema ad extremã rationem datam habuerit, & media ad mediam, reliqua ad reliquam extremam rationem datam habebit.

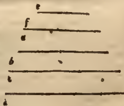
Tres, inquam, rectæ lineæ proportionales exiſtentes a b c, tribus rectis lineis proportionalibus exiſtentibus d e f, extremas in data ratione habeant, ſitq; ipſius quidem a ad d ratio data, ipſius autem c ad f, ratio quoq; data. Dico quòd ipſius b ad e, ratio eſt data, nam quoniam ipſius a ad d ratio quidem data eſt, ipſius autem c ad f, ratio quoq; eſt data. Ratio igitur eius quod ſub a c ad id quod ſub d f, data eſt. Sed ei quidem quod ſub a c, æquum eſt id quòd ex b, per 17 ſexti element. ei autem quod ſub d f per eandẽ: æquũ eſt id quod ex e, ratio igitur eius quod ex b ad id quod ex e data eſt, quare & ipſius b ad e, ratio data eſt. Eſto iam rurſus ipſius quidem a ad d ratio data, ipſiusq; b ad e, ratio eſt data. Dico quòd & ipſius c ad f ratio eſt data. Nam quoniam ratio ipſius a ad d eſt data, ipſius autem b ad e, ratio eſt data: ratio quoque eius quod ex b ad id quod ex e data. Sed ei quidem quod ex b æquũ eſt id quod ex a c per 17 ſexti elem. Ei autem quod ex e, per eandem æquum eſt id quod ex d f: ratio igitur eius quod ſub a c ad id quod ſub d f eſt data, & unius lateris a ad unum latus d ratio eſt data, & reliqui igitur c ad reliquũ f ratio eſt data.



Theorema 82. *Propoſitio 82.*

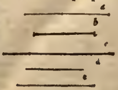
SI quatuor rectę lineę proportionales fuerint, erit ſicut prima ad quam ſecunda rationem habet datam, ſic tertia ad quam quarta rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, ſicut a ad b, ſic c ad d. Dico quòd eſt ſicut a ad quam b rationem habet datam. Sic c ad quam d rationem habet datam: eſto enim ad quam b rationem habet datã e, fiatq; ſicut b ad e, ſic d ad f. Ratio autem ipſius b ad e data, ratio igitur ipſius d ad f data. Et quoniam eſt ſicut a ad b, ſic c ad d. Eſt autem & ſicut b ad e, ſic d ad f, ex æquali igitur per uigeſimãſecundã quinti element. ſicut a ad e, ſic c ad f. Eſtq; e ad quam b rationem habet datam, & f ad quam d: eſt igitur ſicut a ad quam b rationem habet datam, ſic c ad quam d rationem habet datam.



Theorema 83. *Propoſitio 83.*

SI quatuor rectæ lineæ ſic ſe adinuicem habuerint, ſicut tribus aſſumptis ex ipſis quomodocunq;, & quarta eiuſdem proportionali aſſumpta ad quam reliqua earũ quę in principio quatuor linearum rectarum rationem habet datam, proportionales gigni ipſas quatuor rectas lineas, erit ſicut quarta ad tertiam, ſic ſecũda ad quam prima rationem habet datam.



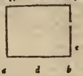
Sint quatuor rectæ lineæ a b, c d, ſic ſe habentes adinuicem, ut tribus ex ipſis quomodocũq; aſſumptis, et quarta eiſdẽ hoc eſt e ad quam d rationem habet datã proportionales fieri ipſas a b c e, rectas lineas. Dico q. eſt ſicut d ad c, ſic b ad

ſic b ad quam a rationem habet datam. Nam quoniam eſt ſicut a ad b, ſic c ad c. Quod igitur ſub a c, ei eſt æquum quod ſub b c, per 16 ſexti element. Et quoniam ratio ipſius c ad d, data eſt. Ratio igitur ipſius quod ſub a d ad id quod ſub a c data eſt. Quod autem ſub a c, ei eſt æquum quod ſub b c. Ratio igitur eius quod ſub a d ad id quod ſub b c data eſt, igitur ſicut d ad c, ſic b ad quam a rationē habet datam.

Theorema 84. Propoſitio 84.

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, & altera altera data maior fuerit, & ipſarum utraque data erit.

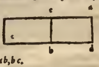
Binæ inquam, rectæ lineæ a b, b c, areolam comprehendant a c in angulo ſub a b c. At c b ipſa b a dato maior ſit. Dico quòd utraq; ipſarum a b, b c, data eſt. Nā quoniam c b ipſa b a dato maior eſt. Sit data d c. Reliqua igitur d b ipſi a b, eſt æqualis. Cōpleatur a c. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi b d, ratio igitur ipſius a b ad b d data eſt. Datus autem eſt angulus a b d. Datur igitur a d ſpecie. Quoniam igitur a c data eſt, ad datam d c adiungitur excedens ſpecie dato a d. Datur igitur exceſſus per 59 datorū. Data igitur eſt b d. Sed & d c. Igitur tota b c data eſt, eſt autem & a b data: utraq; igitur a b, b c data eſt.



Theorema 85. Propoſitio 85.

SI binæ rectæ lineæ datā areolam comprehenderint in dato angulo, fuerit autem & utraq; ſimul data, & ipſarum utraq; data erit.

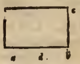
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c, datam areolam comprehendant a c in dato angulo a b c, data. Dico quòd & utraq; ipſarum a b, b c, data erit. Extendatur c b in d, ponaturq; per 2 primi element. ipſi a b æqualis b d, & per 31 primi element. per d ipſi b a parallelus excitetur d c. Compleaturq; a d, & quoniam æqualis eſt d b ipſi d a. Et angulus a b c datus eſt, quoniam & qui ex utraq; parte datus eſt, datur igitur c b ſpecie. Et quoniā a b c, ſimul data eſt, æqualis aūt eſt & a b ipſi d b. Data igitur eſt d c. Quoniā igitur a c data eſt, ad datam d c cōparatur deficiens ſpecie dato c b, igitur per 58 datorum dantur latitudines defectus. Datæ igitur ſunt ipſæ a b b d. Sed & utraq; ſimul a b c, data eſt. Data igitur eſt utraque ipſarum a b, b c.



Theorema 86. Propoſitio 86.

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, potuerit autē utraq; utraq; dato maius, quàm in ratione, & ipſarum utraq; data erit.

Binæ inquam, rectæ lineæ a b, b c datam aream comprehēdant a c, in dato angulo a b c, quod autem ex b c eo quod ex a b dato maius ſit quàm in ratione. Dico quòd & utraque ipſarum a b, b c, data eſt. nam quoniam quod ex c b eo quod ex b a dato maius eſt quàm in ratione. Auferatur datum, ſitq; quod ſub c b, b d. Reliqui igitur quod ſub c d, c b, ad id quod ex a b ratio data eſt. Et quoniam quod ſub a b, b c, datum eſt, eſt autem quod ſub c b, b d datum. Ratio igitur eius quod ſub a b, b c, ad id quod ſub c b, b d data eſt. Sicut autem quod ſub a b, b c, ad id quod ſub c b, b d. Sic a b ad b d. Quare & ipſius a b ad b d, ratio eſt data. Quare & eius quod ex a b, ad id quod ex b d ratio eſt data. Eius autem quod ex a b, ad id quod ſub b c, c d ratio eſt data, & eius quod ſub b c, c d, igitur ad id quod ex d b ratio eſt data. Quare et eius quod quater ſub b c, c d, ad id quod ex b d ratio eſt data. Et eius igitur quod quater ſub b c, c d, unā cū eo quod ex b d ad id quod ex b d ratio eſt data. Sed id quod quater ſub b c, c d, unā cum eo quod ex b d, id eſt quod ex utroq; ſimul eſt ipſius b c, c d. Ratio igitur utriuſq; ſimul quod ex b c, c d, ad id quod ex b d data eſt. Quare & utriuſq; b c, c d, ad b d, ratio eſt data. Et componendo igitur per 18 quinti element. binarum b c ad b d, ratio eſt data. Quare unius c b ad b d ratio eſt data. Sicut aūt c b ad b d, ſic quod ſub c b, b d, ad id quod ex b d. Et eius quod ſub c b, b d, igitur ad id qđ ex b d ratio eſt data. Datum autē quod ſub c b d, datū igitur & quod

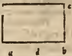


ex b d. Data igitur eſt b d, quare & b c, data eſt, ipſius enim c b ad b d ratio eſt data: et datur b d. Datur igitur & b c, eſt autem & a c, datum, & angulus a b c datus. Data igitur eſt a b, utraq; igitur ipſarum a b, b c, data eſt.

Theorema 87. Propoſitio 87.

SI binæ rectę lineæ areolam comprehenderint datam in dato angulo, quod à maiori uerò minore dato maius fuerit, & ipſarum utraq; data erit.

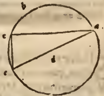
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c datam aream cō prehendant a c in dato angulo a b c, quod autem ex a b dato maius eſto, eo quòd ex b c, dico quòd utraq; ipſarū a b, b c data eſt. Nam quoniam quod ex a b, eo quod ex b, dato maius eſt. Auferatur datum ſitq; quod ſub a b, b d. Reliquum igitur quod ſub b a, a d, ęquum eſt ei quod ex b c. Et quoniam quod ſub a b, b c, datum eſt, eſt autem & quod ſub a b, b d, datum. Ratio igitur eius quod ſub a b, b d, ad id quod ſub a b, b c data eſt. Eſtq; ſicut quod ſub a b, b d ad id quod ſub a b, b c, ſic d b ad b c. Ratio igitur ipſius d b ad b c, data eſt. Ratio igitur & eius quod ex d b, ad id quod ex b c data eſt. Ei autem quod ex b c, æquum eſt id quod ſub b a, a d. Ratio igitur eius quod ſub b a, a d, ad id quod ex d b, data eſt. Et eius igitur quod quater ſub b a, a d, unà cum eo quod ex d b, ad id quod ex d b ratio eſt data. Sed quod quater ſub b a, a d, unà cum eo quod ex b d, id eſt quod ex utraq; ſimul ipſarum b a, a d. Ratio igitur & eius quod ex utraq; ſimul b a, a d, ad id quod ex d b data eſt. Ratio igitur & utriuſq; ſimul b a ad d b data eſt. Et componendo igitur per 18 quinti element. utriuſq; ſimul b a, a d, unà cum ipſa d b, hoc eſt binarum a b ad b d, ratio eſt data, & unius igitur a b ad d b, ratio eſt data. Ipſius autem d b ad b c, ratio eſt data. Et ipſius igitur a b ad b c, ratio eſt data. Et quoniā ipſius a b ad b d ratio eſt data, eſtq; ſicut a b ad b d, ſic quod ex a b ad id quod ſub a b, b d. Ratio igitur & eius quod ex a b, ad id quod ſub a b, b d data eſt. Datū autem eſt quod ſub a b, b d. Sic enim datum auferetur. Datū igitur eſt & qd' ex a b. Data igitur eſt a b, eſtq; ratio ipſius a b ad b d data. Data igitur eſt et b c.



Theorema 88. Propoſitio 88.

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit aſſumens ſegmentum capiens angulum datum, datur acta magnitudine.

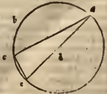
In circulo enim a b c magnitudine dato, excitetur a c aſſumens ſegmentum a c c, accipiens angulum datum. Dico quòd a c datur magnitudine. Aſſumatur enim per 1 tertij element. centrū circuli, ſitq; illud d, & connexa a d & extendatur in e & connectatur c e. Datus igitur eſt qui ſub a c e, rectus enim eſt, eſt autem & qui ſub a e c datus, & reliquus igitur qui ſub c a e, datus eſt, datur igitur triangulum a e c ſpecie. Ratio igitur eſt ipſius a e ad a c data, data autē eſt ea magnitudine, quoniam & circulus datur magnitudine. Data igitur eſt a c magnitudine.



Theorema 89. Propoſitio 89.

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit data magnitudine, relinquetur ſegmentum capiens angulum datum.

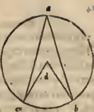
In circulo enim magnitudine dato a b c, recta linea excitetur a c data magnitudine. Dico quòd relinquetur ſegmentum capiens angulum datum. Accipiatur enim per 1 tertij element. centrum circuli, ſitq; illud d, & connexa a d extendatur in e, & quoniam utraq; ipſarū e a, a c eſt data. Ratio igitur ipſius e a ad a c, data eſt. Et angulus qui ſub a c e, rectus eſt. Datur igitur a c e triangulum ſpecie. Datus igitur eſt angulus a e c.



Theor. 90. Prop. 90.

SI in circuli poſitione dati circunferentia aſſumptum fuerit ſignum datū, ab hoc autem ad circuli circunferentiam infringatur aliqua recta linea datū angulū efficiens, datur alter finis refractæ.

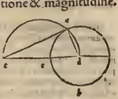
Circuli enim poſitione dati a b c in circunferentia accipiatur datum ſignum b, ab ipſo autem b, refringatur recta linea b a c, datum efficiens angulum b a c. Dico quòd c ſignum datur. Aſſumatur per



tur per 1 tertij elementorum, ipſius circuli centrum d & connectantur b d, d c. Et quoniam utrunq; ipſorũ b d datum eſt, poſitione igitur eſt ipſa b d. Et quoniam angulus b a c, datus eſt. Datus igitur eſt angulus b d c. Quoniam igitur ad poſitione rectam lineam b d, ad ſignumq; d recta linea excitatur d c, datum efficiens angulum b d c. Data igitur ipſa d c poſitione, datus eſt autem & circulus a b c. Datum igitur eſt c ſignum.

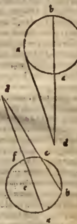
Theorema 91. *Propoſitio 91.*

SI à dato ſigno, poſitione datum circulũ tãgẽs recta linea acta fuerit, dat̃ acta poſitione & magnitudine.



A dato enim ſigno e poſitione datum circulum a b tangens recta linea excitetur e a. Dico quòd e a recta linea datur poſitione & magnitudine. Accipiatur enim per 1 tertij element. ipſius circuli centrum d, & connectatur d a, & quoniã datum eſt utrunq; ipſorum d e, data eſt igitur d e, eſtq; angulus d a e, datus igitur ſuper e d, deſcriptus ſemicirculus ueniet per a: ueniat, ſitq; d a e, poſitione igitur eſt d a e, poſitione autem eſt a b circulus. Igitur a datum eſt. Sed & e datum eſt. Data igitur eſt a e poſitione & magnitudine. Theorema 92. *Propoſitio 92.*

SI extra circulum poſitione datum aſſumptũ fuerit aliquod datum ſignum, ab ipſo autem ſigno in circulum acta fuerit aliqua recta linea, quod ſub acta & ea quæ inter ipſum ſignum & curuam circunferentiam comprehenſum rectangulum datum.

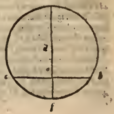


Extra enim circulum poſitione datum a b c aſſumatur ſignum aliquod d, ab ipſo autem d ſigno extendatur recta linea d b ſecans circulum. Dico quòd quod ſub b d, d c datum eſt, excitetur enim ab ipſo d ſigno ipſum a b c circulum tangens, recta linea d a per 17 tertij element. Data igitur eſt d a, poſitione & magnitudine. Quoniam igitur data eſt a d, datum igitur eſt & quod ex a d, et eſt æquale ei quod ſub b d, d c, per 36 tertij element. Datum igitur eſt quod ſub b d, d c. Aliter.

Aſſumatur per 1 tertij element. ipſius circuli centrum e, & connectatur d e, extẽdatur in a, & quoniam datum eſt utrunq; ipſorum e d. Data igitur eſt e d poſitione. Datur autem & a b f circulus, datum igitur eſt utrunq; ipſorum a f, eſt autem ipſum d datum. Data igitur eſt utraq; ipſarum a f, f d. Datum igitur eſt quod ſub a d, d f, & ei eſt æquum quod ſub b d, d c, ei quod ſub a d, d f. Datum igitur eſt quod ſub b d, d c.

Theorema 93. *Propoſitio 93.*

SI in circulo poſitione dato, aſſumptum fuerit aliquod datum, ac per ſignum illud acta fuerit aliqua recta linea in ipſo circulo, quod ſub actæ ſectionibus comprehenſum rectangulum datum eſt.

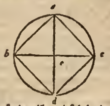


In circulo enim dato poſitione b c accipiatur ſignũ aliquod datũ a, ac p a excitetur quedã recta linea b c. Dico q; quod ſub b a, a c datũ eſt. Aſſumatur enim p 1 tertij element. ipſius circuli centrũ, ſitq; d, & cõnexa a d extendatur ad f e. Quoniã igitur utrunq; ipſorũ d a, datũ eſt, poſitione igitur eſt d a, poſitione autẽ & c b f circulus. Datũ igitur eſt utrunq; ipſorũ f e, eſt autem & a datũ. Data igitur eſt utraq; ipſarum f a, a e. Datum igitur quod ſub f a, a e, & ei eſt æquum quod ſub b a, a c, datum igitur eſt quod ſub b a, b c.

Theorema 94. Propoſitio 94.

SI in circulo magnitudine dato recta linea acta fuerit, aſſumens ſegmentum capiens angulum datum, & qui in ſegmento angulus bifariàm ſectus fuerit, utraq; ſimul angulum datum cõprehendens ad ſecantem angulum bifariàm rationem habebit datam, & quod ſub utraq; ſimul angulum datum comprehendente recta linea, & infra aſſumpta ab ea quę angulum bifariàm ad circunferentiam diſpeſcit, datum erit.

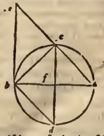
In circulo enim magnitudine dato a b c recta excitetur linea b c aſſumens ſegmentum, capiens angulum datum qui ſub b a c, ſeceturq; ipſe b a c per 9 primi element. bifariàm recta linea a d. Dico quòd ratio utriuſq; ſimul b a c ad a d, data eſt: & etiam quod datum eſt id ſub utraq; ſimul b a c, & e d. Connectatur b d & quoniam in circulo magnitudine dato d a c, excitatur b c aſſumens ſegmentum b a c, capiens angulum datum b a c. Data igitur eſt b c magnitudine. Idq; propterea iam & b d, data eſt magnitudine. Ratio igitur ipſius b c ad b d data eſt. Et quoniam angulus b a c, bifariàm ſecatur à linea recta a d, eſt igitur ſicut b a ad a c, ſic b e ad e c, uiciſsim igitur per 16 quinti element. ſicut a b ad b e, ſic a c ad c e, & ſicut utraq; ſimul b a c ad b c, ſic a c ad c e. Et quoniam angulus b a e angulo e a c, eſt æqualis, eſt autem & qui ſub a c e, ei qui ſub b d e æqualis. Reliquus igitur qui ſub a e c, reliquo qui ſub a b d, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt a e c triangulum ipſi n b d triãgulo. Eſt igitur ſicut a c ad c e. Sic a d ad b d. Sed ſicut a c ad c e, ſic utraq; ſimul b a c ad b c, & ſicut igitur per 11 quinti element. utraq; ſimul b a c ad b c, ſic a d ad d b, uiciſsim igitur per 16 quinti element. ſicut utraq; ſimul b a c ad a d, ſic b c ad b d. Ratio autem ipſius b c ad b d data eſt. Ratio igitur & utriuſq; ſimul b a c ad a d data eſt. Dico quòd & quod



ſub utraq; ſimul b a c, & d e datum eſt: nam quoniam æquiangulum eſt triangulũ a e c ipſi d e b, triangulo, eſt igitur ſicut b d ad d e, ſic a c ad c e. Sicut autem a c ad c e, ſic eſt utraq; ſimul b a c ad b c, & ſicut igitur per 11 quinti element. utraq; ſimul b a c ad b c, ſic eſt b d ad b e. Igitur quod ſub utraq; ſimul b a c & d e æquum eſt ei quod ſub c b & b d. Datum eſt quod ſub c b, & b d, datum igitur & quod ſub utraq; ſimul b a c, & e d.

Aliter idem.

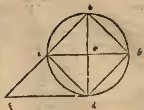
Extendatur a c in e, ponaturq; ipſi c b æqualis c e, connectanturq; e b, b d. Et quoniam qui ſub a c b duplus eſt utriuſq; ipſorum a c d, c e b, æqualis igitur eſt qui ſub c b e angulus ei qui ſub a c d, hoc eſt ei qui ſub a b d. Communis ponatur qui ſub a b c. Totus igitur qui ſub d b c, toti qui ſub f b e, eſt æqualis, eſt autem & qui ſub c a b, ei qui ſub c d b, æqualis. Reliquus igitur angulus qui ſub c e b. reliquo angulo qui ſub d c b eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt e a b triangulum ipſi c d b triangulo. Eſt igitur ſicut e a ad a b, ſic c d ad d b. Ipſa autem utraq; d e eſt ipſa a c b, & ſicut igitur utraq; ipſarum ſimul a c b ad a b, ſic c d ad b d. Et uiciſsim igitur per 16 quinti element. ſicut utraq; ſimul a c b ad c d, ſic a b ad b d. Ratio autem eſt ipſius a b ad d b data: utraq; enim ipſarum data eſt. Ratio igitur & utriuſq; ſimul a c b ad c d data eſt. Et quoniam æquiangulum eſt triangulum e a b triangulo f b d: eſt igitur ſicut e a ad a b, ſic b d ad d f. Ipſa autem e a, utraq; eſt a c b, & ſicut igitur utraq; a c b ad a b, ſic b d ad d f. Igitur quod ſub utraq; ſimul a c b & f d æquum eſt ei quod ſub a b, b d. Datum eſt autem quòd ſub a b, b d. Data igitur ipſarum utraq;. Datum igitur eſt & quod ſub utraq; ſimul a c b & f d.



Aliter idem.

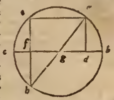
Extendatur a c, in f, ponaturq; ipſi b a æqualis c f. Connectanturq; b d, d c, d f, & quoniam æqualis eſt b a ipſi c f, & d b ipſi d c. Binæ iam a b, b d binis f c, c d, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub a b d, angulo qui ſub d c f, eſt æqualis, quandoquidem a b c d, quadratum eſt, baſis igitur a d per 4 primi elementorum baſi d f, eſt æqualis, & triangulum a b d, triangulo c d f, eſt æquale, & reliqui

liqui anguli reliquis angulis æquales erunt, quos æqualia latera ſubtendunt. Igitur angulus b a d, angulo d f c eſt æqualis: datus autem angulus b a d, datus igitur eſt & qui ſub d f c angulus: eſt autem & qui ſub d a f, angulus datus. Datur igitur triangulum a d f ſpecie. Ratio igitur ipſius f a ad a d, data eſt. At a f, utraq; eſt ſimul b a c, eo quia æqualis eſt c f, ipſi b a. Ratio igitur utriuſque ſimul b a c ad a d, data eſt, & ſimiliter ſicut prius demõſtrabimus quòd id quod ſub utraq; b a c, & e d datũ eſt.



Theorema 95. Propoſitio 95.

SI in circuli poſitione dati diametro datum ſignum aſſumptum fuerit, ab ipſo autem ſigno ad ipſum circulum proiecta fuerit aliqua recta linea, & à ſectione ad rectos angulos acta fuerit ipſi excitatę, à ſigno autem in quod concurrit quę ad rectos angulos ipſi circuli circunferentia parallelus acta fuerit excitatę. Datum eſt ſignum quod concurrit parallelus diametro, & quod ſub parallelis comprehenſum rectangulum datum erit.



In circuli enim a b c, poſitione dati diametro b c aſſumptum ſit datum ſignum d ac per ipſum d ad circulum producatur quædam utcunq; recta linea d a, ab ipſo autem a ipſi d a angulus excitetur rectus a e, ac per e ipſi a d, per 31 primi element. parallelus excitetur e f. Dico quòd f datum eſt, & quod ea quæ ſub a d, e f, area data eſt extendatur e f in b, & connectatur a b. Quoniam angulus b e a, rectus eſt, & b a dimetiens eſt circuli a b c, eſt autem & b c dimetiens. Igitur g cẽtrum eſt circuli a b c. Datum igitur eſt ſignum g, eſt autem & d datum. Data igitur eſt d g, magnitudine: & quoniam a d ipſi e b, parallelus eſt. Et æqualis eſt b g ipſi g a, per 15 diffinitionem primi element. & d g ipſi g f, & a d, f b. Data igitur d g. Data igitur eſt & f g. Sed & poſitione. Vtraq; igitur ipſarum g f, g d data eſt, & g datum eſt. Datum igitur & f, & quoniam in circulo a b c poſitione dato, aſſumitur ſignum f datum, & extenditur e f b. Datum igitur eſt per 93 datorũ, qđ ſub e f, f b, æqualis aũt eſt b f ipſi d a. Datũ igitur eſt qđ ſub a d, e f.

Finis Datorum.

EVCLIDIS DE LEVI ET PONDEROSO FRAGMENTVM.

1 Æqua magnitudine corpora ſunt, quæ loca replent æqua. 2 Diuerſa magnitudine corpora ſunt, quę loca replent nõ ęqua. 3 Grandiora magnitudine dicunt corpora, quæ loco ſunt ampliore. 4 Æqua potentia corpora ſunt, quorum & tempore & aëre aqua ùe media æqualibus & per æqualia interualla æquales ſunt motus. 5 Diuerſa potẽtia corpora ſunt, quorum tempore diuerſo motus ſunt ęquales. 6 Diuerſorum potentia corporũ, maius id potentia dicitur, quod mouendo temporis inſumpſit minus: minus autem potẽtia, quod temporis amplius. 7 Generis eiuſdem corpora ſunt, quę cum ęqua magnitudine ſint, etiam ſunt potentia. 8 Diuerſa genere corpora ſunt, quę cum ęqua magnitudine ſint, potentia nõ ſunt, per idem licet medium moueantur. 9 Diuerſorũ genere corporũ, potẽtius id dicit, quod eſt ſolidius.

Theorema primum.

DIuerſorum potẽtia corporũ, quod ſpatiũ amplius mouet, habet amplius potentiæ,

Sint

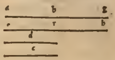
Sint a & b corpora duo, ſint g d & e f, ſpatia duo, g d maius per quod a, e f minus per quod b mouetur, reſecabo á ſpatio g d, g r ſpatiũ, ſic ut ſit e f ſpatio ſpatium g r æquale. Cætera ſponte patent.



Theorema ſecundum.

EOrundem genere corporum ſi ipſa inter ſe erunt multiplicia, erunt æque ipſorum potentiæ multiplices.

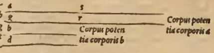
Sit corpus a g, eodem genere corpori d duplũ, dico etiam potentia duplum eſſe. Sit enim a g, quidem corporis potentia e b, d uerò & a g iuxta multiplicis exceſſum in a b & b g diuidatur, ſicut utriuſq; potentia, ipſius d corporis potentiæ quæ erat c æqualis, fiat rurſus ut a g corpus in partes a b, b g corpori d æquas diuiſimus, ſic e b, potentiam in partes e r & r h, æquas c potentia diuidamus. Liquidum eſt e h potentiam duplum potentiæ e euadere.



Theorema tertium.

EOrundem genere corporum, proportio & magnitudine & potentia eſt eadem.

Sit á corpus corporis eodem genere b duplum, dico ut a corpus ad b corpus eſt, ſic corporis a potentia g ad corporis b potentiam d eſſe. Patet ſi ut corpora ſic potentias æquè utrinq; multipliciter diuidamus.



Theorema quartum.

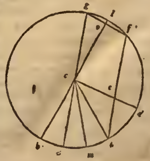
QVæ corpora, æqua potentia eiuſdem generis corpori ſunt, eiuſdem ſunt inter ſe generis, ablatis ènim æqualibus illi tertiò, erunt ipſorum uirtutes æquales, quia potentiæ tertij æquales.

Quorum corporum & magnitudo & potentia proportio una eſt, ipſa generis eiuſdem erunt. Sit ut a corpus ad corpus b, ſic corporis a potentia ad corporis b potentiam d, dico a b, corpora generis eiuſdem eſſe. Statuamus enim a corpus, æquale corpori cuius potentia ſic r. Erunt igitur ut b ad a, ſic r ad potentiam ipſius a quæ eſt g. Reliqua patent.

Ad finem quarti libri hæc à Campano adiecta ſunt.

DAtum triangulum in tria æqualia diuidere.

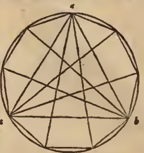
Sit angulus datus e, uolo ipſum diuidere in tres æquales angulos, quod ſic facio. Pono primo c, centrum circuli deſcribendo circulum uſq; quo ſecent circunferentiam in punctis a & b, tum a puncto c quod eſt centrum circuli, duco lineam c d perpendiculariter ad lineam c b & in linea c d aßignabo punctum e, à quo duco lineam ad æqualitatem e b uſque quo ſecet circunferentiam circuli in puncto f, & produco uſq; ad a, deinde protrabo lineam g b æquidiſtantem f a, quæ ſcilicet g b tranſeat per centrum, & duco lineam f g æquidiſtantem lineæ c e, & protraho lineam c b in continuum & directum uſq; ad l quæ ſecat lineam f g orthogonaliter in puncto o & per æqualia, dico ergo quòd arcus l g eſt æqualis arcui h b, propter hoc quod angulus l e g eſt æqualis angulo b



c b

c b cum ſint contra ſe poſiti. Cùm igitur arcus f g ſit duplus arcui l g erit duplus arcui b b, ſed arcus f g eſt æqualis arcui b a cum ſint inter duas æquidiſtantes lineas quæ ſunt f a & g b, ergo arcus b a eſt duplus arcui b b, ergo & angulus a c b eſt duplus angulo b c b, diuidam ergo angulũ c b per æqualia per lineam c, ut patet propoſitum.

INtra datum circulum nõ angulum æquilaterum atq; æquiangulum deſignare.



Quod ſic fieri poteſt, iuxta doctrinam ſecundæ huius, inſcribo circulo aßignato triangulum æquilaterum atq; æquiangulũ qui ſit a b c, & unumquenq; angulum eius diuidam per tria æqualia, & protraham lineas diuidentes angulos uſq; ad circunferentiam: & tunc quia nouem anguli locati in circulo ſunt æquales, de neceßitate arcus ſuppoſiti ipſis angulis ſunt æquales, protrahã enim cordas ſubtractas ſingulis arcubus, & habebo intentum.

REGESTVM.

† a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u x y z, Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr Ss Tt Vu Xx Yy Zz, AA BB CC. *Omnes ſunt terniones, præter † qui eſt duernio.*

BASILEAE, PER IOHANNEM
HERVAGIVM, ANNO
M. D. XLVI.
MENSE AV-
GVSTO.

BIBLIOTECA NAZ. VITTORIO EMANUELE

